

FINAL EXAMINATION – 2023

MATHEMATICS

(For all categories of candidates)

Subject Code : 8015

Time : 3 hours 15 minutes

Total Mark : (

The figures in the margin indicate full marks.

L সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো :

1×1(=

1 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \, dx$ এর মান হল

(a) π

(b) $\frac{\pi}{2}$

(c) 0

(d) $-\frac{\pi}{2}$

2 $y = 3x$ রেখা, x -অক্ষ এবং $x = 1$, $x = 3$ দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হল

(a) 3 বর্গ একক

(b) 6 বর্গ একক

(c) 12 বর্গ একক

(d) 36 বর্গ একক

3 $\left\{ 1 + \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} = a \cdot \frac{dy}{dx}$ অবকল সমীকরণের মাত্রা হল

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 6

Turn O

4. যদি $2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ এবং $6\mathbf{i} + \lambda\mathbf{j} - 9\mathbf{k}$ ভেক্টর দুটো সমরেখ হয় তবে λ এর মান হবে

(a) 3

(b) -3

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $-\frac{1}{3}$

5. $(2, 3, 4)$ এবং $(-1, -2, 1)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার দিক অনুপাত হল

(a) -3, -5, -3

(b) -3, 1, -3

(c) -1, -5, -3

(d) -3, -3, 5

6. $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মুখ্যমান হল

(a) $\frac{\pi}{3}$

(b) $\frac{2\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $\frac{5\pi}{6}$

7. যদি A একটি 3×3 ক্রমের নন-সিঙ্গুলার ম্যাট্রিক্স হয়, তবে $|\text{adj } A|$ এর মান হবে

(a) $|A|^2$

(b) $|A|^3$

(c) $|A|$

(d) $3|A|$

8. যদি $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y^2 \\ z & 0 \end{bmatrix}$, $y < 0$ হয় তবে $x - y + z$ এর মান হবে

(a) 1

(b) 5

(c) 4

(d) 3

9. বৃহত্তম পূর্ণসংখ্যার অপেক্ষক $f(x) = [x]$ টি হবে

- (a) x এর সকল বাস্তব মানের জন্য সম্ভব
- (b) x এর সকল উৎপাদ্য মানের জন্য সম্ভব
- (c) x এর সকল অখণ্ড মানের জন্য সম্ভব
- (d) এদের কোনটিই নয়

10. যদি $x \in \mathbb{R}$, হয় তবে $|x-1|$ এর অবনমন হল -

- (a) 0
- (b) 1
- (c) -1
- (d) 2

II. উত্তর দাও :

1×20=20

11. যদি $\int_0^a \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{4}$ হয়, তাহলে 'a' এর মান কত ?

12. $\frac{dy}{dx} = x^5 + x^2 - \frac{2}{x}$ অবকল সমীকরণের সাধারণ সমাধান লেখ।

13. $\frac{dy}{dx} + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{\cot x}{1+x^2}$, ($x \neq 0$) অবকল সমীকরণের সমাকল গুণক (I.F) নির্ণয় করো।

14. কখন $|\vec{x} + \vec{y}| = |\vec{x}| + |\vec{y}|$ হয় ?

15. যদি $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ এবং $|\vec{a} \times \vec{b}| = 3\sqrt{3}$ হয় তাহলে \vec{a} ও \vec{b} এর মধ্যবর্তী কোণ কত ?

16. $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের অভিমুখ বরাবর একটি ভেক্টর নির্ণয় করো যার মান 6 একক।

17. $(-2, 4, -5)$ বিন্দুগামী এবং $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+8}{6}$ সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখাটির

সমীকরণ কাঠেসীয় আকারে লিখ।

18. $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ এবং $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{5-z}{-8}$ সরলরেখা দুটির মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করো।

19. যদি $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ হয়, তবে $P(A/B)$ এর মান নির্ণয় করো।

20. একটি অধিবর্ষে 53 টি রবিবার অথবা 53 টি সোমবার হওয়ার সম্ভাবনা কত?

21. $A = \{1, 2, 3\}$ একটি সেট এবং যদি R , A সেটের উপর সংজ্ঞাত একটি সম্বন্ধ হয়, যেখানে $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ তবে R সংক্রমণ (Transitive) কিনা পরীক্ষা করো।

22. $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ এর মান কত?

23. যদি $A = \begin{bmatrix} 3 & x-1 \\ 2x+3 & x+2 \end{bmatrix}$ একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স হয়, তাহলে x এর মান কত?

24. $\frac{d}{dx} (\sec^{-1}\sqrt{x} + \operatorname{cosec}^{-1}\sqrt{x})$ নির্ণয় করো।

25. x -এর সাপেক্ষে অন্তরকলজ নির্ণয় করো : $\frac{e^{\sin^{-1}x}}{e^{-\cos^{-1}x}}$

26. একটি অপেক্ষক f নিম্নরূপে সংজ্ঞাত

$$f(x) = \begin{cases} k-1, & \text{যদি } x < 1 \\ 5, & \text{যদি } x \geq 1 \end{cases}$$

k এর কোন মানের জন্য f অপেক্ষকটি $x = 1$ বিন্দুতে সন্তুত হবে।

27. যে অন্তরালে অপেক্ষক $f(x) = x^2 - 2x - 5$ যথার্থ বর্ধিত তা নির্ণয় করো।

28. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহু 0.2 সেমি / সেকেন্ড হারে বৃদ্ধি পায়, বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা বৃদ্ধির হার নির্ণয় করো।

29. স্থান নির্ণয় করো : $\int \frac{dx}{x - \sqrt{x}}$

30. $\frac{d}{dx} \left[\int f(x) dx \right] = ?$

III. 31 থেকে 35 পর্যন্ত প্রতিটি প্রশ্নের মান 2 :

2×5=10

31. মান নির্ণয় করো : $\int \left(\frac{x+1}{x} \right) (x + \log x) dx$

32. যদি $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$ এবং $\vec{a} \perp \vec{b}$ হয় তবে $|\vec{a} + \vec{b}|$ এর মান কত ?

33. একটি সম্ভাবনাশ্রয়ী চলক x এর সম্ভাবনা নিবেশন তালিকাটি নিম্নরূপ :

| | | | | | |
|--------|-----|------|------|--------|--------|
| $x:$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $P(x)$ | p | $3p$ | $5p$ | $3p^2$ | $7p^2$ |

p এর মান নির্ণয় কর।

34. দেখাও যে,

$$2 \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \frac{\pi}{4}$$

35. $\cos x$ এর সাপেক্ষে $\sin x$ এর অন্তরকলজ মান নির্ণয় করো।

IV. 36 ও 37 নং প্রশ্নের মান 3 :

36. বিকৃতি না করে এবং নির্ণায়কের ধর্ম ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে,

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2+c^2)$$

37. দেখাও যে, সিগনাম অপেক্ষক $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, যেখানে

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ যখন } x > 0 \\ 0 & , \text{ যখন } x = 0 \\ -1 & , \text{ যখন } x < 0 \end{cases}$$

ঐকিক বা উপরিচিত্রন কোনটিই নয়।

V. 38 থেকে 43 পর্যন্ত প্রতিটি প্রশ্নের মান 4 :

4×6=24

38. x অক্ষ, $x = \sqrt{3}y$ সরলরেখা এবং $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তদ্বারা সীমাবদ্ধ প্রথম পাদে অবস্থিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। <https://www.tripuraboard.com>

39. নিম্নে প্রদত্ত অবকল সমীকরণটির সমাধান করো :

$$(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$$

40. একটি বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের বিষয়ে এই তথ্যটি জানা যায় যে, শিক্ষার্থীদের 70% প্রাইভেট কোচিং সেন্টারে পড়াশুনা করে এবং 30% প্রাইভেট কোচিং সেন্টারে পড়াশুনা করে না। গত বছরের বার্ষিক পরীক্ষার ফলাফলের বিবরণ থেকে জানা যায় যে, প্রাইভেট কোচিং সেন্টারে পড়াশুনা না করা শিক্ষার্থীদের 35% A গ্রেড পেয়েছে এবং প্রাইভেট কোচিং সেন্টারে পড়াশুনা করা শিক্ষার্থীদের 25% A গ্রেড পেয়েছে। বছরের শেষে ঐ বিদ্যালয় থেকে যথেষ্টভাবে একজন শিক্ষার্থী নির্বাচন করা হলো এবং দেখা গেলো সে A গ্রেড প্রাপ্ত, তাহলে শিক্ষার্থীটি প্রাইভেট কোচিং সেন্টারে না পড়ুয়া শিক্ষার্থী হওয়ার সম্ভাবনা কত হবে নির্ণয় করো।

41. দেখাও যে, $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্স, $x^2 - 4x + 3 = 0$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে। অতঃপর A^{-1} নির্ণয় করো।

42. দেখাও যে, প্রদত্ত আয়তন বিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্খুর বক্রতলের কেন্দ্রফল তখনই সর্বাপেক্ষা কম হয়, যখন শঙ্খুটির উচ্চতা তার ভূমির ব্যাসার্ধের $\sqrt{2}$ গুণ হয়।

অথবা

দেখাও যে, R ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকে অঙ্কিত সর্ববৃহৎ আয়তনের লম্ব-বৃত্তাকার শঙ্খুর উচ্চতা হল $\frac{4R}{3}$ ।

43. প্রমাণ করো : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x + \cos x)}{9 + 16 \sin 2x} dx = \frac{1}{40} \log 9$

অথবা

প্রমাণ করো : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$

44 এবং 45 নং প্রশ্নের প্রতিটির মান 5 :

5×2=10

44. একজন ব্যবসায়ী দুই ধরনের বিশেষ কম্পিউটার বিক্রি করার পরিকল্পনা নেয়। একটি ডেস্কটপ মডেল (Desktop model) এবং অপরটি পোর্টেবল মডেল (Portable model)। যাদের বর্তমান মূল্য যথাক্রমে 25,000 টাকা এবং 40,000 টাকা। সে অনুমান করল যে কম্পিউটারের মোট মাসিক চাহিদা 250 টির বেশি হবে না। যদি প্রতিটি ডেস্কটপ মডেলে 4,500 টাকা এবং পোর্টেবল মডেলে 5,000 টাকা লাভ হয় এবং সে যদি 70,000,00 টাকার (সত্তর লক্ষ টাকা) বেশি বিনিয়োগ করতে না চায় তবে সর্বাধিক লাভ পেতে হলে ব্যবসায়ীর প্রতি শ্রেণীর কম্পিউটার কত সংখ্যক করে মজুত করতে হবে তা একটি লৈখিক পদ্ধতিতে সমাধান করো। সর্বাধিক লাভের পরিমাণ কত ?

45. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ সরলরেখাটির সাপেক্ষে (1, 6, 3) বিন্দুর প্রতিবিম্বের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো ॥

অতঃপর প্রদত্ত বিন্দু ও তার প্রতিবিম্বের সংযোজক রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো ।

অথবা

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ এবং $\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ সরলরেখা-

দ্বয়ের মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতম দূরত্ব নির্ণয় করো ।

<https://www.tripuraboard.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

<https://www.tripuraboard.com>