

2016 (A)

गणित

द्वितीय पाली (Second Sitting)

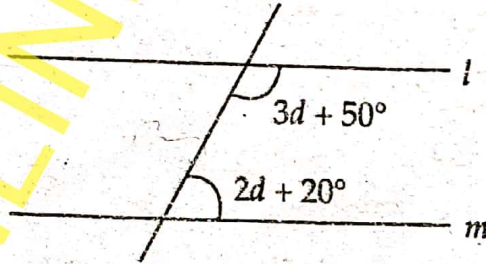
समय : 3 घंटे + 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश : 2011 (A) का प्रश्न-पत्र देखें।

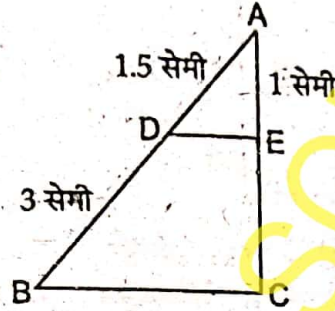
सही उत्तर चुनें—

1. बिन्दु (2, 3) एवं (-2, 3) के बीच की दूरी होगी
(a) 3 (b) 4 (c) $\sqrt{3}$ (d) 5
2. यदि द्विघात बहुपद $q(x) = x^2 - x + 4$ के शून्यक α, β हों, तब $\alpha + \beta$ का मान होगा।
(a) -1 (b) 4 (c) 1 (d) 0
3. दो वृत्तों के क्षेत्रफल 4 : 9 के अनुपात में हैं। इनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा
(a) 3 : 4 (b) 2 : 3 (c) 5 : 3 (d) इनमें से कोई नहीं
4. $\sec^2 \theta - 1$ का मान है
(a) $\operatorname{cosec}^2 \theta$ (b) $\sin^2 \theta$ (c) $\tan^2 \theta$ (d) $\cot^2 \theta$
5. यदि $l \parallel m$ हो, तब d का मान होगा

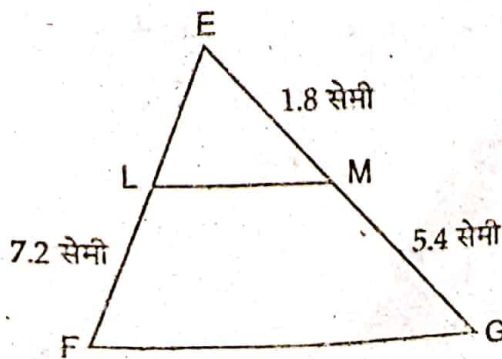


- (a) 22° (b) 30° (c) 45° (d) 80°
6. यदि E कोई घटना हो, तब $P(E) + P(E')$ का मान होगा
(a) 2 (b) 1 (c) -1 (d) इनमें से कोई नहीं
7. 3, 4, 7, 2, 7, 6, 7, 9 का बहुलक होगा
(a) 2 (b) 3 (c) 7 (d) 9
8. जब A.P. के प्रथम पद 2 तथा सार्व अंतर 3 हो, तब A.P. के तीन पद होंगे
(a) 2, 6, 9 (b) 2, 5, 8 (c) 2, 6, 10 (d) 2, 5, 9
9. $\sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4}$ का मान होगा
(a) 2 (b) 0 (c) -1 (d) 1
10. कोण θ वाले त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल होगा।
(a) $\frac{\theta}{270} \times \pi r^3$ (b) $\frac{\theta}{360} \times \pi r$ (c) $\frac{\theta}{270} \times \pi r^2$ (d) $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$
11. मूल बिन्दु से $P(3, -4)$ की दूरी होगी।
12. A.P. 2, 5, 8, 11, ... का 9 वाँ पद होगा।
13. वर्ग चिह्न = $\frac{\text{ऊपरी वर्ग सीमा} + \dots}{2}$
14. किसी वृत्त के बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गयी स्पर्श रेखाएँ होती हैं।

15. दो वृत्तों के क्षेत्रफल 14 : 9 के अनुपात में है। इनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा। 1
16. यदि $\sqrt{3} \tan \theta = 1$, तो $\theta = \dots\dots\dots$ 1
17. यदि द्विघातीय समीकरण $cx^2 - bx + a = 0$ के मूल्य α एवं β हों, तब $a^2 + \beta^2 = \dots\dots\dots$ 1
18. यदि $2\theta = \frac{\pi}{3}$ हो, तब $\sin \theta = \dots\dots\dots$ 1
19. कार्तीय तल में किसी बिन्दु (4, -5) के कोटि का मान होगा। 1
20. एक समान्तर श्रेणी 4, 10, 16, 22, 28 का सार्व अंतर होगा। 1
21. अभाज्य गुणनखंड विधि से 26 एवं 91 का ल.स. और म.स. ज्ञात करें। 1
22. बहुपद $4x^2 - 3$ के शून्यक ज्ञात करें। 2
23. चित्र में $DE \parallel BC$ है, तो EC ज्ञात करें। 2



24. एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा $2a$ है। उसके शीर्षलम्ब ज्ञात कीजिए। 2
25. एक बिन्दु Q से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 सेमी तथा Q की केन्द्र से दूरी 25 सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें। 2
26. बिन्दुओं (0, 0) और (36, 15) के बीच की दूरी ज्ञात करें। 2
27. k का मान ज्ञात करें, यदि बिन्दु $A(2, 3)$, $B(4, k)$ तथा $C(6, -3)$ संरेख हैं। 2
28. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी परिधि 22 सेमी है। 2
29. एक गोले का व्यास 6 सेमी है। इसे पिघलाकर 0.2 सेमी व्यास वाला एक तार बनाया गया है। तार की लम्बाई ज्ञात करें। 2
30. यदि $\sin 3A = \cos(A - 26^\circ)$, जहाँ $3A$ एक न्यूनकोण हो, तो A का मान ज्ञात करें। 2
31. A.P. 21, 18, 15, ... का कौन-सा पद -81 है? 2
32. सिद्ध करें कि $3 + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। 3
33. प्रतिस्थापन विधि से निम्न रेखीय समीकरण युग्म का हल करें—
 $3x - 5y = 20$ और $x + 2y = 3$ 3
34. एक द्विघातीय बहुपद समीकरण ज्ञात करें, जिसके शून्यकों के योग एवं गुणनफल क्रमशः 4 एवं 1 हैं। 3
35. दो संख्याओं का अन्तर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है। उन्हें ज्ञात करें। 3
36. दी गई आकृति में LE ज्ञात करें जहाँ $LM \parallel FG$ । 3



37. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करें, जो बिन्दुओं $(-1, 7)$ तथा $(4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को $2:3$ के अनुपात में विभाजित करता है।
38. एक घासे की फेंकने पर अंक 3 के ऊपर आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
39. यदि $\cot \theta = \frac{7}{8}$ हो, तो $\frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$ का मान निकालें।
40. सिद्ध करें कि $\frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1}$
41. दी गई आँकड़ों का माध्य 18 है, तो अज्ञात बारंबारता ज्ञात करें—

वर्ग अंतराल	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

42. यदि किसी आँकड़े की माध्यिका 12 एवं बहुलक 18 है, तो आँकड़े का माध्य ज्ञात करें।
43. त्रिज्या 4 सेमी वाले एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात करें, जिसका कोण 30° है। साथ ही, संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल भी ज्ञात करें।
44. ग्राफीय विधि से हल करें— $x + 2y - 4 = 0$ तथा $2x + 4y - 12 = 0$
45. एक ऊर्ध्वाधर झंडा स्तंभ तथा एक 50 मीटर ऊँची मीनार एक ही क्षैतिज तल पर स्थित है। मीनार के शीर्ष से स्तंभ के ऊपर तथा निचले सिरे के अवनमन कोण क्रमशः 30° तथा 45° हैं, तो झंडा स्तंभ की ऊँचाई ज्ञात करें।

अथवा,

एक मीनार के पाद बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद-बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50 मी. ऊँची हो, तो भवन की ऊँचाई ज्ञात करें।

46. एक त्रिभुज की एक भुजा के समानान्तर खींची गयी रेखा अन्य दो भुजाओं को जिन दो बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है, वे बिन्दु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करते हैं। सिद्ध करें।
47. 3 सेमी की त्रिज्या का एक वृत्त खींचें। इसके अन्तर्गत एक समबाहु त्रिभुज बनायें।

अथवा,

5 सेमी भुजा वाले एक समबाहु त्रिभुज के अन्तर्गत एक वृत्त खींचें जो त्रिभुज की भुजाओं को स्पर्श करें।

उत्तर (Answers)

1. (b) 2. (c) 3. (b) 4. (c) 5. (a) 6. (b)
7. (c) 8. (b) 9. (b) 10. (d)
11. 5 12. 26 13. निम्न सीमा 14. समान लंबाई की 15. $\sqrt{\frac{14}{3}}$
16. 30° 17. $\frac{b^2 - 2ca}{c^2}$ 18. $\frac{1}{2}$ 19. -5 20. 6

21. $26 = 2 \times 13$
 $91 = 7 \times 13$

\therefore 26 एवं 91 का म.सं. = 13 तथा 26 एवं 91 का ल.सं. = 182 Ans.

22. $4x^2 - 3$ के शून्यक के लिए $4x^2 - 3 = 0$

$\therefore 4x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow x = \frac{\pm \sqrt{3}}{2}$

\therefore शून्यक = $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}$ Ans.

23. $\therefore DE \parallel BC$

अतः थेल्स प्रमेय से, $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{15}{3} = \frac{1}{EC} \Rightarrow \frac{15}{30} = \frac{1}{EC}$

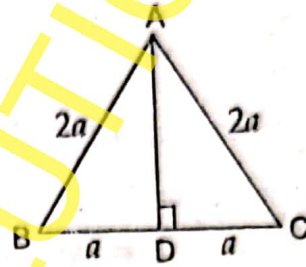
$\therefore EC = 2 \text{ cm Ans.}$

24. $\therefore ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है तथा शीर्ष लम्ब AD आधार को समद्विभाजित करेगा।

$\therefore BD = CD = a$ मात्रक

$\triangle ABD$ समकोण त्रिभुज है

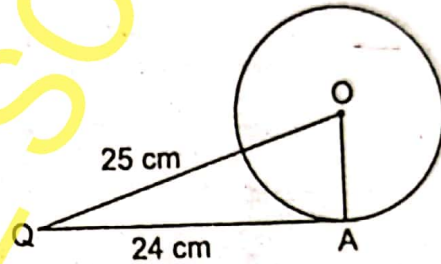
$$\begin{aligned} \therefore AD &= \sqrt{(AB)^2 - BD^2} \\ &= \sqrt{(2a)^2 - (a)^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} \\ &= \sqrt{3a^2} = \sqrt{3} a \text{ Ans.} \end{aligned}$$



25. \therefore स्पर्श बिंदु से केन्द्र को मिलाने वाली त्रिज्या, स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है।

\therefore समकोण त्रिभुज AOQ में,

$$\begin{aligned} OA &= \sqrt{OQ^2 - AQ^2} \\ &= \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{625 - 576} \\ &= \sqrt{49} = 7 \text{ cm Ans.} \end{aligned}$$



26. बिन्दु $(0, 0)$ और $(36, 15)$ के बीच की दूरी

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(36 - 0)^2 + (15 - 0)^2} = \sqrt{(36)^2 + (15)^2} \\ &= \sqrt{1296 + 225} = \sqrt{1521} = 39 \text{ मात्रक Ans.} \end{aligned}$$

27. यहाँ $(x_1, y_1) = (2, 3)$, $(x_2, y_2) = (4, k)$ तथा $(x_3, y_3) = (6, -3)$.

\therefore तीनों बिन्दुओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [2(k + 3) + 4(-3 - 3) + 6(3 - k)] \\ &= \frac{1}{2} [2k + 6 - 24 + 18 - 6k] = \frac{1}{2} [-4k + 0] = -2k. \end{aligned}$$

चूँकि तीनों बिन्दु सरेखी हैं, इसलिए इनसे बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 0 (शून्य) होगा। अतः k का वांछित मान 0 है।

28. 2011 (A) के प्रश्न-संख्या 30 का उत्तर देखें।

29. गोले का व्यास = 6 cm \therefore त्रिज्या $(r) = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm.}$

बनाये गये तार की त्रिज्या = $\frac{0.2}{2} = 0.1 \text{ cm}$

तथा माना बनाये गए तार की लम्बाई = $x \text{ cm}$

\therefore तार का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\therefore 0.1 \times 0.1 \times x = \frac{4}{3} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\therefore x = \frac{36}{0.01} = \frac{36 \times 100}{1} = 3600 \text{ cm} = 36 \text{ m Ans.}$$

$$30. \sin 3A = \cos(A - 26^\circ)$$

$$\therefore \cos(90^\circ - 3A) = \cos(A - 26^\circ) \Rightarrow 90^\circ - 3A = A - 26^\circ$$

$$\therefore 90^\circ + 26^\circ = A + 3A$$

$$\therefore 4A = 116^\circ \therefore A = \frac{116^\circ}{4} = 29^\circ \therefore A = 29^\circ \text{ Ans.}$$

$$31. \text{A.P. } 21, 18, 15, \dots$$

$$\therefore a = 21, d = 18 - 21 = -3, a_n = -81, n = ?$$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d \Rightarrow -81 = 21 + (n - 1)(-3)$$

$$\Rightarrow -81 - 21 = -3(n - 1) \Rightarrow \frac{-102}{-3} = n - 1 \therefore n = 34 + 1 = 35$$

अतः A.P. का 35वाँ पद -81 है।

$$32. \text{मान लिया कि } 3 + \sqrt{5} \text{ एक परिमेय संख्या है।}$$

$$3 + \sqrt{5} = \frac{p}{q}; \text{ जहाँ } p \text{ और } q \text{ सह-अभाज्य पूर्णांक है और } q \neq 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3 \text{ या } \sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$$

$\therefore p$ और q पूर्णांक है।

$\therefore \frac{p}{q} - 3$ एक परिमेय संख्या है।

$\Rightarrow \sqrt{5}$ भी एक परिमेय संख्या है।

परन्तु यह, कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है का विरोधाभास है। यह दर्शाता है कि हमने जो माना था गलत है। इसलिए $3 + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

$$33. 3x - 5y = 20 \text{ और } x + 2y = 3$$

$$3x - 5y = 20 \text{ से, } 5y = 3x - 20 \therefore y = \frac{3x - 20}{5}$$

y का मान समीकरण $x + 2y = 3$ में रखने पर,

$$x + 2\left(\frac{3x - 20}{5}\right) = 3 \Rightarrow \frac{5x + 6x - 40}{5} = 3$$

$$\Rightarrow 11x - 40 = 15 \Rightarrow 11x = 15 + 40 = 55 \therefore x = \frac{55}{11} = 5$$

x का मान $y = \frac{3x - 20}{5}$ में प्रतिस्थापित करने पर,

$$y = \frac{3 \times 5 - 20}{5} = \frac{15 - 20}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

$\therefore x = 5, y = -1 \text{ Ans.}$

$$34. \text{माना द्विघात समीकरण } ax^2 + bx + c = 0 \text{ के मूल } \alpha \text{ तथा } \beta \text{ है।}$$

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \text{ तथा } \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\therefore \alpha + \beta = -4 \text{ तथा } \alpha\beta = 1 \therefore \alpha = 1$$

$$\text{समीकरण } = \alpha x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0 = 1 \cdot x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$35. \text{माना दूसरी संख्या } = x \therefore \text{पहली संख्या } = 3x$$

$$\text{प्रश्न से, } 3x - x = 26 \Rightarrow 2x = 26 \therefore x = \frac{26}{2} = 13$$

\therefore पहली संख्या $= 3x = 3 \times 13 = 39$, दूसरी संख्या $= x = 13 \text{ Ans.}$

36. $\because LM \parallel FG$
 \therefore थेल्स प्रमेय से, $\frac{LE}{LF} = \frac{ME}{MG} \Rightarrow \frac{LE}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$

$\therefore LE = \frac{18}{54} \times \frac{72}{10} = 2.4 \text{ cm Ans.}$

37. माना $(x, y) = (-1, 7)$ तथा $(x_2, y_2) = (4, -3)$ एवं $m : n = 2 : 3$

\therefore बिन्दु के x निर्देशांक $= \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} = \frac{2 \times 4 + 3 \times (-1)}{2+3} = \frac{8-3}{5} = \frac{5}{5} = 1$

बिन्दु के y निर्देशांक $= \frac{my_2 + ny_1}{m+n} = \frac{2 \times (-3) + 3 \times 7}{2+3} = \frac{-6+21}{5} = \frac{15}{5} = 3$

\therefore निर्देशांक $(x, y) = (1, 3)$ Ans.

38. पासे सभी फलकों की संख्या = 6
 3 आने वाले फलक की संख्या = 1

\therefore 3 ऊपर आने की प्रायिकता $P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{6}$ Ans.

39. $\frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} = \frac{1 - \sin^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \cot^2 \theta = \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$ Ans.

40. L.H.S. $= \frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \cos \theta}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \cos \theta} = \frac{\cos \theta \left(\frac{1}{\sin \theta} - 1\right)}{\cos \theta \left(\frac{1}{\sin \theta} + 1\right)} = \frac{\left(\frac{1}{\sin \theta} - 1\right)}{\left(\frac{1}{\sin \theta} + 1\right)}$
 $= \frac{\text{cosec } \theta - 1}{\text{cosec } \theta + 1} = \text{R.H.S. Proved.}$

41. माध्य के लिए सारणी निम्न है—

वर्ग अंतराल	वर्ग चिह्न (x)	बारंबारता (f)	$f \times x$
11-13	12	7	34
13-15	14	6	84
15-17	16	9	144
17-19	18	13	234
19-21	20	f	20f
21-23	22	5	110
23-25	24	4	96
		$\Sigma f = 44 + f$	$\Sigma f \times x = 752 + 20f$

\therefore माध्य $= \frac{\Sigma f \times x}{\Sigma f} \Rightarrow 18 = \frac{752 + 20f}{44 + f} \Rightarrow 792 + 18f = 752 + 20f$

$\Rightarrow 792 - 752 = 20f - 18f \Rightarrow 2f = 40 \Rightarrow f = \frac{40}{2} = 20$ Ans.

42. प्रश्न से, माध्यिका = 12, बहुलक = 18

\therefore माध्य $= \frac{3 \text{ माध्यिका} - \text{बहुलक}}{2} = \frac{3 \times 12 - 18}{2} = \frac{36 - 18}{2} = \frac{18}{2} = 9$ Ans.

43. प्रश्न से, $r = 4 \text{ cm}$, $\theta = 30^\circ$

$$\therefore \text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 4^2 = 3.14 \times 16 = 50.24 \text{ cm}^2$$

$$\text{तथा लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} = \frac{\pi r^2 \theta}{360} = \frac{3.14 \times 4^2 \times 30}{360} = \frac{50.24}{12}$$

$$= 4.186 = 4.19 \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$

$$\text{तथा दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} = 50.24 - 4.19 = 46.05 \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$

$$44. x + 2y - 4 = 0 \therefore y = \frac{4-x}{2}$$

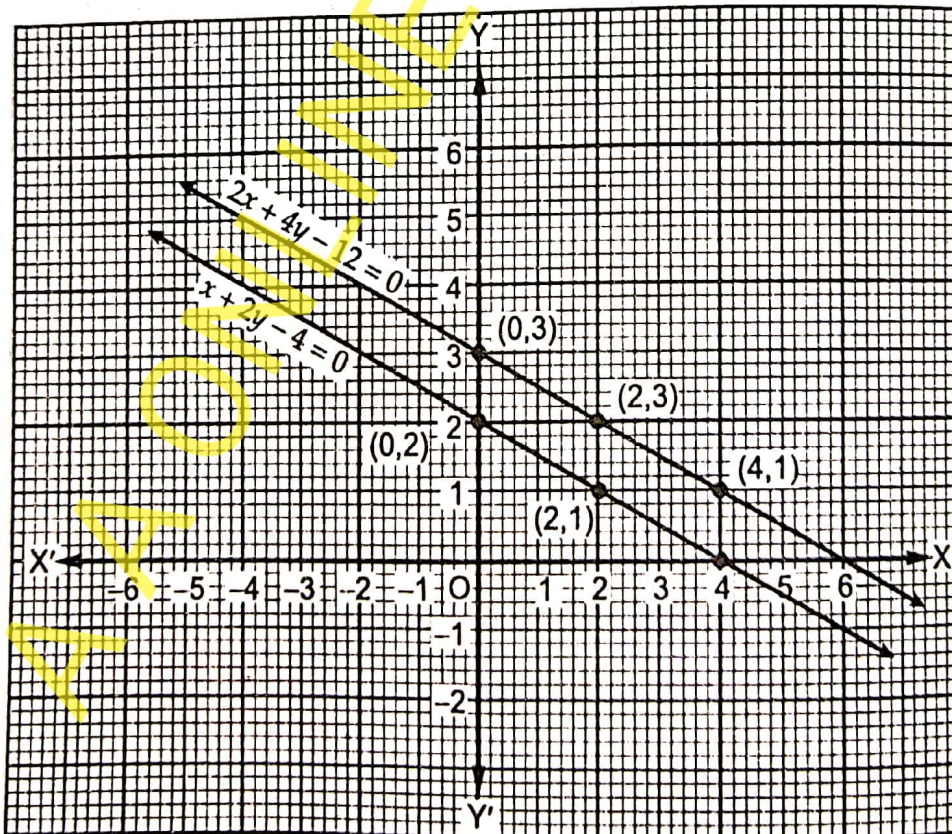
मान-सारिणी

x	0	2	4
y	2	1	0

$$2x + 4y = 12 \therefore y = \frac{6-x}{2}$$

मान-सारिणी

x	0	2	4
y	3	2	1



$$\text{यहाँ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ तथा } \frac{c_1}{c_2} = \frac{-4}{-12} = \frac{1}{3} \therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः ये विरोधी निकाय है। इसके हल नहीं होंगे।

45. माना $AB = 50$ मीटर ऊँचा एक मीनार है।

$PQ = x$ m ऊँचा एक झंडा स्तंभ है।

$\therefore PQ = BC = x \text{ m}$

माना $BQ = y \text{ m}$

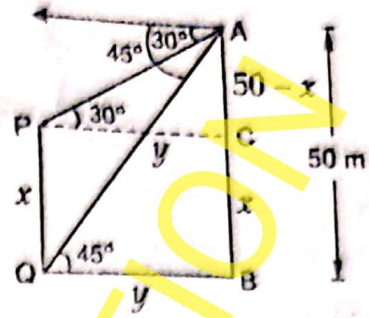
ΔABQ में, $\tan 45^\circ = \frac{AB}{BQ}$

$\Rightarrow 1 = \frac{50}{y} \therefore y = 50 \text{ m}$

ΔACP में, $\tan 30^\circ = \frac{AC}{PC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50-x}{50}$

$\therefore 50 = 50\sqrt{3} - \sqrt{3}x \therefore \sqrt{3}x = 50\sqrt{3} - 50 = 40(\sqrt{3} - 1)$

$\therefore x = \frac{50(1.73 - 1)}{1.73} = \frac{50 \times 0.73}{1.73} = \frac{50 \times 73}{173} = \frac{3650}{173} = 21.1 \text{ Ans.}$



अथवा,

मान लिया $AB = 50 \text{ m}$ एक मीनार है तथा PQ एक भवन है।

दिया है— $\angle QAP = 30^\circ$ तथा $\angle BPA = 60^\circ$ ।

हमें PQ की ऊँचाई मालूम करनी है।

मान लिया $PQ = h$ तथा $AP = x$ ।

ΔBAP से, $\tan 60^\circ = \frac{BA}{AP}$

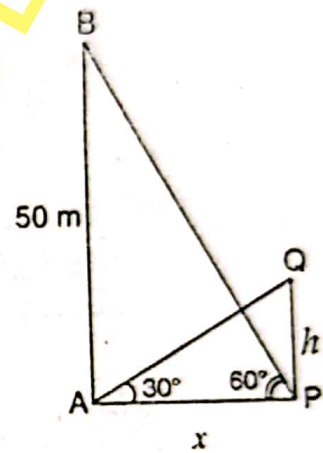
या, $\sqrt{3} = \frac{50}{x} \therefore x = \frac{50}{\sqrt{3}} \dots (i)$

फिर ΔQAP से, $\tan 30^\circ = \frac{QP}{AP}$

या, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$ या, $x = h\sqrt{3} \dots (ii)$

(i) और (ii) से, $\frac{50}{\sqrt{3}} = h\sqrt{3}$ या, $3h = 50 \therefore h = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$

अर्थात् भवन की ऊँचाई $= 16\frac{2}{3} \text{ m Ans.}$



46. दिया है : एक त्रिभुज ABC जिसमें LM रेखा BC के समांतर खींची गई है जो AB और AC को क्रमशः L और M बिन्दुओं पर काटती है।

सिद्ध करना है : $\frac{AL}{LB} = \frac{AM}{MC}$

बनावट : BM और LC को मिलाया। बिन्दु M से AL पर लंब MN खींचा।

प्रमाण : $\text{ar}(\Delta ALM) = \frac{1}{2} \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} = \frac{1}{2} AL \times MN$

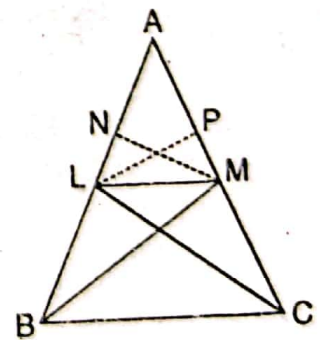
तथा $\text{ar}(\Delta BLM) = \frac{1}{2} LB \times MN$

\therefore भाग देने पर, $\frac{\text{ar}(\Delta ALM)}{\text{ar}(\Delta BLM)} = \frac{AL}{LB} \dots (i)$

इसी प्रकार, L से $LP \perp AC$ खींचकर यह दिखाया जा सकता है कि

$\frac{\text{ar}(\Delta ALM)}{\text{ar}(\Delta LMC)} = \frac{AM}{MC} \dots (ii)$

लेकिन $\text{ar}(\Delta LMC) = \text{ar}(\Delta BLM)$ क्योंकि वे एक ही आधार LM और दो समांतर रेखाओं LM और BC के बीच स्थित हैं।

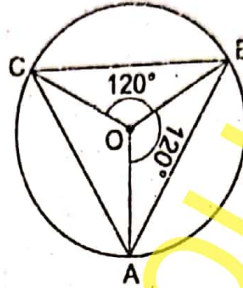


$$\therefore \text{(ii) से, } \frac{\text{ar}(\Delta ALM)}{\text{ar}(\Delta BLM)} = \frac{AM}{MC}$$

... (iii)

$$\text{अतः (i) और (iii) से, } \frac{AL}{LB} = \frac{AM}{MC} \text{ Proved.}$$

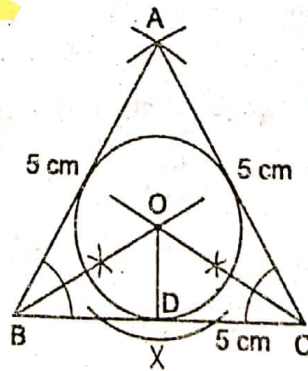
47. रचना के चरण :



- (i) 3 सेमी की त्रिज्या से एक वृत्त खींचें।
- (ii) वृत्त के केंद्र O को वृत्त के किसी बिंदु A से मिलाएँ।
- (iii) O पर $\angle AOB = 120^\circ \left(= \frac{360^\circ}{3} \right)$ अंकित करें, जहाँ B , वृत्त पर है।
- (iv) फिर, O पर $\angle BOC = 120^\circ$ अंकित करें, जहाँ C वृत्त पर है।
- (v) $A-B$, $B-C$ और $C-A$ को मिला दें।
 ΔABC अभीष्ट त्रिभुज हुआ।

अथवा,

रचना के चरण :



- (i) एक रेखाखंड $BC = 5 \text{ cm}$ खींचा।
- (ii) B को केंद्र लेते हुए 5 cm त्रिज्या का चाप खींचा।
- (iii) C को केंद्र लेते हुए 5 cm त्रिज्या का एक दूसरा चाप खींचा जो पहले चाप को A पर काटता है।
- (iv) $A-B$ और $A-C$ को मिलाया।
इस प्रकार समबाहु ΔABC प्राप्त हुआ।
- (v) ΔABC के किसी दो कोण B तथा C को समद्विभाजित किया। समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिंदु O है।
- (vi) O से OD , BC पर लंब डाला।
- (viii) O को केंद्र तथा OD त्रिज्या लेते हुए एक वृत्त खींचा।
यही अभीष्ट वृत्त है।

□