

MATHEMATICS

गणित
(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- This question paper consists of **four Sections**, viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.
 - Question Nos. **1 to 10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark**. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.
 - Question Nos. **11 to 16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.
 - Question Nos. **17 to 28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.
 - Question Nos. **29 to 33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.
 - All** questions are **compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- इस प्रश्न-पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।
 - खण्ड—'अ' में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1** अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।
 - खण्ड—'ब' में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2** अंक निर्धारित हैं।
 - खण्ड—'स' में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4** अंक निर्धारित हैं।
 - खण्ड—'द' में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6** अंक निर्धारित हैं।
 - सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।



SECTION - A

खण्ड - अ

- 1 If * is a binary operation defined on the set of real numbers R by 1

$a * b = ab^2$, then $5 * (3 * 1)$ is equal to :

यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर * एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित

है कि $a * b = ab^2$, तो $5 * (3 * 1)$ बराबर है :

- (A) 15 (B) 30
(C) 45 (D) 75

- 2 If matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ is given to be symmetric, then the 1

values of a and b respectively are :

दिया है कि $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है। a तथा b के मान क्रमशः हैं:

- (A) 6, 4 (B) 5, -1
(C) -1, -7 (D) 5, 1

- 3 The slope of the normal to the curve $y = 2x^2 + 3\sin x$ at $x = 0$ is 1

$x = 0$ पर वक्र $y = 2x^2 + 3\sin x$ के अभिलम्ब की प्रवणता है :

- (A) 3 (B) -3
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$



4 Value of $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ is : 1

$\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ का मान है :

- (A) $ab+bc+ac$ (B) $3(ab+bc+ac)$
 (C) 0 (D) 1

5 The value of k for which the matrix $\begin{bmatrix} 2k & 3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ has no inverse is : 1

k का वह मान जिस के लिए आव्यूह $\begin{bmatrix} 2k & 3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम संभव नहीं है :

- (A) $-\frac{9}{4}$ (B) $-\frac{17}{8}$
 (C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{4}{9}$

6 Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} - y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ is : 1

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ का समाकलन गुणक है :

- (A) $\operatorname{cosec} x$ (B) $\cot x$
 (C) $-\sin x$ (D) $\sin x$



7 $f: R \rightarrow R$ is a function defined by $f(x) = 2 - 3x$. If $g = f^{-1}$, 1

then $g(x)$ is equal to :

फलन $f: R \rightarrow R$ जो $f(x) = 2 - 3x$ द्वारा परिभाषित है। यदि $g = f^{-1}$,
तो $g(x)$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2-3x}$

(B) $\frac{2-x}{3}$

(C) $\frac{x-2}{3}$

(D) $x+2$

8 If $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, then the angle between 1

\vec{a} and \vec{b} is :

यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण है :

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{6}$



9 Contrapositive of the statement 'If a triangle is equilateral, then it is isosceles' is : 1

- (A) If a triangle is not equilateral, then it is not isosceles
(B) If a triangle is isosceles, then it is not equilateral
(C) If a triangle is isosceles, then it is equilateral
(D) If a triangle is not isosceles, then it is not equilateral

कथन 'यदि कोई त्रिभुज समबाहु है, तो वह समद्विबाहु है' का प्रतिधनात्मक है :

- (A) यदि कोई त्रिभुज समबाहु नहीं है, तो वह समद्विबाहु नहीं है
(B) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु है, तो वह समबाहु नहीं है
(C) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु है, तो वह समबाहु है
(D) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु नहीं है, तो वह समबाहु नहीं है

10 $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ is equal to : 1

$\int \frac{x}{1+x^2} dx$ बराबर है :

- (A) $\frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$ (B) $\frac{(1+x^2)^2}{2} + c$
(C) $\frac{1}{2} \log |1+x^2| + c$ (D) $\frac{(1+x^2)^2}{4} + c$



SECTION - B

खण्ड - ब

- 11 If $y = \frac{(\log \sin x)^3}{x^3}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 2

यदि $y = \frac{(\log \sin x)^3}{x^3}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

- 12 Find the interval in which the function $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3$ is 2

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

OR / अथवा

The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 4 cm/min and the width y is increasing at the rate of 3 cm/min. Find the rate of change of area, when $x = 5$ cm and $y = 2$ cm.

एक आयत की लम्बाई x , 4 सेमी/मिनट की दर से घट रही है तथा चौड़ाई y , 3 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 5$ सेमी तथा $y = 2$ सेमी है, तो आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।



- 13 (i) Write the statement p using 'if and only if' 2
 p : If you watch television, then your mind is free and if your mind is free, then you watch television.

(ii) Write the negation of the statement '80 is a multiple of 4'.

(i) निम्न कथन p को 'यदि और केवल यदि' का प्रयोग करते हुए लिखिए।

p : यदि आप टेलीविजन देखते हैं, आपका दिमाग स्वतंत्र है और यदि आपका दिमाग स्वतंत्र है, तो आप टेलीविजन देखते हैं।

(ii) कथन '80, 4 का गुणज है' का निषेधन लिखिए।

- 14 Evaluate : 2
मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos \left[\cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{\pi}{6} \right]$$

- 15 Find the vector equation of a line passing through a point with position 2
vector $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and parallel to the line joining the points $2\hat{i} + \hat{j} + 7\hat{k}$ and $3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$.

एक रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो स्थिति सदिश $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ वाले एक बिन्दु

से होकर जाती है तथा बिन्दुओं $2\hat{i} + \hat{j} + 7\hat{k}$ तथा $3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ को मिलाने वाली रेखा के समान्तर है।

- 16 Given that the points $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ and $R(9, 8, -10)$ are 2
collinear, find the ratio in which point Q divides PR .
दिया गया है कि बिन्दु $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ तथा $R(9, 8, -10)$ संरेखीय हैं।
वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु Q , PR को विभाजित करता है।



SECTION - C

खण्ड - स

17 Find

4

ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+4x+1}} dx$$

18 Determine the values of a and b for which the following function $f(x)$

4

is continuous at $x=0$.

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए जिन पर निम्न फलन $f(x)$, $x=0$ पर सतत है।

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos 4x}{8x^2} & , x > 0 \\ 1-a & , x = 0 \\ b \frac{\sin 2x}{5x} & , x < 0 \end{cases}$$

19 Find the foot of the perpendicular from the point $A(0, 2, 3)$ on the line

4

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

बिन्दु $A(0, 2, 3)$ से रेखा

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

पर लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए।



20 Solve the differential equation :

4

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} + xe^x$$

OR / अथवा

Find the particular solution of

$$\sec^2 y (1 + x^2) dy + 2x \tan y dx = 0,$$

given that $y = \frac{\pi}{4}$, when $x = 1$.

अवकल समीकरण

$$\sec^2 y (1 + x^2) dy + 2x \tan y dx = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = \frac{\pi}{4}$, जब $x = 1$ है।

21 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, verify that $A^2 - 4A - 5I = 0$.

4

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$.

22 Find the equation of the plane passing through the point $(-1, -1, 2)$ and perpendicular to the planes $3x + 2y - 3z = 1$ and $5x - 4y + z = 5$.

4

$(-1, -1, 2)$ से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $3x + 2y - 3z = 1$ तथा $5x - 4y + z = 5$ पर लम्ब है।



- 23 Find / ज्ञात कीजिए 4

$$\int \sin^2 x \cos^5 x dx$$

- 24 Find whether the relation R defined by $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ 4
on the set $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ is an equivalence relation ?

ज्ञात कीजिए कि समुच्चय $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ पर एक सम्बन्ध R जो $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$
द्वारा परिभाषित है, क्या एक समतुल्य सम्बन्ध है ?

- 25 Using properties of determinants, prove that 4
सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix} = (b-c)(c-a)(a-b)(a+b+c)$$

- 26 If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ represent two adjacent sides 4

\vec{AB} and \vec{BC} of a parallelogram $ABCD$, then find a vector of magnitude 5,
parallel to the diagonal \vec{BD} .

यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ समान्तर चतुर्भुज $ABCD$ की आसन्न
भुजाओं \vec{AB} तथा \vec{BC} को निर्धारित करते हैं, तो विकर्ण \vec{BD} के समान्तर परिमाण 5 का
सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा



Find a unit vector perpendicular to the plane of ΔABC where the position vectors of A, B and C are $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{k}$ respectively.

$2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 3\hat{k}$ क्रमशः A, B तथा C के स्थिति सदिश हैं।
एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो ΔABC के समतल पर लम्ब है।

27 If $y = e^{ax} \sin bx$, then prove that

4

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 + b^2)y = 0$$

यदि $y = e^{ax} \sin bx$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 + b^2)y = 0$$

OR / अथवा

Find points on the curve $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ at which the normals are parallel to x -axis.

वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर अभिलम्ब, x -अक्ष के समान्तर हैं।

28 Find the value of x in $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$

4

$\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ में x का मान ज्ञात कीजिए।



SECTION - D

खण्ड - द

29 If $x = \cos \theta + \log \tan \frac{\theta}{2}$,

6

$$y = \sin \theta,$$

then find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$

यदि $x = \cos \theta + \log \tan \frac{\theta}{2}$,

$$y = \sin \theta$$

है, तो $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

- 30 Show that the surface area of a closed cuboid with square base and given volume is minimum when it is a cube. 6

दर्शाइए कि एक दिए गए आयतन वाले वर्गाकार आधार के बन्द घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम तब होगा जब यह एक घन होगा।

OR / अथवा

Find all the points of local maxima and minima and the maximum and minimum values on these points for the function

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$$

फलन $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ के लिए सभी स्थानीय उच्चिष्ठ बिन्दु तथा स्थानीय निम्निष्ठ बिन्दु ज्ञात कीजिए। उन बिन्दुओं पर उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ भी ज्ञात कीजिए।



- 31 Draw a sketch of the curves $y = \cos x$ and $y = \sin x$ in the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. 6

Using integration, find the area of the region enclosed by them and the x -axis.

वक्रों $y = \cos x$ तथा $y = \sin x$ का अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में ग्राफ खींचिए। समाकलन का प्रयोग करते हुए इन वक्रों तथा x -अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

- 32 A diet is to contain at least 8 units of Vitamin A and 10 units of Vitamin C. Two types of food I and II are available. Food I costs ₹ 50 per kg and food II costs ₹ 70 per kg. Food I contains 2 units/kg of Vitamin A and 1 unit/kg of Vitamin C while food II contains 1 unit/kg of Vitamin A and 2 units/kg of Vitamin C. Formulate this as a linear programming problem and find graphically the minimum cost for diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimal nutritional requirements. 6

एक आहार में कम से कम 8 मात्रक विटामिन A और 10 मात्रक विटामिन C होना चाहिए। दो प्रकार के खाद्य पदार्थ I तथा खाद्य पदार्थ II उपलब्ध हैं। खाद्य पदार्थ I की किमत 50 ₹/किग्रा तथा खाद्य पदार्थ II की कीमत 70 ₹/किग्रा है। पदार्थ I में विटामिन A की मात्रा 2 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 1 इकाई/किग्रा है, जबकि पदार्थ II में विटामिन A की मात्रा 1 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 2 इकाई/किग्रा है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए जिसमें इन दोनों खाद्य पदार्थों का मिश्रण है और उसमें न्यूनतम आवश्यक पोषक तत्व हैं।

- 33 Using matrices solve the following system of equations : 6

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$x - y + z = 4$$

$$x - 2y - 2z = 9$$

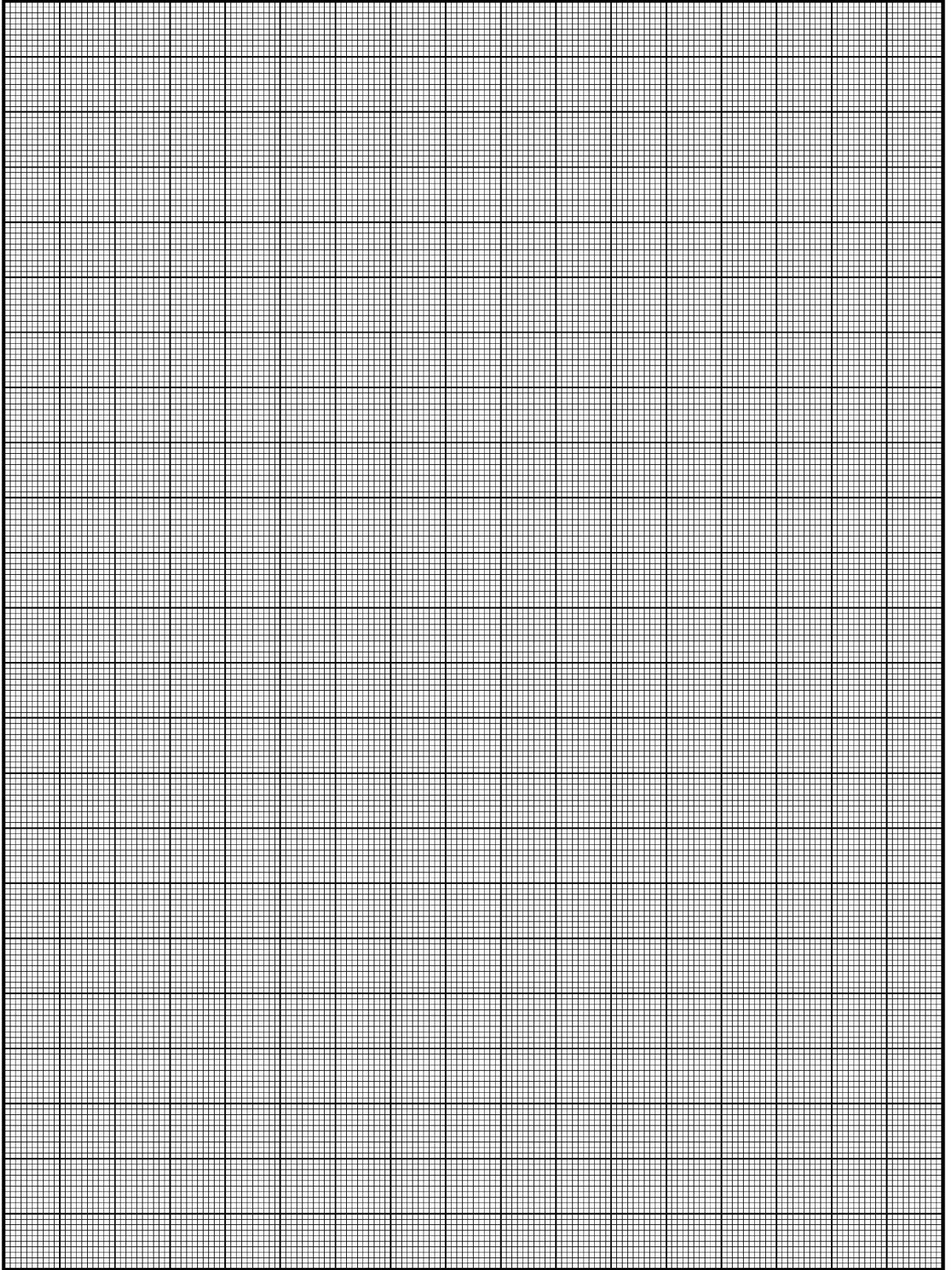
$$2x + y + 3z = 1$$





Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



MATHEMATICS

गणित
(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- This question paper consists of **four Sections**, viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.
 - Question Nos. **1 to 10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark**. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.
 - Question Nos. **11 to 16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.
 - Question Nos. **17 to 28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.
 - Question Nos. **29 to 33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.
 - All** questions are **compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- इस प्रश्न-पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।
 - खण्ड—'अ' में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1** अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।
 - खण्ड—'ब' में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2** अंक निर्धारित हैं।
 - खण्ड—'स' में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4** अंक निर्धारित हैं।
 - खण्ड—'द' में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6** अंक निर्धारित हैं।
 - सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।



SECTION - A

खण्ड - अ

- 1 If matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ is given to be symmetric, then the 1

values of a and b respectively are :

दिया है कि $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है। a तथा b के मान क्रमशः हैं:

- (A) 6, 4 (B) 5, -1
(C) -1, -7 (D) 5, 1

- 2 Value of $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ is : 1

$\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ का मान है :

- (A) $ab + bc + ac$ (B) $3(ab + bc + ac)$
(C) 0 (D) 1

- 3 Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} - y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ is : 1

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ का समाकलन गुणक है :

- (A) $\operatorname{cosec} x$ (B) $\cot x$
(C) $-\sin x$ (D) $\sin x$



- 4 If $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, then the angle between 1

\vec{a} and \vec{b} is :

यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण है :

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{6}$

- 5 Cofactor of a_{21} in $\begin{vmatrix} -5 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ is : 1

$\begin{vmatrix} -5 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ में a_{21} का सहखण्ड है :

(A) -4

(B) 4

(C) -2

(D) -12



6 Contrapositive of the statement 'If a triangle is equilateral, then it is isosceles' is : 1

- (A) If a triangle is not equilateral, then it is not isosceles
(B) If a triangle is isosceles, then it is not equilateral
(C) If a triangle is isosceles, then it is equilateral
(D) If a triangle is not isosceles, then it is not equilateral

कथन 'यदि कोई त्रिभुज समबाहु है, तो वह समद्विबाहु है' का प्रतिधनात्मक है :

- (A) यदि कोई त्रिभुज समबाहु नहीं है, तो वह समद्विबाहु नहीं है
(B) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु है, तो वह समबाहु नहीं है
(C) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु है, तो वह समबाहु है
(D) यदि कोई त्रिभुज समद्विबाहु नहीं है, तो वह समबाहु नहीं है

7 $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ is equal to : 1

$\int \frac{x}{1+x^2} dx$ बराबर है :

- (A) $\frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$ (B) $\frac{(1+x^2)^2}{2} + c$
(C) $\frac{1}{2} \log |1+x^2| + c$ (D) $\frac{(1+x^2)^2}{4} + c$



8 $f : R \rightarrow R$ is a function defined by $f(x) = 2 - 3x$. If $g = f^{-1}$, 1

then $g(x)$ is equal to :

फलन $f : R \rightarrow R$ जो $f(x) = 2 - 3x$ द्वारा परिभाषित है। यदि $g = f^{-1}$,

तो $g(x)$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2-3x}$

(B) $\frac{2-x}{3}$

(C) $\frac{x-2}{3}$

(D) $x+2$

9 If $*$ is a binary operation defined on the set of real numbers R by 1

$a * b = ab^2$, then $5 * (3 * 1)$ is equal to :

यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर $*$ एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित

है कि $a * b = ab^2$, तो $5 * (3 * 1)$ बराबर है :

(A) 15

(B) 30

(C) 45

(D) 75

10 The slope of the normal to the curve $y = 2x^2 + 3\sin x$ at $x = 0$ is 1

$x = 0$ पर वक्र $y = 2x^2 + 3\sin x$ के अभिलम्ब की प्रवणता है :

(A) 3

(B) -3

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $-\frac{1}{3}$



SECTION - B

खण्ड - ब

- 11 (i) Write the statement p using 'if and only if' 2

p : If you watch television, then your mind is free and if your mind is free, then you watch television.

- (ii) Write the negation of the statement '80 is a multiple of 4'.

- (i) निम्न कथन p को 'यदि और केवल यदि' का प्रयोग करते हुए लिखिए।

p : यदि आप टेलीविजन देखते हैं, आपका दिमाग स्वतंत्र है और यदि आपका दिमाग स्वतंत्र है, तो आप टेलीविजन देखते हैं।

- (ii) कथन '80, 4 का गुणज है' का निषेधन लिखिए।

- 12 Evaluate : 2

मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos \left[\cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{\pi}{6} \right]$$

- 13 Given that the points $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ and $R(9, 8, -10)$ are collinear, find the ratio in which point Q divides PR . 2

दिया गया है कि बिन्दु $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ तथा $R(9, 8, -10)$ संरेखीय हैं। वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु Q , PR को विभाजित करता है।

- 14 If $y = \frac{(\log \sin x)^3}{x^3}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 2

यदि $y = \frac{(\log \sin x)^3}{x^3}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।



15 Find the angle between the lines

2

निम्न रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

$$\vec{r} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k} + \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{r} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} + \mu(5\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k})$$

16 Find the interval in which the function $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3$ is

2

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

OR / अथवा

The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 4 cm/min and the width y is increasing at the rate of 3 cm/min. Find the rate of change of area, when $x = 5$ cm and $y = 2$ cm.

एक आयत की लम्बाई x , 4 सेमी/मिनट की दर से घट रही है तथा चौड़ाई y , 3 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 5$ सेमी तथा $y = 2$ सेमी है, तो आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।



SECTION - C

खण्ड - स

- 17 Find 4
ज्ञात कीजिए

$$\int e^{2x} \sin 3x \, dx$$

- 18 Solve the differential equation : 4
अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} + xe^x$$

OR / अथवा

Find the particular solution of

$$\sec^2 y (1 + x^2) dy + 2x \tan y \, dx = 0,$$

given that $y = \frac{\pi}{4}$, when $x = 1$.

अवकल समीकरण

$$\sec^2 y (1 + x^2) dy + 2x \tan y \, dx = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = \frac{\pi}{4}$, जब $x = 1$ है।

- 19 Find whether the relation R defined by $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ 4
on the set $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ is an equivalence relation ?

ज्ञात कीजिए कि समुच्चय $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ पर एक सम्बन्ध R जो $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$
द्वारा परिभाषित है, क्या एक समतुल्य सम्बन्ध है ?



- 20 If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ represent two adjacent sides 4

\vec{AB} and \vec{BC} of a parallelogram $ABCD$, then find a vector of magnitude 5, parallel to the diagonal \vec{BD} .

यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ समान्तर चतुर्भुज $ABCD$ की आसन्न भुजाओं \vec{AB} तथा \vec{BC} को निर्धारित करते हैं, तो विकर्ण \vec{BD} के समान्तर परिमाण 5 का सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find a unit vector perpendicular to the plane of ΔABC where the position vectors of A, B and C are $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{k}$ respectively.

$2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 3\hat{k}$ क्रमशः A, B तथा C के स्थिति सदिश हैं। एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो ΔABC के समतल पर लम्ब है।

- 21 Find the value of x in $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ 4

$\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ में x का मान ज्ञात कीजिए।

- 22 Find the equation of the plane passing through $(2, -1, 5)$ and parallel 4

to the lines $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$

बिन्दु $(2, -1, 5)$ से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखाओं

$\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ तथा $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$ के समान्तर है।



23 Find

4

ज्ञात कीजिए

$$\int \sin^5 x \cos^4 x dx$$

24 Determine the values of a and b for which the following function $f(x)$ is continuous at $x=0$.

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए जिन पर निम्न फलन $f(x)$, $x=0$ पर सतत है।

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 4x}{8x^2} & , x > 0 \\ 1 - a & , x = 0 \\ b \frac{\sin 2x}{5x} & , x < 0 \end{cases}$$

25 Using properties of determinants, prove that

4

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a^2 + 2a & 2a + 1 & 1 \\ 2a + 1 & a + 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = (a - 1)^3$$

26 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, verify that $A^2 - 4A - 5I = 0$.

4

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$.



- 27 Find the foot of the perpendicular from the point $A(0, 2, 3)$ on the line 4

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

बिन्दु $A(0, 2, 3)$ से रेखा

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

पर लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए।

- 28 If $y = e^{ax} \sin bx$, then prove that 4

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 + b^2)y = 0$$

यदि $y = e^{ax} \sin bx$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 + b^2)y = 0$$

OR / अथवा

Find points on the curve $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ at which the normals are parallel to x -axis.

वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर अभिलम्ब, x -अक्ष के समान्तर हैं।



SECTION - D

खण्ड - द

- 29 Show that the surface area of a closed cuboid with square base and given volume is minimum when it is a cube. 6

दर्शाइए कि एक दिए गए आयतन वाले वर्गाकार आधार के बन्द घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम तब होगा जब यह एक घन होगा।

OR / अथवा

Find all the points of local maxima and minima and the maximum and minimum values on these points for the function

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$$

फलन $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ के लिए सभी स्थानीय उच्चिष्ठ बिन्दु तथा स्थानीय निम्निष्ठ बिन्दु ज्ञात कीजिए। उन बिन्दुओं पर उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ भी ज्ञात कीजिए।

- 30 A diet is to contain at least 8 units of Vitamin A and 10 units of Vitamin C. Two types of food I and II are available. Food I costs ₹ 50 per kg and food II costs ₹ 70 per kg. Food I contains 2 units/kg of Vitamin A and 1 unit/kg of Vitamin C while food II contains 1 unit/kg of Vitamin A and 2 units/kg of Vitamin C. Formulate this as a linear programming problem and find graphically the minimum cost for diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimal nutritional requirements. 6

एक आहार में कम से कम 8 मात्रक विटामिन A और 10 मात्रक विटामिन C होना चाहिए। दो प्रकार के खाद्य पदार्थ I तथा खाद्य पदार्थ II उपलब्ध हैं। खाद्य पदार्थ I की किमत 50 ₹/किग्रा तथा खाद्य पदार्थ II की कीमत 70 ₹/किग्रा है। पदार्थ I में विटामिन A की मात्रा 2 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 1 इकाई/किग्रा है, जबकि पदार्थ II में विटामिन A की मात्रा 1 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 2 इकाई/किग्रा है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए जिसमें इन दोनों खाद्य पदार्थों का मिश्रण है और उसमें न्यूनतम आवश्यक पोषक तत्व हैं।



31 If $x = \cos \theta + \log \tan \frac{\theta}{2}$,

6

$$y = \sin \theta,$$

then find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$

यदि $x = \cos \theta + \log \tan \frac{\theta}{2}$,

$$y = \sin \theta$$

है, तो $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

32 Draw a sketch of the curves $y = \cos x$ and $y = \sin x$ in the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. 6

Using integration, find the area of the region enclosed by them and the x -axis.

वक्रों $y = \cos x$ तथा $y = \sin x$ का अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में ग्राफ खींचिए। समाकलन का प्रयोग करते हुए इन वक्रों तथा x -अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

33 Using matrices, solve the following system of equations : 6

आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए, निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$x + 3y + 4z = 8$$

$$2x + y + 2z = 5$$

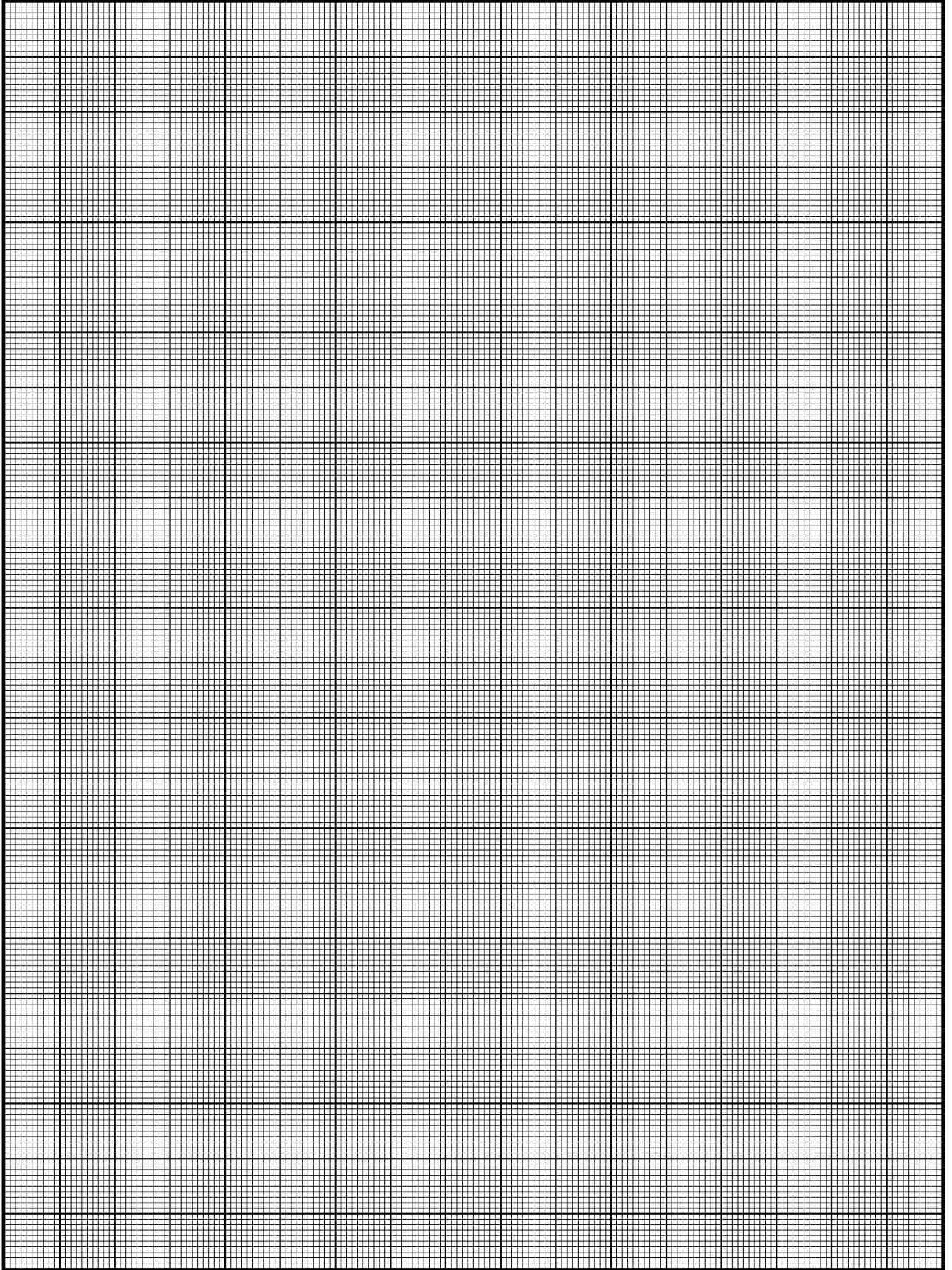
$$5x + y + z = 7$$





Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



MATHEMATICS

गणित
(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- This question paper consists of **four Sections**, viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.
 - Question Nos. **1 to 10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark**. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.
 - Question Nos. **11 to 16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.
 - Question Nos. **17 to 28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.
 - Question Nos. **29 to 33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.
 - All** questions are **compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- इस प्रश्न-पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।
 - खण्ड—'अ' में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1** अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।
 - खण्ड—'ब' में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2** अंक निर्धारित हैं।
 - खण्ड—'स' में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4** अंक निर्धारित हैं।
 - खण्ड—'द' में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6** अंक निर्धारित हैं।
 - सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।



SECTION - A

खण्ड - अ

- 1 The slope of the normal to the curve $y = 2x^2 + 3\sin x$ at $x = 0$ is 1

$x = 0$ पर वक्र $y = 2x^2 + 3\sin x$ के अभिलम्ब की प्रवणता है :

- (A) 3 (B) -3
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$

- 2 The value of k for which the matrix $\begin{bmatrix} 2k & 3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ has no inverse is : 1

k का वह मान जिस के लिए आव्यूह $\begin{bmatrix} 2k & 3 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम संभव नहीं है :

- (A) $-\frac{9}{4}$ (B) $-\frac{17}{8}$
(C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{4}{9}$

- 3 $f: R \rightarrow R$ is a function defined by $f(x) = 2 - 3x$. If $g = f^{-1}$, 1

then $g(x)$ is equal to :

फलन $f: R \rightarrow R$ जो $f(x) = 2 - 3x$ द्वारा परिभाषित है। यदि $g = f^{-1}$,
तो $g(x)$ बराबर है :

- (A) $\frac{1}{2-3x}$ (B) $\frac{2-x}{3}$
(C) $\frac{x-2}{3}$ (D) $x+2$



4 $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ is equal to :

1

$\int \frac{x}{1+x^2} dx$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$

(B) $\frac{(1+x^2)^2}{2} + c$

(C) $\frac{1}{2} \log |1+x^2| + c$

(D) $\frac{(1+x^2)^2}{4} + c$

5 If * is a binary operation defined on the set of real numbers R by

1

$a * b = ab^2$, then $5 * (3 * 1)$ is equal to :

यदि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर * एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित

है कि $a * b = ab^2$, तो $5 * (3 * 1)$ बराबर है :

(A) 15

(B) 30

(C) 45

(D) 75



6 If $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, then the angle between 1

\vec{a} and \vec{b} is :

यदि $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण है :

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{6}$

7 Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} - y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ is : 1

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y \cot x = 2x + x^2 \cot x$ का समाकलन गुणक है :

(A) cosec x

(B) cot x

(C) $-\sin x$

(D) sin x



8 Value of $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ is : 1

$\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$ का मान है :

- (A) $ab+bc+ac$ (B) $3(ab+bc+ac)$
 (C) 0 (D) 1

9 Converse of the statement 1

'If it is hot outside, then you feel thirsty' is :

- (A) If it is not hot outside, then you do not feel thirsty
 (B) If you do not feel thirsty, then it is not hot outside
 (C) If you feel thirsty, then it is hot outside
 (D) If it is hot outside, then you do not feel thirsty

कथन 'यदि बाहर गर्मी है, तो आप प्यास अनुभव करते हैं' का विलोम है :

- (A) यदि बाहर गर्मी नहीं है, तो आप प्यास अनुभव नहीं करते हैं
 (B) यदि आप प्यास अनुभव नहीं करते हैं, तो बाहर गर्मी नहीं है
 (C) यदि आप प्यास अनुभव करते हैं, तो बाहर गर्मी है
 (D) यदि बाहर गर्मी है, तो आप प्यास अनुभव नहीं करते हैं

10 If matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ is given to be symmetric, then the 1

values of a and b respectively are :

दिया है कि $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & a+b \\ a-b & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है। a तथा b के मान क्रमशः हैं:

- (A) 6, 4 (B) 5, -1
 (C) -1, -7 (D) 5, 1



SECTION - B

खण्ड - ब

11 Evaluate : 2

मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos \left[\cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{\pi}{6} \right]$$

12 Given that the points $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ and $R(9, 8, -10)$ are collinear, find the ratio in which point Q divides PR . 2

दिया गया है कि बिन्दु $P(3, 2, -4)$, $Q(5, 4, -6)$ तथा $R(9, 8, -10)$ संरेखीय हैं। वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु Q , PR को विभाजित करता है।

13 If $y = \frac{(\log \sin x)^3}{x^3}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 2

यदि $y = \frac{(\log \sin x)^3}{x^3}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

14 Find the interval in which the function $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3$ is 2

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = x^4 - \frac{1}{3}x^3$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

OR / अथवा



The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 4 cm/min and the width y is increasing at the rate of 3 cm/min. Find the rate of change of area, when $x = 5$ cm and $y = 2$ cm.

एक आयत की लम्बाई x , 4 सेमी/मिनट की दर से घट रही है तथा चौड़ाई y , 3 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 5$ सेमी तथा $y = 2$ सेमी है, तो आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

15 Cartesian equations of a line are

2

$$2x - 1 = 2 - 8y = 6z - 2$$

Write the vector equation of the line.

$2x - 1 = 2 - 8y = 6z - 2$ एक रेखा के कार्तीय समीकरण हैं। रेखा का सदिश समीकरण लिखिए।

16 (i) Write the statement p using 'if and only if'

2

p : If you watch television, then your mind is free and if your mind is free, then you watch television.

(ii) Write the negation of the statement '80 is a multiple of 4'.

(i) निम्न कथन p को 'यदि और केवल यदि' का प्रयोग करते हुए लिखिए।

p : यदि आप टेलीविजन देखते हैं, आपका दिमाग स्वतंत्र है और यदि आपका दिमाग स्वतंत्र है, तो आप टेलीविजन देखते हैं।

(ii) कथन '80, 4 का गुणज है' का निषेधन लिखिए।



SECTION - C

खण्ड - स

- 17 Find the foot of the perpendicular from the point $A(0, 2, 3)$ on the line 4

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

बिन्दु $A(0, 2, 3)$ से रेखा

$$l: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$$

पर लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए।

- 18 Determine the values of a and b for which the function $f(x)$ is continuous at $x = 0$. 4

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए जिन पर फलन $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है।

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} & , x > 0 \\ b+1 & , x = 0 \\ \frac{\tan 3x}{x} & , x < 0 \end{cases}$$

- 19 Find the equation of the plane passing through the point $(-1, -1, 2)$ and perpendicular to the planes $3x+2y-3z=1$ and $5x-4y+z=5$. 4

$(-1, -1, 2)$ से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $3x+2y-3z=1$ तथा $5x-4y+z=5$ पर लम्ब है।



- 20 Using properties of determinants, prove that
सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

4

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & b+c \\ b & b^2 & c+a \\ c & c^2 & a+b \end{vmatrix} = (b-c)(c-a)(a-b)(a+b+c)$$

21 Let $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$

4

Compute $A^2 - B^2$.

माना $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ -1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$

तो $A^2 - B^2$ ज्ञात कीजिए।

- 22 If $y = e^{ax} \sin bx$, then prove that

4

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 + b^2)y = 0$$

यदि $y = e^{ax} \sin bx$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2a \frac{dy}{dx} + (a^2 + b^2)y = 0$$

OR / अथवा

Find points on the curve $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ at which the normals are parallel to x -axis.

वक्र $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर अभिलम्ब, x -अक्ष के समान्तर हैं।



- 23 Find 4
ज्ञात कीजिए

$$\int \sec^4 x \tan^2 x \, dx$$

- 24 Let Z_0 be the set of all non zero integers. A relation R on $Z_0 \times Z_0$ is defined as follows : 4

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc \text{ for all } (a, b), (c, d) \in Z_0 \times Z_0$$

Find whether the relation R is an equivalence relation.

माना Z_0 शून्येतर पूर्णाकों का समुच्चय है। ज्ञात कीजिए कि समुच्चय $Z_0 \times Z_0$ पर एक सम्बन्ध R जो

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc, \text{ सभी } (a, b), (c, d) \in Z_0 \times Z_0$$

द्वारा परिभाषित है, क्या एक समतुल्य सम्बन्ध है ?

- 25 Find the value of x in $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ 4

$$\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1 \text{ में } x \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

- 26 Find 4
ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+4x+1}} \, dx$$

- 27 Solve the differential equation : 4
अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} + xe^x$$

OR / अथवा



Find the particular solution of

$$\sec^2 y (1+x^2) dy + 2x \tan y dx = 0,$$

given that $y = \frac{\pi}{4}$, when $x = 1$.

अवकल समीकरण

$$\sec^2 y (1+x^2) dy + 2x \tan y dx = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = \frac{\pi}{4}$, जब $x = 1$ है।

- 28 If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ represent two adjacent sides 4

\vec{AB} and \vec{BC} of a parallelogram $ABCD$, then find a vector of magnitude 5, parallel to the diagonal \vec{BD} .

यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ समान्तर चतुर्भुज $ABCD$ की आसन्न भुजाओं \vec{AB} तथा \vec{BC} को निर्धारित करते हैं, तो विकर्ण \vec{BD} के समान्तर परिमाण 5 का सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find a unit vector perpendicular to the plane of ΔABC where the position vectors of A , B and C are $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 3\hat{k}$ respectively.

$2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 3\hat{k}$ क्रमशः A , B तथा C के स्थिति सदिश हैं।

एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो ΔABC के समतल पर लम्ब है।



SECTION - D

खण्ड - द

- 29 Draw a sketch of the curves $y = \cos x$ and $y = \sin x$ in the interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. 6

Using integration, find the area of the region enclosed by them and the x -axis.

वक्रों $y = \cos x$ तथा $y = \sin x$ का अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ में ग्राफ खींचिए। समाकलन का प्रयोग करते हुए इन वक्रों तथा x -अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

- 30 If $x = \cos \theta + \log \tan \frac{\theta}{2}$, 6

$$y = \sin \theta,$$

then find $\frac{d^2 y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$

यदि $x = \cos \theta + \log \tan \frac{\theta}{2}$,

$$y = \sin \theta$$

है, तो $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2 y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।



- 31** A diet is to contain at least 8 units of Vitamin A and 10 units of Vitamin C. Two types of food I and II are available. Food I costs ₹ 50 per kg and food II costs ₹ 70 per kg. Food I contains 2 units/kg of Vitamin A and 1 unit/kg of Vitamin C while food II contains 1 unit/kg of Vitamin A and 2 units/kg of Vitamin C. Formulate this as a linear programming problem and find graphically the minimum cost for diet that consists of mixture of these two foods and also meets the minimal nutritional requirements. **6**

एक आहार में कम से कम 8 मात्रक विटामिन A और 10 मात्रक विटामिन C होना चाहिए। दो प्रकार के खाद्य पदार्थ I तथा खाद्य पदार्थ II उपलब्ध हैं। खाद्य पदार्थ I की किमत 50 ₹/किग्रा तथा खाद्य पदार्थ II की कीमत 70 ₹/किग्रा है। पदार्थ I में विटामिन A की मात्रा 2 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 1 इकाई/किग्रा है, जबकि पदार्थ II में विटामिन A की मात्रा 1 इकाई/किग्रा तथा विटामिन C की मात्रा 2 इकाई/किग्रा है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए। आलेख द्वारा उस आहार का न्यूनतम मूल्य ज्ञात कीजिए जिसमें इन दोनों खाद्य पदार्थों का मिश्रण है और उसमें न्यूनतम आवश्यक पोषक तत्व हैं।

- 32** Show that the surface area of a closed cuboid with square base and given volume is minimum when it is a cube. **6**

दर्शाइए कि एक दिए गए आयतन वाले वर्गाकार आधार के बन्द घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम तब होगा जब यह एक घन होगा।

OR / अथवा

Find all the points of local maxima and minima and the maximum and minimum values on these points for the function

$$f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$$

फलन $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$ के लिए सभी स्थानीय उच्चिष्ठ बिन्दु तथा स्थानीय निम्निष्ठ बिन्दु ज्ञात कीजिए। उन बिन्दुओं पर उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ भी ज्ञात कीजिए।

- 33** Using matrices, solve the following system of equations : **6**
आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुए, निम्न समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2z = 7$$

$$3x + y + z = 12$$





Roll No.
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

