

Day-11

1004 (New)



Total No. of Questions-15

Total No. of Printed Pages-8

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATHEMATICS (Bridge Course)-I

Paper I

(English Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

Note :—Answer all questions from Section A and three questions from Section B.

SECTION A

10×3=30

Note :—(i) Answer ALL questions.

(ii) Each question carries THREE marks.

1. If $f = \{(1, 2), (2, -3), (3, 1)\}$, then find :

(i) $2f$

(ii) f^2

(iii) $f + 2$.

2. If $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ and $A + B - X = 0$, then find X.

3. Compute :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1} \right).$$

4. Find the derivative of $f(x) = e^x(x^2 + 1)$.

5. Find the equation of the locus of a point which is at a distance 5 from A(4, -3).

6. Find the equation of the straight line containing the points (1, 2) and (1, -2).

7. Find the distance between the points (3, 4, -2) and (1, 0, 7).

8. Show that :

$$\cos 100^\circ \cos 40^\circ + \sin 100^\circ \sin 40^\circ = \frac{1}{2}.$$

9. Solve :

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

10. If $\cosh x = \frac{1}{2}$, then prove that $\cosh 2x = \frac{23}{2}$.

SECTION B

3×15=45

Note :—(i) Answer ANY THREE questions.

(ii) Each question carries FIFTEEN marks.

11. (i) (a) Show that :

$$1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + \text{upto } n \text{ terms} \\ = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4} \text{ for all } n \in \mathbb{N}$$

by the principle of mathematical induction.

(b) Find the adjoint and inverse of the matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Or

(ii) (a) Show that :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a).$$

(b) If $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$ and $\bar{c} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, then find $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c})$.

12. (i) (a) Show that :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} & \text{if } x \neq 0 \\ \frac{1}{2}(b^2 - a^2) & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

where a and b are real constants, is continuous at 0.

(b) If $y = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$, $|x| < 1$, then find $\frac{dy}{dx}$.

Or

(ii) (a) Find the derivative of $\sin 2x$ from the first principle.

(b) Find the angle between the curves $xy = 2$ and $x^2 + 4y = 0$.

13. (i) (a) Find the value of k , if the lines $2x - 3y + k = 0$, $3x - 4y - 13 = 0$ and $8x - 11y - 33 = 0$ are concurrent.

(b) Find the image of $(1, -2)$ with respect to the line $2x - 3y + 5 = 0$.

Or

(ii) (a) When the axes are rotated through an angle 45° , find the original equation of the curve $17x^2 - 16xy + 17y^2 = 225$.

(b) A line makes angles $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ with the four diagonals of a cube. Show that :

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}.$$

14. (i) (a) Prove that :

$$\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8} = \frac{3}{2}.$$

(b) Solve :

$$7 \sin^2 x + 3 \cos^2 x = 4.$$

Or

- (ii) (a) If $A + B + C = 180^\circ$, prove that :
 $\sin 2A - \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \sin B \cos C$.
- (b) Solve :

$$\sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{2}.$$

15. (i) (a) If $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ are non-coplanar vectors, prove that $-\bar{a} + 4\bar{b} - 3\bar{c}$, $3\bar{a} + 2\bar{b} - 5\bar{c}$, $-3\bar{a} + 8\bar{b} - 5\bar{c}$, $-3\bar{a} + 2\bar{b} + \bar{c}$ are coplanar.
- (b) Find the length of subtangent and subnormal at a point on the curve $y = b \sin \frac{x}{a}$.

Or

- (ii) (a) Find the circumcentre of the triangle whose vertices are (1, 0), (-1, 2) and (3, 2).
- (b) Prove that :

$$\frac{1 - \cos A + \sin A}{1 + \cos A + \sin A} = \tan \frac{A}{2}.$$

1004 (New)

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

సూచనలు:—Section A నుండి అన్నింటికీ మరియు Section B నుండి ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

SECTION A

10×3=30

సూచనలు:—(i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు మూడు మార్కులు.

1. $f = \{(1, 2), (2, -3), (3, 1)\}$ అయితే :

(i) $2f$

(ii) f^2

(iii) $f + 2$. లను కనుక్కోండి.

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ మరియు $A + B - X = 0$ అయితే X ను కనుక్కోండి.

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1} \right)$ ను గణించండి.

4. $f(x) = e^x(x^2 + 1)$ అవకలజాన్ని కనుక్కోండి.

5. బిందువు $A(4, -3)$ నుంచి దూరం 5 గాగల బిందువధ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి..

6. $(1, 2)$ మరియు $(1, -2)$ బిందువులు ఉండే సరళరేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

7. $(3, 4, -2)$ మరియు $(1, 0, 7)$ బిందువుల మధ్య దూరం కనుక్కోండి.

8. $\cos 100^\circ \cos 40^\circ + \sin 100^\circ \sin 40^\circ = \frac{1}{2}$ అని చూపండి.

9. $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ను సాధించండి.

10. $\cosh x = \frac{1}{2}$ అయితే $\cosh 2x = \frac{23}{2}$ అని నిరూపించండి.

SECTION B

3×15=45

సూచనలు:—(i) ఏదైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు పదిహేను మార్కులు.

11. (i) (a) గణితాను గమన పద్ధతి ఉపయోగించి :

$$1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + n \text{ పదాల వరకు}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4} \quad \forall n \in \mathbb{N} \text{ అని చూపండి.}$$

(b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

మాత్రికకు అనుబంధ మాత్రికను, విలోమ మాత్రికను కనుక్కోండి.

లేదా

(ii) (a)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$
 అని చూపండి.

(b) $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$, $\bar{c} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$ అయితే $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c})$ ను కనుక్కోండి..

$$12. (i) (a) f(x) = \begin{cases} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} & x \neq 0 \text{ అయితే} \\ \frac{1}{2}(b^2 - a^2) & x = 0 \text{ అయితే} \end{cases}$$

ప్రమేయం a, b లు వాస్తవ స్థిరాంకాలు అయినపుడు 0 వద్ద అవిచ్ఛిన్నమని చూపండి.

$$(b) y = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}, |x| < 1 \text{ అయితే } \frac{dy}{dx} \text{ ను కనుక్కోండి.}$$

లేదా

(ii) (a) ప్రాథమిక సూత్రం నుంచి $\sin 2x$ యొక్క అవకలజంను కనుక్కోండి.

(b) $xy = 2$ మరియు $x^2 + 4y = 0$ వక్రాల మధ్య కోణం కనుక్కోండి.

13. (i) (a) రేఖలు $2x - 3y + k = 0, 3x - 4y - 13 = 0$ మరియు $8x - 11y - 33 = 0$ అనుషక్తాలైతే k విలువ కనుక్కోండి.

(b) సరళరేఖ $2x - 3y + 5 = 0$. దృష్ట్యా $(1, -2)$ ప్రతిబింబాన్ని కనుక్కోండి.

లేదా

(ii) (a) 45° కోణంతో అక్షాలను భ్రమణం చేసినపుడు రూపాంతరం చెందిన వక్రం సమీకరణం $17x^2 - 16xy + 17y^2 = 225$. వక్రం మూల సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

(b) ఒక రేఖ, సమఘనం యొక్క నాలుగు కర్ణాలతో $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ కోణాలు చేస్తే :

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3} \text{ అని చూపండి.}$$

14. (i) (a) $\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8} = \frac{3}{2}$ అని నిరూపించండి.

(b) $7 \sin^2 x + 3 \cos^2 x = 4$ ను సాధించండి.

లేదా

(ii) (a) $A + B + C = 180^\circ$, అయితే :

$\sin 2A - \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \sin B \cos C$ అని నిరూపించండి.

(b) $\sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{2}$ ను సాధించండి.

15. (i) (a) $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ లు అతలీయ సదిశలైతే, $-\bar{a} + 4\bar{b} - 3\bar{c}$, $3\bar{a} + 2\bar{b} - 5\bar{c}$, $-3\bar{a} + 8\bar{b} - 5\bar{c}$, $-3\bar{a} + 2\bar{b} + \bar{c}$ సదిశలు సతలీయాలని నిరూపించండి.

(b) $y = b \sin \frac{x}{a}$ వక్రంపై ఏదైనా బిందువు వద్ద ఉపస్పర్శ ఖండం, ఉవలంబ ఖండాలను కనుక్కోండి.

లేదా

(ii) (a) (1, 0), (-1, 2) మరియు (3, 2) లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజ పరికేంద్రాన్ని కనుక్కోండి.

(b) $\frac{1 - \cos A + \sin A}{1 + \cos A + \sin A} = \tan \frac{A}{2}$ అని నిరూపించండి.