ADVANCED MATHEMATICS

SECTION-A

[Each question carries 1 marks (Q. No. 1-12)]

[প্ৰত্যেক প্ৰশ্নৰ মূল্যাংক 1 (প্ৰশ্ন নং- 1-12)]

In each of the following questions, four answers are provided of which only one is correct. Choose the correct answer:

1. Let A and B be two sets. If $n(A \cup B) = 120$, $n(A-B) = 63$, $n(B-A) = 42$, then $n(A \cap B) = ?$

   A আৰু B দুটা সংহতি। যদি $n(A \cup B) = 120$, $n(A-B) = 63$, $n(B-A) = 42$ তেনেহ'লে $n(A \cap B) = ?$

   (a) 10 (b) 15 (c) 20 (d) 25

2. Let $A = \{2, 3\}$ and $B = \{4, 5, 6\}$. The number of relations from A to B is –

   ধৰাহ'ল $A = \{2, 3\}$ আৰু $B = \{4, 5, 6\}$। A ৰ পৰা B লৈ সম্পৰ্কৰ সংখ্যাটো হ'ল—

   (a) 2^2 (b) 2^3 (c) 2^5 (d) 2^6

3. Find the value of (মান নিৰ্ণয় কৰা): $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} \times \sqrt{-5}$

   (a) $\sqrt{-30}$ (b) $\sqrt{30}$ (c) $-i\sqrt{30}$ (d) $i\sqrt{30}$

4. Let a, b, q be three positive integers such that division of a by b gives $a = bq + r$, where r is an integer. Then

   ধৰা হ'ল a, b, q তিনিটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা, আৰু b ৰ দ্বাৰা a ক বিভাজনৰ ফলত $a = bq + r$ পোৱা গ'ল। তেনেহ'লে—

   (a) $a \le r < b$ (b) $0 < r < b$ (c) $0 < r \le b$ (d) $0 \le r \le b$

www.gayanprodip.in

5. One root of a quadratic equation is $\sqrt{3}i$. The equation is–

এটা দ্বিঘাত সমীকৰণৰ এটা মূল $\sqrt{3}i$ । সমীকৰণটো হ'ল—

(a) $x^2 - 3 = 0$ (b) $x^2 + 3 = 0$ (c) $x^2 + 9 = 0$ (d) $x^2 - 9 = 0$

6. If $\log 4.12 = 0.6149$, then $\log 0.00412$=?

যদি $\log 4.12 = 0.6149$ তেনেহ'লে 0.00412=?

(a) – 2.6149 (b) $\bar{2}.6149$ (c) 3.6149 (d) –3.6149

7. If log 2= 0.3010, then log $\sqrt{2}$ =?

যদি log 2= 0.3010 তেনেহ'লে log $\sqrt{2}$ = ?

(a) 0.03010 (b) 0.003010 (c) 1.3010 (d) 0.1505

8. The number of three-digit odd positive integers is–

তিনিটা অংকবিশিষ্ট অযুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংখ্যা হ'ল—

(a) 450 (b) 500 (c) 550 (d) 600

9. If $^{n-2}C_4 = {}^{n-2}C_9$, then n = ?

যদি $^{n-2}C_4 = {}^{n-2}C_9$; তেনেহ'লে n = ?

(a) 11 (b) 13 (c) 15 (d) 17

10. Find the value of [মান নিৰ্ণয় কৰা] $\sin 300^0$

(a) $1/\sqrt{2}$ (b) $-1/\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{3}/2$ (d) $-\sqrt{3}/2$

11. A secant PAB and a tangent PT are drawn to a circle from an external point P. If PA= 1.2cm and PB = 4.8cm, then PT=?

এটা বহিঃস্থ বিন্দু Pৰ পৰা এটা বৃত্তলৈ এডাল ছেদক PAB আৰু এডাল স্পৰ্শক PT টনা হ'ল। যদি PA= 1.2cm আৰু PB = 4.8cm, তেনেহ'লে PT=?

(a) 1.2cm (b) 2.4cm (c) 3.6cm (d) 24cm

12. The gradient of a line is $1/\sqrt{3}$. The angle made by the line with the positive direction of the x-axis is–

এডাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা $1/\sqrt{3}$ । ৰেখাডালে x-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত কৰা কোণটো হ'ল—

(a) 30^0 (b) 45^0 (c) 60^0 (d) 90^0

SECTION-B

13. There are 100 students in a class and each of them appears in a class test. If 55 students pass in Mathematics, 46 students pass in English and 35 students pass in both the subjects, then find the number of students who fail in both the subjects.

www.gayanprodip.in

এটা শ্ৰেণীত 100 জন শিক্ষাৰ্থী আছে আৰু এটা পৰীক্ষাত প্ৰত্যেকেই অৱতীৰ্ণ হয়। যদি 55 জন গণিতত উত্তীৰ্ণ হয়, 46 জন ইংৰাজীত উত্তীৰ্ণ হয় আৰু 35 জন দুয়োটা বিষয়তে উত্তীৰ্ণ হয়, তেনেহ'লে দুয়োটা বিষয়ত অনুত্তীৰ্ণ হোৱা শিক্ষাৰ্থীৰ সংখ্যা উলিওৱা।

14. Find the real numbers x and y, if $(3 + i)x + (1 - 2i)y + 7i = 0$, $i = \sqrt{-1}$

বাস্তৱ সংখ্যা x আৰু y নিৰ্ণয় কৰা, যদি $(3 + i)x + (1 - 2i)y + 7i = 0$, $i = \sqrt{-1}$

15. Find the modulus of (মাপাংক নিৰ্ণয় কৰা) : $\dfrac{7-24i}{-5+12i}$

16. Let z_1 and z_2 be two complex numbers. Prove that $|z_1z_2| = |z_1|\,|z_2|$

z_1 আৰু z_2 দুটা জটিল সংখ্যা। প্ৰমাণ কৰা যে $|z_1z_2| = |z_1|\,|z_2|$।

17. Find the condition such that one root of the equation $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, is n times the other.

কি চৰ্ত সাপেক্ষে $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ সমীকৰণৰ এটা মূল আনটোৰ n গুণ হ'ব?

18. How many words (may be meaningless) can be formed by using all the letters of the word ENGINEERING?

ENGINEERING শব্দটোৰ সকলোবোৰ আখৰ ব্যৱহাৰ কৰি কিমানটা শব্দ (অৰ্থহীন হ'ব পাৰে) গঠন কৰিব পাৰি?

Or, How many numbers less than 1000 can be formed by using the digits 0, 1, 2, 3, 4, 5 and 6 if repetition of digits is allowed?

এটা অংক একাধিকবাৰ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰিলে 0, 1, 2, 3, 4, 5 আৰু 6 অংকেৰে গঠিত 1000 তকৈ সৰু কিমান সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি?

19. Let AD be a median to the triangle ABC. Let the internal bisectors of ∠ADB, ∠ADC meet AB and AC at E and F respectively. Prove that EF is parallel to BC.

ABC ত্ৰিভুজৰ AD এডাল মাধ্যিকা। ∠ADB, ∠ADC ৰ অন্তৰ্সমদ্বিখণ্ডক দুডালে AB আৰু AC ক ক্ৰমে E আৰু F বিন্দুত কাটে। প্ৰমাণ কৰা যে EF, BC ৰ সমান্তৰাল।

20. Prove that the tangents to a circle from an external point are equal.

প্ৰমাণ কৰা যে এটা বহিঃস্থবিন্দুৰ পৰা এটা বৃত্তলৈ টনা স্পৰ্শক দুডাল সমান।

21. Using the concept of gradient of a line, show that the points (6,–1), (5, 0) and (2, 3) are collinear.

ৰেখাৰ প্ৰৱণতা ধাৰণাৰ সহায়ত দেখুওৱা যে (6,–1), (5, 0) আৰু (2, 3) বিন্দু তিনিটা একৰেখীয়।

www.gayanprodip.in

SECTION : C

22. Let Z be the set of integers. Let $R = \{(a, b) : a, b \in Z$, and $(a - b)$ is divisible by $3\}$. Examine whether R is an equivalence relation on Z or not.

Z অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি। ধৰাহ'ল $R = \{(a, b) : a, b \in Z$, আৰু 3 ৰ দ্বাৰা $(a - b)$ বিভাজ্য$\}$। Z ত R সমতুল্য সম্পৰ্ক হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।

23. Let A and B be two non-empty sets. Prove that:

(i) if $A = B$, then $A \times B = B \times A$

(ii) if $A \times B = B \times A$, then $A = B$

ধৰাহ'ল A আৰু B দুটা অৰিক্ত সংহতি।

(i) যদি $A = B$, প্ৰমাণ কৰা যে $A \times B = B \times A$

(ii) যদি $A \times B = B \times A$, প্ৰমাণ কৰা যে $A = B$

24. Find the square root of (বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা) : $-4 - 3i$

25. Prove with the help of a mathematical induction, that

গণিতীয় আৰোহণ পদ্ধতিৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে —

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \in N$$

26. Let a, b, c be integers such that $a|b$ and $b|c$. Prove that $a|c$.

a, b, c তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা য'ত $a|b$ আৰু $b|c$ । প্ৰমাণ কৰা যে $a|c$.

27. Find the two integetrs x and y, such that $30x + 72y = 6$.

দুটা অখণ্ড সংখ্যা x আৰু y নিৰ্ণয় কৰা য'ত $30x + 72y = 6$।

28. If $a^2 = 5a - 3$ and $b^2 = 5b - 3$, $a \neq b$, then form a quadratic equation whose roots are $\frac{a}{b}$ and $\frac{b}{a}$

যদি $a^2 = 5a - 3$ আৰু $b^2 = 5b - 3$, $a \neq b$ তেন্তে দ্বিঘাত সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা যিটোৰ মূল দুটা $\frac{a}{b}$ আৰু $\frac{b}{a}$ ।

29. If $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, then find the logarithm of $\sqrt[3]{48}$

যদি $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ তেন্তে $\sqrt[3]{48}$ অৰ ঘাতাংক নিৰ্ণয় কৰা।

30. From 4 gentlemen and 7 ladies, a committee of 5 is to be formed. In how many ways can this be done so as to include at least 2 gentlemen?

4 জন ভদ্ৰলোক আৰু 7 গৰাকী ভদ্ৰমহিলাৰ মাজৰ পৰা 5 জনীয়া কমিটি এখন গঠন কৰিব লাগে। যদি অন্ততঃ দুজন ভদ্ৰলোকক অন্তৰ্ভূক্ত কৰিব লাগে, তেনেহ'লে কিমান উপায়ে দলটো গঠন কৰিব পাৰি?

www.gayanprodip.in

Scanned with CamScanner

31. Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে) : $\lfloor 2n = 2^n \lfloor n \{1.3.5......(2n-1)\}$

32. Show that (দেখুওৱা যে) :

$$\sin^2 5^0 + \sin^2 10^0 + \sin^2 15^0 + ... + \sin^2 90^0 = 9\frac{1}{2}$$

33. Let A, B be two acute angles and $A + B < 90^0$. Show that
A, B দুটা সূক্ষ্মকোণ, আৰু $A + B < 90^0$ । দেখুওৱা যে—
$\cos(A + B)\cos(A - B) = \cos^2 A - \sin^2 B$

34. If $\sin A = \frac{3}{5}$ and A is an acute angle, then find sin 2A, cos 2A, tan2A.

যদি $\sin A = \frac{3}{5}$ আৰু A এটা সূক্ষ্মকোণ, তেনেহ'লে sin 2A, cos 2A, tan2A উলিওৱা।

35. If two chords of a circle cut a point within it, proved that the rectangles contained by their segments are equal.
যদি এটা বৃত্তৰ দুডাল জ্যাই বৃত্তৰ ভিতৰত কটাকটি কৰে, প্ৰমাণ কৰা যে জ্যা দুডালৰ ছেদাংশই গঠন কৰা আয়তক্ষেত্ৰ দুটাৰ কালি সমান।

36. A semicircle is drawn on AB as diameter. Let X be a point on AB. From X, a perpendicular XM is drawn on AB cutting the semicircle at M. Prove that $AX : XB = MX^2$.
AB ৰেখাখণ্ডডালক ব্যাস হিচাপে লৈ এটা অৰ্ধবৃত্ত অংকন কৰা হ'ল। X, AB ৰ ওপৰৰ যিকোনো এটা বিন্দু। X ৰ পৰা AB ৰ ওপৰত XM লম্ব টনা হ'ল আৰু ই অৰ্ধবৃত্তটোক M বিন্দুত কাটে। প্ৰমাণ কৰা যে $AX . XB = MX^2$।

37. A straight line makes intercepts a and b on the x-axis and the y-axis respectively. Find the equation of the line.
এডাল সৰলৰেখাই x অক্ষ আৰু y অক্ষত ক্ৰমে a আৰু b ছেদাংশ কৰে। ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

SECTION-D

38. Sove (সমাধান কৰা) : $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{10}{3}$

$x + y = 10$

39. Prove that the rectangle contained by the diagonals of a quadrilateral inscribed in a circle is equal to the sum of two rectangles contained by its opposite sides.
প্ৰমাণ কৰা যে, এটা চক্ৰীয় চতুৰ্ভুজৰ কৰ্ণ দুডালে গঠন কৰা আয়তক্ষেত্ৰটোৰ কালি, চতুৰ্ভুজটোৰ বিপৰীত বাহুৰে গঠন কৰা আয়তক্ষেত্ৰ দুটাৰ কালিৰ সমষ্টিৰ সমান।

www.gayanprodip.in

40. The intercepts made by a line on the axes are equal in magnitude, but opposite in signs. If the line passes through the point (5, 7), then find the equation of the line. Express the equation of the line (i) in gradient form and (ii) in normal form.

এডাল ৰেখাই অক্ষদ্বয়ৰ লগত কৰা ছেদাংশৰ সাংখ্যিক মান সমান, কিন্তু বিপৰীত চিনযুক্ত। যদি ৰেখাডাল (5, 7) বিন্দুৰ মাজেৰে যায়, তেনেহ'লে ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। ৰেখাডালৰ সমীকৰণটো (*i*) প্ৰৱণতা আকাৰত আৰু (*ii*) অভিলম্ব আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

SECTION-E

41. If d and m are the GCD and LCM of two positive integers a, b respectively, then prove that $dm = ab$.

দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ গ. সা.উ আৰু ল. সা. গু ক্ৰমে d আৰু m হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে $dm = ab$।

www.gayanprodip.in

Or (বা)

State the fundamental Theorem of Arithmetic. Let a, b, c, d be integers and m be a positive integer ($m > 1$). If $a \equiv b \pmod{m}$, $c \equiv d \pmod{m}$, then prove that

পাটীগণিতৰ মৌলিক উপপাদ্যৰ উক্তিটো লিখা। ধৰা হ'ল a, b, c, d অখণ্ড সংখ্যা, আৰু m এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা ($m > 1$)। যদি $a \equiv b \pmod{m}$ $c \equiv d$ (modm), প্ৰমাণ কৰা যে—

(i) $a + c \equiv b + d \pmod{m}$ (ii) $ac \equiv bd \pmod{m}$

42. If $x = -5 + 4i$, then evaluate $x^4 + 9x^3 + 35x^2 - x + 16$. Examine whether $x^2 + 10x + 41$ is a factor of this expression or not.

যদি $x = -5 + 4i$, তেনেহ'লে $x^4 + 9x^3 + 35x^2 - x + 16$ ৰাশিটোৰ মান উলিওৱা। প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ $x^2 + 10x + 41$ এটা উৎপাদক হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।