

7004



Total No. of Questions—15

Total No. of Printed Pages—8

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATHEMATICS (Bridge Course)—II

Paper II

(English Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

Note :— Answer ALL the questions from Section-A and ANY THREE questions from Section-B.

SECTION-A

10×3=30

Note :— (i) Answer ALL the questions.

(ii) Each question carries THREE marks.

1. Find the nature of the roots of the equation $2x^2 - 7x + 10 = 0$.
2. If

$$A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix},$$

show that $AA' = A'A = I$.

3. Find the middle term in the expansion of $\left(\frac{3x}{7} - 2y\right)^{10}$.

4. Show that :

$$\frac{1.2}{1!} + \frac{2.3}{2!} + \frac{3.4}{3!} + \dots = 3e.$$

5. Evaluate :

$$\int e^{\log(1 + \tan^2 x)} dx.$$

6. Evaluate :

$$\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1 + x^2} dx.$$

7. Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^{5/2} x}{\sin^{5/2} x + \cos^{5/2} x} dx.$$

8. If $x^2 + y^2 - 4x + 6y + c = 0$ represents a circle with radius 6, then find the value of c .
9. Find the value of k if the points $(1, 3)$ and $(2, k)$ are conjugate with respect to the circle $x^2 + y^2 = 35$.
10. Find the coordinates of the vertex, focus and the equation of directrix of the parabola $y^2 = 16x$.

SECTION-B

3×15=45

- Note** :— (i) Answer ANY THREE questions.
(ii) Each question carries FIFTEEN marks.

11. (i) (a) If x is real, prove that $\frac{x}{x^2 - 5x + 9}$ lie between $\frac{-1}{11}$ and 1.

- (b) Resolve $\frac{2x^2 + 3x + 4}{(x - 1)(x^2 + 2)}$ into partial fractions.

Or

- (ii) (a) Show that :

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ a+b & b+c & c+a \\ a & b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

- (b) Solve the following system of equations by Cramer's rule :

$$3x + 4y + 5z = 18,$$

$$2x - y + 8z = 13,$$

$$5x - 2y + 7z = 20.$$

12. (i) (a) Evaluate :

$$\int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$$

- (b) Evaluate :

$$\int \frac{dx}{3\cos x + 4\sin x + 6}$$

Or

- (ii) (a) If $y = \sin(m \cos^{-1} x)$, then show that :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0.$$

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx.$$

13. (i) (a) Show that the circles $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ and $x^2 + y^2 + 6x + 18y + 26 = 0$ touch each other. Also find the point of contact and common tangent at this point of contact.
- (b) Find the equation of the circle which passes through the origin and intersects the circles $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 10 = 0$, $x^2 + y^2 + 12y + 6 = 0$ orthogonally.

Or

- (ii) (a) Find the equation of the parabola whose axis is parallel to x -axis and which passes through the points $(-2, 1)$, $(1, 2)$ and $(-1, 3)$.
- (b) Find the equation of tangent and normal to the ellipse $x^2 + 8y^2 = 33$ at $(-1, 2)$.
14. (i) (a) If the coefficients of r th, $(r + 1)$ th and $(r + 2)$ th terms in the expansion of $(1 + x)^n$ are in A.P., then show that $n^2 - (4r + 1)n + 4r^2 - 2 = 0$.

(b) If

$$x = \frac{1.3}{3.6} + \frac{1.3.5}{3.6.9} + \frac{1.3.5.7}{3.6.9.12} + \dots$$

then prove that $9x^2 + 24x = 11$.

Or

- (ii) (a) Find the direct common tangents of the circles :
- $$x^2 + y^2 + 22x - 4y - 100 = 0 \text{ and}$$
- $$x^2 + y^2 - 22x + 4y + 100 = 0.$$
- (b) If $3x - 4y + k = 0$ is a tangent to hyperbola $x^2 - 4y^2 = 5$, find the value of k .

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16\sin 2x} dx.$$

13. (i) (a) Show that the circles $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ and $x^2 + y^2 + 6x + 18y + 26 = 0$ touch each other. Also find the point of contact and common tangent at this point of contact.
- (b) Find the equation of the circle which passes through the origin and intersects the circles $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 10 = 0$, $x^2 + y^2 + 12y + 6 = 0$ orthogonally.

Or

- (ii) (a) Find the equation of the parabola whose axis is parallel to x -axis and which passes through the points $(-2, 1)$, $(1, 2)$ and $(-1, 3)$.
- (b) Find the equation of tangent and normal to the ellipse $x^2 + 8y^2 = 33$ at $(-1, 2)$.
14. (i) (a) If the coefficients of r th, $(r + 1)$ th and $(r + 2)$ th terms in the expansion of $(1 + x)^n$ are in A.P., then show that $n^2 - (4r + 1)n + 4r^2 - 2 = 0$.
- (b) If

$$x = \frac{1.3}{3.6} + \frac{1.3.5}{3.6.9} + \frac{1.3.5.7}{3.6.9.12} + \dots$$

then prove that $9x^2 + 24x = 11$.

Or

- (ii) (a) Find the direct common tangents of the circles :
- $$x^2 + y^2 + 22x - 4y - 100 = 0 \text{ and}$$
- $$x^2 + y^2 - 22x + 4y + 100 = 0.$$
- (b) If $3x - 4y + k = 0$ is a tangent to hyperbola $x^2 - 4y^2 = 5$, find the value of k .

15. (i) (a) If

$$3A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix},$$

then show that $A^{-1} = A^T$.

(b) Find the equation and the length of the common chord of the following circles :

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0,$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0.$$

Or

(ii) (a) Solve the differential equation :

$$(x^2 + y^2) dy = 2xy dx.$$

(b) Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = (3x + y + 4)^2.$$

7004

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

సూచనలు:— Section-A నుండి అన్నింటికి మరియు Section-B నుండి ఏదైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

SECTION-A

10×3=30

సూచనలు:— (i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు మూడు మార్కులు.

1. $2x^2 - 7x + 10 = 0$ సమీకరణం మూలాల స్వభావాన్ని కనుక్కోండి.

2. $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ అయితే

$AA' = A'A = I$ అని చూపండి.

3. $\left(\frac{3x}{7} - 2y\right)^{10}$ ద్వితీయ విస్తరణలో మధ్యవదం కనుక్కోండి.

4. $\frac{1.2}{1!} + \frac{2.3}{2!} + \frac{3.4}{3!} + \dots = 3e$ అని చూపండి.

5. $\int e^{\log(1 + \tan^2 x)} dx$ గణించండి.

6. $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1 + x^2} dx$ గణించండి.

7. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^{5/2} x}{\sin^{5/2} x + \cos^{5/2} x} dx$ గణించండి.

15.

8. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + c = 0$ సూచించే వృత్త వ్యాసార్థం 6 అయితే c విలువ కనుక్కోండి.
9. $x^2 + y^2 = 35$ వృత్తం దృష్ట్యా $(1, 3), (2, k)$ లు సంయుక్తాలు అయితే k విలువ ఎంత?
10. $y^2 = 16x$ పరావలయానికి శీర్షం, నాభుల నిరూపకాలు, నియత రేఖ సమీకరణం కనుక్కోండి.

SECTION-B

3×15=45

సూచనలు:— (i) ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.
(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు పదిహేను మార్కులు.

11. (i) (a) x వాస్తవ సంఖ్య అయితే, $\frac{x}{x^2 - 5x + 9}$ విలువ $\frac{-1}{11}, 1$ ల మధ్య ఉంటుందని నిరూపించండి.

(b) $\frac{2x^2 + 3x + 4}{(x - 1)(x^2 + 2)}$ పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.

లేదా

(ii) (a) $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ a+b & b+c & c+a \\ a & b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ అని చూపండి.

- (b) క్రింది సమీకరణ వ్యవస్థను క్రామర్ పద్ధతిన సాధించండి :
- $$\begin{aligned} 3x + 4y + 5z &= 18, \\ 2x - y + 8z &= 13, \\ 5x - 2y + 7z &= 20. \end{aligned}$$

12. (i) (a) $\int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$ గణించండి.

(b) $\int \frac{dx}{3\cos x + 4\sin x + 6}$ గణించండి.

లేదా

- (ii) (a) $y = \sin(m \cos^{-1} x)$ అయితే :
- $$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$$
- అని చూపండి.

(b) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16\sin 2x} dx$ గణించండి.

13. (i) (a) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

$x^2 + y^2 + 6x + 18y + 26 = 0$ వృత్తాలు స్పృశించుకొంటాయని చూపండి. ఇంకా స్పర్శబిందువును, స్పర్శబిందువు వద్ద ఉమ్మడి స్పర్శరేఖను కనుగొనుము.

(b) మూల బిందువు గుండా పోతూ క్రింది సమీకరణాలు సూచించే వృత్తాలను లంబంగా ఖండించే వృత్త సమీకరణము కనుక్కోండి.

$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 10 = 0, x^2 + y^2 + 12y + 6 = 0$

లేదా

(ii) (a) $(-2, 1), (1, 2), (-1, 3)$ బిందువుల గుండా పోతూ, x -అక్షానికి సమాంతరంగా అక్షరేఖ గల పరావలయ సమీకరణం కనుక్కోండి.

(b) $x^2 + 8y^2 = 33$ దీర్ఘ వృత్తంపై $(-1, 2)$ బిందువు వద్ద స్పర్శరేఖ, అభిలంబ రేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

14. (i) (a) $(1 + x)^n$ విస్తరణలో $r, (r + 1), (r + 2)$ పదాల గుణకాలు అంకశ్రేణిలో ఉంటే $n^2 - (4r + 1)n + 4r^2 - 2 = 0$ అని చూపండి.

(b) $x = \frac{1.3}{3.6} + \frac{1.3.5}{3.6.9} + \frac{1.3.5.7}{3.6.9.12} + \dots \infty$

అయితే $9x^2 + 24x = 11$ అని చూపండి.

లేదా

(ii) (a) $x^2 + y^2 + 22x - 4y - 100 = 0,$

$x^2 + y^2 - 22x + 4y + 100 = 0$

వృత్తాల ప్రత్యక్ష ఉమ్మడి స్పర్శరేఖలు కనుగొనుము.

(b) $x^2 - 4y^2 = 5$ అతిపరావలయానికి $3x - 4y + k = 0$ స్పర్శరేఖ అయితే k విలువ కనుక్కోండి.

15. (i) (a) $3A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ అయితే

$A^{-1} = A^T$ అని చూపండి.

(b) $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0,$

$x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0.$

వృత్తాల ఉమ్మడి జ్యా సమీకరణాన్ని, దాని పొడవును కనుక్కోండి.
లేదా

(ii) (a) క్రింది అవకలన సమీకరణాన్ని సాధించండి.

$$(x^2 + y^2) dy = 2xy dx.$$

(b) క్రింది అవకలన సమీకరణాన్ని సాధించండి :

$$\frac{dy}{dx} = (3x + y + 4)^2.$$