

मॉडल - (02)

विषय - गणित, कक्षा- 12वी

समय : 3 घंटे

पूर्णांक: 100

निर्देश-

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।
3. प्रश्न क्रमांक 1 में दो खंड है। खंड-(अ) में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न है तथा खण्ड-(ब) में 10 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।
4. प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अति-लघुउत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित है।
5. प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अति-लघुउत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित है।
6. प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघुउत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
7. प्रश्न क्रमांक 24 और 25 तक लघुउत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
8. प्रश्न क्रमांक 26 और 27 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

प्रश्न क्रमांक (1) (खण्ड-अ)

सही विकल्प चुनकर लिखिए :-

(i) यदि $A = \{1,2,3,4,5\}$ तथा $B = \{2,3,5,7\}$ है तो $A \cap B$ का मान होगा -

(अ) $\{1,2,5,7\}$ (ब) $\{2,5,7\}$ (स) $\{3,5\}$ (द) $\{2,4,7\}$

(ii) $\frac{\cos 11^\circ - \sin 11^\circ}{\cos 11^\circ + \sin 11^\circ}$ का मान होगा -

(अ) $\tan 14^\circ$ (ब) $\tan 34^\circ$ (स) $\tan 56^\circ$ (द) $\cos 34^\circ$

(iii) द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का विविक्तकर होगा -

(अ) $D = b^2 + ac$ (ब) $D = b^2 - 4ac$ (स) $D = \frac{b^2}{ac}$

(द) $D = b^2 + 4ac$

(iv) $6p_3$ का मान होगा।

(अ) 20 (ब) 100 (स) 120 (द) 220

(v) दो बिन्दुओं A(6,0) तथा B(-2,10) से जाने वाली रेखा का मध्य बिन्दु के निर्देशांक है –

(अ) (4,5) (ब) (2,5) (स) (3,5) (द) (2,2)

(vi) समकोणीय अतिपरवलय की उत्केन्द्रता है –

(अ) $e = 1$ (ब) $e = 0$ (स) $e = \sqrt{2}$ (द) $e = \frac{3}{2}$

(vii) यदि एक पासे को फेंकने पर 3 से बड़ी संख्या आने की प्रायिकता होगी –

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{1}{3}$ (स) $\frac{1}{5}$ (द) $\frac{1}{6}$

(viii) यदि $f(x) = x^2$ है, तो $f \circ f(2)$ का मान होगा–

(अ) 2 (ब) 4 (स) 8 (द) 16

(ix) यदि $y = e^{\log x^3}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा–

(अ) x^3 (ब) $3x^2$ (स) $\frac{1}{x^3}$ (द) $\frac{x^4}{4}$

(x) दो बिन्दुओं A(2,1,1) तथा B(2,3,4) से जाने वाली रेखा के दिक् अनुपात होंगे।

(अ) (2,1,3) (ब) (1,3,4) (स) (0,2,3) (द) (4,1,2)

खण्ड (ब)

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

- (i) यदि $A = \{1,2,3,4,5\}$ तथा $B = \{4,5,6,7\}$ है तो $A - B$ का मान..... होगा ।
- (ii) श्रेणी $4,8,16,.....$ का 6वां पद होगा ।
- (iii) सम्मिश्र संख्या $(3-4i)$ का संयुग्मी सम्मिश्र संख्या है ।
- (iv) $P(A) + P(\bar{A})$ का मानहोगा ।
- (v) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y$ का मान होगा ।
- (vi) $\cos^{-1}(-x)$ का मान होगा ।
- (vii) $\int(\tan^{-1}x + \cos^{-1}x)dx$ का मान होगा ।
- (viii) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$ का मान होगा ।
- (ix) बिन्दु $P(x, y, z)$ को yz समतल से लंबवत् दूरी होगी ।
- (x) यदि $\bar{A} = i+2j+k$ तथा $\bar{B} = 4i+3j-2k$ है तो $\bar{A} \cdot \bar{B}$ का मान होगा ।

प्रश्न 2. सम्मिश्र संख्या (Complex number) $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ का कोणांक ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 3 यदि $6x + (2x - y)i = 6 + 3i$ है तो x तथा y का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 4. वृत्त $4x^2 + 4y^2 - 2x + 3y - 6 = 0$ का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 5. उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x तथा y अक्षों से क्रमशः 5 और -3 का अंतः खंड काटती है ।

प्रश्न 6. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ है तो $A - A'$ का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 7. यदि $\begin{bmatrix} x-3 & x \\ x+1 & x+3 \end{bmatrix} = 6$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 8. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ है तो $\text{Adj } A$ का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 9 यदि $f(x) = 3x + 1$ और $g(x) = x^2 + 2$ है तो $f \circ g(x)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न 10 $\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 11. यदि $y = x^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. यदि $\vec{A} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ तथा $\vec{B} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$ है तो $|\vec{A} - \vec{B}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13. निम्नलिखित मिश्र कथनों के घटक कथन ज्ञात कीजिए।

i. आकाश नीला है और घास हरी है।

ii. $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है अथवा अपरिमेय संख्या है।

प्रश्न 14. समीकरण $\sin 9\theta = \sin \theta$ का व्यापक मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 15. यदि A तथा B दो घटनाएं हैं जहां $P(\bar{A}) = 1/2$, $P(\bar{B}) = 2/3$ तथा $P(A \cap B) = 1/4$ हो तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ और $P\left(\frac{B}{A}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16 मान ज्ञात कीजिए –

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b+c & 1 \\ b & c+a & 1 \\ c & a+b & 1 \end{vmatrix}$$

प्रश्न 17 बिन्दु $(2, -3, 1)$ से समतल $5x - 2y + 3z + 11 = 0$ पर डाले गए लंब की लंबाई ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 18. समीकरण को हल कीजिए।

$$\tan^{-1}2x + \tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4}$$

प्रश्न 19 फलन $z = 22x + 18y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए निम्न प्रतिबंधों के अंतर्गत –

$$x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 20 \text{ तथा } 3x + 2y \leq 48$$

प्रश्न 20. किसी त्रिभुज ABC में, यदि $a = 6, b = 8$, तथा $c = 14$ है तो $\sin \frac{A}{2}$ तथा $\cos \frac{A}{2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

किसी त्रिभुज ABC में, सिद्ध कीजिए कि –

$$\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \right)$$

प्रश्न 21. श्रेणी $\frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots + \infty$ के अनंत पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी का 5वां पद 81 तथा दूसरा पद 24 है तो श्रेणी का प्रथम पद और सर्वानुपात ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. दीर्घवृत्त $3x^2 + 4y^2 = 12$ की उत्केन्द्रता तथा अक्षों की लंबाईयां ज्ञात कीजिए।

अथवा

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (0,0), (2,0), तथा (0,2) से होकर जाता है।

प्रश्न 23. यदि $\vec{A} = 2i + j - 3k$ तथा $\vec{B} = 3i - 2j + k$ है तो इनके बीच $\sin \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो दो बिन्दुओं (-1,2,3) और (2,-3,4) से होकर जाता है तथा समतल $3x + y - z + 5 = 0$ पर लंब है।

प्रश्न 24. निम्न सारणी का बहुलक ज्ञात कीजिए।

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
आवृत्ति	5	12	20	9	4

अथवा

निम्न सारणी से मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तर	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
आवृत्ति	2	10	8	4	6

प्रश्न 25 यदि $x = a(\theta + \sin\theta)$ तथा $y = a(1 - \cos\theta)$ है तो $\theta = \frac{\pi}{2}$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

मान ज्ञात कीजिए $-\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x}$

प्रश्न 26 गणितीय आगमन के सिद्धांत से, सिद्ध कीजिए कि n के सभी धन पूर्णांक मानों के लिए

$$1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

अथवा

यदि $(x - \frac{1}{x})^{10}$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27 यदि आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ है तो } A^{-1} \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1+z \end{vmatrix} = xyz \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$