2019 (A)

गणित

प्रथम पाली (First Sitting)

समय : 3 घंटे + 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश : 2018 (A) प्रथम पाली का निर्देश देखें।

खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

निम्नांकित बहुविकल्पीय प्रश्नों में से सही विकल्प चुनें। $50 \times 1 = 50$

1. 5, 15 और 20 के ल॰स॰ और म॰स॰ का अनुपात है

(A) 9 : 1 (B) 4 : 3 (C) 11 : 1 (D) 12 : 1

2. दो संख्याओं a और 18 का ल॰स॰ 36 तथा म॰ स॰ 2 है, तो a का मान है

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 1

3. यदि p तथा q दो अभाज्य संख्याएँ हैं, तो उनका म॰स॰ है

(A) 2 (B) 0 (C) 1 या 2 (D) 1

4. द्विघात बहुपद $x^2 - 2$ के शून्यक हैं

(A) 2, 2 (B) $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$ (C) $-\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ (D) $-2, -2$

5. यदि 6, 8, 9, x तथा 13 का माध्य 10 हो, तो x का मान है

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

6. बिन्दुओं $(-5, 7)$ और $(-1, 3)$ के बीच की दूरी है

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{2}$ (D) $5\sqrt{2}$

7. समीकरण युग्म $x + 2y + 5 = 0$ तथा $-3x - 6y + 1 = 0$ के हल हैं

(A) अद्वितीय हल (B) अनंत हल (C) कोई हल नहीं (D) इनमें से कोई नहीं

8. यदि $\tan\theta = \frac{3}{4}$ हो, तो $\sin\theta$ का मान है—

(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{5}$

9. किसी घटना E के लिए निम्न में कौन सही है?

(A) $P(E) > 1$ (B) $P(E) < 0$ (C) $P(E) = 1$ (D) $P(E) = -1$

10. निम्न में कौन अपरिमेय नहीं है?

(A) $\sqrt{10}$ (B) $\sqrt{24}$ (C) $\sqrt{35}$ (D) $\sqrt{121}$

11. यदि एक उदग्र खम्भे की छाया की लम्बाई खंभे की लम्बाई के $\sqrt{3}$ गुना है, तो सूर्य का उन्नयन कोण है

(A) 45° (B) 30° (C) 75° (D) 60°

12. बिन्दु $(2\sqrt{3}, -\sqrt{2})$ किस पाद में स्थित है?

(A) प्रथम पाद (B) द्वितीय पाद (C) तृतीय पाद (D) चतुर्थ पाद

13. एक आदमी 24 मीटर पश्चिम जाता है, पुनः वह 10 मीटर उत्तर जाता है। अब वह अपने प्रारंभिक बिन्दु से कितनी दूरी पर है?

(A) 34 m (B) 17 m (C) 26 m (D) 28 m

14. यदि $\sin\theta = \cos\theta$, तो θ किसके बराबर है?

(A) 45° (B) 30° (C) 90° (D) 60°

15. यदि $5\cos\theta = 3$, तो $3\tan\theta$ का मान होगा—

(A) 3 (B) 5 (C) 4 (D) 7

16. एक ठोस घन जिसका एक किनारा 14 सेमी है, में से एक अधिकतम आयतन का गोला काटा जाता है, तो गोले का आयतन लगभग है

(A) 359 सेमी^{3} (B) 1437 सेमी^{3} (C) 2874 सेमी^{3} (D) इनमें से कोई नहीं

17. $x, x+3, x+6, x+9$ तथा $x+12$ का समान्तर माध्य है

(A) $x+6$ (B) $x+5$ (C) $x+7$ (D) $x+8$

18. यदि समीकरण $kx - 5y = 2$ तथा $6x + 2y = 7$ के कोई हल न हों, तो

(A) $k = -10$ (B) $k = -5$ (C) $k = -6$ (D) $k = -15$

19. सबसे छोटी अभाज्य और सबसे छोटी भाज्य संख्या का गुणनफल है

(A) 10 (B) 6 (C) 8 (D) 4

20. एक समबाहु त्रिभुज ABC की एक भुजा $2a$ है, तो इसकी ऊँचाई होगी

(A) $3a$ (B) $\sqrt{3a}$ (C) $\sqrt{3}a^2$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

21. यदि $p(x) = x^2 - 3x - 4$ का एक शून्यक है

(A) 2 (B) 4 (C) 0 (D) 3

22. समान्तर श्रेणी : 2, 6, 10, 14, ... का कौन सा पद 82 है?

(A) 15वाँ (B) 20 वाँ (C) 21वाँ (D) 22 वाँ

23. दो चर में दो एकघातीय समीकरणों के ग्राफ यदि प्रतिच्छेदी रेखाएँ हों, तो हलों की संख्या है

(A) सिर्फ एक (B) कोई हल नहीं (C) अनन्त हल (D) इनमें से कोई नहीं

24. $\cos(90° - A) =$

(A) $\cot A$ (B) $\sin A$ (C) $\tan A$ (D) $\sec A$

25. एक रेखा जो वृत्त को दो भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है, कहलाती है

(A) जीवा (B) स्पर्श रेखा

(C) (A) और (B) दोनों (D) इनमें से कोई नहीं

26. निम्न में से किस द्विघात बहुपद के शून्यकों का योग – 3 तथा गुणनफल 2 है?

(A) $x^2 + 3x + 2$ (B) $x^2 + 2x - 3$ (C) $x^2 - 3x - 2$ (D) $x^2 - 3x + 2$

27. $\frac{\sin 18°}{\cos 72°} =$

(A) 0 (B) 1 (C) – 1 (D) ∞

28. 38. 5 सेमी^{2} क्षेत्रफल वाले वृत्त की त्रिज्या है

(A) 7 सेमी (B) 3.5 सेमी (C) 10.5 सेमी (D) इनमें से कोई नहीं

29. दो बेलनों की त्रिज्याओं का अनुपात 2 : 3 है तथा उनकी ऊँचाइयों का अनुपात 5 : 3 है, तो उनके आयतनों का अनुपात है

(A) 27 : 20 (B) 20 : 27 (C) 4 : 9 (D) 9 : 20

30. समान्तर श्रेणी : 54, 51, 48, 45, ... का 10वाँ पद है

(A) 27 (B) 30 (C) – 27 (D) इनमें से कोई नहीं

31. किसी वृत्त के केन्द्र से 13 सेमी दूर स्थित बिन्दु P से खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई 12 सेमी॰ है, तो वृत्त की त्रिज्या है

(A) 6 cm (B) 12 cm (C) 9 cm (D) 5 cm

32. बिन्दु $P(-6,8)$ की दूरी मूल बिन्दु से है

(A) 8 इकाई (B) $2\sqrt{7}$ इकाई (C) 6 इकाई (D) 10 इकाई

33. 6 सेमी भुजा वाले घन में से 2 सेमी भुजा वाले कितने घन बनाए जा सकते हैं?

(A) 56 (B) 54 (C) 28 (D) 27

34. 24, 15, 22, 13, 9, 10 तथा 30 का परिसर होगा

(A) 22 (B) 24 (C) 9 (D) 21

35. एक शंकु की त्रिज्या तथा ऊँचाई क्रमशः r और h है, तो उसका आयतन है—
(A) $\frac{1}{2}\pi r^2 h$ (B) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$ (C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (D) $\pi r^2 h$

36. निम्न में से कौन किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती है?
(A) 3.5 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 60%

37. 0 और 50 के बीच विषम संख्याओं की संख्या है
(A) 26 (B) 25 (C) 27 (D) 24

38. बिन्दुओं $A(2, -4)$ और $B(4, -2)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु का नियामक है
(A) $(6, -6)$ (B) $(-1, -2)$ (C) $(3, -3)$ (D) $(-3, 3)$

39. किसी वृत्त के बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB खींची गई हैं। यदि $PA = 4$ सेमी तो PB की लम्बाई है
(A) 16 सेमी (B) 12 सेमी (C) 8 सेमी (D) 4 सेमी

40. $P(-4, 2)$ और $Q(8, 6)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के नियामक हैं
(A) $(3, 1)$ (B) $(1, 3)$ (C) $(2, 4)$ (D) $(4, 2)$

41. यदि द्विघात समीकरण $bx^2 + ax + c = 0$ के मूल समान हैं, तो
(A) $b^2 - 4ac = 0$ (B) $a^2 - 4ac = 0$ (C) $c^2 - 4ab = 0$ (D) $a^2 - 4bc = 0$

42. यदि दो त्रिभुजों ABC तथा PQR में $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R$, तो
(A) $\Delta PQR \sim \Delta CAB$ (B) $\Delta PQR \sim \Delta BCA$
(C) $\Delta CBA \sim \Delta PQR$ (D) $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

43. निम्न में कौन द्विघात समीकरण नहीं है?
(A) $(x+2)^3 = x(x^2 - 1)$ (B) $(x+1)^2 = 2(x-3)$
(C) $(x-2)(x+2) = 5$ (D) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$

44. $\tan^2 60°$ का मान है
(A) 1 (B) 3 (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{1}{3}$

45. यदि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 64 : 121 है; तो इनके संगत भुजाओं का अनुपात होगा
(A) 8 : 11 (B) 8 : 12 (C) 12 : 14 (D) 11 : 8

46. $\sin^2\theta + \cos^2\theta =$
(A) 1 (B) 2 (C) 0 (D) -1

47. निम्न में से कौन $\cot\theta$ के बराबर है?
(A) $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ (B) $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ (C) $\frac{1}{\sec\theta}$ (D) $\frac{1}{\sin\theta}$

48. ताश के पत्तों की एक गड्डी को अच्छी तरह से फेंटा गया है। एक पत्ती यादृच्छया निकाली जाती है, तो इसके इक्का होने की संभावना है
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{26}$ (C) $\frac{1}{13}$ (D) $\frac{4}{13}$

49. यदि A, B, C किसी त्रिभुज के कोण हों, तो $\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)$ बराबर है
(A) $\tan\frac{A}{2}$ (B) $\sin\frac{A}{2}$ (C) $\cos\frac{A}{2}$ (D) $\sec\frac{A}{2}$

50. $\cos 1° \cos 2° \cos 3° \ldots\ldots \cos 90° =$
(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $\sqrt{2}$

खंड-ब (गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Questions)

प्रश्न-संख्या 1 से 25 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, इनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों का उत्तर दें, प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित हैं। $15 \times 2 = 30$

1. $2.\overline{47}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में बदलें। 2
2. समीकरण निकाय $2x + y = 5$ और $3x + 2y = 8$ को वज्र गुणन विधि से हल करें। 2
3. समान्तर श्रेणी ज्ञात कीजिए जिसका 5वाँ पद 15 तथा तीसरे और आठवें पदों का योग 34 है। 2
4. द्विघात सूत्र का प्रयोग कर समीकरण $x^2 - 3x - 10 = 0$ का हल निकालें। 2
5. सिद्ध करें कि $5 - \sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। 2
6. x-अक्ष पर उस बिन्दु को ज्ञात करें जो बिन्दुओं (7, 6) तथा (– 3, 4) से समदूरस्थ है। 2
7. एक त्रिभुज ABC जिसका कोण C समकोण है, की भुजाओं CA और CB पर क्रमशः बिन्दु D और E स्थित है। सिद्ध करें कि— $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$ 2
8. यदि $\tan\theta = \frac{4}{3}$, तो $\frac{3\sin\theta + 2\cos\theta}{3\sin\theta - 2\cos\theta}$ का मान ज्ञात करें। 2
9. एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई 28 सेमी और आधार की त्रिज्या 21 सेमी है, तो उसके आयतन की गणना करें। 2
10. x और y में एक सम्बन्ध स्थापित करें यदि बिन्दु $(x, y), (1, 2)$ तथा $(7, 0)$ संरेखी हैं। 2
11. दो संख्याओं का म॰स॰ 145 तथा उनका ल॰ स॰ 2175 है। यदि एक संख्या 725 है, तो दूसरी संख्या ज्ञात करें। 2
12. यदि α, β किसी द्विघात बहुपद $4x^2 - 4x + 1$ के मूल हों, तो $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ का मान ज्ञात करें। 2
13. त्रिभुज ABC में भुजाओं AB तथा AC पर दो बिन्दु D और E क्रमशः इस प्रकार हैं कि $DE \parallel BC$, यदि $AD = x, DB = x - 2, AE = x + 2$ तथा $EC = x - 1$, तो x का मान निकालें। 2
14. सिद्ध करें कि $\frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = \left(\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}\right)^2$ 2
15. किसी त्रिभुज के दो शीर्ष (3, – 5) और (– 7, 4) हैं। यदि इसके केन्द्रक का नियामक (2, – 1) है, तो तीसरे शीर्ष का नियामक ज्ञात करें। 2
16. यूक्लिड विभाजकता एल्गोरिथ्म का प्रयोग कर 570 तथा 1425 का म॰स॰ निकालें। 2
17. उस गोले का वक्र पृष्ठ निकालें जिसका व्यास 14 सेमी है। 2
18. निम्न का मान ज्ञात करें— $\frac{5\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ + 4\tan^2 60^\circ}{2\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \tan 45^\circ}$ 2
19. ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$ त्रिभुज के अन्दर एक वृत्त इस प्रकार खींचा गया है कि यह भुजा AB को E पर, BC को D पर तथा AC को F पर स्पर्श करती है। दिखाएँ कि D भुजा BC का मध्य बिन्दु है। 2
20. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि इसकी परिधि 44 सेमी है। 2
21. दो पासों को एक बार फेंका जाता है, तो दोनों पर समान अंक आने की प्रायिकता ज्ञात करें। 2
22. निम्नलिखित बंटन का बहुलक ज्ञात करें— 2

वर्ग अंतराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
बारंबारता	8	12	6	15	7

23. निम्नलिखित बंटन का माध्य ज्ञात करें— 2

वर्ग अंतराल	0–8	8–16	16–24	24–32	32–40	40–48
बारंबारता	10	20	14	16	18	22

24. यदि दो लगातार प्राकृत संख्याओं का गुणनफल 20 है, तो उन संख्याओं को ज्ञात करें। 2

25. दो सिक्कों को एक बार उछाला जाता है। कम-से-कम एक पृष्ठ आने की प्रायिकता ज्ञात करें। 2

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Questions)

प्रश्न-संख्या 26 से 33 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इस कोटि के प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें। $4 \times 5 = 20$

26. समीकरण युग्म $2x + 3y = 17$ तथा $3x - 2y = 6$ का ग्राफ खींचे और हल करें। 5

27. एक 80 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने सामने समान लम्बाई वाले दो खंभे लगे हुए हैं। इन दोनों खंभों के बीच सड़क के एक बिन्दु से खंभों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 30° हैं। खंभों की ऊँचाई और खंभों से बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए। 5

28. सिद्ध करें कि किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं। 5

29. एक रेलगाड़ी एक समान चाल से 360 किमी की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 किमी/घंटा अधिक होती तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात करें। 5

30. सिद्ध करें कि $(\sin A + \operatorname{cosec} A)^2 + (\cos A + \sec A)^2 = 7 + \tan^2 A + \cot^2 A$ 5

31. 5 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त की 8 सेमी लम्बी एक जीवा PQ है। P और Q पर स्पर्श रेखाएँ परस्पर एक बिन्दु T पर प्रतिच्छेद करती हैं। TP की लम्बाई ज्ञात करें। 5

32. 6 मीटर चौड़ी और 1.5 मीटर गहरी एक नहर में पानी 10 किमी/घंटा की चाल से बह रहा है। 30 मिनट में यह नहर कितने क्षेत्रफल की सिंचाई कर पाएगी, जबकि सिंचाई के लिए 8 सेमी गहरे पानी की आवश्यकता होती है। 5

33. 3 मीटर व्यास का एक कुआँ 14 मीटर की गहराई तक खोदा जाता है। इससे निकली हुई मिट्टी को कुएँ के चारों ओर 4 मीटर चौड़ी एक वृत्ताकार वलय बनाते हुए समान रूप से फैलाकर एक प्रकार का बाँध बनाया जाता है। इस बाँध की ऊँचाई ज्ञात करें। 5

उत्तर (Answers)

खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. (C)	2. (C)	3. (C)	4. (B)	5. (C)	6. (C)	7. (C)
8. (D)	9. (C)	10. (D)	11. (B)	12. (D)	13. (A)	14. (A)
15. (C)	16. (D)	17. (A)	18. (D)	19. (C)	20. (C)	21. (B)
22. (D)	23. (A)	24. (B)	25. (A)	26. (A)	27. (B)	28. (D)
29. (B)	30. (A)	31. (D)	32. (D)	33. (D)	34. (D)	35. (C)
36. (A)	37. (A)	38. (B)	39. (D)	40. (C)	41. (A)	42. (D)
43. (D)	44. (B)	45. (A)	46. (A)	47. (B)	48. (C)	49. (C)
50. (B)						

खंड-ब (गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. माना $x = 2.\overline{47}$

$\Rightarrow \quad x = 2.474747...$ ...(i)

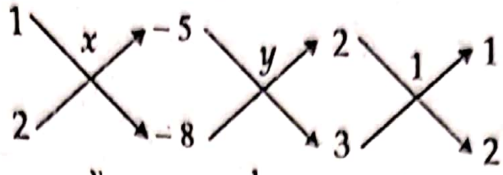
$100x = 247.474747...$ ...(ii)

समीकरण (i) को समीकरण (ii) में से घटाने पर,

$$100x - x = 245 \Rightarrow 99x = 245 \quad \therefore x = \frac{245}{99} \text{ Ans.}$$

2. $2x + y - 5 = 0$ ... (i); $3x + 2y - 8 = 0$ ... (ii)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-8}$$



$$\frac{x}{-8-(-10)} = \frac{y}{-15-(-16)} = \frac{1}{4-3} \Rightarrow \frac{x}{-8+10} = \frac{y}{-15+16} = \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{1}{1}$$

$\frac{x}{2} = \frac{1}{1}$ $\frac{y}{1} = \frac{1}{1}$

$x = 2$ $y = 1$

3. 5वाँ पद 15, 3 और 8वाँ पदों का योग 34

माना प्रथम पद $= a$, सार्व-अन्तर $= d$

5वाँ पद = 15

$a + 4d = 15$ ... (i)

पुनः 3रा पद $a + 2d$

8वाँ पद $a + 7d$

प्रश्नानुसार, $a + 2d + a + 7d = 34 \Rightarrow 2a + 9d = 34$ ... (ii)

समीकरण (i) में 2 से गुणा कर घटाने पर,

$$2a + 8d = 30$$
$$2a + 9d = 34$$
$$- \quad - \quad -$$
$$-d = -4 \therefore d = 4$$

समीकरण (i) में d का मान रखने पर,

$a + 4d = 15 \Rightarrow a + 4 \cdot 4 = 15 \Rightarrow a + 16 = 15$

$\Rightarrow$ $a = 15 - 16 \therefore a = -1$

प्रथम पद $= a = -1$; दूसरा पद $= a + d = -1 + 4 = 3$

तीसरा पद $= a + 2d = -1 + 2 \cdot 4 = 1 + 8 = 7$

$\therefore$ A.P. = −1, 3, 7, ...

4. $x^2 - 3x - 10 = 0$

यहाँ, $a = 1, b = -3, c = -10$

द्विघाती सूत्र $= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2}$

$= \frac{3 + \sqrt{49}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} = \frac{3+7}{2}, \frac{3-7}{2} = \frac{10}{2}, \frac{-4}{2} = 5, -2$

अर्थात् $x = 5$ या $x = -2$

5. माना $5 - \sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है

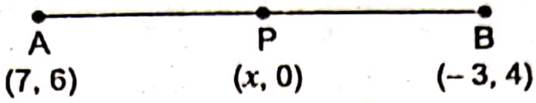
$5 - \sqrt{3} = \frac{a}{b}$ (जहाँ a एवं b सहअभाज्य पूर्णांक है)

$\therefore$ $5 - \sqrt{3} = \frac{a}{b}$ या, $5 - \frac{a}{b} = \sqrt{3}$ ... (i)

यहाँ $5 - \frac{a}{b}$ एक परिमेय संख्या है तथा $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

$\therefore\ 5-\sqrt{3}$ को परिमेय संख्या मानना गलत है। अतः $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

6.



$$AP=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x-7)^2+(0-6)^2}=\sqrt{(x-7)^2+(-6)^2}$$

$$=\sqrt{x^2-2\cdot x\cdot 7+(7)^2+(-6)^2}=\sqrt{x^2-14x+49+36}=\sqrt{x^2-14x+85}$$

$$BP=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x-(-3)^2+(0-4)^2}=\sqrt{(x+3)^2+(-4)^2}$$

$$=\sqrt{x^2+6x+9+16}=\sqrt{x^2+6x+25}$$

समदूरस्थ है।

$\therefore\ AP=BP$ या, $\sqrt{x^2-14x+85}=\sqrt{x^2+6x+25}$

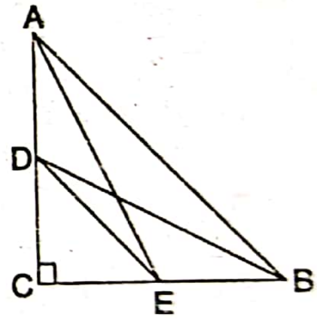
वर्ग करने पर, $x^2-14x+85=x^2+6x+25$

$\Rightarrow\ x^2-14x+85-x^2-6x-25=0\Rightarrow -20x+60=0\Rightarrow -20x=-60$

$\Rightarrow\ x=\dfrac{60}{20}\ \therefore\ x=3$

अतः P के निर्देशांक (3, 0) हैं।

7. $AE^2+BD^2=AB^2+DE^2$



प्रमाण : ΔACE में, $AE^2=AC^2+CE^2$ ... (i)

(पाइथागोरस प्रमेय)

ΔDCB में, $BD^2=DC^2+BC^2$ ... (ii)

(पाइथागोरस प्रमेय)

समीकरण (i) + (ii)

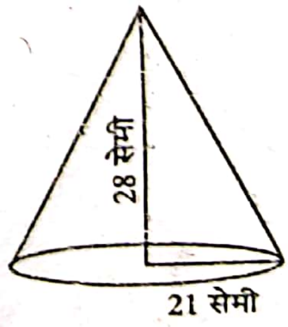
$AE^2+BD^2=AC^2+CE^2+DC^2+BC^2$

अतः $AE^2+BD^2=AB^2+DE^2$ **Proved.**

8. $\tan\theta=\dfrac{4}{3}=\dfrac{P}{b}\ \therefore\ \sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

अतः $\dfrac{3\sin\theta+2\cos\theta}{3\sin\theta-2\cos\theta}=\dfrac{3\times\frac{4}{5}+2\times\frac{3}{5}}{3\times\frac{4}{5}-2\times\frac{3}{5}}=\dfrac{\frac{12}{5}+\frac{6}{5}}{\frac{12}{5}-\frac{6}{5}}=\dfrac{\frac{12+6}{5}}{\frac{12-6}{5}}=\dfrac{18}{5}\times\dfrac{5}{6}=3$ **Ans.**

9. शंकु का आयतन $=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$



$$=\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times 21\times 21\times 28$$

$$=22\times 21\times 28=12936\text{ cm}^3$$

10. $(x,y)\,(1,2)\,(7,0)$ सरेखी हैं।

$x_1=x\quad x_2=1\quad x_3=7$

$y_1=y\quad y_2=2\quad y_3=0$

$$\Delta=\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$$

या, $0=\dfrac{1}{2}[x(2-0)+1(0-y)+7(y-2)]$ या, $0=[x(2)+(-9)+7(y-2)]$

या, $0=2x-y+7y-14$ या, $0=2x+6y-14$

या, $14 = 2x + 6y$ या, $14 = 2(x + 3y)$

या, $\frac{14}{2} = x + 3y \quad \therefore x + 3y = 7$ **Ans.**

11. म०स० = 145, ल०स० = 2175, एक संख्या = 725, दूसरी संख्या = ?

म०स० × ल०स० = एक संख्या × दूसरी संख्या

या, 145 × 2175 = 725 × दूसरी संख्या या, $\frac{145 \times 2175}{725}$ = दूसरी संख्या

या, 435 = दूसरी संख्या

अतः दूसरी संख्या = 435 **Ans.**

12. $4x^2 - 4x + 1$

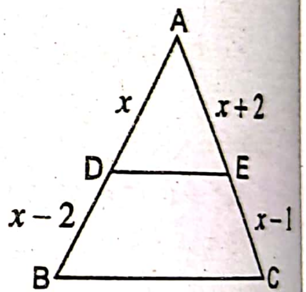
यहाँ $a = 4, b = -4, c = 1$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{+4} = \frac{4}{4} = 1, \ \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{(1)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{2-1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = 2 \text{ Ans.}$$

13. थेल्स प्रमेय से, $\frac{AD}{BD} = \frac{AB}{EC}$



या, $\frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x-1}$

या, $x(x-1) = (x-2)(x+2)$

या, $x^2 - x = x^2 + 2x - 2x - 4$

या, $x^2 - x - x^2 + 4 = 0$

या, $-x + 4 = 0$ या, $-x = -4$ अतः $x = 4$

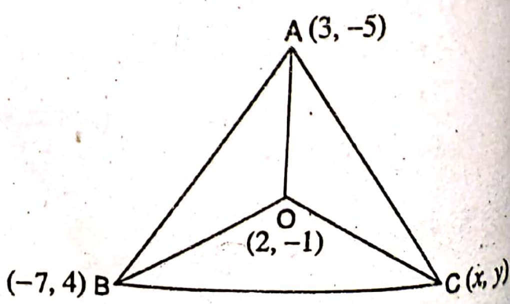
14. $\frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = \left(\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}\right)^2$

$$\text{L.H.S.} = \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} \times \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$$

$$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)^2}{\sec^2\theta - \tan^2\theta} = \frac{(\sec\theta + \tan\theta)^2}{1}$$

$$= \left(\frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \left(\frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \text{R.H.S. Proved.}$$

15. माना ABC एक त्रिभुज है जिसके निर्देशांक $(3, -5), (-7, 4), (x, y)$ है। केन्द्र का निर्देशांक $(2, -1)$ है।



सूत्र से, $2 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$

या, $\frac{2}{1} = \frac{3 + (-7) + x}{3}$

या, $6 = 3 + (-7) + x$

या, $6 = -4 + x$ या, $6 + 4 = x$ या, $10 = x$

$\therefore \quad -1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ या, $-1 = \frac{-5 + 4 + y}{3}$ या, $-3 = -1 + y$

या, $-3 + 1 = y$ या, $-2 = y$

$\therefore C$ का निर्देशांक $(10, -2)$ **Ans.**

16. 570 और 1425 का म॰स॰

$$\begin{array}{l} 570\ )\ 1425\ (\ 2 \\ \underline{\ 1140\ } \\ \quad 285\ )\ 570\ (2 \\ \qquad \underline{\ 570\ } \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

प्रथम चरण : $570 \times 2 + 285$

दूसरा चरण : $285 \times 2 + 0$

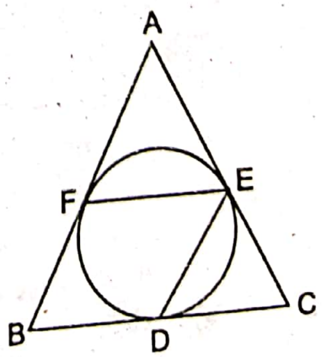
$\therefore$ 570 और 1425 का HCF = 285 **Ans.**

17. गोले का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{14}{2} \times \frac{14}{2} = 22 \times 28 = 616 \text{ cm}^2$ **Ans.**

18. $$\frac{5\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ + 4\tan^2 60^\circ}{25\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \tan 45^\circ} = \frac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 4(\sqrt{3})^2}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 1}$$

$$= \frac{5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 4.3}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{5}{4} + \frac{1}{2} + \frac{12}{1}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1}} = \frac{\frac{5 + 2 + 48}{4}}{\frac{1 + 2}{2}} = \frac{\frac{55}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{55}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{55}{6} \textbf{ Ans.}$$

19. **प्रमाण :** A से AE और AF, B से BD और BE तथा C से CD एवं CF स्पर्श रेखाएँ वृत है।



$\therefore \quad AE = AF$ ... (i)

$BE = BD$ ... (ii)

तथा $CD = CF$ ... (iii)

समीकरण (i) + (ii) + (iii)

$(AE + BE) + CD = AF + BD + CF$

या, $AB + CD = AC + BD$

या, $AB + CD = AC + BD$

या, $CD = BD$

अत: D, BC का समद्विभाजक है।

20. परिधि $= 2\pi r$

या, $44 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$ या, $44 \times 7 = 44 \times r$ या, $\frac{44 \times 7}{44} = r \therefore r = 7.$

चतुर्थांश का क्षेत्रफल $= \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = \frac{77}{2} \text{ cm}^2$ **Ans.**

21.

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

दोनों पर समान अंक आने की प्रायिकता $= \frac{\text{समान अंक आने की संख्या}}{\text{अभिप्रयोग की कुल संख्या}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ **Ans.**

22. अधिकतम बारंबारता = 15 है, तथा इसके संगत वर्ग अंतराल 30 – 40 है।

$\therefore$ बहुलक वर्ग = 30 – 40

$\therefore l = 30, f_0 = 15, f_1 = 6, f_{-1} = 7, I = 10$

बहुलक $= l + \frac{f_0 - f_1}{2f_0 - f_1 - f_{-1}} \times I = 30 + \frac{15 - 6}{2 \times 15 - 6 - 7} \times 10$

$= 30 + \frac{9}{30 - 13} \times 10 = 30 + \frac{9}{17} \times 10 = 30 + \frac{90}{17} = 30 + 5.29 = 35.29$ **Ans.**

23. माध्य के लिए सारिणी—

वर्ग अंतराल	बारंबारता (f)	वर्ग चिह्न (x)	fx
0-8	10	4	40
8-16	20	12	240
16-24	14	20	280
24-32	16	28	448
32-40	18	36	648
40-48	22	44	968
योग	$\Sigma f = 100$		$\Sigma fx = 2624$

माध्य $= \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{2624}{100} = 26.24$ **Ans.**

24. माना पहली संख्या $= x$, दूसरी संख्या $= x + 1$

प्रश्नानुसार $x(x + 1) = 20$

$\Rightarrow \quad x^2 + x = 20 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0$

$\Rightarrow \quad x^2 + 5x - 4x - 20 = 0 \Rightarrow x(x + 5) - 4(x + 5) = 0$

$\Rightarrow \quad (x + 5)(x - 4) = 0$

अतः $x = -5, x = 4$

ऋणात्मक छोड़ने पर, $x = 4$

पहली संख्या $x = 4$, दूसरी संख्या $x + 1 = 4 + 1 = 5$ **Ans.**

25. दो सिक्का को उछालने पर, HH, TT, HT, TH

कम-से-कम एक पृष्ठ आने की प्रायिकता $= \frac{\text{कम-से-कम एक पृष्ठ आने की संख्या}}{\text{अभिप्रयोग की कुल संख्या}}$

$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ **Ans.**

26.

$2x + 3y = 17$ ...(i)

$3x - 2y = 6$ ...(ii)

समीकरण (i) से, $2x + 3y = 17$ या, $2x = 17 - 3y$ या, $x = \frac{17 - 3y}{2}$

$\therefore \quad x = \frac{17 - 3 \cdot 1}{2} = \frac{17 - 3}{2} = \frac{14}{2} = 7$

मान सारणी

x	7	4	1
y	1	3	5

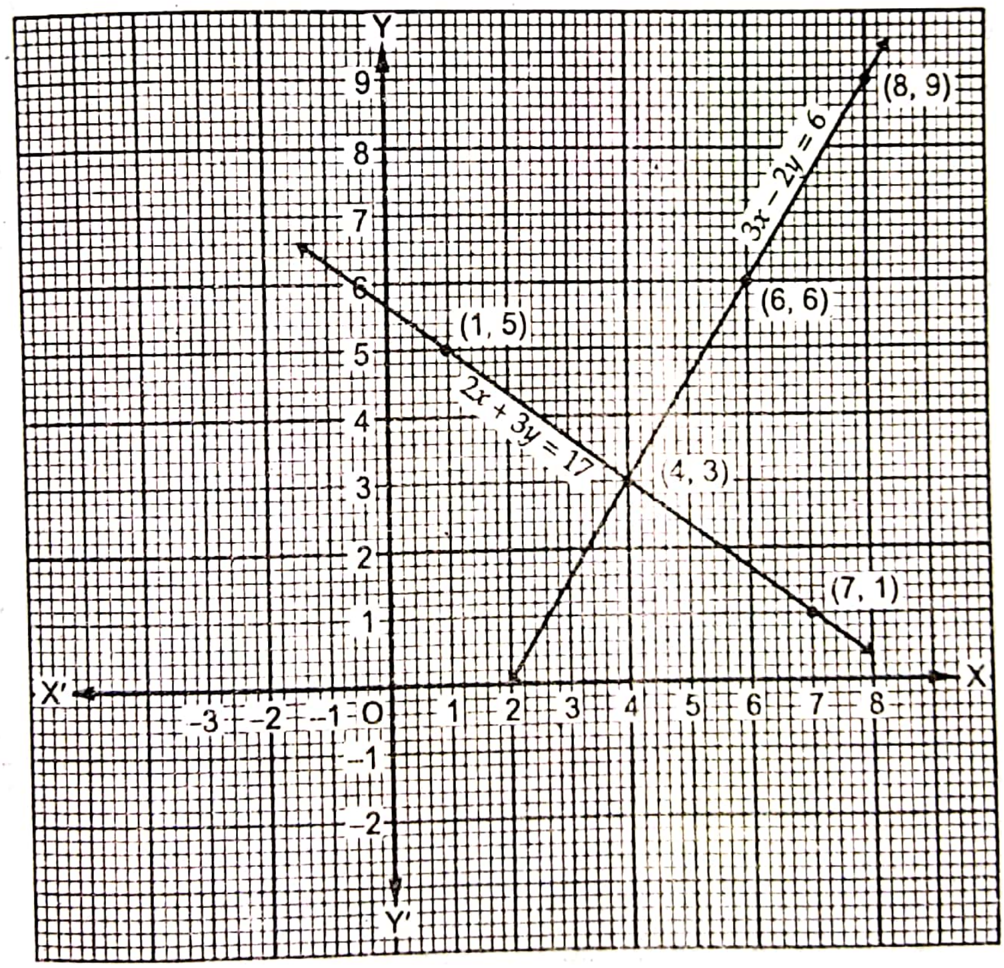
समीकरण (ii) से, $3x - 2y = 6$ या, $3x = 6 + 2y \therefore x = \frac{6 + 2y}{3}$

$\therefore \quad x = \frac{6 + 2 \cdot 3}{4} = \frac{6 + 6}{3} = \frac{12}{3} = 4$

मान सारणी

x	2	4	6
y	0	3	6

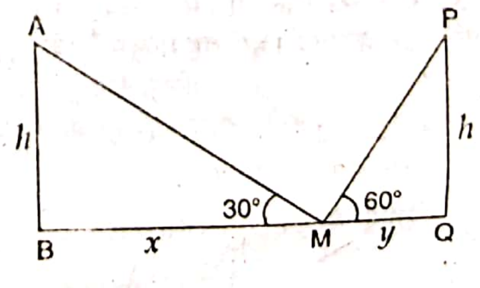
ग्राफ से स्पष्ट है कि ये दोनों रेखाएँ एक बिन्दु (4, 3) पर एक-दूसरे को काटती है।



अतः अभीष्ट हल : $x = 4, y = 3$ **Ans.**

27. मान लिया कि AB और PQ दो खम्भे हैं तथा $AB = PQ = h$.

मान लिया कि सड़क पर M एक बिन्दु है जहाँ से A और B के उन्नयन कोण क्रमशः $30°$ और $60°$ हैं, अर्थात् $\angle AMB = 30°$ तथा $\angle PMQ = 60°$.



मान लिया $BM = x$ तथा $MQ = y$.

दिया है : $x + y = 80$ ... (i)

अब ΔABM से, $\tan 30° = \frac{AB}{BM}$ या, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$ $\therefore x = \sqrt{3}h$ ... (ii)

फिर, ΔPMQ से, $\tan 60° = \frac{PQ}{MQ}$ या, $\sqrt{3} = \frac{h}{y}$ $\therefore y = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ... (iii)

(ii) और (iii) को जोड़ने से, $x + y = \sqrt{3}h + \frac{h}{\sqrt{3}} = \frac{3h + h}{\sqrt{3}} = \frac{4h}{\sqrt{3}}$ या, $80 = \frac{4h}{\sqrt{3}}$; (i) से

या, $h = 20\sqrt{3}$ मीटर।

$\therefore$ (ii) से, $x = \sqrt{3} \times 20\sqrt{3} = 60$ मीटर तथा (iii) से, $y = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 20$ मीटर।

अतः खम्भों की ऊँचाई = $20\sqrt{3}$ मीटर तथा बिन्दु की दूरी एक खम्भे से = 20 मीटर।

28. उत्तर के लिए 2014 (A) (प्रथम पाली) के प्रश्न-संख्या 46 (अथवा) देखें।

29. माना रेलगाड़ी की चाल $= x$ km/h, दूरी = 360 km, समय $= \frac{360}{x}$

5 km/h अधिक होने पर चाल $= x + 5$

समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{360}{x+5}$

प्रश्नानुसार, $\frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1 \Rightarrow \frac{360(x+5) - 360x}{x(x+5)} = 1$

$\Rightarrow \quad 360x + 1800 - 360x = x^2 + 5x$

$\Rightarrow \quad 1800 = x^2 + 5x \Rightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$

$\Rightarrow \quad x^2 + 45x - 40x - 1800 = 0 \Rightarrow x(x+45) - 40(x+45) = 0$

$\Rightarrow \quad (x+45)(x-40) = 0$

अतः $x = -45, x = 40$

ऋणात्मक छोड़ने पर, $x = 40$

अतः रेलगाड़ी की चाल = 40 km/ घंटा **Ans.**

30. L.H.S. $= (\sin A + \operatorname{cosec} A)^2 + (\cos A + \sec A)^2$

$= (\sin^2 A + \operatorname{cosec}^2 A + 2\sin A \cdot \operatorname{cosec} A)$

$+ (\cos^2 A + \sec^2 A + 2\cos A \cdot \sec A)$

$= \left(\sin^2 A + \operatorname{cosec}^2 + 2\sin A \cdot \frac{1}{\sin A}\right)$

$+ \left(\cos^2 A + \sec^2 A + 2\cos A \cdot \frac{1}{\cos A}\right)$

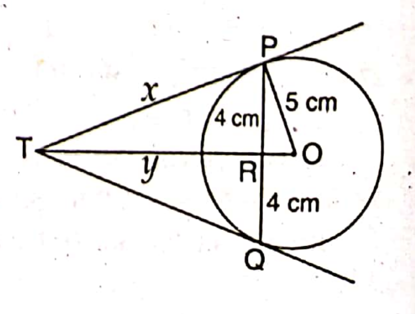
$= (\sin^2 A + \operatorname{cosec}^2 A + 2) + (\cos^2 A + \sec^2 A + 2)$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A) + \operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A + 4$

$= 1 + (1 + \cot^2 A) + (1 + \tan^2 A) + 4$

$= 7 + \tan^2 A + \cot^2 A =$ R.H.S. **Proved.**

31. OT को मिलाया। माना कि यह PQ को R बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं। हमें यह मालूम है कि R, PQ का मध्यबिन्दु है तथा OT, $\angle PTQ$ को कोणार्द्धक है; इसलिए ΔPTQ एक समद्विबाहु त्रिभुज है। चूँकि R, PQ का मध्यबिन्दु है,



इसलिए $TR \perp PQ$.

माना कि $TP = x$ तथा $TR = y$.

$\therefore$ ΔPRT से, पाइथागोरस प्रमेय द्वारा,

$$x^2 = y^2 + 16 \quad \text{... (i)}$$

फिर ΔPRO से, $OP^2 = PR^2 + OR^2$ (पाइथागोरस प्रमेय द्वारा)

या, $5^2 = 4^2 + OR^2$ या, $OR^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$ $\therefore OR = 3$ cm.

अब, चूँकि $\angle OPT = 90°$ (क्योंकि $OP \perp TP$),

इसलिए $OT^2 = TP^2 + OP^2$ या, $(y + 3)^2 = x^2 + 5^2$

या, $y^2 + 6y + 9 = x^2 + 25$ ... (ii)

(i) को (ii) में से घटाने पर, हम पाते हैं $6y - 7 = 25$ या, $6y = 32$ $\therefore y = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$.

इसलिए (i) से, $x^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 16 = 16\left(\frac{16}{9} + 1\right) = \frac{16 \times 25}{9}$ $\therefore x = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3}$.

अतः TP की लम्बाई $= \frac{20}{3}$ cm.

32. 30 मिनट में सिंचाई के लिए पानी की मात्रा $= 6 \times \frac{3}{2} \times (5 \times 1000)\ \text{m}^3$ ... (i)

माना कि 30 मिनट में यह पानी जितनी जमीन की सिंचाई कर पायेगा उसका क्षेत्रफल $A\ \text{m}^2$ है।

$\therefore$ उस जमीन पर पानी का आयतन होगा— $A \times \frac{8}{100}\ \text{m}^3$ ... (ii)

समीकरण (i) और (ii) से,

$$A \times \frac{8}{100} = 6 \times \frac{3}{2} \times 5 \times 1000$$

या, $$A = \frac{6 \times 3 \times 5 \times 1000 \times 100}{2 \times 8} = 9 \times 5 \times 125 \times 100$$

$$= 562500\ \text{m}^2 = 5625 \text{ हेक्टेयर।}$$

33. व्यास $= 3$ m, $r = \frac{3}{2} = 1.5$

खोदी गई मिट्टी का आयतन $= \pi \times (1.5)^2 \times 14 = 31.5\pi\ \text{m}^3$

चबूतरे की बाहरी त्रिज्या $= 1.5 + 4 = 5.5$

चबूतरे के आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi(5.5^2 - 1.5^2) = \pi(5.5 - 1.5)(5.5 + 1.5)$$

$$= \pi \times 7 \times 4 = 28\pi\ \text{m}^3$$

चबूतरे का आयतन = क्षेत्रफल × ऊँचाई $= 28\pi \times h$

प्रश्न से, $28\pi h = 31.5\pi$ $\therefore$ $h = \frac{31.5}{28} = 1.125$ m Ans.

□