

सामान्य अनुदेश :

- 1 परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें ।
- 2 कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं ।
- 3 उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा ।
- 4 अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या **59/OSS/2, सेट-[B]** लिखें ।
- 5 (क) प्रश्न-पत्र केवल हिन्दी/अंग्रेजी में है । फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :

अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगू, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी ।

कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

- (ख) यदि आप हिन्दी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी ।



MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- This question paper consists of **four Sections**, viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.
 - Question Nos. **1 to 10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark**. In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.
 - Question Nos. **11 to 16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.
 - Question Nos. **17 to 28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.
 - Question Nos. **29 to 33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.
 - All questions are compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- इस प्रश्न-पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।
 - खण्ड-‘अ’** में प्रश्न संख्या **1 से 10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर-पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।
 - खण्ड-‘ब’** में प्रश्न संख्या **11 से 16** तक अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।
 - खण्ड-‘स’** में प्रश्न संख्या **17 से 28** तक लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।
 - खण्ड-‘द’** में प्रश्न संख्या **29 से 33** तक दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।
 - सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।** पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।



SECTION – A

खण्ड – अ

1 The principal value of $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ is equal to

$\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान होगा

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) 0

2 If $\int \left[e^x \frac{x}{(1+x)^2} \right] dx = ke^x + c$, then k is equal to

यदि $\int \left[e^x \frac{x}{(1+x)^2} \right] dx = ke^x + c$ है, तो k बराबर है

(A) $1+x$

(B) $\frac{1}{1+x}$

(C) $-\frac{1}{1+x}$

(D) $-(1+x)$



3 The negation of the statement “all triangle have three vertices” is

- (A) it is not the case that all triangle have three vertices
- (B) all triangle have four vertices
- (C) all triangle have more than four vertices
- (D) all triangle have two vertices

कथन “सभी त्रिभुजों के तीन शीर्ष होते हैं” का निषेधन होगा :

- (A) यह वस्तु स्थिति नहीं है कि सभी त्रिभुजों के तीन शीर्ष होते हैं ।
- (B) सभी त्रिभुजों के चार शीर्ष होते हैं ।
- (C) सभी त्रिभुजों के चार से अधिक शीर्ष होते हैं ।
- (D) सभी त्रिभुजों के दो शीर्ष होते हैं ।

4 Possible equation of a plane whose normal makes angle 60° , 60° and 60° with three axes is

एक समतल जिसका अभिलम्ब तीनों अक्षों से क्रमशः 60° , 60° तथा 60° के कोण बनाता है, का सम्भावित समीकरण होगा

- (A) $2x + y - z = 6$
- (B) $x - 2y + z = 6$
- (C) $x + y + z = 6$
- (D) $2x + y + z = 0$

5 Let '*' be a binary operation on the set \mathbb{Q} defined by $a*b = a + b - ab$ for all values of $a, b \in \mathbb{Q}$. Then identity element of \mathbb{Q} is

माना समुच्चय \mathbb{Q} पर एक द्विआधारी संक्रिया इस प्रकार परिभाषित की जाती है, सभी $a, b \in \mathbb{Q}$ के लिए $a*b = a + b - ab$ । तब \mathbb{Q} का तत्समक अवयव होगा -

- (A) -1
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 0



6 If A is a matrix of order 3×3 then order of the matrix $2A + 3A'$ is equal to

यदि आव्यूह A की कोटि 3×3 है, तो आव्यूह $2A + 3A'$ की कोटि होगी

(A) 1×3 (B) 3×1

(C) 3×3 (D) 1×1

7 If $y = xe^{\sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to

यदि $y = xe^{\sin x}$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ होगा

(A) $e^{\cos x}(x \sin x + 1)$ (B) $e^{\sin x}(x \cos x + 1)$

(C) $-e^{\sin x}(x \cos x + 1)$ (D) $-e^{\cos x}(x \sin x + 1)$

8 Maximum value of $\sin x \cos x$ is

$\sin x \cos x$ का अधिकतम मान है

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{1}{2}$ (D) 2



9 The values of x for which $f(x) = |x^2 - 1|$ is not differentiable, are

जिन x के मानों के लिए फलन $f(x) = |x^2 - 1|$ अवकलनीय नहीं है, वह हैं :

(A) $-1, 1$ (B) $1, 0$

(C) $-1, 0$ (D) $2, 1$

10 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(x \cos x)}{x \cos x}$ is equal to

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(x \cos x)}{x \cos x}$ के बराबर है

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$

(C) 1 (D) 2



SECTION – B

खण्ड – ब

11 Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

12 If $A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $B - A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$, then find A and B .

यदि $A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B - A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ हो, तो आव्यूह A और B ज्ञात कीजिए ।

13 Find the area of a parallelogram whose diagonals are $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $2\hat{i} - 3\hat{k}$.

एक चतुर्भुज, जिसके विकर्ण $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $2\hat{i} - 3\hat{k}$ हैं, का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।



14 Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = e^{x^2 \tan x}$.

यदि $y = e^{x^2 \tan x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

If $y = \sin^{-1} x + \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$, $-1 < x < 1$, then prove that $\frac{dy}{dx} = 0$.

यदि $y = \sin^{-1} x + \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$, $-1 < x < 1$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = 0$ है ।

15 Prove that $2 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$.

सिद्ध कीजिए कि $2 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$

16 Write the contrapositive of the following statements :

(a) If a number is even then it is divisible by 2.

(b) If a number is odd then it is divisible 3.

निम्न कथनों के प्रतिधनात्मक लिखिए :

(a) यदि एक संख्या सम संख्या है, तो वह 2 से विभाजित होगी ।

(b) यदि एक संख्या विषम संख्या है, तो वह 3 से विभाजित होगी ।



SECTION – C

खण्ड – स

17 Evaluate $\int_0^\pi |\sin x + \cos x| dx$.

$\int_0^\pi |\sin x + \cos x| dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

18 Find $\frac{dy}{dx}$ when $x = \cos ec^{-1}\left(\frac{1+t^2}{2t}\right)$, $y = \tan^{-1}\left(\frac{3t-t^3}{1-3t^2}\right)$.

यदि $x = \cos ec^{-1}\left(\frac{1+t^2}{2t}\right)$, $y = \tan^{-1}\left(\frac{3t-t^3}{1-3t^2}\right)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

If $y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^m$, prove that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2y = 0$

यदि $y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^m$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2y = 0$

19 If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & -1 \end{bmatrix}$ and $(A+B)^2 = A^2 + B^2$, then find the values of x and y .

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & -1 \end{bmatrix}$ तथा $(A+B)^2 = A^2 + B^2$ हैं, तो x और y के मान ज्ञात कीजिए ।



20 Evaluate $\int \left[\log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx$

$\int \left[\log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2} \right] dx$ ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Evaluate $\int \left[\frac{1}{1 - \cos \alpha \cos x} \right] dx$

$\int \left[\frac{1}{1 - \cos \alpha \cos x} \right] dx$ ज्ञात कीजिए ।

21 Prove that $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac + c^2 \\ a^2 + ab & b^2 & ac \\ ab & b^2 + bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2.$

सिद्ध कीजिए : $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac + c^2 \\ a^2 + ab & b^2 & ac \\ ab & b^2 + bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

22 Prove that $\tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \tan x \right) = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1 + 2 \cos 2x}{2 + \cos 2x}$

सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \tan x \right) = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1 + 2 \cos 2x}{2 + \cos 2x}$



23 Examine the continuity of the following function at $x=0$ and $x=2$.

निम्न फलन की सांतत्य की $x=0$ व $x=2$ पर जांच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

24 Find the image of the point $(2, 1, 3)$ in the line $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{3}$.

रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{3}$ में बिन्दु $(2, 1, 3)$ का प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए ।

25 Find k if $y+kx=5$ is a tangent to the curve $y^2=4x$.

यदि $y+kx=5$ वक्र $y^2=4x$ पर एक स्पर्श रेखा हो, तो k ज्ञात कीजिए ।

26 Solve the following differential equation :

निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$x(x-y)dy + y^2dx = 0$$

27 Using vector method prove that the medians of a triangle are concurrent.

सदिशों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की तीनों माध्यिकाएँ संगामी होती हैं ।

28 Let R be a relation defined on the set \mathbb{Z} of all integers as $R = \{(x, y) : x - y \text{ is an integer}\}$. Show that R is an equivalence relation.

माना सम्बन्ध R , समुच्चय \mathbb{Z} पर $R = \{(x, y) : x - y \text{ एक पूर्णांक है}\}$ द्वारा परिभाषित है। तो दर्शाइए कि R एक समतुल्य सम्बन्ध है ।



SECTION – D

खण्ड – द

- 29 Find the foot of the perpendicular drawn from the point (1, 1, 2) to the plane $\vec{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) = 5$. Also, calculate the perpendicular distance.

बिन्दु (1, 1, 2) से समतल $\vec{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) = 5$ पर खींचे गये लम्ब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए । तथा लम्ब-दूरी भी ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Show that two lines $\frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-6}{2}$ are intersecting lines. Also, calculate the point of intersection.

दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-6}{2}$ प्रतिच्छेदित रेखाएँ हैं । इन रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिन्दु भी ज्ञात कीजिए ।

- 30 Find adjoint of a matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ and show that $A(\text{Adj. } A) = |A| I$.

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ का सहखण्डज ज्ञात कीजिए और दर्शाइए कि $A(\text{Adj. } A) = |A| I$.

OR / अथवा

Solve the following system of equations, using matrix inversion method :
निम्न समीकरण निकाय का हल, आव्यूह व्युत्क्रमण विधि से ज्ञात कीजिए :

$$2x + 3y + 4z = 1$$

$$x - y + 2z = -2$$

$$3x + y - z = 5$$



- 31 In a small scale industry a manufacturer produces two types of book cases. The first type of book case requires 3 hours on machine A and 2 hours on machine B for completion, whereas the second type of book case requires 3 hours on machine A and 3 hours on machine B. The machine A can run at the most for 18 hours while the machine B for at the most 14 hours a day. He earns a profit of ₹ 30 on each book case of the first type and ₹ 40 on each book case of the second type.

How many book cases of each type should he make each day so as he have a maximum profit ?

एक लघु उद्योग में एक निर्माता दो प्रकार की पुस्तक अलमारी बनाता है। पहले प्रकार की पुस्तक अलमारी को पूर्ण बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक होते हैं। दूसरे प्रकार की पुस्तक अलमारी के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 3 घंटे आवश्यक होते हैं। प्रतिदिन मशीन A अधिकतम 18 घंटे तथा मशीन B अधिकतम 14 घंटे चल सकती है। पहले प्रकार की प्रत्येक पुस्तक अलमारी पर वह ₹ 30 लाभ तथा दूसरे प्रकार की प्रत्येक पुस्तक अलमारी पर ₹ 40 लाभ कमाता है। प्रत्येक दिन वह प्रत्येक प्रकार की कितनी पुस्तक अलमारी बनाए जिससे उसे अधिकतम लाभ प्राप्त हो ?

- 32 The perimeter of a triangle is 8 cm. If one side is 3 cm, find the length of other sides, so that area of the triangle may be maximum.

एक त्रिभुज का परिमाण 8 सेमी है। यदि इसकी एक भुजा 3 सेमी की है, तो बाकी दोनों भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए जिससे इस त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम हो।

- 33 Using integration, find the area of the region enclosed between the circles $x^2 + y^2 = 1$ and $x^2 + y^2 = 4$.

समाकलन विधि का प्रयोग करके, वक्रों $x^2 + y^2 = 1$ तथा $x^2 + y^2 = 4$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



