This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No. / **अनुक्रमांक** | | | | | | | | | | | | |

Code No. 65/ASS/3
कोड नं.

SET/सेट **A**

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators **1.** ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2. Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper Code No. **65/ASS/3, Set–A** on the Answer-Book.
5. (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
   English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
   You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
   (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1. परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4. अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ASS/3, सेट-A** लिखें।
5. (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
   अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
   कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
   (ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note :

(i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश :

(i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड – अ

1 If $X+\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 3 & 0\end{bmatrix}$, then X is equal to : **1**

यदि $X+\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 3 & 0\end{bmatrix}$ है, तो X बराबर है :

(A) $\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & -4\end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix}-3 & -7\\ -2 & -4\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}7 & 1\\ 4 & -4\end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix}3 & 7\\ 2 & 4\end{bmatrix}$

2 The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ is : **1**

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $-\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

3 $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin x}{x-\pi}$ is equal to **1**

$\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin x}{x-\pi}$ बराबर है

(A) -1 (B) 1

(C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

4 Derivative of $e^{\tan^3 x}$ with respect to x is : **1**

x के सापेक्ष $e^{\tan^3 x}$ का अवकलज है :

(A) $e^{3\tan^2 x \sec^2 x}$

(B) $3\,e^{\tan^3 x}\tan x \sec x$

(C) $3\,e^{\tan^3 x}\cdot\tan^2 x \sec^2 x$

(D) $3\,e^{\tan^3 x}\cdot\tan^2 x$

5 When all the conditions of Rolle's theorem are satisfied for the function $f(x)=x^2, x\in[-1,1]$, then the value of point C which verifies the theorem is : **1**

जब रोले के प्रमेय के सभी प्रतिबन्ध, फलन $f(x)=x^2, x\in[-1,1]$ पर सन्तुष्ट हैं, तो बिन्दु C का वह मान जो इस प्रमेय को सत्यापित करता है, होगा :

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) $\frac{1}{2}$

6 $\int(1-x)\sqrt{x}\,dx$ is equal to **1**

$\int(1-x)\sqrt{x}\,dx$ बराबर है :

(A) $\frac{3}{2}x^{3/2}-\frac{5}{2}x^{5/2}+C$

(B) $\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{2}+C$

(C) $\frac{2}{\sqrt{x}}-2\sqrt{x}+C$

(D) $\frac{2}{3}x^{3/2}-\frac{2}{5}x^{5/2}+C$

7 Distance of the point (1, –2, 4) from the plane $5x - y + 2z - 6 = 0$ is **1**

बिन्दु (1, –2, 4) की समतल $5x - y + 2z - 6 = 0$ से दूरी है :

(A) $\frac{5}{\sqrt{30}}$ (B) $\frac{9}{\sqrt{30}}$

(C) $\frac{15}{\sqrt{30}}$ (D) $\frac{9}{\sqrt{21}}$

8 Two statements p and q are given **1**

p : If a number is divisible by 3, then it is divisible by 9 also.

q : If a number is not divisible by 9, then it is not divisible by 3 also.

Which of the following is true?

(A) q is negation of p (B) q is converse of p

(C) q is contrapositive of p (D) None of the above

दो कथन p तथा q दिए हैं

p : यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो यह 9 से भी विभाजित होगी।

q : यदि कोई संख्या 9 से विभाजित नहीं होती है, तो यह 3 से भी विभाजित नहीं होगी।

निम्न में से कौन सत्य है?

(A) q निषेधन है p का (B) q विलोम है p का

(C) q प्रतिधनात्मक है p का (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

9 The value of $\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ is **1**

$\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ का मान है :

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

10 $\int \cos 2x \, dx$ is equal to **1**

$\int \cos 2x \, dx$ बराबर है :

(A) $2\sin 2x + C$ (B) $-\frac{\sin 2x}{2} + C$

(C) $-2\sin 2x + C$ (D) $\frac{\sin 2x}{2} + C$

SECTION - B

खण्ड – ब

11 Write the component statements of the following compound statement and check whether the compound statement is true or not. **2**

"All prime numbers are either even or odd".

निम्न मिश्र कथन के घटक कथन लिखिए तथा मिश्र कथन की सत्यता की जाँच कीजिए।

''सभी अभाज्य संख्याएँ या तो सम हैं या विषम।''

12 Using determinants, show that the points $(a, b+c), (b, c+a)$ and $(c, a+b)$ are collinear. **2**

सारणिकों का प्रयोग करते हुए, दर्शाइए कि बिन्दु $(a, b+c), (b, c+a)$ तथा $(c, a+b)$ संरेख हैं।

13 If $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$, then find $\frac{dy}{dx}$ at (9, 4). **2**

यदि $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$ है, तो बिन्दु (9, 4) पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

14 Show that $y = Ax + \frac{B}{x}$, $x \neq 0$ is a solution of the differential equation **2**

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0.$$

दर्शाइए कि $y = Ax + \frac{B}{x}$, $x \neq 0$, अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$ का एक हल है।

15 Show that the relation $R = \{(a, b) : a > b\}$ on N is transitive but not symmetric. **2**

दर्शाइए कि समुच्चय N पर सम्बन्ध R जो कि $R = \{(a, b) : a > b\}$ द्वारा परिभाषित है, संक्रमक है परन्तु सममित नहीं है।

16 If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$, then find a unit vector parallel to $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$. **2**

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$ हैं, तो $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Show that the points A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) and C (1, –3, 1) are vertices of an isosceles right – angled triangle.

दर्शाइए कि बिन्दु A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) तथा C (1, –3, 1) एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु हैं।

SECTION - C

खण्ड - स

17 Express $A=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 5\\ -6 & 8 & 3\\ -4 & 6 & 5\end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **4**

$A=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 5\\ -6 & 8 & 3\\ -4 & 6 & 5\end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

18 If $\sin^2 y+\cos xy=\pi$, then find $\frac{dy}{dx}$. **4**

यदि $\sin^2 y+\cos xy=\pi$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

19 Evaluate **4**

मान ज्ञात कीजिए

$$\int_0^2 x(2-x)^n\,dx$$

20 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix}a+b+c & -c & -b\\ -c & a+b+c & -a\\ -b & -a & a+b+c\end{vmatrix}=2(a+b)(b+c)(c+a)$$

21 Let $A = R - \{3\}$ and $B = R - \{1\}$. Show that the function $f : A \to B$ defined by $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ is a bijective function. **4**

माना $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$. दर्शाइए कि फलन $f : A \to B$ जो $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित है एक एकैकी आच्छादक फलन है।

OR / अथवा

If $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$, show that '*fof*' is an identity function. What is the inverse of f?

यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \frac{2}{3}$ है, तो दर्शाइए कि *fof* एक इकाई फलन है। f का प्रतिलोम फलन क्या है ?

22 Determine the values of a and b for which the function $f(x)$ is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$ **4**

a तथा b के वह मान ज्ञात कीजिए जिस पर फलन $f(x)$, $x = \frac{\pi}{2}$ पर सतत है –

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x}{\pi - 2x} & , x > \dfrac{\pi}{2} \\ 2a + 1 & , x = \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{b\left(1 - \sin^2 x\right)}{2\cos^2 x} & , x < \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

23 Write in the simplest form **4**

सरलतम रूप में लिखिए

$$\tan\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)+\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-y^2}{1+y^2}\right)\right]$$

24 Find the equations of tangents to the curve $x^3 - y + 2x + 6 = 0$ which are perpendicular to the line $x + 14y + 4 = 0$. **4**

वक्र $x^3 - y + 2x + 6 = 0$ के उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x + 14y + 4 = 0$ पर लम्ब हैं।

25 Find : **4**

ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\sin^{-1} x\right)^2 dx$$

26 The foot of the perpendicular drawn from the point $P(-2, -1, -3)$ to the plane is $A(1, -3, 3)$. Find the vector equation of the plane. **4**

बिन्दु $P(-2, -1, -3)$ से एक समतल पर लम्ब का पाद $A(1, -3, 3)$ है। समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

27 Show that the lines **4**

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ and}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

intersect and find their point of intersection.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ तथा}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

प्रतिच्छेदी है और प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two vectors such that $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}|$, then prove that $2\vec{a} + \vec{b}$ is perpendicular to $\vec{b}$.

यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दो सदिश इस प्रकार है कि $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}|$, तो सिद्ध कीजिए कि $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b}$ पर लम्ब है।

28 Solve the differential equation **4**

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x^2 y\, dx - \left(x^3 + y^3\right) dy = 0$$

OR / अथवा

Solve the differential equation

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x\frac{dy}{dx} - y = x^2$$

SECTION - D

खण्ड - द

29 Show that the height of the closed cylinder of given total surface area and maximum volume is equal to the diameter of its base. **6**

दर्शाइए कि बन्द लम्बवृत्तीय बेलन, जिसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया गया है, का आयतन अधिकतम होगा जब उसकी ऊँचाई इसके आधार के व्यास के बराबर होगी।

OR / अथवा

Find the intervals in which the function $f(x)=\sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x)=\sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

30 Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{2}$ intersects the plane $2x-3y+z-5=0$. Also, find the angle between the line and the plane. **6**

रेखा $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{2}$ तथा समतल $2x-3y+z-5=0$ जहाँ प्रतिच्छेद करते हैं उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए। दिए हुए रेखा तथा समतल के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

31 If $A=\begin{bmatrix}5 & 3\\-1 & -2\end{bmatrix}$, then find the value of λ, so that $A^2=\lambda A+7I$. **6**

Hence, find A^{-1}.

यदि $A=\begin{bmatrix}5 & 3\\-1 & -2\end{bmatrix}$ है, तो $A^2=\lambda A+7I$ में λ का मान ज्ञात कीजिए। इससे A^{-1} ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find the inverse of the following matrix, using elementary row operations.
प्रारंभिक पंक्ति संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\1 & 2 & 3\\3 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

32 Draw a sketch of the region bounded by the parabola $y^2=6x$ and the line $y=2x$. Using integration, find the area of this bounded region. **6**

परवलय $y^2=6x$ तथा रेखा $y=2x$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचिये। समाकलन का प्रयोग करते हुए, इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

33 A dealer deals in two items - fans and sewing machines. He has only ₹ 57,600 to invest and a space for atmost 20 items. A fan costs him ₹ 2400 and a sewing machine ₹ 3600. He can sell a fan at a profit of ₹ 180 and a sewing machine at a profit of ₹ 220. Assuming that he can sell all the items that he can buy, how should he invest his money in order to maximize the profit ? Formulate this as a linear programming problem and solve it graphically. **6**

एक व्यापारी दो वस्तुओं पंखे तथा सिलाई मशीन का व्यापार करता है। उसके पास व्यापार में लगाने के लिए केवल ₹ 57,600 है और अधिकतम 20 वस्तुओं को रखने की जगह है। एक पंखे का मूल्य ₹ 2400 तथा एक सिलाई मशीन का मूल्य ₹ 3600 है। वह एक पंखे को ₹ 180 लाभ पर तथा एक सिलाई मशीन को ₹ 220 लाभ पर बेच सकता है। यह मानते हुए कि वह खरीदी हुई सभी वस्तुएं बेच सकता है, अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए उसे अपना धन किस प्रकार व्यापार में लगाना चाहिए? इसे रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए और आलेख द्वारा हल कीजिए।

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No. अनुक्रमांक												

Code No. 65/ASS/3
कोड नं.

SET/सेट B

MATHEMATICS

गणित

(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators **1.** ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2. Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper Code No. **65/ASS/3, Set–B** on the Answer-Book.
5. (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
   English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
   You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
   (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1. परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4. अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ASS/3, सेट-B** लिखें।
5. (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
   अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
   कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
   (ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड – अ

1 $\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$ is equal to **1**

$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$ बराबर है

(A) -1 (B) 1

(C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

2 Derivative of $e^{\tan^3 x}$ with respect to x is : **1**

x के सापेक्ष $e^{\tan^3 x}$ का अवकलज है :

(A) $e^{3\tan^2 x \sec^2 x}$ (B) $3\, e^{\tan^3 x} \tan x \sec x$

(C) $3\, e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x \sec^2 x$ (D) $3\, e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x$

3 Distance of the point (1, –2, 4) from the plane $5x - y + 2z - 6 = 0$ is **1**

बिन्दु (1, –2, 4) की समतल $5x - y + 2z - 6 = 0$ से दूरी है :

(A) $\frac{5}{\sqrt{30}}$ (B) $\frac{9}{\sqrt{30}}$

(C) $\frac{15}{\sqrt{30}}$ (D) $\frac{9}{\sqrt{21}}$

4 The value of $\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ is **1**

$\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ का मान है :

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

5 If $X + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, then X is equal to : **1**

यदि $X + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो X बराबर है :

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

6 $\int \frac{x-1}{x^2}\,dx$ is equal to : **1**

$\int \frac{x-1}{x^2}\,dx$ बराबर है :

(A) $\log x + \frac{1}{x} + c$ (B) $-\frac{1}{2x} + c$

(C) $-\frac{1}{x} - \frac{x^3}{3} + c$ (D) $\log x - \frac{x^3}{3} + c$

7 $\int \cos 2x \, dx$ is equal to **1**

$\int \cos 2x \, dx$ बराबर है :

(A) $2\sin 2x + C$

(B) $-\frac{\sin 2x}{2} + C$

(C) $-2\sin 2x + C$

(D) $\frac{\sin 2x}{2} + C$

8 The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ is : **1**

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $-\frac{\pi}{3}$

(B) $-\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$

(D) $\frac{5\pi}{6}$

9 When all the conditions of Rolle's theorem are satisfied for the function $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$, then the value of point C which verifies the theorem is : **1**

जब रोले के प्रमेय के सभी प्रतिबन्ध, फलन $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$ पर सन्तुष्ट हैं, तो बिन्दु C का वह मान जो इस प्रमेय को सत्यापित करता है, होगा :

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) $\frac{1}{2}$

10 Two statements p and q are given **1**

p : If a number is divisible by 3, then it is divisible by 9 also.

q : If a number is not divisible by 9, then it is not divisible by 3 also.

Which of the following is true?

(A) q is negation of p (B) q is converse of p

(C) q is contrapositive of p (D) None of the above

दो कथन p तथा q दिए हैं

p : यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो यह 9 से भी विभाजित होगी।

q : यदि कोई संख्या 9 से विभाजित नहीं होती है, तो यह 3 से भी विभाजित नहीं होगी।

निम्न में से कौन सत्य है?

(A) q निषेधन है p का (B) q विलोम है p का

(C) q प्रतिधनात्मक है p का (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

SECTION - B

खण्ड – ब

11 Write the component statements of the following compound statement and check whether the compound statement is true or not. **2**

'24 is a multiple of 2 and 5'

निम्न मिश्र कथन के घटक कथन लिखिए तथा मिश्र कथन की सत्यता की जाँच कीजिए।

'24, 2 और 5 का गुणज है'

12 If $\sqrt{x}+\sqrt{y}=5$, then find $\frac{dy}{dx}$ at (9, 4). **2**

यदि $\sqrt{x}+\sqrt{y}=5$ है, तो बिन्दु (9, 4) पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

13 Show that the relation $R=\{(a,b):a>b\}$ on N is transitive but not symmetric. **2**

दर्शाइए कि समुच्चय N पर सम्बन्ध R जो कि $R=\{(a,b):a>b\}$ द्वारा परिभाषित है, संक्रमक है परन्तु सममित नहीं है।

14 If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$, then find a unit vector parallel to $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$. **2**

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$ हैं, तो $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Show that the points A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) and C (1, –3, 1) are vertices of an isosceles right – angled triangle.

दर्शाइए कि बिन्दु A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) तथा C (1, –3, 1) एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु हैं।

15 Using determinants, show that the points $(a, b+c), (b, c+a)$ and $(c, a+b)$ are collinear. **2**

सारणिकों का प्रयोग करते हुए, दर्शाइए कि बिन्दु $(a, b+c), (b, c+a)$ तथा $(c, a+b)$ संरेख हैं।

16 Show that $y = Ax + \frac{B}{x}$, $x \neq 0$ is a solution of the differential equation **2**

$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$.

दर्शाइए कि $y = Ax + \frac{B}{x}$, $x \neq 0$, अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$ का एक हल है।

SECTION - C

खण्ड - स

17 Let $A = R - \{3\}$ and $B = R - \{1\}$. Show that the function $f : A \to B$ defined by $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ is a bijective function. **4**

माना $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$. दर्शाइए कि फलन $f : A \to B$ जो $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित है एक एकैकी आच्छादक फलन है।

OR / अथवा

If $f(x) = \dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$, show that '*fof*' is an identity function. What is the inverse of f?

यदि $f(x) = \dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$ है, तो दर्शाइए कि *fof* एक इकाई फलन है। f का प्रतिलोम फलन क्या है?

18 If $x = 4t$ and $y = \dfrac{4}{t}$, then find $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ at $t = \dfrac{1}{2}$. **4**

यदि $x = 4t$ और $y = \dfrac{4}{t}$ है, तो $t = \dfrac{1}{2}$ पर $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

19 Evaluate : **4**

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-4}^{0} |x+1|\, dx$$

20 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$$

21 Write in the simplest form **4**

सरलतम रूप में लिखिए

$$\tan\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)+\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-y^2}{1+y^2}\right)\right]$$

22 Find the value of k for which the function $f(x)$ is continuous at $x = 0$. **4**

k का वह मान ज्ञात कीजिए जिस पर फलन $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है।

$$f(x) = \begin{cases} (k+1)\sin\frac{\pi}{2}(x+1) & , \ x \le 0 \\ \dfrac{\tan x - \sin x}{x^3} & , \ x > 0 \end{cases}$$

23 Find : **4**

ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\sin^{-1} x\right)^2 dx$$

24 Show that the lines **4**

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ and}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

intersect and find their point of intersection.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ तथा}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

प्रतिच्छेदी है और प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two vectors such that $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}|$, then prove that $2\vec{a} + \vec{b}$ is perpendicular to $\vec{b}$.

यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दो सदिश इस प्रकार है कि $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}|$, तो सिद्ध कीजिए कि $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{b}$ पर लम्ब है।

25 Express $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **4**

$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

26 Find the equations of tangents to the curve $x^3 - y + 2x + 6 = 0$ which are perpendicular to the line $x + 14y + 4 = 0$. **4**

वक्र $x^3 - y + 2x + 6 = 0$ के उन स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x + 14y + 4 = 0$ पर लम्ब हैं।

27 Solve the differential equation **4**

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x^2y\,dx - \left(x^3 + y^3\right)dy = 0$$

OR / अथवा

Solve the differential equation

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x\frac{dy}{dx} - y = x^2$$

28 The foot of the perpendicular drawn from the point $P(-2, -1, -3)$ to the plane is $A(1, -3, 3)$. Find the vector equation of the plane. **4**

बिन्दु $P(-2, -1, -3)$ से एक समतल पर लम्ब का पाद $A(1, -3, 3)$ है। समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

SECTION - D

खण्ड - द

29 If $A=\begin{bmatrix}5 & 3\\ -1 & -2\end{bmatrix}$, then find the value of λ, so that $A^2=\lambda A+7I$. **6**

Hence, find A^{-1}.

यदि $A=\begin{bmatrix}5 & 3\\ -1 & -2\end{bmatrix}$ है, तो $A^2=\lambda A+7I$ में λ का मान ज्ञात कीजिए। इससे A^{-1} ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find the inverse of the following matrix, using elementary row operations.
प्रारंभिक पंक्ति संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

30 Draw a sketch of the region bounded by the parabola $y^2=6x$ and the line $y=2x$. Using integration, find the area of this bounded region. **6**

परवलय $y^2=6x$ तथा रेखा $y=2x$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचिये। समाकलन का प्रयोग करते हुए, इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

31 Show that the height of the closed cylinder of given total surface area and maximum volume is equal to the diameter of its base. **6**

दर्शाइए कि बन्द लम्बवृत्तीय बेलन, जिसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया गया है, का आयतन अधिकतम होगा जब उसकी ऊँचाई इसके आधार के व्यास के बराबर होगी।

OR / अथवा

Find the intervals in which the function $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

32 Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{2}$ intersects the plane $2x - 3y + z - 5 = 0$. Also, find the angle between the line and the plane. **6**

रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{2}$ तथा समतल $2x - 3y + z - 5 = 0$ जहाँ प्रतिच्छेद करते हैं उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए। दिए हुए रेखा तथा समतल के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

33 A bakery shop makes two types of cakes. Type-I cake requires 200 g of flour and 25 g fat and Type-II cake requires 100 g of flour and 50 g of fat. Find the maximum numbers of cakes which can be made from 5 kg of flour and 1 kg of fat assuming that there is no shortage of other ingredients used in it. Formulate this as a linear programming problem and solve graphically. **6**

एक बेकरी की दुकान दो प्रकार के केक बनाती है। पहले प्रकार के केक में 200 ग्राम आटा तथा 25 ग्राम वसा की आवश्यकता होती है तथा दूसरे प्रकार के केक में 100 ग्राम आटा तथा 50 ग्राम वसा की आवश्यकता होती है। यह मानते हुए कि अन्य पदार्थ जो इन्हें बनाने में प्रयोग होते हैं की कोई कमी नहीं है तो ज्ञात कीजिए कि 5 किग्रा आटा तथा 1 किग्रा वसा से अधिकतम कितने केक बनाए जा सकते हैं। इसे रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए तथा आलेख द्वारा हल कीजिए।

Roll No.
अनुक्रमांक

This Question Paper consists of **33 questions** [Section-A (10) + Section-B (6) + Section-C (12) + Section-D (5)] and **14** printed **pages** and a **Graph sheet**.

इस प्रश्न–पत्र में **33 प्रश्न** [खण्ड–अ (10) + खण्ड–ब (6) + खण्ड–स (12) + खण्ड–द (5)] तथा **14** मुद्रित पृष्ठ हैं और एक **ग्राफ शीट** है।

Roll No. / **अनुक्रमांक** | | | | | | | | | | | | |

Code No. 65/ASS/3
कोड नं.

SET/सेट C

MATHEMATICS

गणित

(311)

Day and Date of Examination
(परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators **1.** ____________________
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)
2. ____________________

General Instructions :

1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.

2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.

3 Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

4 Write your Question Paper Code No. **65/ASS/3, Set–C** on the Answer-Book.

5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.

(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

1 परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।

2 कृपया प्रश्न–पत्र को जाँच लें कि प्रश्न–पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है । इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।

3 उत्तर–पुस्तिका में पहचान–चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।

4 अपनी उत्तर–पुस्तिका पर प्रश्न–पत्र की कोड संख्या **65/ASS/3, सेट-C** लिखें।

5 (क) प्रश्न–पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं:
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर–पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।

(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Time : **3** Hours] [Maximum Marks : **100**

समय : **3** घण्टे] [पूर्णांक : **100**

Note : (i) This question paper consists of **four Sections,** viz., 'A', 'B', 'C' and 'D' containing 33 questions.

(ii) Question Nos. **1** to **10** in **Section 'A'** are multiple-choice questions (MCQ). Each question carries **1 mark.** In each question, there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your Answer-Book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No extra time is allotted for attempting these questions.

(iii) Question Nos. **11** to **16** in **Section 'B'** are very short-answer questions and carry **2 marks** each.

(iv) Question Nos. **17** to **28** in **Section 'C'** are short-answer questions and carry **4 marks** each.

(v) Question Nos. **29** to **33** in **Section 'D'** are long-answer questions and carry **6 marks** each.

(vi) **All** questions are **compulsory.** There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

निर्देश : (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल **33** प्रश्न हैं, जो **चार** खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में विभाजित हैं।

(ii) **खण्ड–'अ'** में प्रश्न संख्या **1** से **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए **1 अंक** निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर–पुस्तिका में (A), (B), (C) अथवा (D) जो सही हो, उत्तर के रूप में लिखना है। इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए कोई अतिरिक्त समय नहीं दिया जाएगा।

(iii) **खण्ड–'ब'** में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **2 अंक** निर्धारित हैं।

(iv) **खण्ड–'स'** में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **4 अंक** निर्धारित हैं।

(v) **खण्ड–'द'** में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ–उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के **6 अंक** निर्धारित हैं।

(vi) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। पूर्ण प्रश्न–पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड – अ

1 $\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$ is equal to **1**

$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$ बराबर है

(A) -1 (B) 1

(C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

2 The principal value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ is : **1**

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $\frac{3\pi}{5}$ (B) $\frac{\pi}{5}$

(C) $\frac{2\pi}{5}$ (D) π

3 Derivative of $e^{\tan^3 x}$ with respect to x is : **1**

x के सापेक्ष $e^{\tan^3 x}$ का अवकलज है :

(A) $e^{3\tan^2 x \sec^2 x}$ (B) $3\,e^{\tan^3 x} \tan x \sec x$

(C) $3\,e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x \sec^2 x$ (D) $3\,e^{\tan^3 x} \cdot \tan^2 x$

4 Two statements p and q are given **1**

p : If a number is divisible by 3, then it is divisible by 9 also.

q : If a number is not divisible by 9, then it is not divisible by 3 also.

Which of the following is true?

(A) q is negation of p (B) q is converse of p

(C) q is contrapositive of p (D) None of the above

दो कथन p तथा q दिए हैं

p : यदि कोई संख्या 3 से विभाजित होती है, तो यह 9 से भी विभाजित होगी।

q : यदि कोई संख्या 9 से विभाजित नहीं होती है, तो यह 3 से भी विभाजित नहीं होगी।

निम्न में से कौन सत्य है?

(A) q निषेधन है p का (B) q विलोम है p का

(C) q प्रतिधनात्मक है p का (D) उपरोक्त में से कोई नहीं

5 $\int \cos 2x \, dx$ is equal to **1**

$\int \cos 2x \, dx$ बराबर है :

(A) $2\sin 2x + C$ (B) $-\frac{\sin 2x}{2} + C$

(C) $-2\sin 2x + C$ (D) $\frac{\sin 2x}{2} + C$

6 If $X + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, then X is equal to : **1**

यदि $X + \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो X बराबर है :

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

7 When all the conditions of Rolle's theorem are satisfied for the function $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$, then the value of point C which verifies the theorem is : **1**

जब रोले के प्रमेय के सभी प्रतिबन्ध, फलन $f(x) = x^2, x \in [-1, 1]$ पर सन्तुष्ट हैं, तो बिन्दु C का वह मान जो इस प्रमेय को सत्यापित करता है, होगा :

(A) -1 (B) 0

(C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

8 The value of $\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ is **1**

$\cot\left(\tan^{-1}\alpha + \cot^{-1}\alpha\right)$ का मान है :

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

9 Distance of the point (1, –2, 4) from the plane $5x - y + 2z - 6 = 0$ is **1**

बिन्दु (1, –2, 4) की समतल $5x - y + 2z - 6 = 0$ से दूरी है :

(A) $\frac{5}{\sqrt{30}}$ (B) $\frac{9}{\sqrt{30}}$

(C) $\frac{15}{\sqrt{30}}$ (D) $\frac{9}{\sqrt{21}}$

10 $\int (1-x)\sqrt{x}\,dx$ is equal to **1**

$\int (1-x)\sqrt{x}\,dx$ बराबर है :

(A) $\frac{3}{2}x^{3/2} - \frac{5}{2}x^{5/2} + C$ (B) $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} + C$

(C) $\frac{2}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} + C$ (D) $\frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{2}{5}x^{5/2} + C$

SECTION - B

खण्ड – ब

11 Show that the relation $R = \{(a, b) : a > b\}$ on N is transitive but not symmetric. **2**

दर्शाइए कि समुच्चय N पर सम्बन्ध R जो कि $R = \{(a, b) : a > b\}$ द्वारा परिभाषित है, संक्रमक है परन्तु सममित नहीं है।

12 Find the area of the triangle with vertices at the points (–1, –8), (–2, –3), (3, 2). **2**

त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु (–1, –8), (–2, –3) तथा (3, 2) हैं।

13 If $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$, then find $\frac{dy}{dx}$. **2**

यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

14 Solve the differential equation **2**

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$\left(e^{x}-e^{-x}\right)\frac{dy}{dx}=\left(e^{x}+e^{-x}\right)$$

15 If $\vec{a}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$ and $\vec{c}=\hat{i}-\hat{j}-4\hat{k}$, then find a unit vector parallel to $3\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$. **2**

यदि $\vec{a}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$ तथा $\vec{c}=\hat{i}-\hat{j}-4\hat{k}$ हैं, तो $3\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Show that the points A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) and C (1, –3, 1) are vertices of an isosceles right – angled triangle.

दर्शाइए कि बिन्दु A (0, 1, 2), B (2, –1, 3) तथा C (1, –3, 1) एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु हैं।

16 Write the component statements of the following compound statement and check whether the compound statement is true or not. **2**

"All prime numbers are either even or odd".

निम्न मिश्र कथन के घटक कथन लिखिए तथा मिश्र कथन की सत्यता की जाँच कीजिए।

''सभी अभाज्य संख्याएँ या तो सम हैं या विषम।''

SECTION - C

खण्ड - स

17 Evaluate **4**

मान ज्ञात कीजिए

$$\int_0^2 x(2-x)^n\, dx$$

18 Let $A = R - \{3\}$ and $B = R - \{1\}$. Show that the function $f : A \to B$ **4**

defined by $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ is a bijective function.

माना $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$. दर्शाइए कि फलन $f : A \to B$ जो $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित है एक एकैकी आच्छादक फलन है।

OR / अथवा

If $f(x) = \dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$, show that '*fof*' is an identity function. What is the inverse of f?

यदि $f(x) = \dfrac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq \dfrac{2}{3}$ है, तो दर्शाइए कि *fof* एक इकाई फलन है। f का प्रतिलोम फलन क्या है ?

19 Write in the simplest form **4**

सरलतम रूप में लिखिए

$$\tan\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)+\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-y^2}{1+y^2}\right)\right]$$

20 Find : **4**

ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\sin^{-1} x\right)^2 dx$$

21 Solve the differential equation **4**

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x^2 y\, dx - \left(x^3 + y^3\right) dy = 0$$

OR / अथवा

Solve the differential equation

अवकल समीकरण को हल कीजिए

$$x \frac{dy}{dx} - y = x^2$$

22 Find whether the following function $f(x)$ is continuous at $x = 0$ or not. **4**

ज्ञात कीजिए कि निम्न दिया फलन $f(x)$, $x = 0$ पर सतत है या नहीं।

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos 5x - \cos x}{4x^2} & , \ x > 0 \\ -3 \tan \dfrac{\pi}{8} (x + 2) & , \ x \le 0 \end{cases}$$

23 Express $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **4**

$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

24 Using differentials, find the approximate value of $(0.009)^{1/3}$ upto 3 places of decimal. **4**

अवकलों का प्रयोग करते हुए $(0.009)^{1/3}$ का दशमलव के तीन स्थान तक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

25 If $\sin^2 y + \cos xy = \pi$, then find $\frac{dy}{dx}$. **4**

यदि $\sin^2 y + \cos xy = \pi$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

26 Find the equation of the plane through the points (1, 2, –3) and (3, –1, 2) and parallel to the line $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$. **4**

बिन्दुओं (1, 2, –3) तथा (3, –1, 2) से होकर जाते हुए समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$ के समान्तर है।

27 Using properties of determinants, prove that **4**

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix} = 2(a+b)(b+c)(c+a)$$

28 Show that the lines **4**

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ and}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

intersect and find their point of intersection.

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$l_1 : \frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5} \text{ तथा}$$

$$l_2 : \frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$$

प्रतिच्छेदी है और प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two vectors such that $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|$, then prove that $2\vec{a}+\vec{b}$ is perpendicular to $\vec{b}$.

यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दो सदिश इस प्रकार है कि $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|$, तो सिद्ध कीजिए कि $2\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{b}$ पर लम्ब है।

SECTION - D

खण्ड - द

29 A dealer deals in two items - fans and sewing machines. He has only ₹ 57,600 to invest and a space for atmost 20 items. A fan costs him ₹ 2400 and a sewing machine ₹ 3600. He can sell a fan at a profit of ₹ 180 and a sewing machine at a profit of ₹ 220. Assuming that he can sell all the items that he can buy, how should he invest his money in order to maximize the profit ? Formulate this as a linear programming problem and solve it graphically. **6**

एक व्यापारी दो वस्तुओं पंखे तथा सिलाई मशीन का व्यापार करता है। उसके पास व्यापार में लगाने के लिए केवल ₹ 57,600 है और अधिकतम 20 वस्तुओं को रखने की जगह है। एक पंखे का मूल्य ₹ 2400 तथा एक सिलाई मशीन का मूल्य ₹ 3600 है। वह एक पंखे को ₹ 180 लाभ पर तथा एक सिलाई मशीन को ₹ 220 लाभ पर बेच सकता है। यह मानते हुए कि वह खरीदी हुई सभी वस्तुएं बेच सकता है, अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए उसे अपना धन किस प्रकार व्यापार में लगाना चाहिए? इसे रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में लिखिए और आलेख द्वारा हल कीजिए।

30 If $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, then find the value of λ, so that $A^2 = \lambda A + 7I$. **6**

Hence, find A^{-1}.

यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो $A^2 = \lambda A + 7I$ में λ का मान ज्ञात कीजिए। इससे A^{-1} ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find the inverse of the following matrix, using elementary row operations.
प्रारंभिक पंक्ति संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

31 Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{2}$ intersects the plane $2x-3y+z-5=0$. Also, find the angle between the line and the plane. **6**

रेखा $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-2}{2}$ तथा समतल $2x-3y+z-5=0$ जहाँ प्रतिच्छेद करते हैं उस बिन्दु को ज्ञात कीजिए। दिए हुए रेखा तथा समतल के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

32 Draw a sketch of the region bounded by the parabola $y^2 = x$ and the line $x + y = 2$. Using integration, find the area of this bounded region. **6**

परवलय $y^2 = x$ तथा रेखा $x + y = 2$ के बीच घिरे क्षेत्र का ग्राफ खींचिये। समाकलन का प्रयोग करते हुए इस घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

33 Show that the height of the closed cylinder of given total surface area and maximum volume is equal to the diameter of its base. **6**

दर्शाइए कि बन्द लम्बवृत्तीय बेलन, जिसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया गया है, का आयतन अधिकतम होगा जब उसकी ऊँचाई इसके आधार के व्यास के बराबर होगी।

OR / अथवा

Find the intervals in which the function $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

(i) increasing (ii) decreasing.

फलन $f(x) = \sin 3x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ के लिए वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ फलन

(i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है।

Roll No.
अनुक्रमांक