

मॉडल प्रश्न-पत्र-I

कक्षा – बारहवीं

विषय – गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 100

निर्देश- 1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

2. प्रश्न क्रमांक 1 में दो खंड हैं। इसमें चार खण्ड हैं। खण्ड (अ) में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा खण्ड (ब) में 10 प्रश्न रिक्त स्थानों की पूर्ति हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।
3. प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 12 है। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।
5. प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।
6. प्रश्न क्रमांक 24 और 25 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 02 है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है।
7. प्रश्न क्रमांक 26 और 27 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।
8. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

प्रश्न 1. खण्ड (अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए—

- (i) यदि $n(A) = 5$, $n(B) = 4$ हो तो $n(A \times B)$ का मान होगा—
(अ) 24 (ब) 22
(स) 20 (द) 18
- (ii) यदि $A = \{2, 4, 3\}$ है तो A के उपसमुच्चय की संख्या होगी—
(अ) 16 (ब) 8
(स) 10 (द) 3
- (iii) श्रेणी 2, 4, 6, 8, का n वाँ पद होगा—
(अ) $2n - 1$ (ब) $2n + 1$
(स) $4n$ (द) $2n$
- (iv) सम्मिश्र संख्या $z = 12 - 5i$ का मापांक होगा—
(अ) 12 (ब) 13
(स) 5 (द) 15
- (v) $(1 + x)^n$ के प्रसार में गुणांकों का योग होगा—
(अ) 2^n (ब) 2^{n+1}
(स) 2^{n-1} (द) $n + 1$

(vi) यदि किसी त्रिभुज के शीर्ष $(7, 5)$, $(5, 7)$ तथा $(-3, 3)$ हैं तो त्रिभुज का केन्द्रक होगा—

(अ) $(5, 3)$

(ब) $(3, 5)$

(स) $(5, 6)$

(द) $(2, 3)$

(vii) निम्न आंकड़े 12, 7, 5, 6, 9, 15 तथा 17 की माध्यिका होगी—

(अ) 9

(ब) 12

(स) 15

(द) 17

(viii) $\cos(\sin^{-1} x)$ का मान होगा—

(अ) $\sqrt{1+x^2}$

(ब) $\sqrt{1-x^2}$

(स) $\sqrt{x^2-1}$

(द) इसमें से कोई नहीं

(ix) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^4 y}{dx^4}\right)^2 + x^3 \left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)^5 = \sin x$ की कोटि तथा घात है—

(अ) 2, 4

(ब) 4, 2

(स) 2, 2

(द) 4, 5

(x) बिन्दु $P(x, y, z)$ की yz -समतल से लम्बवत् दूरी होगी—

(अ) x

(ब) y

(स) z

(द) $y+z$

खण्ड (ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—

(i) $\cos \theta$ का अधिकतम मान होगा।

(ii) ${}^{10}_C$ का मान है।

(iii) शांकव परवलय की उत्केन्द्रता $(e)^{-}$ होती है।

(iv) तीन सिक्कों को एक साथ उछालने पर प्रतिदर्श समिष्ट होगा।

(v) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ का मान होगा।

(vi) यदि $g(x) = x^2 + 4$ हो तो $g(-4)$ का मान होगा।

(vii) $\int_0^1 e^{2\log x} dx$ का मान होगा।

(viii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \dots\dots\dots$ होगा।

(ix) यदि $\bar{A} = 6i - 3j + 2k$ हो तो $|\bar{A}|$ का मान होगा।

(x) बिन्दु $(2, 5, -4)$ तथा $(8, 2, -6)$ के बीच की दूरी होगी।

प्रश्न 2. असमिका $x+4y \geq 8$ का आलेख खींचिए।

प्रश्न 3. सम्मिश्र संख्या $z=3+4i$ का गुणन प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4. बिन्दु $(2, 3)$ से रेखा $3x+4y+2=0$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 5. वृत्त $4x^2+4y^2-2x+3y-6=0$ का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 6. $\begin{vmatrix} 1 & 1^2 & 2^2 \\ 2 & 2^2 & 3^2 \\ 3 & 3^2 & 4^2 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ हो तो BA का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8. $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. सिद्ध कीजिए कि—

$$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

प्रश्न 10. यदि $f(x)=x^2$ तथा $g(x)=\sqrt{x}$ हो तो $gof(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-3x+1}{x^2-1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. बिन्दुओं $P(2, 5, -4)$ का $Q(8, 2, -6)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13. मिश्र कथन किसे कहते हैं। उदाहरण भी लिखिए।

प्रश्न 14. यदि $U = \{1, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{2, 4, 6, 8\}$ तथा $B = \{1, 3, 5, 7\}$ हो तो A^1 तथा B^1 का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 15. किसी लीप वर्ष में 53 सोमवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16. त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक $A(2, 6)$, $B(-4, -2)$, तथा $C(3, -1)$ है।

प्रश्न 17. सिद्ध कीजिए कि—

$$\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$$

प्रश्न 18. यदि $\vec{a} = 2i + j - 3k$ तथा $\vec{b} = 3i - 2j + k$ हो तो $\sin \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 19. असमीकरण निकाय को ग्राफ द्वारा हल कीजिए—

$$x+3y \leq 12, 3x+y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$$

प्रश्न 20. किसी $\triangle ABC$ में सिद्ध कीजिए कि—

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि—

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{A}{2}\right) = \frac{\cos A}{1 - \sin A}$$

प्रश्न 21. यदि किसी समान्तर श्रेणी का 5 वां पद $\frac{1}{3}$ और तीसरा पद $\frac{1}{5}$ है तो 15 वां पद ज्ञात कीजिए।

अथवा

श्रेणी $5 + 55 + 555 + \dots$ के n पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. उस दीर्घ वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(1, -1)$ उत्केन्द्रा $(e) = \frac{1}{2}$ तथा नियता का समीकरण $x - y = 3$ है।

अथवा

दो रेखाओं $2x + 3y = 4$ तथा $3x - 2y = 7$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 23. रेखा $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{1}$ तथा समतल $2x - y + z = 4$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

अथवा

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(0, -1, -1)$, $(4, 5, 1)$ तथा $(3, 9, 4)$ से होकर जाता है।

प्रश्न 24. निम्न सारणी से मानक विचलन ज्ञात कीजिए—

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
आवृत्ति	6	10	16	10	8

अथवा

निम्न सारणी से, माध्य से माध्य-विचलन ज्ञात कीजिए—

पद	10	11	12	13	14
आवृत्ति	5	12	18	12	3

प्रश्न 25. मान ज्ञात कीजिए—

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

अथवा

यदि $x = a(\theta + \sin \theta)$ और $y = a(1 - \cos \theta)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 26. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिए कि, n के सभी धन पूर्णांक मानों के लिए,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n}{2} (n + 1)$$

अथवा

$\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27. समीकरण को हल कीजिए (आव्यूह विधि द्वारा)

$$x + y = 6$$

$$4x + 7y = 36$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि—

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

-----X-----