मॉडल - (01)

विषय - गणित, कक्षा– 12वी

समय : 3 घंटे **पूर्णांक: 100**

निर्देश–

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।
3. प्रश्न क्रमांक 1 में दो खंड है। खंड–(अ) में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न है तथा खण्ड–(ब) में 10 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।
4. प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अति–लघुउत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित है।
5. प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अति–लघुउत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित है।
6. प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघुउत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
7. प्रश्न क्रमांक 24 और 25 तक लघुउत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
8. प्रश्न क्रमांक 26 और 27 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

प्रश्न क्रमांक (1) (खण्ड–अ)

सहीं विकल्प चुनकर लिखिए :–

(i) यदि A = {1,2,3,4,5} तथा B = {2,3,5,7} है तो $A \cup B$ का मान होगा –

(अ) {1,2,3,4,5,7} (ब) {1,3,5,7} (स) {1,2,5,7} (द) {2,3,5 }

(ii) यदि $f(x) = x + 2$ तथा $g(x) = 2x - 3$ है तो $fog(x)$का मान होगा –

(अ) $x - 2$ (ब) $2x + 3$ (स) $2x - 1$ (द) $2x + 1$

(iii) $(1 + x)^{n+1}$ के प्रसार में पदों की संख्या है –

(अ) n (ब) $n+1$ (स) $n+2$ (द) $n+3$

(iv) वर्ग समीकरण $x^2+6x+9=0$ के मूल होंगे–

(अ) $(3,-3)$ (ब) $(3,3)$ (स) $(6,9)$ (द) $(-3,-3)$

(v) दो बिन्दुओं $A(-4,1)$ तथा $B(2,3)$ से जाने वाली रेखा की प्रवणता होगी–

(अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{1}{3}$ (स) $\frac{1}{4}$ (द) $\frac{1}{5}$

(vi) यदि तीन सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं तो उसके प्रतिदर्श समष्टि की संख्या होगी–

(अ) 2 (ब) 4 (स) 6 (द) 8

(vii) यदि $\tan^{-1}(\frac{3}{4})=A$ है तो $CosA$ का मान होगा–

(अ) $\frac{3}{4}$ (ब) $\frac{3}{5}$ (स) $\frac{4}{5}$ (द) $\frac{5}{4}$

(viii) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान होगा–

(अ) $\frac{\pi}{2}$ (ब) $\frac{\pi}{3}$ (स) $\frac{\pi}{4}$ (द) $\frac{\pi}{6}$

(ix) अवकल समीकरण $(\frac{\mathrm{d}^4y}{dx^4})^4+x^2(\frac{\mathrm{d}^3y}{dx^3})^5+y=0$ की कोटि तथा घात है –

(अ) $(4,4)$ (ब) $(3,3)$ (स) $(4,3)$ (द) $(3,5)$

(x) दो बिन्दुओं P (2,5,-4) और Q (8,2,-6) के बीच की दूरी होगी–

(अ) 7 (ब) 5 (स) -7 (द) 8

खण्ड (ब)

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

(i) यदि A = $\frac{\pi}{6}$ है तो $\tan 2A$ का मान ..... होगा।

(ii) श्रेणी 1+2+3+4+..... के n पदों का योगफल ..... होगा।

(iii) $\sqrt{-36}$ का मान ..... होगा।

(iv) वृत्त $x^2 + y^2$-6x-4y-25 =0 की त्रिज्या ..... होगी।

(v) यदि किसी लीप वर्ष में दिनों की संख्या ..... होगी।

(vi) $\sin^{-1}(\frac{1}{x}) + \cos^{-1}(\frac{1}{x})$ का मान ..... होगा।

(vii) यदि $f(x) = x^2$ है तो $fof(x)$ का मान ..... होगा।

(viii) यदि $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x)}{x}$ का मान ..... होगा।

(ix) यदि $\bar{A} = 2i - 3j + 4k$ है तो $\bar{A}X\bar{A}$ का मान ..... होगा।

(x) $i\ X\ i + j\ X\ j + k\ X\ k$ का मान ..... होगा।

प्रश्न 2. सम्मिश्र संख्या (Complex number) z=4+3i का मापांक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3. यदि $\propto$ तथा β वर्ग समीकरण $3x^2 - 5x + 9 = 0$ के मूल हो तो $\frac{1}{\propto} + \frac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4. उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र (-2,3) तथा त्रिज्या 4 है।

प्रश्न 5. दो बिन्दुओं P(8,7) तथा Q(6,9) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 6. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ है तो A+A′ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ तथा $B = [1\ -5\ 7]$ है तो (AB)′ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8. $\begin{vmatrix} a & b+c & 1 \\ b & c+a & 1 \\ c & a+b & 1 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9 यदि $f(x) = cosx$ और $g(x) = 3x^2$ है तो $gof(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 10 सिद्ध कीजिए कि –

$$cos^{-1}(4x^3\text{-}3x) = 3\cos^{-1}x$$

प्रश्न 11. अवकल समीकरण को हल कीजिए–

$$(1 + x^2)\text{dy} = (1 + y^2)\text{dx}$$

प्रश्न 12. दो बिन्दुओं P(1,-3, 2) तथा Q (4, 2, -3) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13. मिश्र कथन किसे कहते हैं उदाहरण सहित समझाइए।

प्रश्न 14. सिद्ध कीजिए – $\frac{cos\,7A - cos\,9A}{sin\,9A - sin\,7A} = tan8A$

प्रश्न 15. यदि A तथा B दो घटनाएं हैं, जहां P(A) = 1/4 , P(B) =1/13 तथा $P(A \cap B) = 1/26$ हो तो $P(A \cup B)$ और $P(\bar{A}).\ P(\bar{B})$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16 यदि $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ तथा $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ है तो X तथा Y का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 17 सिद्ध कीजिए कि –

$$2\sin^{-1}\sqrt{\frac{1-x}{2}} = \cos^{-1}x$$

प्रश्न 18. दो समतलों $2x - y + z = 6$ तथा $x + y + 2z = 3$ के बीच कोण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 19 फलन $z = 2x + 3y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जबकि प्रतिबंध निम्न है–

$x \geq 0, y \geq 0,\ x + 2y \leq 10$ तथा $2x + y \leq 14$

प्रश्न 20. किसी त्रिभुज ABC में यदि $\frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} = \frac{3}{a+b+c}$ है तो $\angle A$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

किसी त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए कि –

$$\frac{cos2A}{a^2} - \frac{cos2B}{b^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}$$

प्रश्न 21. श्रेणी 4+44+444+..... के n पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि किसी समान्तर श्रेणी का 5वां पद 11 तथा 9वां पद 17 है तो समान्तर श्रेणी के 20 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि (1,2) तथा नियता का समीकरण $x - y + 2 = 0$ है।

अथवा

उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1,2) से गुजरती है तथा सरल रेखा $2x + 3y + 6 = 0$ के लंबवत् है।

प्रश्न 23. सिद्ध कीजिए कि दो रेखाएं –

$\frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-7}{-3}$ तथा $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+1}{-1}$ समतलीय है।

अथवा

दो बिन्दुओं P(2, -4, 3) और Q(-4, 5, -6) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:1 के आंतरिक अनुपात में विभाजन करने वाले बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 24. निम्न सारणी की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तर	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
आवृत्ति	5	8	16	15	6

अथवा

निम्न सारणी का माध्य से माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

वर्गान्तर	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
आवृत्ति	2	3	8	14	8	3	2

प्रश्न 25 यदि $y = \tan^{-1} x$ है तो सिद्ध कीजिए कि $(1 + x^2)y_2 + 2xy_1 = 0$

अथवा

यदि $y = x^{\sin^{-1} x}$ है तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 26 $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{11}$ के प्रसार में x^7 का गुणांक ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि ${}^{n+2}c_4 = 6.\ {}^{n}c_2$ तो n का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27 सिद्ध कीजिए –

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & x+z+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

अथवा

समीकरण को हल कीजिए (आव्यूह विधि से / Matrix Method)

$$4x - 3y = 11$$

$$3x + 7y = -1$$