

MATHEMATICS

গণিত (311-B)

Time : 3 Hours]
সময় : 3 ঘণ্টা]

[Maximum Marks : 100
[পূর্ণমান : 100

- Note :**
- This Question Paper consists of **two** Sections, 'A' and 'B'.
 - All** questions from Section 'A' are to be attempted. However, in some questions, internal choice is given.
 - Section 'B' has two options. Candidates are required to attempt questions from **one** option only.
- দ্রষ্টব্য :**
- এই প্রশ্নপত্রটি **দুটি** বিভাগে বিভক্ত, যথাক্রমে 'A' এবং 'B'।
 - বিভাগ 'A' থেকে সমস্ত প্রশ্নের উত্তর প্রদান করতে হবে। তবে, কিছু প্রশ্নের বিকল্প দেওয়া হয়েছে।
 - বিভাগ 'B' তে **দুটি** বিকল্প রয়েছে। এক্ষেত্রে পরীক্ষার্থীদের একটি বিকল্পের প্রশ্নগুলির উত্তর প্রদান করতে হবে।

SECTION - A

বিভাগ - A

- Find the multiplicative inverse of $3 - 4i$. 2
 $3 - 4i$ এর গুণনীয় বিপরীত নির্ণয় করো।
- If $1, \omega$ and ω^2 are the cube roots of unity, prove that $(1 - \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2) = 4$. 2
1 এর ঘনমূল $1, \omega, \omega^2$ হলে প্রমাণ করো $(1 - \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2) = 4$
- How many 3-digit numbers can be formed with the digits 1, 4, 7, 8 and 9, if the digits are not to be repeated? 2
কোন সংখ্যা একাধিকবার ব্যবহার না করে 1, 4, 7, 8 এবং 9 দ্বারা কতগুলি তিন অঙ্কের সংখ্যা নির্ণয় করা যাবে?

OR/অথবা

If ${}^{10}C_r = {}^{10}C_{2r+1}$, find the value of r .

যদি ${}^{10}C_r = {}^{10}C_{2r+1}$ হয়, তবে r এর মান নির্ণয় করো।



4. Find the area of the triangle, whose vertices are $(2, 3)$, $(-2, -3)$ and $(-2, 3)$. 2

কোন ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু $(2, 3)$, $(-2, -3)$ এবং $(-2, 3)$ হলে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

5. Find the sum of the following infinite series. 2

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \dots \dots \infty.$$

নিম্নলিখিত অসীম শ্রেণির যোগফল নির্ণয় করো।

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \dots \dots \infty.$$

6. Prove that : 2

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

প্রমাণ করো $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

7. Prove that the $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x) = x^2 + 3$ is not an onto function. 2

প্রমাণ কর যে $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ সংজ্ঞাত করা যাবে $f(x) = x^2 + 3$ অপেক্ষকটি উপায় চিত্রন নয়।

8. Let $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 2

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$$

Find :

(i) $(A \cap B)'$

(ii) $B - A$

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$ হলে (i) $(A \cap B)'$ (ii) $B - A$ এর মান নির্ণয় করো।



9. For Matrices,

3

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \text{ verify that } (AB)' = B'A'.$$

যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ হয়, প্রমাণ করো $(AB)' = B'A'$.

10. Using properties of determinants, prove that :

3

$$\begin{vmatrix} a - b - c & 2a & 2a \\ 2b & b - c - a & 2b \\ 2c & 2c & c - a - b \end{vmatrix} = (a + b + c)^3$$

নির্ণায়কের ধর্মগুলি ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে,

$$\begin{vmatrix} a - b - c & 2a & 2a \\ 2b & b - c - a & 2b \\ 2c & 2c & c - a - b \end{vmatrix} = (a + b + c)^3$$

OR/অথবা

Solve the following system of linear equations, using Cramer's rule :

$$2x + 3y = 5$$

$$3x + 5y = 7$$

Cramer-এর নিয়ম ব্যবহার করে নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করো।

$$2x + 3y = 5$$

$$3x + 5y = 7$$



11. Show that the function defined by

3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ -2, & x = 1 \end{cases}$$

is continuous at $x=1$.

প্রমাণ করো

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ -2, & x = 1 \end{cases}$$

অপেক্ষকটি $x=1$, এ সন্তত নয়

OR/অথবা

If $y = \sqrt{x+1}$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

$y = \sqrt{x+1}$ হলে $\frac{d^2y}{dx^2}$ এর মান নির্ণয় করো।

12. Check if Rolle's theorem is applicable for the function f defined by $f(x) = x^2 - 1$, $x \in [0, 3]$.

3

$f(x) = x^2 - 1$ অপেক্ষকের $x \in [0, 3]$ বিস্তারে Rolle's উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই করো।

OR/অথবা

At what points on the curve $y = x^2 - 4x + 5$ is the tangent perpendicular to the line $2y + x - 7 = 0$?

$y = x^2 - 4x + 5$ বক্ররেখার কোন বিন্দুতে স্পর্শক, $2y + x - 7 = 0$ সরলরেখার অভিলম্ব তা নির্ণয় করো।

13. A card is drawn from a well shuffled deck of 52 cards. Find the probability of getting a queen or a heart card.

3

ভালোভাবে শাফল করা 52 টি তাসের প্যাকেট থেকে একটি তাস সমসম্ভব উপায়ে নেওয়া হল। তাসটির একটি বিবি (queen) অথবা একটি হরতন (heart) হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

OR/অথবা

A bag contains 5 red and 7 white balls. Two balls are taken out of the bag, one after the other without replacement. Find the probability that the drawn balls are white balls.

5টি লাল এবং 7 টি সাদা বল ভর্তি একটি থলি আছে। পুনঃস্থাপন না করে এবং প্রথম বলটি তুলে নেওয়ার পর সেটি পুনরায় ব্যাগে না রেখে দ্বিতীয় বল তোলা হলে দুটি সাদা বল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।



14. Find the 4th term in the expansion of $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{11}$. 4

$\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{11}$ বিস্তৃতির চতুর্থ পদ (4th term) নির্ণয় করো।

15. Find the equation of a circle concentric with the circle $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$ and double of its radius. 4

$x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$ বৃত্তের সমকেন্দ্রিক বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যাহার ব্যাসার্ধ প্রদত্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।

16. Find the equation of the parabola whose focus is (2, 3) and directrix is $3x + 4y - 1 = 0$. 4

যে অধিবৃত্তের নাভি (2, 3) এবং নিয়ামক-এর সমীকরণ $3x + 4y - 1 = 0$, তাহার সমীকরণ নির্ণয় করো।

17. Show that $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$, where C_1 and C_2 are arbitrary constants, is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$. 4

দেখাও যে, $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$ যেখানে C_1 এবং C_2 হল স্বাধীন স্বেচ্ছ ধ্রুবক, হল $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ অবকল সমীকরণের সমাধান।

OR/অথবা

Solve the following differential equation :

$$(1 + x^2)dy = (1 + y^2)dx, \text{ given that } y = 1, \text{ when } x = 0.$$

$(1 + x^2)dy = (1 + y^2)dx$ অবকল সমীকরণের সমাধান করো, দেওয়া আছে $y = 1$ যখন $x = 0$.



18. Evaluate $\int_0^3 (x + 1) dx$ as the limit of sums.

4

$\int_0^3 (x + 1) dx$ কে যোগফলের সীমা রূপে প্রকাশ করে মান নির্ণয় করো।

OR/অথবা

Find :

$$\int \frac{x + 1}{(x - 2)(x - 3)} dx$$

মান নির্ণয় করো

$$\int \frac{x + 1}{(x - 2)(x - 3)} dx$$

19. Find the mean and variance for the following data.

4

Marks	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
No. of Students	7	9	25	15	44

নিম্নলিখিত বিভাজনের ক্ষেত্রে গড় (mean) এবং ভেদমান (variance) নির্ণয় কর।

নম্বর	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
ছাত্র সংখ্যা	7	9	25	15	44

20. Using matrices, solve the following system of linear equations.

6

$$2x + y - z = 2$$

$$x + 2y - 3z = -1$$

$$5x - y - 2z = -1$$

ম্যাট্রিক্স পদ্ধতি ব্যবহার করে নিচের সমীকরণগুলির সমাধান কর :

$$2x + y - z = 2$$

$$x + 2y - 3z = -1$$

$$5x - y - 2z = -1$$



21. If the p^{th} , q^{th} and r^{th} terms of a G.P. are x , y and z respectively, then prove that $x^{q-r} \cdot y^{r-p} \cdot z^{p-q} = 1$. 6

একটি গুণোত্তর শ্রেণির p -তম, q -তম এবং r -তম পদ যথাক্রমে x , y এবং z হলে প্রমাণ করো,
 $x^{q-r} \cdot y^{r-p} \cdot z^{p-q} = 1$.

22. In a ΔABC , if $\angle A = \frac{\pi}{3}$, then prove that $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$. 6

ΔABC এর ক্ষেত্রে $\angle A = \frac{\pi}{3}$ হলে প্রমাণ কর $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$.

OR/অথবা

Prove that :

$$\cos^3 A \cdot \sin 3A + \sin^3 A \cdot \cos 3A = \frac{3}{4} \sin 4A.$$

প্রমাণ কর,

$$\cos^3 A \cdot \sin 3A + \sin^3 A \cdot \cos 3A = \frac{3}{4} \sin 4A.$$

23. Using integration, find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. 6

সমাকলন বিদ্যা ব্যবহার করে $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

24. Show that the height of a closed right circular cylinder of given volume and least surface area is equal to its diameter. 6

দেখাও যে একটি প্রদত্ত আয়তন বিশিষ্ট বন্ধ লম্ববৃত্তাকার চোঙের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন হবে যদি ওই চোঙের উচ্চতা ভূমির ব্যাসের সমান হয়।



SECTION - B

বিভাগ - B

OPTION - I

বিকল্প - I

(Vectors and Three Dimensional Geometry)

(ভেক্টর এবং ত্রিমাত্রিক জ্যামিতি)

25. Find the angle between the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$. 2

$\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

26. Find the equation of a plane passing through the point $(2, 3, -1)$ and parallel to the plane $2x + 3y + 6z + 7 = 0$. 3

$2x + 3y + 6z + 7 = 0$ সমতলের সমান্তরাল এবং $(2, 3, -1)$ বিন্দুগামী সমতলের সমীকরণ নির্ণয় কর।

27. For the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 2z + 1 = 0$, find if the point $(2, -3, 4)$ lies in the interior, exterior or on the sphere. 4

$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 2z + 1 = 0$ গোলকের সাপেক্ষে $(2, -3, 4)$ বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় কর।

OR/অথবা

Check whether the points $A(2, -3, 3)$, $B(1, 2, 4)$ and $C(3, -8, 2)$ form a triangle or not.

$A(2, -3, 3)$, $B(1, 2, 4)$ এবং $C(3, -8, 2)$ বিন্দুগুলির সাহায্যে ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব কিনা যাচাই কর।

28. Find the equation of a line passing through the point $(1, 2, -5)$ and perpendicular to the plane $2x - 4y + 5z + 7 = 0$. Also, find the angle between this line and the line given below : 6

$$\frac{x + 1}{3} = \frac{y + 1}{4} = \frac{z}{3}$$

$2x - 4y + 5z + 7 = 0$ সমতলের উপর লম্ব এবং $(1, 2, -5)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর,

এবং নির্ণয় সরলরেখা এবং $\frac{x + 1}{3} = \frac{y + 1}{4} = \frac{z}{3}$ সরলরেখার মধ্যবর্তী কোণের মান নির্ণয় কর।



OPTION - II

বিকল্প - II

(Mathematics For Commerce, Economics and Business)

(বানিজ্য, অর্থনীতি এবং ব্যবসায়িক গণিত)

25. A man buys 400 shares of a company of par value ₹ 100 each for ₹ 125 per share. If the company declares an annual dividend of 10%, find his gain percent. 2

এক ব্যক্তি কোন কোম্পানীর প্রতিটি শেয়ার 125 টাকা দরে 400 টি শেয়ার (প্রতিটি শেয়ারের লিখিত মূল্য 100 টাকা) কেনে এবং সেগুলির বাৎসরিক লভ্যাংশ 10% হলে উহার লভ্যাংশের হার নির্ণয় কর।

26. A person at the age of 25 years takes an insurance policy of sum assured ₹ 10,00,000 for 30 years term. Calculate the yearly premium assuming the following : 3

Tabular premium = ₹ 40/1000

Rebate for large sum assured = ₹ 2/₹ 1000

Rebate for annual payment = 3%

এক ব্যক্তি তার 25 বছর বয়সে 30 বছর মেয়াদে 10,00,000 টাকায় বীমা চুক্তি করে। নিম্নে প্রদত্ত বিবরণগুলি ধরে বাৎসরিক কিস্তির টাকার হিসেব করো। সারণিবদ্ধ কিস্তি ₹ 40/1,000, বেশি অঙ্কের বীমাকৃত টাকার জন্য ছাড় ₹ 2/₹ 1000, বাৎসরিক কিস্তির জন্য ছাড় 3%।

OR/অথবা

A washing machine dealer, purchases 5 washing machines @ ₹ 22,000 per unit. On each washing machine he earns ₹ 6,000 and pays VAT @10%. What will be the total sale price of such five washing machines and how much VAT he has to pay ?

একজন কাপড় ধোবার মেশিনের (WM) বিক্রেতা, প্রতি মেশিন 22,000 টাকা দরের 5 টি মেশিন কেনেন। প্রতি মেশিনে 6,000 টাকা লাভ রেখে এবং শতকরা 10% ভ্যাটে বিক্রয় করেন। 5 টির মোট বিক্রয় মূল্য এবং ভ্যাট হিসেবে মোট কত টাকা সে সরকারকে দেয় নির্ণয় কর।

27. Using simple average of price - relative method, find the price index for the year 2018 taking year 2012 as base year from the following data. 4

Commodity	A	B	C	D	E	F
Price in 2012 (in ₹)	60	50	60	50	25	20
Price in 2018 (in ₹)	80	60	72	75	37.5	30

মূল্য আপেক্ষিক সরল গড় পদ্ধতিতে নীচের তথ্যগুলি 2012 সালকে ভিত্তি বৎসরে ধরে 2018 সালের মূল্য সূচক সংখ্যা নির্ণয় করো।

দ্রব্য	A	B	C	D	E	F
মূল্য (2012)	60	50	60	50	25	20
মূল্য (2018)	80	60	72	75	37.5	30



28. A company sells its product at ₹ 60 per unit. Fixed cost for the company is ₹ 18,000 and the variable cost is estimated to be 25% of total revenue. 6

Find :

- (i) The total revenue function
- (ii) The total cost function
- (iii) The break-even point

একটি কোম্পানী প্রতি একক দ্রব্য 60 টাকা করে বিক্রি করে। কোম্পানীর স্থায়ী খরচ 18,000 টাকা এবং পরিবর্তনশীল খরচ ধরা হয়েছে মোট আয়ের 25%।

- (i) মোট আয় অপেক্ষক।
- (ii) মোট মূল্য অপেক্ষক।
- (iii) লাভ-ক্ষতি হীন বিন্দু নির্ণয় করো।

- o O o -

