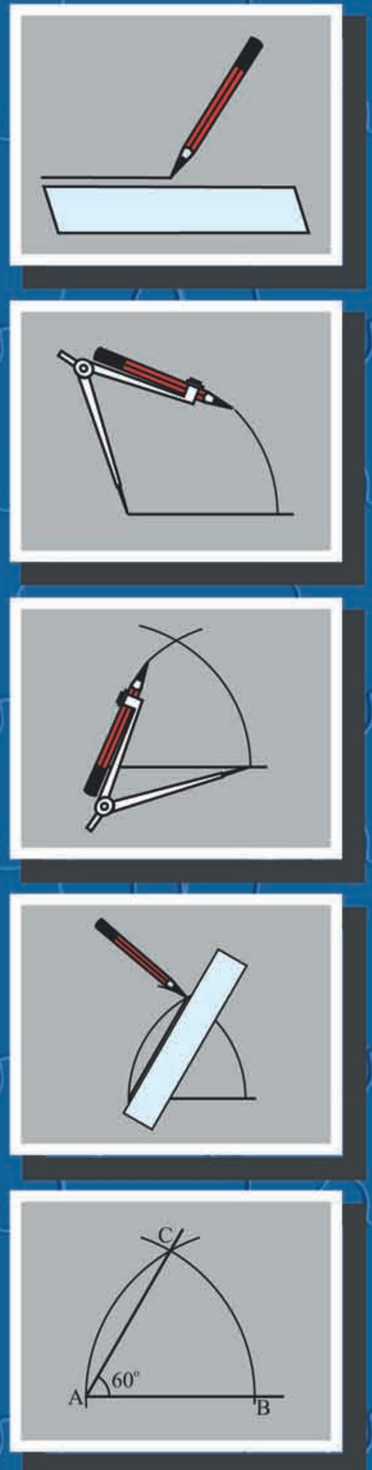
FREE

ریاضی

جماعت ہشتم

MATHEMATICS

Class VIII

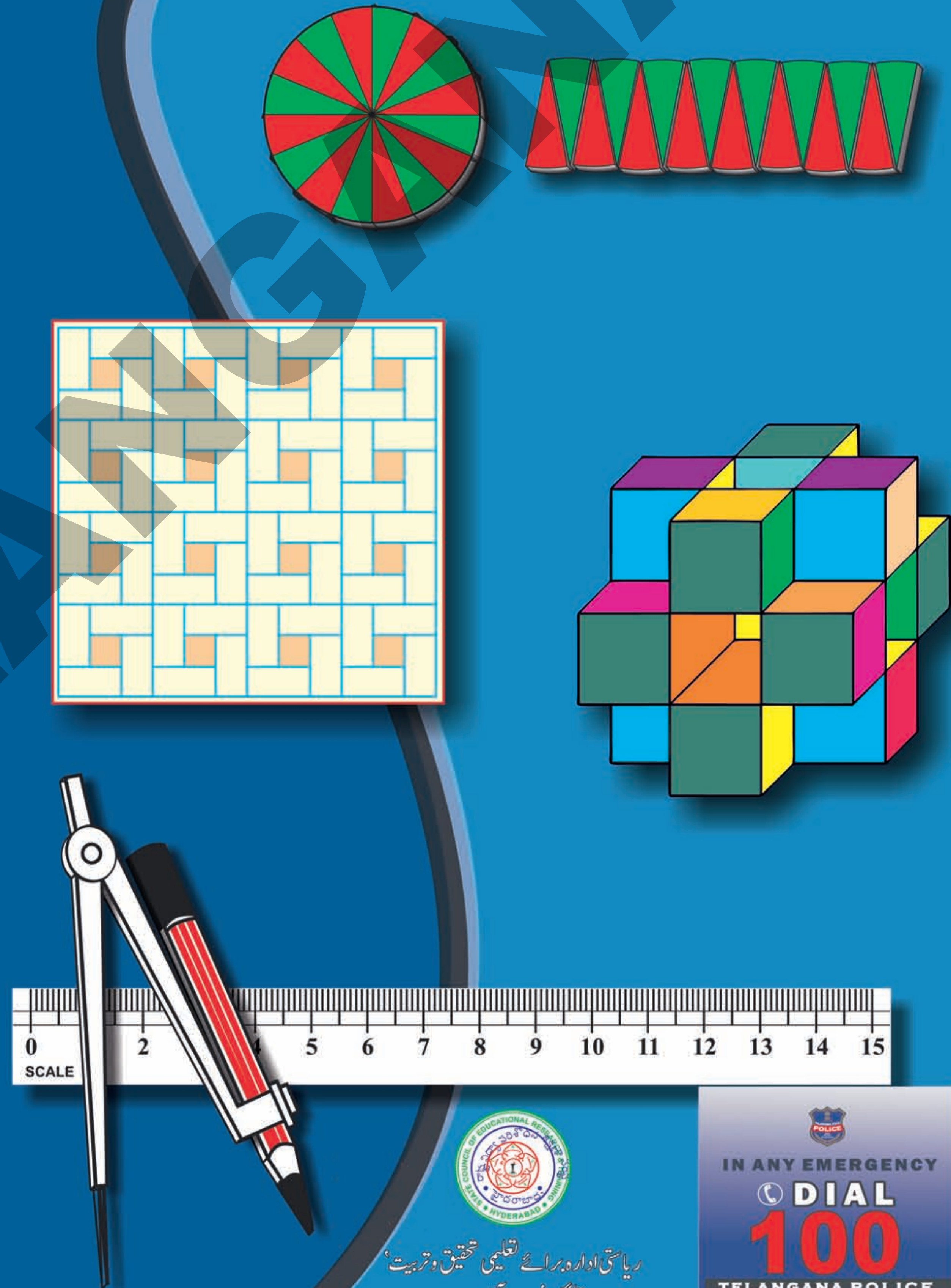


ناشر
حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔

ریاضی MATHEMATICS

جماعت ہشتم CLASS VIII



ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق وتربیت،
تلنگانہ، حیدرآباد

IN ANY EMERGENCY
DIAL
100
TELANGANA POLICE
www.tspolice.gov.in
@ Telangana State Police

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔

SCERT TELANGANA

Graph Paper

Government of Telangana

حکومت تلنگانہ

محکمہ ترقی نسواں و بہبود اطفال - چائلڈ لائین فاؤنڈیشن

جب اسکول یا اسکول سے باہر بدسلوکی ہو

To save the children from dangers and problems.

When the children are denied school and compelled to work.

When the family members or relatives misbehave.

CHILD LINE 1098 NIGHT & DAY

1098 (Ten...Nine...Eight) dial to free service facility.

متوقع اکتسابی نتائج

ریاضی

MATHEMATICS

جماعت 8

متعلم ......

- نمونوں کے ذریعہ ناطق اعداد کی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کی خصوصیات کی تعمیم کرتا ہے۔
- کسی بھی دو دیے گیے ناطق اعداد کے درمیان مطلوبہ ناطق اعداد کو معلوم کرتا ہے۔
- الجبرائی طریقے سے 2، 3، 4، 5، 6، 9 اور 11 سے تقسیم پذیری کی جانچ کو ثابت کرتا ہے اور روزمرہ زندگی کے مسئلے / معمہ حل کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی میں قوت نما کے اصولوں کے استعمال سے مسئلے کو حل کرتا ہے۔ مختلف طریقوں سے مربع، مکعب، جذرالمربع اور جذرالمکعب معلوم کرتا ہے۔
- نفع نقصان، ڈسکاؤنٹ، VAT، سود مفرد، سود مرکب میں فیصد کے تصور کا اطلاق کرتا ہے۔ راست اور بالراست انحراف، نسبت کی مدد سے مسئلوں کو حل کرتا ہے۔
- الجبرائی عبارتوں اور اکائیوں کی مدد سے روزمرہ زندگی کے مسئلوں کو حل کرتا ہے۔ اور ایک متغیر میں خطی مساواتوں کے مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- مشابہہ اشکال کی شناخت کرتا ہے۔ نظیری حصوں کی نسبت کو محسوب کرتا ہے۔
- دی گئی پیمائشات سے چار ضلعی بناتا ہے۔
- ضابطوں کی مدد سے منحرف معین کے رقبے معلوم کرتا ہے۔
- دیے گیے علاقے کو مثلثات میں تقسیم کرتے ہوئے کثیر ضلعی اور چار ضلعی کے رقبے معلوم کرتا ہے۔
- ڈیزائن / اشکال کے رقبے معلوم کرتا ہے بشمول دائرہ کا رقبہ اور قطاع کا رقبہ۔
- مکعب اور مکعب نما کے سطحی رقبے اور حجم محسوب کرتا ہے۔
- جدول میں دیے گیے معطیات کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کرتا ہے۔ معطیات کو بار گراف، تعددی منحنی اور چارٹ میں ظاہر کرسکتا ہے۔

SCERT TELANGANA

ریاضی

جماعت ہشتم

Mathematics - Class VIII

کمیٹی برائے فروغ و اشاعت درسی کتاب

چیف ایگزیکیوٹو آفیسر

اے ستیہ نارائنا ریڈی

ڈائرکٹر ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش، حیدرآباد

چیف ایگزیکیوٹو آرگنائزر

شری۔ بی۔ سدھاکر

ڈائرکٹر گورنمنٹ ٹکسٹ بک پریس، حیدرآباد۔

آرگنائزنگ انچارج

ڈاکٹر این۔ اوپیندر ریڈی

پروفیسر شعبہ نصاب و درسی کتب، ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت' تلنگانہ، حیدرآباد۔

ناشر

حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

قانون کا احترام کریں
اپنے حقوق حاصل کریں

تعلیم کے ذریعے آگے بڑھیں
صبر و تحمل سے پیش آئیں

SCERT TELANGANA

© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2013

New Impressions 2014,2015,2016,2017,2018,2019,2020

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

SCERT TELANGANA

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho

Title Page 200 G.S.M. White Art Card

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔ 2020-21

Printed in India

For the Director, Telangana Govt. Text Book Press,

Mint Compound, Hyderabad,

Telangana.

کمیٹی برائے تشکیل درسی کتاب

مصنّفین

سری ٹاٹاوینکٹاراما کمار، ہیڈماسٹر زیڈ پی پی ایچ ایس ملمڈی، ضلع نیلور

سری سوما پرساد بابو، APTWRS،PGT ، چندراشیکھراپورم، ضلع نیلور

سری کومندوری مرلی سرینواس، APTWRS،PGT, سری سیلم

سری پاڈالاسریش کمار ایس اے جی ایچ ایس وجئے نگر کالونی، حیدرآباد

سری پی ڈی آئی گنپتی شرما، ایس اے جی ایچ ایس، زمیستا پورم، حیدرآباد

سری دُگاراجووینو، ایس اے، یو پی ایس، آلہ واڑہ، چیوڑلہ، ضلع رنگاریڈی

پی انتھونی ریڈی، ہیڈماسٹر سینٹ پیٹر ہائی اسکول، آراین پیٹھ، ضلع نیلور

ڈی منوہر، ایس اے، زیڈ پی ایچ ایس، برہمن پلی، ٹڈوائی، ضلع نظام آباد

سری جی وی بی ایس این راجو، SA، ایم پی ایل ہائی اسکول، کسپا ضلع وجیانگرم

سری کے وی سریندر ریڈی، SA، زیڈ پی ایچ ایس عالم پور، ضلع محبوب نگر

سری اباّراجوکشور، SGT، ایم پی یو پی ایس، چلا منڈی، ضلع گنٹور

سری جی اننت ریڈی، ریٹائرڈ ہیڈماسٹر، ضلع رنگاریڈی

سری ایم راما انجینیلو لکچرر، گورنمنٹ ڈائیٹ وقارآباد، ضلع رنگاریڈی

سری ایم راماچاری، لکچرر، گورنمنٹ ڈائیٹ وقارآباد، ضلع رنگاریڈی

ڈاکٹر اے رام بابو، لکچرر، گورنمنٹ سی ٹی ای، ضلع ورنگل

ڈاکٹر پی رمیش، لکچرر، گورنمنٹ آئی اے ایس سی نیلور

سری کے راجندر ریڈی، کوآرڈنیٹر، نصابی کتب، ایس سی ای آر ٹی، حیدرآباد

ایڈیٹرس (انگریزی)

ڈاکٹر ایس سوریش بابو، پروفیسر، ایس سی ای آر ٹی، حیدرآباد۔

پروفیسر این سی ایچ پی راماچاریولو، موظف NIT ضلع ورنگل۔

سری اے پدمانابھم، موظف صدر شعبہ ریاضیات، مہارانی کالج پداپورم۔

ڈاکٹر جی ایس این مورتی، ریٹائرڈ ریڈر، آرآرایس آر کے آر آر کالج، بابیلی

پروفیسر وی شیوارام پرساد، موظف، شعبہ ریاضی، عثمانیہ یونیورسٹی، حیدرآباد

سری کے برہمیا، موظف پروفیسر، ایس سی ای آر ٹی، حیدرآباد

کوآرڈنیٹر

جناب محمد افتخار الدین، کوآرڈنیٹر (اردو)

ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق وتربیت، تلنگانہ، حیدرآباد۔

ایڈیٹرس (اردو)

ڈاکٹر احمد وحید اللہ، موظف پروفیسر، مخفّم جاہ کالج آف انجینیئرنگ اینڈ ٹکنالوجی، حیدرآباد

جناب سید عبدالواجد ہاشمی، صدر مدرس، گورنمنٹ ہائی اسکول، سیتارام پیٹھ، حیدرآباد

جناب محمد باسط علی، موظف جونیئر لکچرر، حیدرآباد

مترجمین

جناب ابوطاہر محمد عبدالشکور، ایس اے، جی بی ایچ ایس، اولڈ ملک پیٹ، حیدرآباد

محترمہ انیسہ تسنیم، ایس اے، جی جی ایچ ایس، سیکنڈ لانسر، گولکنڈہ، حیدرآباد

جناب محمد عبدالعلیم، ایس اے، جی ایچ ایس، معظم شاہی، حیدرآباد

جناب عنایت الرحمٰن، ایس اے، جی بی ایچ ایس، گوشہ محل، حیدرآباد

جناب سلیم معین الدین، ایس اے، جی ایچ ایس، مغل پورہ نمبر 3، حیدرآباد

جناب خواجہ تقی الدین، ایس اے، جی ایچ ایس، معظم شاہی، حیدرآباد

جناب احمد علی طیب، ایس اے، جی ایچ ایس، معظم شاہی، حیدرآباد

جناب محمد احمد علی، ایس اے، جی ایچ ایس، مستعد پورہ اُردو، حیدرآباد

جناب محمد ایوب احمد، ایس اے، ضلع پریشد ہائی اسکول (اُردو) آتما کور، ضلع محبوب نگر۔

محمد عبدالمتین، ایس اے، جی ایچ ایس، طبیلا ڈونگر سنگھ، حیدرآباد

جناب سید عمران، ایس اے، گورنمنٹ ہائی اسکول ایم بی محلہ، گدوال، ضلع محبوب نگر

ڈی ٹی پی اینڈ لے آوٹ ڈیزائننگ

☆ جناب محمد ایوب احمد، ایس اے، ZPHS (اُردو) آتما کور، ضلع محبوب نگر۔ ☆ جناب ٹی۔محمد مصطفےٰ، حبیب کمپیوٹرس، مشیرآباد، حیدرآباد۔

☆ جناب ذکی الدین لیاقت ممتاز کمپیوٹرس، شاہ گنج، حیدرآباد۔ ☆ جناب شیخ حاجی حسین، امپرنٹ کمپیوٹیک بالانگر، میڈچل، حیدرآباد۔

SCERT TELANGANA

پیش لفظ

تعلیم انسان کی ذہنی صلاحیتوں کو پروان چڑھانے اور اس کی صلاحیتوں کو بروئے کار لانے کا ایک سلسلہ ہے۔ اس کی بے حدوحساب افقوں کو پہچان کر کامیابیوں کی بلندیوں کو چھو لینے کے خواہش مند دنیا کے ہر سماج نے ابتدائی تعلیم کو عام کرنے کی ٹھان رکھی ہے۔ اس کا واضح مقصد تمام کو معیاری تعلیم سے آراستہ کرنا ہے۔ اس سلسلے میں آئندہ کے اقدامات کے طور پر ثانوی تعلیم کو اسی تناظر میں فروغ دینے کی کاوشوں نے ایک نئی جہت عطا کی ہے۔

ریاضی کے اطلاقی مطالعے سے اس مضمون کو ایک اہم جز کے طور پر وسطانوی سطح تک بروئے کار لانا اس عبوری تبدیلی کی ابتدا ہے اور اسی مرحلے پر ریاضی کے منطقی شواہد، مسائل اور متناسبات کو متعارف کیا جاتا ہے۔ ایک خصوصی مضمون کی حیثیت سے اسے شامل کرنے سے قطع نظر دیگر تمام مضامین کے لیئے ریاضی فطری طور پر ایک حجت اور دلیل ہوتا ہے۔

وثوق کے ساتھ کہا جاسکتا ہے کہ ہماری ریاستِ آندھرا پردیش کی نوخیز نسلیں اسی تناظر میں ریاضی کا مطالعہ کرتے ہوئے لطف اندوز ہوں گی۔ اسے اپنی عملی زندگی میں کارآمد بناتے ہوئے اس کے ذریعے سے بامعنی مسائل حل کریں گی۔ اس کتاب کے مطالعے سے مجھے امید ہے کہ ہمارے طلبہ ریاضی کے بنیادی نظریات کا فہم بھی بہ خوبی حاصل کریں گے۔

جہاں تک اساتذہ کا تعلق ہے میں توقع رکھتا ہوں کہ وہ نشانات کے حصول کو اہمیت دینے کے بجائے مضمون کو نصابی اور بچوں کے نفسیاتی پس منظر میں اس کی نزاکتوں کے پیش نظر درس و تدریس کو اہمیت دیں گے اور یہی وقت کا تقاضہ ہے۔ درس و تدریس کے عمل میں نصاب پر موثر عمل آوری کے لیئے اساتذہ کو چاہیئے کہ کمرہ جماعت کے مسائل کا دانش مندانہ حل نکالیں۔ طلباء میں اختلافِ رائے اور طرزِ زندگی کے الگ الگ مقاصد کے باوجود ان میں مثبت رجحانات پیدا کرنے کیلیئے کمرہ جماعت کے ایک خاص کلچر کو فروغ دینا اور تدریس میں جان ڈال دینا ہی استاد کی کلیدی ذمہ داری ہے۔

ان ہی امور کو ریاضی کی تدریس کے ویژن کے طور پر ریاستی درسیاتی خاکہ (APSCF-2011) میں شامل کیا گیا ہے۔ یہی بات ریاضی کی تدریس سے متعلق مقالہ جات میں واضح طور پر پیش کی گئی ہے اور اس امر پر زور دیا گیا ہے کہ ریاست میں مضمون کی معیاری تعلیم کو یقینی بنایا جائے۔

اس سلسلے میں اسٹیٹ کونسل فار ایجوکیشن ریسرچ اینڈ ٹریننگ، اے۔ پی' کتاب کی تیاری کمیٹی کے علاوہ ریاست کے تمام مقامات سے تعلق رکھنے والے کئی اساتذہ کی کاوشوں کو قدر کی نگاہ سے دیکھتا ہے جنھوں نے مختلف مرحلوں پر اس کتاب کی تیاری میں اپنی توانائیاں صرف کیں۔ میں ڈسٹرکٹ ایجوکیشنل آفیسرس، منڈل ایجوکیشنل آفیسرس اور صدر مدرسین کا بھی سپاس گزار ہوں کہ انھوں نے اس مشن کو ممکن بنانے میں اپنا رول بہتر ادا کیا ہے۔ کتاب کی تیاری میں مختلف اداروں اور تنظیموں کی کوششیں بھی قابلِ قدر ہیں کہ انھوں نے اس سلسلے میں اپنا بیش قیمت وقت فارغ کیا۔ میں اس موقع پر کمشنر اور ڈائرکٹر اسکول ایجوکیشن کا ممنون ہوں کہ انہوں نے کتاب کی تیاری میں بھرپور اشتراک کیا ہماری ذمہ داریوں کے معیار کو بلند رکھنے اور ان میں بہتری پیدا کرنے کی کوششوں کے لیے میں سماج کے مختلف گوشوں سے تبصروں اور تجاویز کا بھی خیر مقدم کروں گا۔

مقام: حیدآباد

تاریخ: 3 دسمبر 2012

ڈائرکٹر ایس سی ای آر ٹی

SCERT TELANGANA

دیباچہ

حکومت آندھرا پردیش نے ریاستی درسیاتی خاکہ 2011ء کے تحت تمام مضامین کے نصاب پر نظر ثانی کا فیصلہ کیا ہے۔اس نظر ثانی کا بنیادی مقصد یہ ہے کہ مدرسہ میں بچوں کی مشغولیات بیرون مدرسہ مشغولیات سے مربوط ہوجائیں۔حق تعلیم 2009ء کے قانون کا مدعا بھی یہی ہے کہ ہر وہ بچہ جسے مدرسہ میں شریک کیا جاتا ہے مدرسہ کے ہر اک درجہ میں 14 سال کی عمر تک مطلوبہ مہارت حاصل کرتا جائے۔قومی درسیاتی خاکہ 2005ء کی اساس پر جو نصاب متعارف کروایا گیا ہے وہ ریاضی اور سائنس کی تعلیم کے لیئے قومی سطح پر مستحکم بنیاد فراہم کرنے ثانوی سطح بھی پر ضروری ہے۔

کسی قوم کا استحکام ایک ترقی پذیر ٹکنالوجیکل سوسائٹی کی ضرورتوں کی تکمیل اور اس قوم کی امنگوں کے احترام کے پیش نظر اسے ان خطوط پر تیار کرنے عزم وعمل پر منحصر ہوتا ہے۔ابتدائی، وسطانوی اور ثانوی تعلیم کے تین مرحلوں کے لیئے ریاضی کا نصاب مضمون کے موضوعات کے ڈھانچہ اور ہم آہنگ طریقہ تدریس پر وضع کیا گیا ہے۔اساتذہ کے لیئے ضروری ہے کہ وہ ابتدائی اور وسطانوی سطحوں پر طلباء کے سیکھے ہوئے نظریات کے فہم اور اطلاقات کی گہرائی کا جائزہ لینے آٹھویں تا دسویں جماعتوں کے نصاب کا مطالعہ کریں۔

نصاب، موضوعات کے ڈھانچہ کی اساس پر مدون کیا گیا ہے، جس میں ریاضی کے بنیادی تصورات اور عمومی ہم رشتگی کے فہم اور تحقیقاتی عوامل پر زور دیا گیا ہے۔

موجودہ کتاب، ایس سی ای آر ٹی کی جانب سے تیار کردہ نصاب پر مکمل نظر ثانی کے بعد وقوع پذیر نصابی اور تعلیمی معیارات کو ملحوظ رکھتے ہوئے تیار کی گئی ہے۔

اس کا نصاب کو چھ زمروں (1) اعداد کے نظام (2) الجبراء (3) بنیادی حسابات (4) علم ہندسہ (5) مساحت اور (6) شماریات میں تقسیم کیا گیا۔

ان موضوعات کی تدریس سے تعلیمی معیارات میں مطلوبہ مہارت حاصل ہوگی جیسے حسابی مسائل کے حل، منطقی سوچ، مواصلاتی صلاحیت، اعداد وشمار کے مختلف انداز، مطالعہ کے اک خاص شعبہ کے طور پر ریاضی کے استعمال کی صلاحیت کے علاوہ روزمرہ زندگی میں بھی استعمالات شامل ہیں۔

اس کتاب کی بعض امتیازی خصوصیات

☆ باب کچھ اس انداز سے ترتیب دیئے گئے ہیں کہ طلباء اپنے نصاب کے ہر حصہ پر توجہ دے سکیں۔

☆ وسطانوی سطح پر علم ہندسہ کی تدریس خالصتاً بچہ کی تجسسی جبلت کو پیش نظر رکھتے ہوئے متعین کی گئی ہے۔جیومٹری کی خصوصیات پیمائشوں اور پیپر فولڈنگ کے ذریعہ خصوصیات کو از خود پہچاننے کے طریقے اپنائے گئے ہیں۔تفہیم، تشریح اور غیر تعریف شدہ

SCERT TELANGANA

اصطلاحوں کوواضح کرنے خاکے فراہم کئے گئے ہیں۔منظورہ مسلمہ اصولوں کے دلائلی نتائج (حسابی مسئلے) اخذ کرنے کی کوشش کی ہے۔

☆ حسابی مسئلوں کے ثبوت کی آسان تفہیم کے لیئے مشغولیاتی تجربہ کو پیش نظر رکھنے کی ہر ممکنہ کوشش کی گئی ہے۔

کوشش کیجئے غور کیجئے اور تبادلہ خیال کرتے ہوئے لکھنے کے موضوعات کے تحت مسلسل جامع جانچ کے عمل کا احاطہ کیا گیا ہے۔باب میں تحت کے ہر موضوع کے اختتام پر مشقی سوالات دیئے گئے ہیں تاکہ استاد کو سہولت حاصل ہو سکے کہ وہ پورے باب کا احاطہ کرتے ہوئے طلباء کے تعلیمی مظاہرے کی جانچ کر سکے۔

☆ سارے نصاب کو 15 بابوں میں تقسیم کیا گیا ہے تاکہ اپنے استدلالی نتائج کو مستحکم کرتے ہوئے طالب علم کو حساب سے لطف اندوز ہونے کا موقع فراہم ہو سکے۔یوں ایک بچہ متن کے پہلو کا بھی احاطہ کرسکتا ہے۔

☆ رنگین تصاویر اشکال اور بہ آسانی پڑھے جانے والے مواد سے طالب علم کو نہ صرف اسباق سمجھنے میں مدد ملتی ہے بلکہ کتاب کو وہ اپنی اک خاص ملکیت متصور کرے گا۔

باب (1) اعداد کے نظام کے تحت ''ناطق اعداد'' کا باب ہے جو اس امر پر بحث کرتا ہے کہ ایک ناطق عدد، اک کسر سے کسطرح مختلف ہے۔ان اعداد کی خصوصیات کو ضروری خاکوں اور اشکال سے سمجھایا گیا ہے۔بچوں کو موقع دیا گیا ہے کہ وہ عددی خط پر ناطق عدد کو دیکھیں۔اسی طرح عددی خط پر اعشاری اعداد بھی ملاحظہ کئے جاسکتے ہیں۔مربعوں اور جذر المربعوں کے باب (باب 6) میں ہم نے کوشش کی ہے کہ بچہ کامل مربع، مربع عدد کی خصوصیات کی تفہیم کے علاوہ اجزائے ضربی اور طویل تفہیمی طریقہ سے جذر المربع محسوب کر سکے۔مکعب اور جذر المکعب کی تفہیم بھی خاکوں اور اشکال کی مدد سے کروانے کی کوشش کی گئی ہے۔

باب (2)، (4)، (11) اور (12) الجبراء سے متعلق ہیں۔خطی مساوات (ایک ہی متغیر) کے باب میں طالب علم کو موقع فراہم کیا گیا ہے کہ وہ عبارتی سوال پڑھ کر متغیر کو پہنچانے اور تبدل کے عمل سے اس کی قدر معلوم کرے۔قوت نما کے باب کے تحت بڑے اعداد کو قوت نما کے انداز میں لکھنے کی غرض سے بعض حسابی طریقے بتائے گئے ہیں، قوت نما کے اصولوں پر مدلل بحث کے لیئے مثالیں دی گئی ہیں۔الجبری عبارتیں اور اجزائے ضربی کے بابوں میں اپنی بحث ہم نے زیادہ تر ایک رکنی اور دو رکنی عبارتوں تک محدود رکھی گئی ہے الجبراء کی متماثلات جیسے $(a+b)^2 \equiv a^2+2ab+b^2$، $(a+b)(a-b) \equiv a^2-b^2$ اور $(x \pm a)(x \pm b) = x^2 \pm (a+b)x + ab$ کے لئے قدریں لے کر جیومٹری کے ذریعہ تصدیق کی گئی ہے۔طالب علم کو مشق کے پیش نظر الجبراء کی ایسی ہی عبارتوں کے اجزائے ضربی کے متعدد سوالات دیئے گیے ہیں۔باب (15) میں نسبت، تناسب، مرکب نسبت، ڈسکاونٹ فیصد، نفع ونقصان، سل ٹیکس، ویاٹ، سود مفرد، سود مرکب، سالانہ، ششماہی، اور سہ ماہی کے علاوہ سود مرکب کے ضابطہ کے اطلاق جیسی مقداروں کا تقابلی جائزہ پیش کیا گیا ہے۔باب (10) جو راست اور معکوس تناسب کا باب ہے، راست تناسب اور تناسب کی ملی جلی نسبتوں پر روزمرہ زندگی کی مختلف مثالوں پر مشتمل ہے۔

SCERT TELANGANA

اعداد سے مشغلہ کے تحت باب ((15 بچوں کو حسابات کے نت نئے طریقے اور اعداد کے بعض سلسلوں کے ذریعہ قواعد کی تفہیم کا موقع عطا کرتا ہے۔ تقسیم کے اصولوں پر بھی نئے طریقوں کی تدوین کے پیش نظر ہی گفتگو کی گئی ہے۔ بچوں کی دلچسپی کو فروغ دینے کے مقصد سے اس موضوع پر قابل لحاظ مثالیں اور پہلیاں دی گئی ہیں۔

علم ہندسہ پر بحث اس مقصد کے پیش نظر کی گئی ہے کہ طالب علم اپنے اطراف و اکناف اشکال کو اپنی بصری صلاحیت اور خاکے اتارنے کی مہارت کے ذریعہ مضمون کو منزلت کی نگاہ سے دیکھے۔ چار ضلعی اشکال کو اتارنے کے باب (3) میں اس امر پر زور دیا گیا ہے کہ بچہ چار ضلعی کی خصوصیات کا اعادہ کرتے ہوئے اک منفرد چار ضلعی کی بناوٹ کرے۔ بناوٹ کے تمام نمونوں کے ساتھ واضح مثالیں دی گئی ہیں۔

باب (8) علم ہندسہ کی اشکال کو فروغ دینے اور باب (13) دو سمتی مقداروں اور تصورات کے ذریعہ تین سمتی اجسام کا تصور پیش کرنے کے لیئے شامل کیا گیا ہے۔ 3D اشکال کے ذریعہ بچہ کو مختلف مستوی اشکال کی تفہیم کے کافی مواقع ملیں گے۔

اعداو شمار سے متعلق حسابات کا زمرہ ایک ایسا زمرہ ہے جس میں بچہ کو جدولوں خاکوں اور ترسیمات کے ذریعہ سے اس کے اطراف و اکناف کے ماحول سے متعلق علم حاصل کرنے کا موقع فراہم ہوتا ہے۔ باب (7) میں تعددی جدولوں اور ترسیمات کے متعلق ہی امور شامل ہیں۔ اس باب میں جدولوں کے ذریعہ اعداد کی درجہ بندی اور ان اعداد کو تعددی ترسیمات جیسے ہسٹوگرام Histogram، کثیر رکنی اور منحنی خطوط پر پیش کرنے پر بحث کی گئی ہے۔ اس سلسلہ میں غیر تعددی اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ کا اعادہ کرتے ہوئے بعض مثالیں دی گئی ہیں۔ مرکزی رجحان اور پیچیدہ مسائل پر ان کی قدریں معلوم کرنے کے متبادل طریقے بھی شامل کئے گئے ہیں۔

آخری باب (9) میں مستوی اشکال کی سطح کے رقبے منحرف چار ضلعی، دائرہ، مدوری راستے اور قطاع کے رقبوں کے علاوہ باب (14) میں پہلوی سطح کے رقبے، مکعبوں کے حجم اور مکعب نما کے حجم بھی شامل کئے گئے ہیں۔

تاوقتیکہ اساتذہ اکرام اس کتاب کے منشاء کے مطابق نصاب کو عملی جامہ نہیں پہناتے محض بہتر نصابی کتابوں ہی کی تیاری سے معیاری تعلیم کو یقینی نہیں بنایا جاسکتا۔ اس کتاب میں مختلف عملی کام کرتے ہوئے حسابی سوالات حل کرنے کیلئے طالب علم کی مشغولیت کو یقینی بنانے کی کوشش کی گئی ہے۔

لہٰذا اساتذہ سے یہ توقع کی جاتی ہے کہ وہ محض مشقی سوالات حل کروانے کے کمرہ جماعت کے روایتی طرز کے بجائے بچوں میں نفس مضمون کا فہم پیدا کرنے اور ان بچوں میں سوالات کو از خود حل کرنے کی جستجو پیدا کرنے؛ ذہن سازی کی مخلص سعی کریں گے۔

SCERT TELANGANA

تاریخ کے جھروکوں میں

George Polya
(1887-1985)

جارج پولیا(1887-1985)

برسہابرس سے بہت سوں نے اس سوال پر اپنا سر جوڑ رکھا تھا کہ آیا حسابی مسائل حل کرنے کے فن کو سیکھا یا جا سکتا ہے یا یہ صلاحیت معدودچند ہی کے نصیب میں ہوتی ہے؟ آنجہانی جارج پولیا نے دلائل سے یہ ثابت کرنے کی کوشش کی کہ یہ بھی اک ہنر ہے جو سیکھا جا سکتا ہے۔شپولیا نے 1887ء میں ہنگری میں جنم لیا۔انہوں نے یونیورسٹی آف بڈاپیسٹ سے ریاضی میں پی ایچ ڈی کیا بعدازاں انہوں نے سوئس فیڈرل انسٹی ٹیوٹ آف ٹکنالوجی، زیورچ میں کئی سال تدریس کی خدمات انجام دیں۔انہوں نے ریاضی پر کئی کتابیں تصنیف کیں جن میں سے ایک ''How to Solve It'' کے دس لاکھ نسخے، جن کا 17 زبانوں میں ترجمہ کیا گیا تھا فروخت ہوئیں۔آنجہانی پولیا اس کتاب پر جو پہلی مرتبہ 1945 میں منظرعام پر لائی گئی تھی فخر کیا کرتے تھے۔اُنہوں نے مسئلہ کو حل کرنے کے چار اصول بنائے تھے۔

1۔ مسئلہ کی تفہیم

اس اصول کو بیان کرنے کی خاطرخواہ ضرورت نہیں۔مسئلہ کو کاملاً یا جزوی طور پر سمجھ نہ پانے کے سبب طلباء کی کوششیں سعی لاحاصل ہوجاتی ہیں۔اور مسئلہ جوں کا توں رہ جاتا ہے طلباء دراصل سوالات کو اولاً سمجھ نہیں پاتے ایسے میں اساتذہ کو چاہئے کہ وہ طلباء سے کچھ ایسے سوالات کریں: دیئے ہوئے سوال کو حل کرنے کے لیئے کیا آپ کے ہاں مطلوبہ معلومات ہیں؟ کہیں غیرضروری معلومات تو نہیں؟ مسئلہ کے حل کے لیئے آپ کو کن باتوں کا جاننا ضروری ہے؟ کیا آپ نے مسئلہ کو سمجھنے کے لیئے اس کے تمام الفاظ کو سمجھا ہے؟ اگر نہیں تو ڈکشنری میں تلاش کیجئے یا جہاں کہیں بھی یہ استعمال ہوئے ہوں ان کی تفہیم کیجئے۔مسئلہ میں جو کچھ بھی آپ سے پوچھا گیا ہے یا ثابت کرنے کے لیئے کہا گیا ہے کیا آپ اسے اپنے الفاظ میں دوبارہ بیان کرسکتے ہیں؟ کیا مسئلہ کو بیان کرنے کا کوئی اور طریقہ بھی پایا جاتا ہے؟ کلیدی لفظ کے اصلاً کیا معنی ہوتے ہیں؟ کیا آپ ہندسی مثالوں کو پیش کرسکتے ہیں تاکہ آپ کا مسئلہ واضح ہوجائے؟ مسئلہ کی بہتر طور پر تفہیم کے لیئے کیا آپ کسی خاکہ یا شکل کا تصور کرسکتے ہیں؟

II۔ منصوبہ بنائیے۔

ایک دفعہ مسئلہ کو اچھی طرح سمجھ لینے کے بعد اسے حل کرنے کا منصوبہ ترتیب دینے کے باوجود آپ کو اچھی خاصی محنت کرنی پڑے گی لیکن شروع کرتے وقت متذبذب ہونے کی ضرورت نہیں کیوں کہ آپ صحیح خطوط پر ہوسکتے ہیں۔مسئلہ حل کرنے کی کوشش کے لیئے اکثر موزوں طریقے ہوسکتے ہیں۔اور یہ کہ کئی مرتبہ کوشش کرکے ناکام ہوجانے کے بعد ہی گر ہاتھ لگ سکتا ہے۔اس سلسلہ میں طریقے کار کے چند مرحلے دیئے جاتے ہیں۔تخمینہ کیجئے اور جانچیئے۔ایک دوسرے سے مربوط مرحلوں کے امکانات تلاش کیجئے۔اس مقصد کے لیئے مرحلوں کی ایک فہرست مرتب کیجئے۔خاکہ تیار کیجئے۔کسی خاص طریقے سے مسئلہ کو حل کرنے پر غور کیجئے پہلے ہی سے حل شدہ مشابہہ مسئلے پر غور کیجئے۔امکانات کو حذف کیجئے۔آسان مسئلہ حل کیجئے۔دیئے گئے مسئلے جیسا ہی کوئی اور مسئلہ حل کیجئے۔کوئی ایسا مسئلے کا حل کیجئے جو دیئے ہوئے مسئلہ کو ہم پلہ ہو۔تشاکل کا طریقہ استعمال کیجئے۔اک نمونہ استعمال کیجئے۔مسئلہ کو ایک خصوصی نوعیت کے مسئلہ کے طور پر سمجھنے کی کوشش کیجئے۔الٹے مرحلوں سے حل تلاش کریں۔راست طور پر ہم ربطی اور منطقی انداز طریقہ اختیار کریں۔ضابطہ استعمال کریں۔مساوات حل کریں۔حوصلہ بلند رکھیں۔

III۔ منصوبہ پر عمل آواری

عام طور پر منصوبہ بندی پر عمل آوری منصوبہ بنانے سے زیادہ آسان ہوتی ہے۔فرض کیجئے کہ آپ مطلوبہ مہارت کے حامل ہیں تو آپ کو صبروتحمل سے کام لینا ہوگا۔فوری طور پر منصوبہ کارگر نہ ہوتا ہو تو استقامت برقرار رکھیئے۔اگر یہ منصوبہ ہنوز کارگر نہ ہو تو اسے ترک کرتے ہوئے نیا لائحہ عمل مرتب کیجئے۔متزلزل ہونے کی ضرورت نہیں اس لیئے ریاضی اسی انداز سے کی جاتی ہے حتیٰ کہ پیشہ وروں کیلیئے بھی اس کے سوا کوئی اور راستہ نہیں ہے۔

IV۔ پیوستہ کے طریقوں پر نظر ڈالیئے۔

یہ اطمینان کرلیجئے کہ پچھلے مسئلہ کو حل کرنے کے لیئے کیا انداز اپنایا گیا تھا۔اپنے تجزیہ کو موزوں طور پر بروئے کار لانے گذشتہ مسئلہ کے حل پر نظر دوڑائیے۔ اور یہی وہ طریقہ عمل ہے جس سے ریاضی کمال کے ساتھ کرنے حوصلہ ملتا ہے۔مسئلہ حل کرنے کی قابلیت پیدا ہوتی ہے جو پہلے کبھی خود میں دیکھائی نہیں دی تھی۔

SCERT TELANGANA

ریاضی

جماعت ہشتم

سلسلہ نشان	عنوانات	ماہ تکمیل نصاب	صفحہ نمبر
1	ناطق اعداد	جون	1-36
2	واحد متغیر پر خطی مساواتیں (سادہ مساواتیں)	جون/جولائی	37-61
3	چار ضلعی کی بناوٹیں	جولائی	62-83
4	قوت اور قوت نما	جولائی	84-98
5	مقداروں کا تقابل تناسب کے ذریعہ	اگست	99-124
6	جذر المربع اور جذر المکعب	اگست	125-150
7	تعددی تقسیمی جدول اور ترسیمات	ستمبر	151-183
8	علم ہندسہ	ستمبر/اکتوبر	184-201
9	مستوی اشکال کے رقبے	اکتوبر	202-233
10	راست اور معکوس تناسب	نومبر	234-250
11	الجبرائی عبارتیں	ڈسمبر	251-269
12	اجزائے ضربی	ڈسمبر	270-284
13	سہ ابعادی اشکال کی دو ابعادی اشکال میں منظر کشی	جنوری	285-299
14	سطحی رقبے اور حجم (مکعب اور مکعب نما)	جنوری/فروری	300-313
15	اعداد کا کھیل	فروری	314-339
16	اعادہ	مارچ	

SCERT TELANGANA

قومی ترانہ

– رابندر ناتھ ٹیگور

جن گن من ادھی نایک جیا ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
پنجاب، سندھ، گجرات، مراٹھا، ڈراوڑ، اتکل، ونگا
وندھیا، ہماچل، یمنا، گنگا، اُچ چھل جل دھی ترنگا
تواشبھ نامے جاگے، تواشبھ آشش ماگے
گاہے تو جیا گاتھا
جن گن منگل دایک جیا ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
جیا ہے، جیا ہے، جیا ہے
جیا جیا جیا جیا ہے

عہد

پی ڈیمرّی وینکٹا سبا راوٴ

ہندوستان میرا وطن ہے۔ مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور میں اس کے عظیم اور گونا گوں ورثے پر فخر کرتا ہوں/کرتی ہوں۔ میں ہمیشہ اس ورثے کے قابل بننے کی کوشش کرتا رہوں گا/ کرتی رہوں گی۔ اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزت کروں گا/کروں گی اور ہر ایک کے ساتھ خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا/کروں گی۔ میں جانوروں کے تئیں رحم دلی کا برتاؤ رکھوں گا/رکھوں گی۔ میں اپنے وطن اور ہم وطنوں کی خدمت کے لیے اپنے آپ کو وقف کرنے کا عہد کرتا ہوں/کرتی ہوں۔

SCERT TELANGANA

1

ناطق اعداد
Rational Numbers

1.0 تعارف

سلمٰی تین پن فی پن پانچ روپئے سے خریدنا چاہتی ہے۔اس کا دوست احمد بھی اس طرح کے دو پن خریدنا چاہتا ہے۔اس لیے وہ دونوں ہول سیل دوکان گئے۔دکاندار، اِن سے کہتا ہے کہ پانچ پن کے پاکٹ کی قیمت خرید 22 ` ہے۔ہر ایک پن کی قیمت خرید کیا ہوگی؟ ہم آسانی سے ہر ایک پن کی قیمت خرید محسوب کرسکتے ہیں۔ جو $\frac{22}{5}$ ` ہے؟ کیا کوئی طبعی عدد اس قیمت خرید کو ظاہر کرسکتا ہے؟ اور کیا کوئی مکمل عدد یا صحیح عدد اس قدر کو ظاہر کرسکتا ہے؟ اس قدر کو مکمل عدد سے ظاہر نہیں کیا جاسکتا۔اس قدر کو ظاہر کرنے کے لئے ہمیں کسری عدد کی ضرورت ہوتی ہے۔

آیئے مزید ایک اور مثال پر غور کریں۔

شملہ شہر میں ایک مخصوص دن کے درجہ حرارت کو ذیل میں درج کیا گیا ہے۔غور کیجیے۔

اوقات	10.00 a.m.	12.00 Noon	3.00 p.m.	7.00 p.m.	10.00 p.m.
درجہ حرارت	11 °C	14 °C	17 °C	10 °C	5 °C

مندرجہ بالا اوقات میں فی گھنٹہ درجہ حرارت میں تبدیلی کیا ہوتی ہے۔

مرحلہ 1: صبح کے اوقات میں تبدیلی درجہ حرارت فی گھنٹہ $= \frac{14\,°C - 11\,°C}{2} = \frac{3}{2}\ °C/hr.$
(10 بجے صبح تا 12 بجے دوپہر)

مرحلہ 2: دوپہر کے اوقات میں تبدیلی درجہ حرارت فی گھنٹہ $= \frac{17\,°C - 14\,°C}{3} = 1\ °C/hr.$
(12 بجے دوپہر تا 3 بجے شام)

مرحلہ 3: شام کے اوقات میں تبدیلی درجہ حرارت فی گھنٹہ $= \frac{10\,°C - 17\,°C}{4} = \frac{-7}{4}\ °C/hr$
(3 بجے شام تا 7 بجے شام)

مرحلہ 4: رات کے اوقات میں تبدیلی درجہ حرارت فی گھنٹہ $= \frac{5\,°C - 10\,°C}{3} = \frac{-5}{3}\ °C/hr.$
(7 بجے شام تا 10 بجے رات)

اوپر دیئے گئے مراحل میں حاصل اعداد جیسے $\frac{3}{2}\,°C$ ، 1^0C ، $\frac{-7}{4}\,^0C$ اور $\frac{-5}{3}\,^0C$ سے ہمارا روزمرہ زندگی میں سامنا ہوتا رہتا ہے۔

اعداد $\frac{3}{2}$ ، 1 ، $\frac{-7}{4}$ اور $\frac{-5}{3}$ جو درجہ حرارت کو ظاہر کرتے ہیں۔آپ ان اعداد کو کونسے اعداد کہتے ہیں؟

SCERT TELANGANA

ان اعداد میں دونوں مثبت اور منفی کسری اعداد شامل ہیں اور $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کئے جا سکتے ہیں۔ جہاں $q \neq 0$ اور p منفی یا مثبت ہو سکتا ہے۔
آیئے اب ہم اس قسم کے مزید اعداد پر غور کریں گے۔

$$\frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{-10}{17}, \frac{3}{-2}, \frac{2013}{2014}, \ldots\ldots$$

اعداد جن کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ جہاں پر p اور q صحیح اعداد ہیں اور $q \neq 0$ 'ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ اور ان ناطق اعداد کے سٹ کو حروف 'Q' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان کو کسری اعداد بھی کہتے ہیں۔

غور کیجیے

کسی بھی طبعی عدد کو ہم $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ مثلاً طبعی عدد 5 کو $\frac{5}{1}$ یا $\frac{10}{2}$ یا $\frac{15}{3}$ ....

اسی طرح مکمل عدد 'O' کو ہم $\frac{0}{1}$ یا $\frac{0}{2}$ یا $\frac{0}{3}$ یا $\frac{0}{5}$ کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

کسی بھی صحیح عدد کو ہم $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ مثلاً صحیح عدد 3- کو $\frac{-3}{1}$ یا $\frac{-6}{2}$ $\frac{-9}{3}$ وغیرہ کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

مندرجہ بالا تمام $\frac{p}{q}$ شکلیں $\frac{15}{3}$، $\frac{0}{5}$، $\frac{-6}{2}$ ناطق اعداد ہیں۔ لہٰذا تمام صحیح اعداد ناطق اعداد میں شامل ہیں۔ مندرجہ بالا مثالوں پر غور کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ تمام طبعی اعداد، تمام مکمل اعداد اور تمام صحیح اعداد بھی ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

یہ کیجیے

ذیل میں درج کئے گئے اعداد پر غور کیجیے اور ان اعداد کی خصوصیت کی بنا پر ان کو مناسب اقسام میں لکھئے۔
(نوٹ: عدد کو ایک سے زائد گروپ (اقسام/سٹ) میں درج کیا جا سکتا ہے۔)

$$1, \frac{1}{2}, -2, 0.5, 4\frac{1}{2}, \frac{-33}{7}, 0, \frac{4}{7}, 22, -5, \frac{2}{19}, 0.125$$

(i) طبعی اعداد: ___ ___ ___ ___ ___

(ii) مکمل اعداد: ___ ___ ___ ___ ___

(iii) صحیح اعداد: ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

(iv) ناطق اعداد: ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

کیا آپ دیئے گئے اعداد سے کسی عدد کو ناطق اعداد کے گروپ (سٹ) میں نہیں پاتے؟

کیا ہر طبعی عدد، مکمل عدد اور صحیح عدد، ناطق عدد ہے؟

SCERT TELANGANA

کوشش کیجیے

1۔ حامد $\frac{5}{3}$ کو ناطق عدد اور 5 کو صرف طبعی عدد کہتا ہے۔ افشاں کہتی ہے کہ دونوں ناطق اعداد ہیں۔ بتائیے۔ آپ کس سے متفق ہیں۔

2۔ مندرجہ ذیل جملوں کو مطمئن کرنے کے لیے مثال پیش کیجیے۔

(i) تمام طبعی اعداد، مکمل اعداد ہوتے ہیں لیکن تمام مکمل اعداد، طبعی اعداد ہونا ضروری نہیں ہے۔

(ii) تمام مکمل اعداد، صحیح اعداد ہوتے ہیں لیکن تمام صحیح اعداد، مکمل اعداد ہونا ضروری نہیں ہے۔

(iii) تمام صحیح اعداد، ناطق اعداد ہوتے ہیں لیکن تمام ناطق اعداد صحیح اعداد ہونا ضروری نہیں ہے۔

ہم ابتدائی جماعتوں میں ناطق اعداد پر چار بنیادی اعمال سیکھ چکے ہیں۔
آیئے اب ہم ناطق اعداد پر چند مخصوص اعمال کی خصوصیات سیکھیں گے۔

1.1 ناطق اعداد پر اعمال:

ہم جماعت ہفتم میں ناطق اعداد کی جمع اور تفریق پر بحث کر چکے ہیں۔ آیئے ذیل کے سوالات کے ذریعہ ان کا اعادہ کریں۔

حل کیجیے۔

(i) $\frac{9}{10}+\left(\frac{-13}{8}\right)$ (ii) $1\frac{3}{5}+4\frac{2}{7}$

(iii) $\frac{-7}{16}-\left(\frac{-9}{20}\right)$ (iv) $\frac{-11}{14}-\left(\frac{1}{21}\right)$

(v) ذیل کے اعداد کے جمعی معکوس لکھیے۔ $\frac{-7}{6}, \frac{1}{10}, \frac{-3}{4}, -8$

1.1.1۔ ناطق اعداد کا ضرب

اب ہم سیکھیں گے کہ ناطق اعداد کو کس طرح ضرب دیا جاتا ہے۔ جماعت ہفتم میں ہم کسر کی ضرب سیکھ چکے ہیں۔ ناطق اعداد کے ضرب کے لئے بھی ہم وہی طریقہ اپنائیں گے۔

ناطق اعداد $\frac{2}{3}$ اور $\frac{5}{7}$ پر غور کیجیے۔ یہ کسری اعداد بھی ہیں۔

ہم $\frac{2}{3}$ اور $\frac{5}{7}$ کا حاصل ضرب معلوم کریں گے۔

$$\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{2\times5}{3\times7}=\frac{10}{21} \quad \left(\frac{\text{شمار کنندوں کا حاصل ضرب}}{\text{نسب نماؤں کا حاصل ضرب}}\right)$$

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

آیئے $\frac{5}{7} \times \frac{-2}{3}$ پر غور کریں۔

ہمیں $\frac{-10}{21} \times \frac{-2 \times 5}{3 \times 7}$ حاصل ہوتا ہے۔

آیئے مزید ایک مثال $\frac{14}{25} \times \frac{-10}{21}$ حل کریں

$$\frac{-10}{21} \times \frac{14}{25} = \frac{-10 \times 14}{21 \times 25} = \frac{\overset{28}{\cancel{-140}}}{\underset{105}{\cancel{525}}} = \frac{-28}{105} = \frac{-4}{15}$$

یا ہم اس طرح بھی کر سکتے ہیں۔

$$\frac{-\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} \times \frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{-4}{15}$$

یہ کیجیے۔

(i) $\frac{18}{11} \times \frac{-33}{45}$ (ii) $\frac{-7}{17} \times \frac{-1}{10}$

(iii) $\frac{-105}{72} \times \frac{18}{15}$ (iv) $\frac{13}{120} \times \frac{100}{16}$

1.1.2 ناطق اعداد کی تقسیم:

درج ذیل پر غور کیجیے۔

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$$

$$\frac{-9}{11} \times \frac{11}{-9} = 1$$

یہاں ہمیں حاصل ضرب ''1'' حاصل ہوا ہے۔ اگر کوئی دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب ''1'' ہو تو وہ اعداد ایک دوسرے کے ضربی معکوس کہلاتے ہیں۔

$\frac{2}{5}$ اور $\frac{5}{2}$ ، $\frac{-9}{11}$ اور $\frac{11}{9}$ ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں۔

SCERT TELANGANA

$\frac{-3}{7}, 11, \frac{9}{5}, \frac{1}{-17}$ کے ضربی معکوس لکھیئے۔

ہم جماعت ہفتم میں کسری اعداد کی تقسیم سیکھ چکے ہیں۔ ہم ناطق اعداد کی تقسیم کے لئے وہی طریقہ اپنائیں گے۔

ناطق اعداد $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{11}$ پر غور کیجیے یہ کسری اعداد بھی ہیں۔

ہم $\frac{3}{4}$ کو $\frac{7}{11}$ سے تقسیم کریں گے۔

$$\frac{3}{4} \div \frac{7}{11} = \frac{3}{4} \times \frac{11}{7}$$ ($\frac{7}{11}$ کا ضربی معکوس)

$$= \frac{3 \times 11}{4 \times 7} = \frac{33}{28} = 1\frac{5}{28}$$

آیئے ذیل کی مثالیں حل کریں۔

(i) ($\frac{3}{4}$ کا ضربی معکوس)
$$\frac{-5}{9} \div \frac{3}{4} = \frac{-5}{9} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{-5 \times 4}{9 \times 3} = \frac{-20}{27}$$

(ii) ($\frac{2}{7}$ کا ضربی معکوس)
$$\frac{-12}{21} \div \left(\frac{2}{-7}\right) = \frac{-12}{21} \times \left(\frac{-7}{2}\right) = \frac{6}{3} = 2$$

یہ کیجیے۔

(i) $\frac{8}{5} \div \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{18}{25} \div \left(\frac{-72}{75}\right)$

(iii) $\frac{-125}{64} \div \frac{50}{16}$ (iv) $\frac{-512}{441}$ کو $\frac{-1024}{21}$ سے تقسیم کیجیے۔

> اگر دو مکمل اعداد کا مجموعہ بھی مکمل عدد ہو تب ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد کا سٹ عمل جمع کے تحت بندشی خاصیت کو مطمئن کرتا ہے۔

1.2 ناطق اعداد کی خصوصیات:

1.2.1 بندشی خاصیت:

(i) مکمل اعداد اور صحیح اعداد

آیئے اب ہم اعادہ کریں گے مکمل اعداد اور صحیح اعداد میں کون سے اعمال بندشی ہیں۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

دیئے گئے جدول کو ضروری وجوہات اور موزوں مثالوں سے پر کیجیے۔

اعداد	اعمال			
	عمل جمع	عمل تفریق	عمل ضرب	عمل تقسیم
مکمل اعداد	یہ ایک بندشی عمل ہے چونکہ $a+b$ ایک مکمل عدد ہے۔ کوئی بھی دو مکمل اعداد a اور b کے لیے مثلاً..................	یہ بندشی نہیں ہے۔چونکہ $5-7=-2$ جو کہ ایک مکمل عدد نہیں ہے۔	بندشی ہے۔چونکہ	بندشی نہیں ہے۔ چونکہ $5\div 8=\frac{5}{8}$ جو کہ ایک مکمل عدد نہیں ہے۔
صحیح اعداد	....	بندشی ہے چونکہ a-b ایک صحیح عدد ہے۔کوئی بھی دو صحیح اعداد a اور b کے لیے مثلاً..	....	بندشی نہیں ہے۔ چونکہ ....

(ii) ناطق اعداد۔بندشی خاصیت

(a) عمل جمع:

دیئے گئے دو ناطق اعداد $\frac{2}{7}$ ، $\frac{5}{8}$ پر غور کیجیے۔

$$\frac{2}{7}+\frac{5}{8}=\frac{16+35}{56}=\frac{51}{56}$$

جہاں نتیجہ $\frac{51}{56}$ بھی ایک ناطق عدد ہے۔

$8+\left(\frac{-19}{2}\right)=$ ______ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

$\frac{2}{7}+\left(\frac{-2}{7}\right)=$ ______ کیا آپ کو ایک ناطق عدد حاصل ہوگا؟

دی گئی جوڑیوں میں اس خاصیت کی جانچ کیجیے۔

$$3+\frac{5}{7},0+\frac{1}{2},\frac{7}{2}+\frac{2}{7}$$

> $\in$ (تعلق رکھتا ہے)' $\forall$ (تمام کے لیے)
>
> $A=\{1,2,3\}$
>
> عدد '3' جو سٹ A کا رکن ہے۔اسکو $3\in A$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اس کو ''3 تعلق رکھتا ہے A سے'' پڑھا جاتا ہے۔
>
> $x=1\Rightarrow 1+0=1$
>
> $x=2\Rightarrow 2+0=2$
>
> $x=3\Rightarrow 3+0=3$
>
> یعنی تمام $x\in A$ کے لیے $x+0=x$ حاصل ہوتا ہے۔ اس کو ہم اس طرح ظاہر کرتے ہیں۔ $x+0=x\forall x\in A.$ اس کو ہم اس طرح پڑھتے ہیں۔
>
> ''تمام کے لیے یا ہر ایک کے لیے $x+0=x;x\in A$''

ہم نے مشاہدہ کیا کہ دو ناطق اعداد کا مجموعہ بھی ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔اس لیے ناطق اعداد عمل جمع کے تحت بندشی ہوتے ہیں۔تب $(a+b)$ ایک ناطق عدد ہے۔کوئی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لیے $\forall a,b\in Q;(a+b)\in Q$

SCERT TELANGANA

(b) عمل تفریق:-

دو ناطق اعداد $\frac{5}{9}$ اور $\frac{3}{4}$ پر غور کیجیے۔

اس طرح $\frac{5}{9}-\frac{3}{4}=\frac{5\times4-3\times9}{36}=\frac{20-27}{36}=\frac{-7}{36}$

جہاں پر $\frac{-7}{36}$ ایک ناطق عدد حاصل ہوا۔(چونکہ 7- اور 36 صحیح اعداد ہیں اور عدد $36 \neq 0$ (نسب نما صفر نہیں ہے)۔لہٰذا $\frac{-7}{36}$ ایک ناطق عدد ہے)''۔

مندرجہ ذیل اعداد بھی کیا ناطق اعداد ہیں جانچ کیجیے۔

(i) $\frac{2}{3}-\frac{3}{7}=\frac{14-9}{21}=$ ______ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

(ii) $\left(\frac{48}{9}\right)-\left(\frac{11}{18}\right)=$ ______ کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟

ہم جان چکے ہیں کہ کوئی دو ناطق اعداد کا فرق بھی ناطق عدد ہوتا ہے۔اس طرح ناطق اعداد عمل تفریق کے تحت بندشی ہوتے ہیں۔

a - b ایک ناطق عدد ہے۔ اس طرح کوئی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لیے $\forall a,b\in Q,(a-b)\in Q$

(c) عمل ضرب

مندرجہ ذیل کا مشاہدہ کیجیے۔

$3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$\frac{6}{5}\times\frac{-11}{2}=\frac{-66}{10}=\frac{-33}{5}$

$\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}=$ ______ ; $\frac{2}{1}\times\frac{19}{13}=$ ______

مندرجہ بالا تمام مراحل میں ہم نے مشاہدہ کیا ہے کہ ''دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب بھی ایک ناطق عدد ہوتا ہے''۔

چند ناطق اعداد کے جوڑ لے کر ان کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہوئے جانچ کیجیے کہ آیا یہ ناطق عدد ہے یا نہیں۔

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کوئی دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب ناطق عدد نہیں ہوتا؟

ہم جانتے ہیں کہ ناطق اعداد کا حاصل ضرب عمل ضرب کے تحت بندشی ہوتا ہے۔

کوئی دو اعداد a اور b کے لیے a x b بھی ایک ناطق عدد ہے۔یعنی $\forall a,b\in Q, a\times b\in Q$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

(d) عمل تقسیم:

دیئے گئے دو ناطق اعداد پر غور کیجیے۔

$\frac{2}{3}, \frac{7}{8}$

اس طرح $\frac{2}{3} \div \frac{7}{8} = \frac{2}{3} \times \frac{8}{7} = \frac{16}{21}$ جو ایک ناطق عدد ہے۔

مندرجہ ذیل مثالوں کی جانچ کیجیے۔

$\frac{5}{7} \div 2 = \frac{5}{7} \div \frac{2}{1} = \frac{5}{7} \times \frac{2}{1} = \frac{5}{14}$

$-\frac{2}{3} \div \frac{6}{11} = ____ = ____ = ____$

$3 \div \frac{17}{13} = \frac{3}{1} \div \frac{17}{13} = ____ = ____$

اوپر دی گئیں مثالوں پر غور کرنے سے یہ بات واضح ہوتی ہے کہ ''کوئی دو ناطق اعداد کو آپس میں تقسیم کرنے پر حاصل عدد بھی ناطق عدد ہوتا ہے''۔

کیا ہم اس طرح کہہ سکتے ہیں کہ عمل تقسیم کے تحت ناطق اعداد میں بندشی خاصیت ہوتی ہے؟

آیئے اب ہم مندرجہ ذیل کی جانچ کریں۔ 0، 5 ناطق اعداد ہیں اور $\frac{5}{0}$ تعریف شدہ نہیں ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ ناطق اعداد Q کا یہ عمل، عمل تقسیم کے تحت بندشی نہیں ہے۔

اگر ناطق اعداد کے سٹ Q سے 0 کو حذف کرتے ہیں تب باقی تمام اعداد کے لیے عمل تقسیم کے تحت یہ بندشی خاصیت رکھتا ہے۔

> $\frac{5}{0}$ کی تعریف کیوں نہیں کی جا سکتی؟
> تقسیم کیجیے۔ 0 ÷ 5 یا ?(0)5
> کیا عمل تقسیم کو مکمل کر سکتے ہیں؟ خارج قسمت کیا ہوگا۔ آپ جانتے ہیں کہ '0' سے کسی بھی عدد کو ضرب دینے پر حاصل ضرب '0' ہی ہوتا ہے۔ '0' مقسوم علیہ سے تقسیم ناممکن ہے۔

کوشش کیجیے۔

اگر ہم '0' (صفر) کو صحیح اعداد کے سٹ سے حذف کرتے ہیں تب یہ عمل تقسیم کے تحت بندشی ہوتا ہے۔

یہ کیجیے

مندرجہ ذیل جدول کو پر کیجیے۔

اعداد	حسب ذیل اعمال کے تحت بندشی خاصیت			
	عمل جمع	عمل تفریق	عمل ضرب	عمل تقسیم
طبعی اعداد	ہاں	___	___	___
مکمل اعداد	___	___	___	نہیں
صحیح اعداد	___	ہاں	___	___
ناطق اعداد	___	___	ہاں	___

SCERT TELANGANA

1.2.2 تقلیبی خاصیت

آیئے اب ہم مختلف اعمال کے تحت مکمل اعداد اور صحیح اعداد کے سٹس میں تقلیبی خاصیت کا اعادہ کریں۔

تقلیبی خاصیت یہ ظاہر کرتی ہے کہ دو اعداد کو باہم تبدیل کرنے پر ان کا حاصل کردہ نتیجہ تبدیل نہیں ہوتا۔

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

یہاں پر دو اعداد کو باہم تبدیل کرنے کا نتیجہ چار بنیادی اعمال + - × ÷ پر ہوسکتا ہے۔

ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے۔

(i) مکمل اعداد

اعمال	مثالیں	کیفیت
عمل جمع	2، 3 مکمل اعداد ہیں 5=2+3 اور 5=3+2، $\therefore 2+3=3+2$	عمل جمع مکمل اعداد میں تقلیبی خاصیت رکھتا ہے
عمل تفریق	کیا 2-3 مساوی ہے 3-2 کے؟	عمل تفریق مکمل اعداد میں تقلیبی نہیں ہے۔
عمل ضرب	--------	--------
عمل تقسیم	$4 \div 2 = ?$ $2 \div 4 = ?$ کیا $4 \div 2 = 2 \div 4$	--------

(ii) صحیح اعداد

اعمال	مثالیں	کیفیت
عمل جمع	--------	عمل جمع صحیح اعداد میں تقلیبی خاصیت رکھتا ہے۔
عمل تفریق	2، 3 صحیح اعداد ہیں۔ $2 - 3 = ?$ $3 - 2 = ?$ کیا $2 - 3 = 3 - 2 = ?$	--------
عمل ضرب	--------	--------
عمل تقسیم	--------	عمل تقسیم صحیح اعداد میں تقلیبی خاصیت نہیں رکھتا

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

(iii) ناطق اعداد:

(a) عمل جمع

دو ناطق اعداد $\frac{5}{2}, \frac{3}{4}$ لیجیے اور ان کو جمع کیجیے۔

$$\frac{5}{2}+\frac{(-3)}{4}=\frac{2\times5+1\times(-3)}{4}=\frac{10-3}{4}=\frac{7}{4}$$

اور $$\frac{(-3)}{4}+\frac{5}{2}=\frac{1\times(-3)+2\times5}{4}=\frac{-3+10}{4}=\frac{7}{4}$$

اس طرح $$\frac{5}{2}+\left(\frac{-3}{4}\right)=\frac{-3}{4}+\frac{5}{2}$$

اب ہم مزید ناطق اعداد کی جوڑیوں میں اس اصول کی جانچ کریں۔

غور کیجیے $\frac{1}{2}+\frac{5}{7}$ اور $\frac{5}{7}+\frac{1}{2}$ کیا $\frac{1}{2}+\frac{5}{7}=\frac{5}{7}+\frac{1}{2}$ ؟

کیا $\frac{-2}{3}+\left(\frac{-4}{5}\right)=\left(\frac{-4}{5}\right)+\left(\frac{-2}{3}\right)$?

کیا آپ ایسے ناطق اعداد کی جوڑیوں کی شناخت کر سکتے ہیں جنکو باہم تبدیل کرنے پر ان کا حاصل جمع تبدیل ہوتا ہے؟

ہم کہہ سکتے ہیں کہ کوئی دو ناطق اعداد a اور b کے لیے a + b = b + a اس طرح عمل جمع ناطق اعداد کے سٹ میں تقلیبی خاصیت رکھتا ہے۔

$$\therefore \forall a,b\in Q, a+b=b+a$$

(b) عمل تفریق:

دو ناطق اعداد $\frac{2}{3}$ اور $\frac{7}{8}$ لیجیے

$$\frac{2}{3}-\frac{7}{8}=\frac{16-21}{24}=\frac{-5}{24}$$ اور $$\frac{7}{8}-\frac{2}{3}=\frac{21-16}{24}=\frac{5}{24}$$

اس طرح $$\frac{2}{3}-\frac{7}{8}\neq\frac{5}{4}-\frac{2}{3}$$

حسب ذیل کی جانچ کیجیے۔

کیا $2-\frac{5}{4}=\frac{5}{4}-2$?

کیا $\frac{1}{2}-\frac{3}{5}=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$?

SCERT TELANGANA

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ عمل تفریق کے تحت ناطق اعداد میں تقلیبی خاصیت موجود نہیں رہتی۔

کوئی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لیے۔ $a-b \neq b-a$

(c) عمل ضرب: دو ناطق اعداد 2، $-\frac{5}{7}$ لیجیے۔

$$2\times\frac{-5}{7}=\frac{-10}{7};\ \frac{-5}{7}\times 2=\frac{-10}{7} \qquad \therefore 2\times\frac{-5}{7}=\frac{-5}{7}\times 2$$

کیا $\frac{-1}{2}\times\left(\frac{-3}{4}\right)=\left(\frac{-3}{4}\right)\times\left(\frac{-1}{2}\right)$?

مزید چند ناطق اعداد کے لیے جانچ کیجیے۔

ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ ناطق اعداد میں عمل ضرب کے تحت تقلیبی خاصیت ہوتی ہے۔

یعنی a x b = b x a اس طرح کسی دیئے گئے دو اعداد a اور b کے لیے $\forall a,b\in Q, a\times b=b\times a$

(d) عمل تقسیم:

کیا $\frac{7}{3}\div\frac{14}{9}=\frac{14}{9}\div\frac{7}{3}$?

$$\frac{7}{3}\div\frac{14}{9}=\frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\times\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{14}_{2}}=\frac{3}{2} \quad \text{اور} \quad \frac{14}{9}\div\frac{7}{3}=\frac{\cancel{14}^{2}}{\cancel{9}_{3}}\times\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{7}_{1}}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{3}\div\frac{14}{9}\neq\frac{14}{9}\div\frac{7}{3}$$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ عمل تقسیم کے تحت ناطق اعداد میں تقلیبی خاصیت موجود نہیں رہتی ہے۔

یہ کیجیے

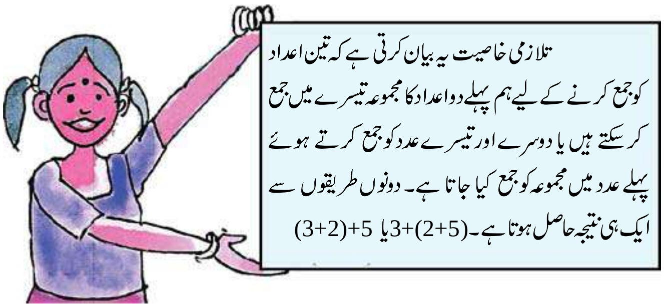
ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے

اعداد	حسب ذیل اعمال کے تحت تقلیبی خاصیت			
	عمل جمع	عمل تفریق	عمل ضرب	عمل تقسیم
طبعی اعداد	ہاں	نہیں	ہاں	------
مکمل اعداد	------	------	------	نہیں
صحیح اعداد	------	------	------	------
ناطق اعداد	------	------	------	نہیں

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

1.2.3 تلازمی خاصیت: چار بنیادی اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم کے تحت مکمل اعداد کے تلازمی خاصیت کا اعادہ کریں گے۔



(i) مکمل اعداد:

مندرجہ ذیل جدول کو ضروری وضاحتوں اور کیفیات سے پر کیجیے۔

اعمال	مکمل اعداد کی مثالیں	کیفیات
عمل جمع	کیا $2 + (3 + 0) = (2 + 3) + 0$? $2 + (3 + 0) = 2 + 3 = 5$ $(2 + 3) + 0 = 5 + 0 = 5$ $\Rightarrow 2 + (3 + 0) = (2 + 3) + 0$ $a + (b + c) = (a + b) + c$ کوئی تین مکمل اعداد a، b اور c کے لیے	
عمل تفریق	کیا $(2 - 3) - 2 = ?\ 2 - (3 - 2) = ?$ $(2 - 3) - 2 = 2 - (3 - 2)$?	عمل تفریق تلازمی نہیں ہوتا
عمل ضرب		عمل ضرب تلازمی ہوتا ہے۔
عمل تقسیم	کیا $2 \div (3 \div 5) = (2 \div 3) \div 5$? $2 \div (3 \div 5) = 2 \div \frac{3}{5} = 2 \times \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$ $(2 \div 3) \div 5 = \frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ $2 \div (3 \div 5) \neq (2 \div 3) \div 5$	عمل تقسیم تلازمی نہیں ہے

(ii) صحیح اعداد: آیئے اب ہم چار بنیادی اعمال کے تحت صحیح اعداد میں تلازمی خاصیت کا اعادہ کریں گے۔

مندرجہ ذیل جدول کو ضروری کیفیات، وضاحتوں سے پر کریں۔

SCERT TELANGANA

کیفیات	صحیح اعداد مع مثالوں کے	اعمال
	کیا $2+[(-3)+5]=[2+(-3)]+5?$ $2+[(-3)+5]=2+[-3+5]=2+2=4$ $[2+(-3)]+5=[2-3]+5=-1+5=4$ کوئی تین صحیح اعداد a، b، c کے لیے $a + (b + c) = (a + b) + c$	عمل جمع
	کیا $6 - (9 - 5) = (6 - 9)$	عمل تفریق
	کیا $2\times[7\times(-3)]=(2\times7)\times(-3)?$	عمل ضرب
	$10\div[2\div(-5)]=[10\div2]\div(-5)?$ $10\div[2\div(-5)]=10\div\frac{2}{-5}=10\times\frac{-5}{2}=-25$ اب $(10\div2)\div(-5)=\frac{10}{2}\div(-5)=5\div(-5)=\frac{5}{-5}=-1$ اس طرح $10\div[2\div(-5)]\neq[10\div2]\div(-5)$	عمل تقسیم

(iii) ناطق اعداد: تلازمی خاصیت

(a) عمل جمع: آیئے اب ہم تین ناطق اعداد $\frac{2}{7}$، 5، $\frac{1}{2}$ سے حسب ذیل کی تصدیق کریں۔

$$\frac{2}{7}+\left[5+\left(\frac{1}{2}\right)\right]=\left[\left(\frac{2}{7}+5\right)\right]+\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{L.H.S}\quad \frac{2}{7}+\left[5+\left(\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{2}{7}+\left[\left(5+\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{2}{7}+\left[\frac{10+1}{2}\right]=\frac{4+77}{14}=\frac{81}{14}$$

$$\text{R.H.S}\quad \left[\left(\frac{2}{7}+5\right)\right]+\left(\frac{1}{2}\right)=\left[\left(\frac{2+35}{7}\right)\right]+\frac{2}{7}=\frac{37}{7}+\frac{1}{2}=\frac{74+7}{14}=\frac{81}{14}$$

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

معلوم کیجیے $\frac{1}{2}+\left[\frac{3}{7}+\frac{4}{3}\right]$ اور $\left[\frac{1}{2}+\frac{3}{7}\right]+\left[\frac{4}{3}\right]$

کیا دونوں مجموعے مساوی ہیں؟ مزید چند ناطق اعداد لے کر تلازمی خاصیت کی جانچ کیجیے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

ہم جانتے ہیں کہ عمل جمع کے تحت ناطق اعداد میں تلازمی خاصیت ہوتی ہے۔

کوئی بھی تین ناطق اعداد a،b اور c کے لیے a + (b + c) = (a + b) + c

اس طرح $\forall a,b,c \in Q, a+(b+c)=(a+b)+c$

(b) عمل تفریق:۔

آیئے کوئی تین ناطق اعداد $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ اور $\frac{-5}{4}$ لیں۔

تصدیق کیجیے کہ $\frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}-\left[\frac{-5}{4}\right]\right]=\left[\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right]-\left[\frac{-5}{4}\right]=\frac{1}{2}-\frac{8}{4}$

$$\frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{-5}{4}\right)\right]=\left[\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right]-\left(\frac{-5}{4}\right)$$

$$\text{L.H.S.}=\frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{-5}{4}\right)\right]=\frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}+\frac{5}{4}\right]=\frac{1}{2}-\left[\frac{8}{4}\right]$$

$$=\frac{1}{2}-2=\frac{1-4}{2}=\frac{-3}{2}$$

$$\text{R.H.S.}=\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{-5}{4}\right)=\left(\frac{1\times2-3}{4}\right)+\frac{5}{4}=\left(\frac{-1}{4}\right)+\frac{5}{4}$$

$$=\frac{-1+5}{4}=\frac{4}{4}=1$$

$$\therefore \frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{-5}{4}\right)\right]\neq\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{-5}{4}\right)$$

$$\text{L.H.S.}\neq\text{R.H.S.}$$

ہم نے دیکھا کہ عمل تفریق کے تحت ناطق اعداد تلازمی نہیں ہوتے۔

اسطرح کوئی بھی تین ناطق اعداد a،b اور c کے لیے $a-(b-c)\neq(a-b)-c$

(c) عمل ضرب: کوئی تین ناطق اعداد $\frac{3}{4},\frac{4}{7},\frac{-5}{7}$

$$\frac{2}{3}\times\left[\frac{4}{7}\times\left(\frac{-5}{7}\right)\right]=\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}\right)\times\left(\frac{-5}{7}\right)?$$

$$\text{LHS}=\frac{2}{3}\times\left[\frac{4}{7}\times\left(\frac{-5}{7}\right)\right]=\frac{2}{3}\left[\frac{-20}{49}\right]=\frac{-40}{147}$$

$$\text{RHS}=\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}\right)\times\left(\frac{-5}{7}\right)=\left(\frac{8}{21}\right)\times\left(\frac{-5}{7}\right)=\frac{-40}{147}$$

$$\text{LHS}=\text{RHS}$$

SCERT TELANGANA

$$\text{RHS} = \left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}\right)\times\left(\frac{-5}{7}\right)=\left(\frac{8}{21}\right)\times\left(\frac{-5}{7}\right)=\frac{-40}{147}$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

$2\times\left(\frac{1}{2}\times 3\right)$ اور $\left(2\times\frac{1}{2}\right)\times 3$ معلوم کیجیے

کیا $2\times\left(\frac{1}{2}\times 3\right)=\left(2\times\frac{1}{2}\right)\times 3$?

$\frac{5}{3}\times\left(\frac{3}{7}\times\frac{7}{5}\right)$ اور $\left(\frac{5}{3}\times\frac{3}{7}\right)\times\frac{7}{5}$ معلوم کیجیے

کیا $\frac{5}{3}\times\left(\frac{3}{7}\times\frac{7}{5}\right)=\left(\frac{5}{3}\times\frac{3}{7}\right)\times\frac{7}{5}$?

اوپر کے تمام مراحل میں L.H.S = R.H.S

اس طرح عمل ضرب کے تحت ناطق اعداد تلازمی خاصیت رکھتے ہیں۔

کسی تین ناطق اعداد a، b، c کے لیے a x (b x c) = (a x b) x c

$$\forall a,b,c\in Q, a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$$

(d) عمل تقسیم:

کوئی تین ناطق اعداد $\frac{2}{3},\frac{3}{4}$ اور $\frac{1}{7}$ لیں۔

کیا $\frac{2}{3}\div\left(\frac{3}{4}\div\frac{1}{7}\right)=\left(\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{7}$?

$$\text{L.H.S.} = \frac{2}{3}\div\left(\frac{3}{4}\div\frac{1}{7}\right)=\frac{2}{3}\div\left(\frac{3}{4}\times\frac{7}{1}\right)=\frac{2}{3}\div\frac{21}{4}=\frac{2}{3}\times\frac{4}{21}=\frac{8}{63}$$

$$\text{R.H.S.} = \left(\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{7}=\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\div\frac{1}{7}=\left(\frac{8}{9}\right)\div\frac{1}{7}=\frac{8}{9}\times\frac{7}{1}=\frac{56}{9}$$

$$\frac{2}{3}\div\left(\frac{3}{4}\div\frac{1}{7}\right)\neq\left(\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{7}$$

$$\text{L.H.S.} \neq \text{R.H.S.}$$

اسطرح $a\div(b\div c)\neq(a\div b)\div c$ کوئی بھی تین ناطق اعداد a، b، c کے لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ عمل تقسیم کے تحت ناطق اعداد تلازمی خاصیت نہیں رکھتے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

SCERT TELANGANA

یہ کیجیے

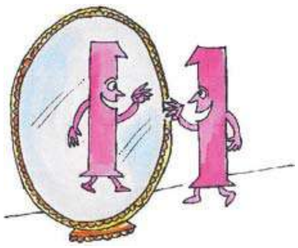
ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے

اعداد	ذیل کے اعمال کے تحت تلازمی خاصیت			
	عمل جمع	عمل تفریق	عمل ضرب	عمل تقسیم
طبعی اعداد	ہاں	نہیں	------	------
مکمل اعداد	------	------	------	ہاں
صحیح اعداد	------	نہیں	ہاں	------
ناطق اعداد	------	------	------	------

1.2.4 صفر کا کردار:

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ایک ایسا عدد جس کو عدد $\frac{1}{2}$ میں جمع کرنے پر وہی عدد $\frac{1}{2}$ نتیجے کے طور پر حاصل ہوتا ہے۔

جب بھی عدد 0 کو کسی بھی ناطق عدد میں جمع کرنے پر وہی ناطق عدد حاصل ہوتا ہے۔



مثلاً: $1 + 0 = 1$ اور $0 + 1 = 1$

$-2 + 0 = -2$ اور $0 + (-2) = -2$

$\frac{11}{3} + 0 = \frac{11}{3}$ اور $0 + \frac{11}{3} = \frac{11}{3}$

'0' کی ایسی خاصیت کی وجہ سے وہ جمعی تماثلی عنصر کہلاتا ہے۔اس خاصیت کو مندرجہ ذیل میں درج کیا گیا ہے۔

اگر a کوئی ناطق عدد ہے تب $a + 0 = a$ اور $0 + a = a$

کیا طبعی اعداد کا سٹ جمعی تماثلی عنصر رکھتا ہے؟

1.2.5: ہندسہ '1' کا کردار

ذیل کی خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

$3 \times \square = 3$ اور $\square \times 3 = 3$

$-2 \times \square = -2$ اور $\square \times -2 = -2$

$\frac{7}{8} \times \square = \frac{7}{8}$ اور $\square \times \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$

مندرجہ بالا حاصل ضرب میں آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

آپ دیکھیں گے کہ جب بھی کسی ناطق عدد کو ہندسہ '1' سے ضرب دیا جاتا ہے تو وہی ناطق عدد نتیجے کے طور پر حاصل ہوتا ہے۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہندسہ '1' عمل ضرب کے تحت تماثلی عنصر ہے اور یہ ضربی تماثلی عنصر کہلاتا ہے۔

غیر ارادی طور پر اکثر ہم سے تماثلی خاصیت کا استعمال ہو جاتا ہے۔

مثلاً: $\frac{15}{50}$ کو اقل ترین شکل میں لکھنے کے لیے ہم مندرجہ ذیل عمل کرتے ہیں۔

$$\frac{15}{50} = \frac{3\times5}{10\times5} = \frac{3}{10}\times\frac{5}{5} = \frac{3}{10}\times1 = \frac{3}{10}$$

جب کبھی ہم $\frac{3}{10}\times1 = \frac{3}{10}$ لکھتے ہیں۔ ضربی تماثلی عنصر کی خاصیت کا استعمال کیا جاتا ہے۔

1.2.6: معکوس عنصر کا وجود

(i) جمعی معکوس

$-3 + 3 = 0$	اور	$3 + (-3) = 0$
$5 + (-5) =$ ___	اور	$-5 + 5 = 0$
___ $+ \frac{2}{3} = 0$	اور	$\frac{2}{3} + ? = 0$
$? + \left(\frac{-1}{2}\right) = 0$	اور	$\left(\frac{-1}{2}\right) + ? = 0$

جہاں 3- اور 3 ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔ چونکہ ان کو جمع کرنے پر حاصل جمع '0' ہوتا ہے۔

کوئی بھی دو اعداد کا مجموعہ 0 ہو تب یہ اعداد ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔

عام طور پر اس کو اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔ کوئی بھی ناطق عدد 'a' کے لیے

$(-a) + a = 0$ اور $a + (-a) = 0$ جہاں a اور a- ایک دوسرے کے جمعی معکوس ہیں

صفر کا جمعی معکوس کیا ہے۔؟

0 کا جمعی معکوس 0 ہی ہوگا جیسے کہ $0 + 0 = 0$

(ii) ضربی معکوس:

عدد $\frac{2}{7}$ کو کس ناطق عدد سے ضرب دیا جائے کہ حاصل ضرب '1' ہو؟

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ

$\frac{7}{2}\times\frac{2}{7} = 1$ اور $\frac{2}{7}\times\frac{7}{2} = 1$

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

ذیل کے بکسوں کو پُر کیجیے۔

$2 \times \square = 1$ $\square \times 2 = 1$

$-5 \times \square = 1$ $\square \times 5 = 1$

$\frac{-17}{19} \times \square = 1$ $\square \times \frac{-17}{19} = 1$

$1 \times ? = 1$

$-1 \times ? = 1$

اگر کوئی دو اعداد کا حاصل ضرب 1 ہو تب وہ اعداد ایک دوسرے کے ضربی معکوس کہلاتے ہیں۔

مثلاً $4 \times \frac{1}{4} = 1$ اور $\frac{1}{4} \times 4 = 1$ اس لیے 4 اور $\frac{1}{4}$ ایک دوسرے کے ضربی معکوس (مقلوب) کہلاتے ہیں ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ناطق عدد $\frac{c}{d}$ ایک دوسرے ناطق عدد $\frac{a}{b}$ کا مقلوب یا ضربی معکوس ہوگا اگر $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$

سوچئے تبادلہ خیال کیجیے اور لکھئے

1۔ اگر کوئی خصوصیت ناطق اعداد کے جمع کے لئے صحیح ہو تو کیا یہ خاصیت صحیح اعداد کے لئے بھی صحیح ہوگی؟ کیا مکمل اعداد کے لئے بھی یہ خصوصیت صحیح ہوگی؟ کن اعداد کے لئے یہ خاصیت درست ہوگی؟ اور کن اعداد کے لئے یہ خاصیت درست نہیں ہوگی

2۔ ایسے اعداد لکھئے جن کے ضربی معکوس خود وہی اعداد ہوں؟

3۔ کیا آپ '0' کا مقلوب بتا سکتے ہیں؟ کیا کوئی ایسا ناطق عدد ہوسکتا ہے جس کو صفر سے ضرب دینے پر 1 حاصل ہو۔

$\square \times 0 = 1$ اور $0 \times \square = 1$

1.3 عملِ جمع پر عملِ ضرب کے تحت تقسیمی خاصیت

تین ناطق اعداد $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ لیجیے

آیئے جانچ کریں آیا

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right)$$

SCERT TELANGANA

$$L.H.S = \frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{5}\times\left(\frac{2+3}{4}\right) = \frac{2}{5}\times\frac{5}{4} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$R.H.S = \frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{10}+\frac{6}{20} = \frac{4+6}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$L.H.S = R.H.S$$

اس طرح $\frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{4}\right)$

یہ خاصیت عمل جمع پر ضرب کے تحت تقسیمی خاصیت کہلاتی ہے۔

آیئے مندرجہ ذیل کی جانچ کریں۔

کیا $\frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}\right)$

آپ نے کیا مشاہدہ کیا ہے؟ کیا L.H.S = R.H.S

یہ خاصیت عمل تفریق پر عمل ضرب کے تحت تقسیمی خاصیت کہلاتی ہے۔ چند مزید ناطق اعداد a، b اور c کے لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$a(b+c) = ab+ac$$

$$a(b-c) = ab-ac$$

کوشش کیجیے: تقسیمی خاصیت کے استعمال سے معلوم کیجیے

(1) $\left\{\frac{7}{5}\times\left(\frac{-3}{10}\right)\right\}+\left\{\frac{7}{5}\times\frac{9}{10}\right\}$

(2) $\left\{\frac{9}{16}\times 3\right\}+\left\{\frac{9}{16}\times(-19)\right\}$

یہ کیجیے

ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے

اعداد	عمل جمع کے تحت				
	بندشی	تقلیبی	تلازمی	تماثلی عنصر کا وجود	معکوس عنصر کا وجود
ناطق اعداد	ہاں	______	______	______	______
صحیح اعداد	ہاں	______	______	______	______
مکمل اعداد	______	______	______	ہاں	نہیں
طبعی اعداد	ہاں	______	______	______	______

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے

عمل ضرب کے تحت					
اعداد	بندشی	تقلیبی	تلازمی	تماثلی عنصر کا وجود	معکوس عنصر کا وجود
ناطق اعداد	ہاں	______	______	______	______
صحیح اعداد	______	ہاں	______	______	______
مکمل اعداد	______	______	ہاں	______	______
حقیقی اعداد	______	______	______	ہاں	______

مثال 1: ناطق اعداد $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{5}\right)+\left(\frac{-13}{7}\right)$ کو مختصر کیجیے

حل: دی گئیں کسور میں یکساں کسور کو ایک ساتھ ترتیب دینے پر

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{5}\right)+\left(\frac{-13}{7}\right)=\frac{2}{5}+\frac{3}{7}-\frac{6}{5}-\frac{13}{7}$$

$$=\left(\frac{2}{5}-\frac{6}{5}\right)+\left(\frac{3}{7}-\frac{13}{7}\right)$$ جمعی تقلیبی قانون کی مدد سے

$$=\frac{2-6}{5}+\frac{3-13}{7}$$

$$=\frac{-4}{5}+\frac{-10}{7}=\frac{-4}{5}-\frac{10}{7}$$

$$=\frac{(-4\times 7)-(10\times 5)}{35}=\frac{-28-50}{35}=\frac{-78}{35}$$

مثال 2: مندرجہ ذیل ناطق اعداد کے جمعی معکوس لکھیے۔

(i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{-11}{5}$ (iii) $\frac{7}{-13}$ (iv) $\frac{-2}{-3}$

حل: (i) $\frac{2}{7}$ کا جمعی معکوس $\frac{-2}{7}$ ہے۔

چونکہ $\frac{2}{7}+\left(\frac{-2}{7}\right)=\frac{2-2}{7}=0$

SCERT TELANGANA

حل: (ii) $\frac{-11}{5}$ کا جمعی معکوس: $-\left(\frac{-11}{5}\right)=\frac{11}{5}$

(iii) $\frac{7}{-13}$ کا جمعی معکوس: $-\left(\frac{7}{-13}\right) = \frac{-7}{-13} = \frac{7}{13}$

(iv) $\frac{-2}{-3}$ کا جمعی معکوس : $-\left(\frac{-2}{-3}\right)=\frac{-2}{3}$

مثال3: حل کیجیے $\frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} + \frac{23}{180} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4}$

$$\frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} + \frac{23}{180} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4} + \frac{23}{180}$$

جمعی تقلیبی خاصیت سے

$$= \frac{2}{5} \times \left(\frac{-1}{9}\right) + \left(\frac{-1}{9}\right) \times \frac{3}{4} + \frac{23}{180}$$

$$= \frac{-1}{9}\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) + \frac{23}{180}$$ تقسیمی خاصیت سے

$$= -\frac{1}{9}\left(\frac{8+15}{20}\right) + \frac{23}{180}$$

$$= -\frac{1}{9}\left(\frac{23}{20}\right) + \frac{23}{180} = \frac{-23}{180} + \frac{23}{180} = 0$$ جمعی معکوس سے

مثال4: اعداد $\frac{5}{18}, \frac{-9}{2}$ کے مقلوب کے حاصل ضرب میں $\left(\frac{-4}{5}\right)$ کے جمعی معکوس کو جمع کرنے پر حاصل ہونے والا عدد معلوم کیجیے۔

حل: $\frac{-9}{2}$ کا مقلوب $\frac{-2}{9}$ ہے۔

$\frac{5}{18}$ کا مقلوب $\frac{18}{5}$ ہے۔

مقلوب اعداد کا حاصل ضرب $= \frac{-2}{\cancel{9}_1} \times \frac{\cancel{18}^2}{5} = \frac{-4}{5}$

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

$\frac{-4}{5}$ کا جمعی معکوس $\frac{4}{5}$ ہے

لہٰذا مقلوب اعداد کا حاصل ضرب + $\frac{-4}{5}$ کا جمعی معکوس = $\frac{-4}{5}+\frac{4}{5}=0$ (جمعی معکوس کی خاصیت)

مشق - 1.1

1۔ مندرجہ ذیل مثالوں میں خاصیت کی نشاندہی کرتے ہوئے ان کے نام بتلائیے۔

(i) $\frac{8}{5}+0=\frac{8}{5}=0+\frac{8}{5}$

(ii) $2\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\right)=2\left(\frac{3}{5}\right)+2\left(\frac{1}{2}\right)$

(iii) $\frac{3}{7}\times 1=\frac{3}{7}=1\times\frac{3}{7}$

(iv) $\left(\frac{-2}{5}\right)\times 1=\frac{-2}{5}=1\times\left(\frac{-2}{5}\right)$

(v) $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$

(vi) $\frac{5}{2}\times\frac{3}{7}=\frac{15}{14}$

(vii) $7a+(-7a)=0$

(viii) $x\times\frac{1}{x}=1\ (x\neq 0)$

(ix) $(2\times x)+(2\times 6)=2\times(x+6)$

2۔ مندرجہ ذیل کے جمعی و ضربی معکوس لکھئے۔

(i) $\frac{-3}{5}$ (ii) 1 (iii) 0 (iv) $\frac{7}{9}$ (v) -1

3۔ خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) $\left(\frac{-1}{17}\right)+(____)=\left(\frac{-12}{5}\right)+\left(\frac{-1}{17}\right)$

(ii) $\frac{-2}{3}+____=\frac{-2}{3}$

(iii) $1\times____=\frac{9}{11}$

(iv) $-12+\left(\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)=\left(-12+\frac{5}{6}\right)+(____)$

(v) $(____)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{4}\times____\right)$

(vi) $\frac{-16}{7}+____=\frac{-16}{7}$

SCERT TELANGANA

4۔ $\frac{2}{11}$ کو $\frac{-5}{14}$ کے مقلوب سے ضرب دیجیے۔

5۔ $\frac{2}{5}\times\left(5\times\frac{7}{6}\right)+\frac{1}{3}\times\left(3\times\frac{4}{11}\right)$ کو محسوب کرنے لیے اعداد کی کونسی خصوصیات استعمال کی جاسکتی ہیں لکھیے؟

6۔ ذیل کی تصدیق کیجیے۔اور کونسی خصوصیت استعمال کی گئی ہے۔

$$\left(\frac{5}{4}+\frac{-1}{2}\right)+\frac{-3}{2}=\frac{5}{4}+\left(\frac{-1}{2}+\frac{-3}{2}\right)$$

7۔ $\frac{3}{5}+\frac{7}{3}+\left(\frac{-2}{5}\right)+\left(\frac{-2}{3}\right)$ کو ترتیب میں لکھ کر حل کیجیے۔

8۔ تفریق کیجیے۔

(i) $\frac{3}{4}$ کو $\frac{1}{3}$ سے   (ii) $\frac{-32}{13}$ کو 2 سے   (iii) -7 کو $\frac{-4}{7}$ سے

9۔ عدد $\frac{-5}{8}$ میں کونسا عدد جمع کیا جائے کہ نتیجہ $\frac{-3}{2}$ حاصل ہو؟

10۔ دو ناطق اعداد کا مجموعہ 8 ہے اگر ان میں ایک عدد $\frac{-5}{6}$ ہو تب دوسرا عدد کیا ہوگا؟

11۔ کیا ناطق اعداد عمل تفریق کے تحت تلازمی خاصیت رکھتے ہیں؟ مثالوں سے وضاحت کیجیے

12۔ مندرجہ ذیل x کی قدروں کے لیے $-(-x)=x$ کی تصدیق کیجیے۔

(i) $x=\frac{2}{15}$ (ii) $x=\frac{-13}{17}$

13۔ لکھیے۔

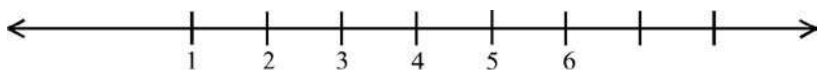
(i) اعداد کے کون سے سٹس جمعی تماثلی عنصر نہیں رکھتے۔

(ii) وہ کونسا ناطق عدد ہے جس کا مقلوب وجود نہیں رکھتا۔

(iii) کیا منفی ناطق عدد کا مقلوب وجود رکھتا ہے۔

1.4 ناطق اعداد کا عددی خط پر اظہار

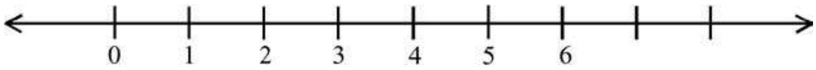
"حمیرہ" عددی خط کھینچ کر اس پر اعداد کو ظاہر کرتی ہے



عددی خط پر کن اعداد کی نشاندہی کی گئی ہے؟

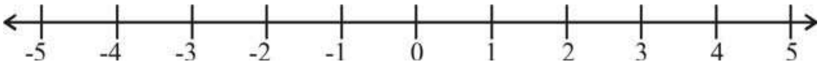
SCERT TELANGANA

افشاں کہتی ہے کہ "یہ اعداد طبعی اعداد ہیں"۔ طیّب کہتا ہے کہ "یہ اعداد ناطق اعداد ہیں"۔ آپ ان دونوں میں سے کس سے متفق ہیں؟



اس عددی خط پر کس سٹ کے اعداد کی نشاندہی کی گئی ہے؟

کیا وہ اعداد مکمل اعداد ہیں؟ یا ناطق اعداد ہیں؟



اس عددی خط پر اعداد کس سٹ کے اعداد کی نشاندہی کی گئی ہے؟

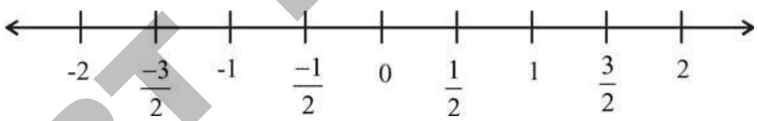
کیا آپ اوپر دیئے گئے خط میں 5- اور 3 کے درمیان کسی عدد کی شناخت کر سکتے ہیں۔

کیا آپ 0 اور 1 یا 1- اور 0 کے درمیان کسی عدد کو بتا سکتے ہیں۔

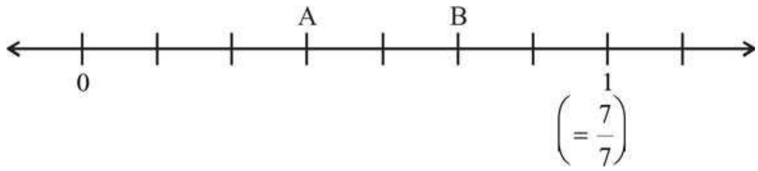
0 اور 1 کے وسط میں عدد $\frac{1}{2}$ ہوتا ہے۔ 1 اور 2 کے وسط میں عدد $1\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ ہوتا ہے۔

0 اور 1- کے وسط میں عدد $-\frac{1}{2}$ ہوتا ہے۔ 1- اور 2- کے وسط میں عدد $-1\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$ ہوتا ہے۔

ان ناطق اعداد کو عددی خط پر اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے



مثال 5: عددی خط پر A اور B کے مقام پر واقع ہونے والے ناطق اعداد کی نشاندہی کیجیے۔



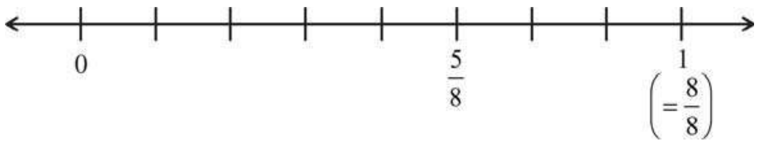
کسی بھی ناطق عدد کو عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

نوٹ: ناطق اعداد کے نسب نما سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ہر اکائی کو اس عدد کے مساوی حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور اس کے شمار کنندہ سے یہ ظاہر ہوتا کہ " کتنے حصوں کو لیا گیا ملحوظ" رکھا گیا ہے۔

حل: یہاں پر ایک اکائی 0 تا 1 کو 7 مساوی حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ نقطہ A کل 7 حصّوں میں سے 3 حصّوں کو ظاہر کرتا ہے۔ اس طرح A کو $\frac{3}{7}$ سے اور B کو $\frac{5}{7}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

SCERT TELANGANA

مثال 6: $\frac{5}{8}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

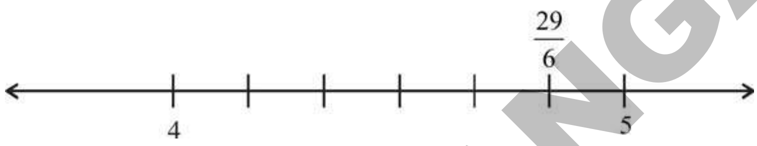


عدد $\frac{5}{8}$ ، ایک واجب کسر ہے جو 0 اور 1 کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

لہٰذا عددی خط پر '0' اور '1' کے درمیانی حصّے کو 8 مساوی حصّوں (نسب نما) میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

'0' سے شمار کرتے ہوئے 5 ویں حصّے کی نشاندہی (شمار کنندہ کے طور پر) کیجیے۔ جس کو $\frac{5}{8}$ لیا جاتا ہے۔ یہ نقطہ مطلوبہ ناطق عدد $\frac{5}{8}$ ہوتا ہے۔

مثال 7: $\frac{29}{6}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔



$\frac{29}{6} = 4\frac{5}{6} = 4+\frac{5}{6}$ یہ عدد، عددی خط پر 4 اور 25 کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

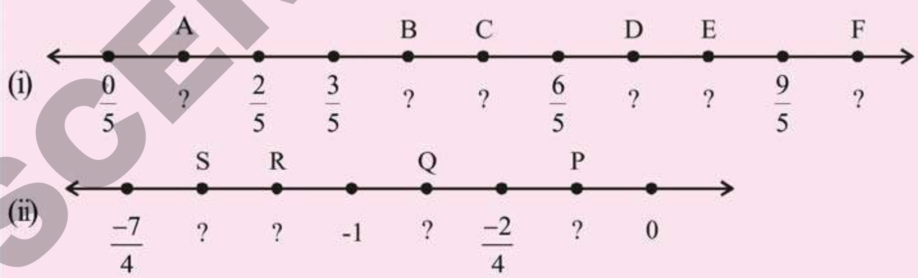
عددی خط پر اعداد '4' اور '25' کے درمیانی حصّے کو 6 مساوی حصّوں (نسب نما) میں تقسیم کیجیے۔

5 ویں حصّے کی نشاندہی (ناطق عدد کے شمار کنندے کے طور پر) عدد 4 سے شمار کرتے ہوئے کیجیے۔

اس طرح یہ نقطہ ناطق عدد، $\frac{29}{6}$ کو ظاہر کیا جاتا ہے۔

کوشش کیجیے

عددی خط پر انگریزی حروف سے ظاہر کئے گئے نقاط پر واقع ناطق اعداد کو لکھئے۔



یہ کیجیے

(i) $-\frac{13}{5}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

SCERT TELANGANA

1.5 دو ناطق اعداد کے درمیان ناطق عدد

مندرجہ ذیل کا مشاہدہ کیجیے۔

'1'اور '2' کے درمیان واقع ہوتا ہے؟ '5' اور '1' کے درمیان واقع ہونے والے طبعی اعداد 2، 3 اور 4 ہیں کیا کوئی طبعی عدد

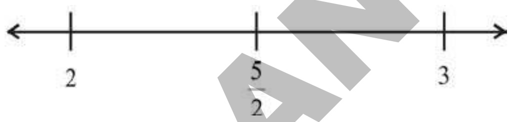
4- اور 3 کے درمیان آنے والے صحیح اعداد 3,-2,-1,0,1,2,- ہیں ۔2- اور 1- کے درمیان آنے والے صحیح اعداد لکھئے ۔کیا ان دو اعداد کے درمیان کوئی صحیح عدد وجود رکھتا ہے؟ یقیناً ہم کسی بھی دو متواتر صحیح اعداد کے درمیان مزید صحیح اعداد معلوم نہیں کر سکتے۔

لیکن ہم کسی دو متواتر صحیح اعداد کے درمیان کئی ناطق اعداد لکھ سکتے ہیں۔

آیئے اب ہم 2 اور 3 کے درمیان چند ناطق اعداد لکھیں گے۔

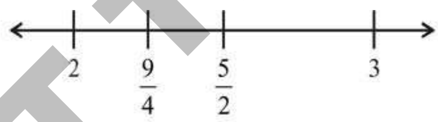
ہم جانتے ہیں کے اگر a اور b کوئی دو ناطق اعداد ہیں تب $\frac{a+b}{2}$ (یہ a اور b کا اوسط ہے) بھی ایک ناطق عدد ہوگا جو a اور b کے بالکل وسط میں ہوگا۔ اسی طرح $\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$ بھی ایک ناطق عدد ہوگا جو 2 اور 3 کے وسط میں واقع ہوگا۔

لہٰذا $2 < \frac{5}{2} < 3.$



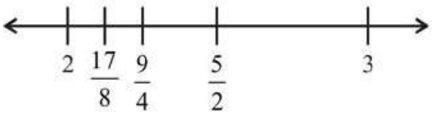
اب عدد 2 اور $\frac{5}{2}$ کے درمیان ناطق عدد $\frac{2+\frac{5}{2}}{2}=\frac{\frac{9}{2}}{2}=\frac{9}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{4}$

لہٰذا



$$2 < \frac{9}{4} < \frac{5}{2} < 3$$

اسی طرح 2 اور $\frac{9}{4}$ کا اوسط لینے پر $\frac{2+\frac{9}{4}}{2}=\frac{\frac{17}{4}}{2}=\frac{17}{8}$



$$2 < \frac{17}{8} < \frac{9}{4} < \frac{5}{2} < 3$$

اس طریقے سے ہم دو صحیح اعداد کے درمیان کئی ناطق اعداد درج کر سکتے ہیں۔ بلکہ کسی بھی دو ناطق اعداد کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد موجود ہوتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

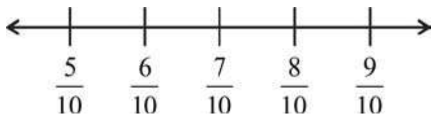
دوسرا طریقہ:

کیا آپ $\frac{5}{10}$ اور $\frac{9}{10}$ کے درمیان بتائے گئے اوسط کے طریقے سے 100 ناطق اعداد لکھ سکتے ہیں۔

آپ اس عمل کے طویل طریقہ کی وجہ سے اس کو دشوار محسوس کریں گے۔

آیئے یہاں پر آپ کے لیے ایک اور طریقہ موجود ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{5}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10} < \frac{9}{10}$



مندرجہ بالا میں $\frac{5}{10}$ اور $\frac{9}{10}$ کے درمیان ہم نے صرف تین ناطق اعداد لکھیں ہیں۔

لیکن اگر ہم $\frac{5}{10}$ کو $\frac{50}{100}$ اور $\frac{9}{10}$ کو $\frac{90}{100}$ لیں

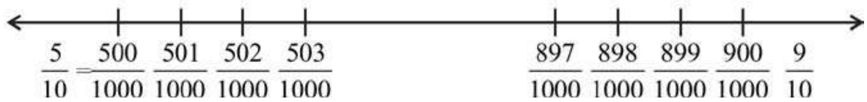
تب $\frac{50}{100}$ اور $\frac{90}{100}$ کے درمیان ناطق اعداد یہ ہوں گے۔

$$\frac{5}{10} = \frac{50}{100} < \frac{51}{100} < \frac{52}{100} < \frac{53}{100} < \ldots\ldots < \frac{89}{100} < \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$$

اگر ہم یہ لیتے ہیں تب ہمیں $\frac{5}{10}$ اور $\frac{9}{10}$ کے درمیان 39 ناطق اعداد حاصل ہوتے ہیں۔

اس طرح اگر ہم $\frac{9}{10} = \frac{900}{1000}$ اور $\frac{5}{10} = \frac{500}{1000}$ لیں تو

$$\frac{5}{10} = \frac{500}{1000} < \frac{501}{1000} < \frac{502}{1000} < \frac{503}{1000} < \ldots\ldots\ldots\ldots < \frac{899}{1000} < \frac{900}{1000} = \frac{9}{10}$$



اس طریقے سے ہم دو ناطق اعداد کے درمیان کئی ناطق اعداد حاصل کر سکتے ہیں یا نشاندہی کر سکتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال8: 3- اور 0 کے درمیان کوئی پانچ ناطق اعداد لکھئے

حل: $-3 = -\frac{30}{10}$ اور $0 = \frac{0}{10}$ لہٰذا

3- اور 0 کے درمیان $-\frac{1}{10}, -\frac{2}{10}, \ldots\ldots\ldots, -\frac{27}{10}, -\frac{28}{10}, -\frac{29}{10}$ موجود ہوتے ہیں۔

ان اعداد میں سے ہم کوئی بھی 5 اعداد لے سکتے ہیں۔

مشق - 1.2

1۔ ذیل کے اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

(i) $\frac{9}{7}$ (ii) $-\frac{7}{5}$

2۔ اعداد $-\frac{2}{13}$ ، $\frac{5}{13}$ اور $\frac{-9}{13}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

3۔ $\frac{5}{6}$ سے چھوٹے کوئی 5 'اعداد لکھئے۔

4۔ 1- اور 2- کے درمیان 12 ناطق اعداد لکھئے۔

5۔ $\frac{2}{3}$ اور $\frac{3}{4}$ کے درمیان ایک ناطق عدد معلوم کیجیے۔

[اشارہ: دیئے گئے ناطق اعداد کو مساوی نسب نما میں لکھئے]

6۔ $\frac{-3}{4}$ اور $\frac{5}{6}$ کے درمیان 10 ناطق اعداد معلوم کیجیے۔

1.6 ناطق اعداد کا عددی خط پر اظہار

ہم یہ جانتے ہیں کہ ہر ناطق عدد p/q کی شکل میں پایا جاتا ہے۔ جہاں پر p اور q صحیح اعداد ہیں اور $q \neq 0$ ۔

آیئے! ہم ناطق اعداد کو اعشاری اعداد میں ظاہر کریں گے۔ تقسیمی طریقے سے ناطق اعداد کو اعشاری اعداد میں تبدیل کرنا۔

ایک ناطق عدد $\frac{25}{16}$ پر غور کیجیے۔

SCERT TELANGANA

مرحلہ 1: شمار کنندہ کو نسب نما سے تقسیم کیجیے۔

```
16)25 (1
   16
   --
    9
```

مرحلہ 2: تقسیمی عمل اُس وقت تک جاری رکھئے جب تک کہ باقی، مقسوم علیہ سے چھوٹا حاصل ہو۔

مرحلہ 3: اعشاریہ کو مقسوم میں اور خارج قسمت کے آخر میں لگایا جائے۔

مرحلہ 4: مقسوم اور باقی کے بعد صفر لگایا جائے۔

```
16)25.0 (1.
   16
   --
    90
```

دوبارہ اس کو مکمل عدد کی طرح تقسیم کریں

مرحلہ 5: مرحلہ 4 کو تب تک جاری رکھیں جب تک کہ باقی 0 حاصل ہو یا محصلہ عدد کا اعشاری مقام حاصل ہو۔

```
16)25.0000 (1.5625
   16
   --
    90
    80
    ---
    100
     96
    ---
     40
     32
    ---
     80
     80
    ---
      0
```

لہٰذا $\frac{25}{16} = 1.5625$

$\frac{17}{5}$ پر غور کریں

```
5)17.0 (3.4
  15
  --
   20
   20
   --
    0
```

لہٰذا $\frac{17}{5} = 3.4$

ان $\frac{1974}{10}, \frac{8}{125}, \frac{13}{25}, \frac{1}{2}$ اعداد کو اعشاری اعداد میں ظاہر کیجیے۔

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ ان اعشاری اعداد کے اعشاری حصّے میں ہندسوں کی تعداد محدود ہوتی ہے۔

اس طرح کے اعشاری اعداد کو مختتم اعشاریہ کہتے ہیں۔

غیر مختتم تکراری اعشاری اعداد

ناطق عدد $\frac{5}{3}$ پر غور کیجیے۔

SCERT TELANGANA

طویل تقسیمی طریقے سے ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے

$$3\overline{)5.000}(1.666$$

3
20
18
20
18
20
18
2

لہٰذا $\frac{5}{3} = 1.666$

ہم اس کو $\frac{5}{3} = 1.\bar{6}$ کی طرح بھی لکھتے ہیں۔

جہاں عدد 6 پر بار لگایا گیا ہے۔ یہ اس کی تکراری کیفیت کو ظاہر کرتا ہے

ہم نے مشاہدہ کیا ہے کہ اس تقسیم میں وہی باقی بار بار دہرایا جارہا ہے اور

اسی طرح عدد 6 خارج قسمت میں دہرایا گیا ہے۔

ناطق عدد $\frac{1}{7}$ پر غور کیجیے۔

طویل تقسیمی طریقے سے

$$7\overline{)10.00000000}(0.14285714$$

7
30
28
20
14
60
56
40
35
50
49
10
7
30
28
2

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857....$$

$$\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$$

اعشاری حصّے $\overline{142857}$ پر بار کی علامت اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ یہ حصّہ اسی ترتیب میں دہرایا جارہا ہے۔

مندرجہ بالا مثالیں ناطق اعداد کو غیر مختتم تکراری اعشاری اعداد میں ظاہر کرنے کے لیے کی گئی ہیں اور ان اعداد کو ہم غیر مختتم تکراری اعشاری عدد کہتے ہیں۔

$\frac{1}{3}, \frac{17}{6}, \frac{11}{9}$ اور $\frac{20}{19}$ کو اعشاری شکل میں ظاہر کرنے کی کوشش کیجیے۔

$\frac{1}{3} = \square \quad \frac{17}{6} = \square \quad \frac{11}{9} = \square \quad \frac{20}{19} = \square$

SCERT TELANGANA

جب ہم چند ناطق اعداد کو تقسیمی طریقے سے اعشاری اعداد میں ظاہر کرنے کی کوشش کرتے ہیں تب یہ تقسیمی عمل مختتم نہیں ہوتا یہ اس لیے ہوتا ہے کہ دوران تقسیم چند اعداد کے بعد باقی دوبارہ دہرایا جاتا ہے اس کے نتیجے میں خارج قسمت کے ہندسہ یا ہندسوں کی ترتیب میں دہرائی جاتی ہے۔

مثلاً $0.33333------.= 0.\overline{3}$

$0.12757575---------= 0.12\overline{75}$

$123.121121121121----------= 123.\overline{121}$

$5.678888-----------= 5.67\overline{8}$ وغیرہ

ایسے اعشاری اعداد غیر مختتم اور تکراری اعشاری اعداد کہلاتے ہیں۔ غیر مختتم تکراری (متوالی) اعشاری اعداد کا تکراری حصّہ دور کہلاتا ہے۔

مثلاً $0.33333.......... = 0.\overline{3}$ میں دور 3 ہے۔

$0.1275757575.......... = 0.12\overline{75}$ میں دور 75 ہے۔

غیر مختتم متوالی اعشاریہ کے تکراری حصّے کے ہندسوں کی تعداد دوریت کہلاتی ہے۔

مثلاً $0.33333.......... = 0.\overline{3}$ میں دوریت 1 ہے۔

$0.1275757575.......... = 0.12\overline{75}$ میں دوریت 2 ہے۔

0.23143143143............... میں دور ________ ہے اور دوریت ________ ہے۔

125.678898989............... میں دور ________ ہے اور دوریت ________ ہے۔

سوچئے اور تبادلہ خیال کیجیے

1۔ مندرجہ ذیل کو اعشاری شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) $\frac{7}{5}, \frac{3}{4}, \frac{23}{10}, \frac{5}{3}, \frac{17}{6}, \frac{22}{7}$

(ii) مندرجہ بالا میں کونسے مختتم اور کونسے غیر مختتم اعشاری اعداد ہیں۔

(iii) مندرجہ بالا ناطق اعداد کے نسب نما کو مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب میں لکھئے۔

(iv) اگر مندرجہ بالا میں اقل ترین ناطق اعداد کے نسب نما کے صرف 2 اور 5 کے علاوہ کوئی دوسرا مفرد جز ضربی نہ ہو تو آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

1.7 اعشاری اعداد کی ناطق اعداد میں تبدیلی

1.7.1 مختتم اعشاری اعداد کی ناطق اعداد میں تبدیلی

اعشاری عدد 15.75 پر غور کیجیے

دیئے گئے اعشاری عدد میں اعشاریہ کے بعد کے ہندسوں کی تعداد معلوم کیجیے۔عدد 15.75 میں اعشاریہ کے بعد دو ہندسے ہیں۔

تب 15.75 کو $\frac{1575}{100}$ لکھا جاتا ہے۔

اب $$\frac{1575}{100} = \frac{1575 \div 5}{100 \div 5} = \frac{315 \div 5}{20 \div 5} = \frac{63}{4}$$

$\frac{63}{4}$ اعشاری عدد کو 15.75 کی ناطق شکل ہے۔

مثال 9: مندرجہ ذیل اعشاری اعداد کو p/q کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) 0.35 (ii) −8.005 (iii) 2.104

حل: (i) 0.35 میں اعشاریہ کے بعد دو مقامات ہیں تب $0.35 = \frac{35}{100}$ لکھا جاتا ہے۔

اب $$0.35 = \frac{35}{100} = \frac{35 \div 5}{100 \div 5} = \frac{7}{20}$$

(ii) $$-8.005 = \frac{-8005}{1000} = \frac{-8005 \div 5}{1000 \div 5} = \frac{-1601}{200}$$

(iii) $$2.104 = \frac{2104}{1000} = \frac{2104 \div 4}{1000 \div 4} = \frac{526 \div 2}{250 \div 2} = \frac{263}{125}$$

1.7.2 غیر مختتم اعشاری اعداد کی ناطق اعداد میں تبدیلی

آیئے ذیل کی مثال کے ذریعہ تبدیلی کے طریقے کا مشاہدہ کریں

مثال 10: مندرجہ ذیل اعشاری اعداد کو ناطق اعداد کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) $0.\overline{4}$ (ii) $0.\overline{54}$ (iii) $4.\overline{7}$

حل: (i) $0.\overline{4}$

فرض کیجیے کہ $x = 0.\overline{4}$

$\Rightarrow \; x = 0.444 \ldots$ ----------------(i)

اس اعشاری عدد کی دوریت 1 ہے۔

SCERT TELANGANA

اس لیے مساوات (i) کے دونوں جانب 10 سے ضرب دینے پر ہمیں یہ حاصل ہوگا۔

$10x = 4.44 \ldots$ ----------------(ii)

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے پر

$$\begin{aligned} 10x &= 4.444\ldots\ldots \\ x &= 0.444\ldots\ldots \\ \hline 9x &= 4.000\ldots\ldots \end{aligned}$$

$$x = \frac{4}{9}$$

لہٰذا

$$0.\overline{4} = \frac{4}{9}$$

حل (ii)

$0.\overline{54}$

فرض کیجئے کہ $x = 0.\overline{54}$

$\Rightarrow x = 0.545454\ldots$ ------------------ (i)

اس اعشاری عدد کی دوریت 2 ہے۔

اس لیے مساوات (i) کے دونوں جانب 100 سے ضرب دینے پر ہمیں یہ حاصل ہوگا۔

$100x = 54.5454\ldots$ ------------------- (ii)

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے پر

$$\begin{aligned} 100x &= 54.5454\ \ldots\ldots \\ x &= 0.5454\ \ldots\ldots \\ \hline 99x &= 54.0000\ldots\ldots \end{aligned}$$

$x = \frac{54}{99}$. لہٰذا $0.\overline{54} = \frac{54}{99}$.

مشاہدہ کیجیے

$0.\overline{4} = \frac{4}{9}$

$0.\overline{5} = \frac{5}{9}$

$0.\overline{54} = \frac{54}{99}$

$0.\overline{745} = \frac{745}{999}$

حل (iii)

$4.\overline{7}$

فرض کرو $x = 4.\overline{7}$

$x = 4.777\ldots$ ---------------- (i)

اس اعشاری عدد کی دوریت 1 ہے۔

اس لیے مساوات (i) کے دونوں جانب 10 سے ضرب دینے پر ہمیں یہ حاصل ہوگا۔

$10x = 47.777\ldots$ ---------------- (ii)

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے پر

$$\begin{aligned} 10x &= 47.777\ \ldots\ldots \\ x &= 4.777\ \ldots\ldots \\ \hline 9x &= 43.0 \end{aligned}$$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

$x = \frac{43}{9}$ لہٰذا $4.\overline{7} = \frac{43}{9}.$

متبادل طریقہ

$$4.\overline{7} = 4 + 0.\overline{7}$$
$$= 4 + \frac{7}{9}$$
$$= \frac{9 \times 4 + 7}{9}$$
$$4.\overline{7} = \frac{43}{9}$$

مثال 11: مرکب متوالی اعشاریہ عدد $15.7\overline{32}$ کو p/q کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

حل: فرض کرو کہ $x = 15.7\overline{32}$

$x = 15.732323232\ldots\ldots\ldots\ldots(i)$

چونکہ اعشاری عدد میں دو ہند سے 32 متوالی (تکراری) ہیں۔ لہٰذا' اس عدد کی دوریت 2 ہے۔

اس لیے مساوات (i) کے دونوں جانب 100 سے ضرب دینے پر ہمیں یہ حاصل ہوگا۔

$100x = 1573.232323\ldots\ldots\ldots\ldots(ii)$

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے پر

$$\begin{aligned} 100\,x &= 1573.232323\ldots \\ x &= 15.732323\ldots \\ \hline 99\,x &= 1557.50 \\ x &= \frac{1557.5}{99} = \frac{15575}{990} \\ &= 15.7\overline{32} = \frac{15575}{990} \end{aligned}$$

سوچئے اور تبادلہ خیال کیجیے

اعشاری اعداد $0.\overline{9}$ ' $14.\overline{5}$ اور $1.2\overline{4}$ کو ناطق اعداد کی شکل میں ظاہر کیجیے۔ کیا آپ اس رائج طریقے کے علاوہ کوئی اور آسان طریقہ معلوم کر سکتے ہیں؟

SCERT TELANGANA

مشق - 1.3

1۔ ذیل کے ہر اعشاری عدد کو p/q کی شکل میں لکھئے۔

(i) 0.57 (ii) 0.176 (iii) 1.00001 (iv) 25.125

2۔ ذیل کے ہر اعشاری عدد کو ناطق عدد $\left(\frac{p}{q}\right)$ کی شکل میں لکھئے۔

(i) $0.\overline{9}$ (ii) $0.\overline{57}$ (iii) $0.7\overline{29}$ (iv) $12.2\overline{8}$

3۔ $(x+y)\div(x-y)$ کی قدر معلوم کیجیے جبکہ

(i) $x=\frac{5}{2},\ y=-\frac{3}{4}$ (ii) $x=\frac{1}{4},\ y=\frac{3}{2}$

4۔ $\frac{-13}{5}$ اور $\frac{12}{7}$ کے مجموعے کو $-\frac{13}{7}$ اور $-\frac{1}{2}$ کے حاصل ضرب سے تقسیم کیجیے۔

5۔ اگر ایک عدد کا $\frac{2}{5}$ گنا اُسی عدد کے $\frac{1}{7}$ گنا سے 36 زیادہ ہو تب عدد معلوم کیجیے۔

6۔ اگر 11 میٹر لمبی رسی سے دو ٹکڑے جن کے طول $2\frac{2}{5}$ میٹر اور $3\frac{3}{10}$ ہوں کاٹ لئے جائیں تب باقی رسی کا طول کیا ہوگا؟

7۔ $7\frac{2}{3}$ میٹر کپڑے کی قیمتِ خرید ` $12\frac{3}{4}$ ہے تب بتلایئے کہ فی میٹر کپڑے کی قیمت خرید کیا ہوگی؟

8۔ ایک مستطیلی باغ کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ یہ $18\frac{3}{5}$ میٹر لمبا اور $8\frac{2}{3}$ میٹر چوڑا ہے۔

9۔ $\frac{-33}{16}$ کو کس عدد سے تقسیم کیا جائے کہ حاصل عدد $\frac{-11}{4}$ ہو۔

10۔ اگر 36 مساوی سائز والے پتلون 64 میٹر کپڑے میں تیار کیے جاسکتے ہیں تب ایک پتلون تیار کرنے کے لیے درکار کپڑے کا طول کیا ہوگا؟

11۔ ......10.363636 تکراری اعشاریہ کی سادہ شکل $\left(\frac{p}{q}\right)$ ہے تب $p+q$ کیا ہوگا؟

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

ہم نے کیا سیکھا!

1۔ ناطق اعداد۔ عمل ضرب، عمل جمع اور عمل تفریق کے تحت بندشی ہیں۔

2۔ اعمال جیسے عمل جمع اور عمل ضرب

(i) ناطق اعداد کے لیے تقلیبی ہوتے ہیں۔

(ii) ناطق اعداد کے لیے تلازمی ہوتے ہیں۔

3۔ ناطق اعداد کے سٹ میں عدد '0' عمل جمع کے تحت تماثلی عنصر ہے۔

4۔ ناطق اعداد کے سٹ میں عدد '1' عمل ضرب کے تحت تماثلی عنصر ہے۔

5۔ ناطق اعداد کے لیے جمعی معکوس مثبت عدد کے لیے منفی اور منفی عدد کے لیے مثبت ہوتا ہے۔

6۔ ناطق عدد کے لیے ضربی معکوس اسی عدد کا مقلوب ہوتا ہے۔

7۔ ناطق اعداد a، b اور c کے لیے تقسیمی خاصیت

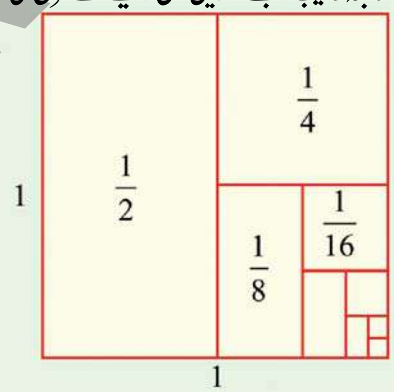
$a (b + c) = ab + ac$ اور $a (b - c) = ab - ac$

8۔ ناطق اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

9۔ دیئے گئے کوئی 2 ناطق اعداد کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد موجود ہوتے ہیں
اوسط کے تصور کی مدد سے ہم 2 ناطق اعداد کے درمیان واقع کئی ناطق اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

10۔ ناطق اعداد کا اعشاری اعداد میں اظہار 2 طریقوں سے ہوتا ہے یعنی مختتم اعشاری عدد یا غیر مختتم متوالی (تکراری) اعداد۔

کیا آپ یہ معلوم کر سکتے ہیں؟ a_n کے لئے ایک ضابطہ ترتیب دیجئے۔ ذیل میں دیئے گئے مربع کی ذیلی اکائیوں کو استعمال کرتے ہوئے اپنے مفروضہ کو ثابت کیجئے۔



اشارہ $a_1 = \frac{1}{2},\ a_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4},\ a_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} .... \ a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2^n}$

$a_1 = 1 - \frac{1}{2},\ a_2 = 1 - \frac{1}{4},\ a_3 = 1 - \frac{1}{8} ....$ تب $a_n = ?$

SCERT TELANGANA

2

واحد متغیر پر خطی مساواتیں (سادہ مساواتیں)

Linear equations in one variable

2.0 تمہید:-

شاکر اور ثانیہ اعداد کا کھیل کھیل رہے ہیں شاکر، ثانیہ سے کہتا ہے کہ میں ایک عدد سوچتا ہوں۔ اگر میں اُس کو دوگنا کروں اور اُس میں سے 7 تفریق کروں تب مجھے 35 حاصل ہوتا ہے۔ کیا تم بتا سکتی ہو میں نے کیا عدد سوچا تھا؟

ثانیہ کچھ دیر تک سوچتی ہے اور جواب دیتی ہے۔ کیا تم بھی اس کا جواب دے سکتے ہو؟

آیئے دیکھیں ثانیہ نے کس طرح جواب دیا۔

فرض کیجئے کہ عدد x ہے۔ اس کو دوگنا کرنے پر وہ $2x$ ہوجاتا ہے۔ اس میں سے 7 کو تفریق کیا گیا۔ یعنی 7 کو $2x$ میں سے تفریق کرنے پر عدد $2x-7$ حاصل ہوگا۔

لیکن شاکر کے کہنے کے مطابق یہ 35 کے مساوی ہے۔

$$\Rightarrow 2x - 7 = 35$$

$$2x = 35 + 7 \quad \text{(عدد 7 کو سیدھی جانب منتقل کرنے پر)}$$

$$2x = 42$$

$$x = \frac{42}{2} \quad \text{(عدد 2 کو سیدھی جانب منتقل کرنے پر)}$$

$$x = 21$$

شاکر کا سوچا ہوا عدد 21 تھا

> **ترکیب**
> آخری نتیجہ میں 7 جمع کیجئے
> اور اُس کو آدھا کیجئے

> **نوٹ: مقداروں کو منتقل کرنے پر**
> + مقدار − مقدار میں تبدیل ہوتی ہے
> − مقدار + مقدار میں تبدیل ہوتی ہے
> × مقدار ÷ مقدار میں تبدیل ہوتی ہے
> ÷ مقدار × مقدار میں تبدیل ہوتی ہے

ہم پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں کہ $2x - 7 = 35$ ایک مساوات کی مثال ہے۔ اس مساوات کو مندرجہ بالا طریقے سے حل کر کے ثانیہ نے شاکر کا سوچا ہوا عدد معلوم کیا۔

اس باب میں ہم واحد متغیر میں خطی مساوات یا سادہ مساوات پر بحث کریں گے۔ روزمرہ زندگی میں اس طرح کی مساوات کو حل کرنے اور اس کے استعمال کی ترکیب سیکھیں گے۔

مساوات کے بارے میں ہم کیا جانتے ہیں اس کا مختصراً اعادہ کریں گے

(i) الجبری عبارتیں جو کہ متغیر مقدار اور مستقل مقدار پر مشتمل ہوں، ان کو مساوی کرنے پر ایک الجبری مساوات حاصل ہوتی ہے۔

$$(2x - 7) = (35)$$

L.H.S   R.H.S

SCERT TELANGANA

(ii) اس میں مساوی کی علامت ہوتی ہے۔

(iii) جوعبارت مساوی علامت کے بائیں جانب ہوتی ہے "L.H.S" کہلاتی ہے۔

(iv) جوعبارت مساوی علامت کے دائیں جانب ہوتی ہے "R.H.S" کہلاتی ہے۔

(v) ایک مساوت میں دائیں جانب اور بائیں جانب کی قدریں مساوی ہوتی ہیں۔

یہ متغیر کی معین قدر کے لیے صادق ہوتی ہیں۔اس قدر کو مساوات کا حل کہتے ہیں۔

$2x - 7 = 35$
صادق ہے
صرف $x = 21$ کے لئے
یعنی اگر $x = 21$
L.H.S = $2x - 7$
$= 2(21) - 7$
$= 35$
= R.H.S
حل $x = 21$

2.1 خطی مساواتیں

مندرجہ ذیل مساواتوں پر غور کیجئے

(1) $2x - 7 = 35$ (2) $2x + 2y = 48$ (3) $4x - 1 = 2x + 5$ (4) $x^2 + y = z$

دی گئی مساواتوں میں (1)، (2) اور (3) ایک درجی مساواتیں ہیں۔اس لئے ان کو خطی مساوات کہتے ہیں۔جبکہ مساوات (4) ایک درجی نہیں ہے۔اس لئے یہ خطی مساوات نہیں کہلاتی۔

اس طرح مساواتیں (1)، (2) اور (3) خطی مساوات کی مثالیں ہیں۔چونکہ مساوات (4) ایک درجی نہیں ہے۔اس لئے یہ خطی مساوات نہیں ہے۔

یہ کیجئے

مندرجہ ذیل مساواتوں میں کونسی خطی مساواتیں ہیں۔

(i) $4x + 6 = 8$ (ii) $4x - 5y = 9$ (iii) $5x^2 + 6xy - 4y^2 = 16$

(iv) $xy + yz + zx = 11$ (v) $3x + 2y - 6 = 0$ (vi) $3 = 2x + y$

(vii) $7p + 6q + 13s = 11$

2.2 واحد متغیر میں سادہ یا خطی مساواتیں

مندرجہ ذیل مساواتوں پر غور کیجئے

(i) $2x - 7 = 35$ (ii) $4x - 1 = 2x + 5$ (iii) $2x + 2y = 48$

ہم نے ابھی سیکھا ہے کہ یہ تمام خطی مساواتوں کی مثالیں ہیں۔ان مساوات میں متغیرات کی تعداد کا مشاہدہ کیجئے۔

SCERT TELANGANA

(i) اور (ii) ایک متغیر میں خطی مساواتوں کی مثالیں ہیں۔لیکن (iii) مساوات میں دو متغیرات x اور y ہیں۔اس لئے یہ دو متغیرات میں خطی مساوات کہلاتی ہے۔

لہٰذا مساوات $ax+b=0$ یا $ax=b$ جہاں a اور b مستقل ہیں x متغیراور $a \neq 0$، واحد متغیر کی خطی مساوات کہلاتی ہے یا سادہ مساوات کہلاتی ہے۔

یہ کیجئے

مندرجہ ذیل مساوات میں کونسی سادہ مساواتیں ہیں۔

(i) $3x+5=14$ (ii) $3x-6=x+2$ (iii) $3=2x+y$

(iv) $\frac{x}{3}+5=0$ (v) $x^2+5x+3=0$ (vi) $5m-6n=0$

(vii) $7p+6q+13s=11$ (viii) $13t-26=39$

2.3 مساوات کی ایک جانب متغیر والی مساواتوں کا حل

آیئے سادہ مساوت (ایک جانب متغیر والی مساوات) کو حل کرنے کا اعادہ کریں۔ثانیہ نے شاکر کے مسئلہ کو اس طریقہ سے حل کرتے ہوئے اُس کا سوچا ہوا عدد بتایا ہے۔

مثال 1:- مساوات کو حل کیجئے $3y+39=8$

حل:- دی گئی مساوات $3y+39=8$

$3y=8-39$ (39 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

$3y=-31$

$y=\frac{-31}{3}$ (3 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

∴ مساوات $3y+39=8$ کا حل $y=\frac{-31}{3}$ ہے۔

کیا آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ $\frac{-31}{3}$ ایک ناطق عدد ہے۔

جانچ:- $LHS=3y+39=3$ میں y کی قیمت درج کرنے پر

$3\left(\frac{-31}{3}\right)+39=-31+39=8RHS$

> صحیح ہے یا غلط؟ آپ کے جواب کی تصدیق کیجئے
>
> کاویا نے مساوات کو اس طرح حل کیا
>
> $3x+x+5x=72$
>
> $9x=72$
>
> $x=72\times9=648$
>
> اُس نے کہاں غلطی کی؟
>
> صحیح جواب معلوم کیجئے

مثال 2:- $\frac{7}{4}-p=11$ کو حل کیجئے۔

حل:- دی گئی مساوات $\frac{7}{4}-p=11$

SCERT TELANGANA

$-p = 11 - \frac{7}{4}$ ($\frac{7}{4}$ کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

$-p = \frac{44-7}{4}$

$-p = \frac{37}{4}$

$\therefore p = -\frac{37}{4}$ (دونوں جانب -1 سے ضرب دینے پر)

p کو بائیں سے دائیں جانب منتقل کیجئے اور p کی قدر معلوم کیجئے کیا آپ p کی قدر میں کچھ تبدیلی پاتے ہیں

جانچ:-

$$LHS = \frac{7}{4} - p = \frac{7}{4} - (-\frac{37}{4}) = \frac{7}{4} + \frac{37}{4} = \frac{7+37}{4} = \frac{44}{4} = 11 = RHS$$

مشق - 2.1

حسب ذیل سادہ مساواتوں کو حل کیجیے۔

(i) $6m = 12$ (ii) $14p = -42$

(iii) $-5y = 30$ (iv) $-2x = -12$

(v) $34x = -51$ (vi) $\frac{n}{7} = -3$

(vii) $\frac{2x}{3} = 18$ (viii) $3x + 1 = 16$

(ix) $3p - 7 = 0$ (x) $13 - 6n = 7$

(xi) $200y - 51 = 49$ (xii) $11n + 1 = 1$

(xiii) $7x - 9 = 16$ (xiv) $8x + \frac{5}{2} = 13$

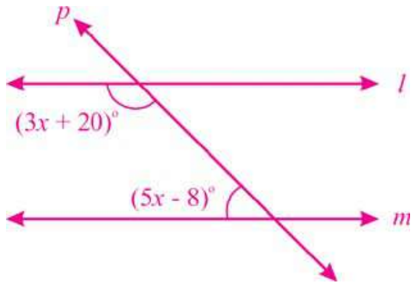
(xv) $4x - \frac{5}{3} = 9$ (xvi) $x + \frac{4}{3} = 3\frac{1}{2}$

SCERT TELANGANA

2.3.1 چند اطلاق

حسب ذیل مثالوں پر غور کیجئے

مثال3:- اگر $l \parallel m$ تب x کی قدر معلوم کیجئے



حل:- یہاں $l \parallel m$ کے اور p ایک قاطع خط ہے۔

تب $(3x+20^0)+(5x-8^0)=180^0$

(قاطع خط کے ایک ہی جانب پائے جانے والے زاویوں کا مجموعہ)

$$3x + 20^o + 5x - 8^o = 180^o$$
$$8x + 12^o = 180^o$$
$$8x = 180^o - 12^o$$
$$8x = 168^o$$
$$x = \frac{168^o}{8} = 21^o$$

مثال4:- دو اعداد کا مجموعہ 29 ہے جن میں ایک عدد دوسرے عدد سے 5 زیادہ ہے اعداد معلوم کیجئے۔

حل:- ہمارے لئے ایک معمہ ہے ہم اعداد کو نہیں جانتے اُن اعداد کو معلوم کرنا ہے۔

فرض کیجئے کہ چھوٹا عدد x ہے تب بڑا عدد $x+5$ ہوگا۔

دیا گیا ہے کہ ان دونوں اعداد کا مجموعہ 29 ہے

$$\Rightarrow x + x + 5 = 29$$
$$\Rightarrow 2x + 5 = 29$$
$$\therefore 2x = 29 - 5$$
$$\therefore 2x = 24$$
$$x = \frac{24}{2}$$ (2 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)
$$x = 12.$$

SCERT TELANGANA

چھوٹا عدد $x = 12$

اس طرح بڑا عدد= $x+5=12+5=17$

جانچ:- عدد 17 عدد 12 سے 5 زیادہ ہے اور اُن کا مجموعہ $12+17=29$

مثال 5:- ایک عدد کے چار گنا سے 5 گھٹانے پر وہ عدد 19 کے مساوی ہوگا۔ عدد معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ عدد = x

عدد کا چار گنا = $4x$

اس میں سے عدد 5 منفی کرنے پر نتیجہ 19 کے مساوی ہوگا۔

$$\Rightarrow \quad 4x - 5 = 19$$

$$4x = 19 + 5$$ (5- کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

$$4x = 24$$

$$\therefore x = \frac{24}{4}$$ (4 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

$\Rightarrow x = 6$ مطلوبہ عدد 6 ہوگا۔

جانچ:- عدد 6 کا چار گنا 24 ہے اور $24 - 5 = 19$

مثال 6:- ایک مستطیلی چمن کا طول اس کے عرض سے 17 میٹر زیادہ ہے۔ اگر اُس کا احاطہ 178 میٹر ہے۔ تب چمن کے ابعاد معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے چمن کا عرض = x میٹر

تب چمن کا طول = $x + 17$ میٹر

چمن کا احاطہ = 2(عرض+طول)

= $2(x + 17 + x)$ میٹر

= $2(2x + 17)$ میٹر

لیکن دیا گیا ہے کہ چمن کا احاطہ 178 میٹر ہے۔

$$\therefore \quad 2(2x+17) = 178$$

$$4x + 34 = 178$$

$$4x = 178 - 34$$

$$4x = 144$$

$$x = \frac{144}{4} = 36$$

چمن کا عرض = 36 میٹر

چمن کا طول = $36 + 17 = 53$ میٹر

اپنے سے کوشش کیجئے اور جانچ کیجئے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال7:- دوتکمیلہ زاویوں کا فرق 34 ہے۔زاویئے معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ چھوٹا زاویہ $= x^o$

دوزاویوں کا فرق 34^o ہے۔اس طرح بڑا زاویہ $= x + 34^o$

کیونکہ تکمیلہ زاویوں کا مجموعہ 180^o ہوتا ہے۔

$$x + (x + 34) = 180^o$$
$$2x + 34 = 180^o$$
$$2x = 180 - 34 = 146^o$$
$$x = \frac{146^o}{2} = 73^o$$

اس طرح چھوٹا زاویہ $x = 73^o$

بڑا زاویہ $x + 34 = 73 + 34 = 107^o$

مثال8:- ثمرین کی والدہ کی عمر ثمرین کی موجودہ عمر کا چار گنا ہے۔6 سال بعد ان کی عمروں کا مجموعہ 62 سال ہوگا۔اُن کی موجودہ عمریں معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ ثمرین کی موجودہ عمر "x" سال ہے

ہم اس طرح ایک جدول ترتیب دے سکتے ہیں

	ثمرین	ثمرین کی والدہ
موجودہ عمر	x	$4x$
6 سال بعد	$x + 6$	$4x + 6$

6 سال بعد اُن کی عمروں کا مجموعہ

$$= (x + 6) + (4x + 6)$$
$$= x + 6 + 4x + 6$$
$$= 5x + 12$$

لیکن دیا گیا ہے کہ 6 سال بعد اُن کی عمروں کا مجموعہ 62 ہے

$$\Rightarrow 5x + 12 = 62$$
$$5x = 62 - 12$$
$$5x = 50$$
$$x = \frac{50}{5} = 10$$

ثمرین کی موجودہ عمر $= x = 10$ سال

ثمرین کی والدہ کی موجودہ عمر $= 4x = 4 \times 10 = 40$ سال

SCERT TELANGANA

مثال9:- ایک امتحان میں 90 ہمہ انتخابی سوالات دیئے گئے۔جن میں ہر صحیح جواب کے لئے دونشانات دیئے جاتے ہیں ہر غلط سوال کے لئے ایک نشان گھٹایا جاتا ہے۔

اگر صفیہ کل 60 نشانات حاصل کرتی ہے جب کہ وہ تمام سوالات کے جوابات دیتی ہے۔تب بتایئے کہ اُس کے دیئے گئے جوابات میں صحیح جوابات کتنے ہیں؟

حل:- فرض کیجئے کہ صحیح جوابات x ہیں۔غلط جوابات $= 90 - x$

دیا گیا ہے کہ ہر صحیح جواب کے لئے 2 نشانات مختص ہیں۔

چونکہ صحیح جواب کے لئے مختص نشانات $= 2x$

اور یہ بھی دیا گیا ہے کہ ہر غلط سوال کے لئے 1 نشان گھٹادیا جاتا ہے

اس طرح حاصل کردہ کل نشانات سے گھٹائے گئے نشان

$$= (90 - x) \times 1 = 90 - x$$

کل نشانات $= 2x - (90 - x) = 2x - 90 + x = 3x - 90$

لیکن دیا گیا ہے کہ محصلہ کل نشانات 60 ہیں۔

$$\Rightarrow \quad 3x - 90 = 60$$

$$3x = 60 + 90$$

$$3x = 150$$

$$x = \frac{150}{3} = 50$$

کل دیئے گئے صحیح جوابات $x = 50$

مثال10: حامد ایک بینک میں کیشئر ہے۔اس کے پاس جو رقم ہے اِن میں بالترتیب 100 `، 50 ` اور 10 ` کے نوٹ ہیں۔دیئے گئے نوٹوں کی تعداد میں نسبت 5 :3 : 2 ہے۔حامد کے پاس رقم 4,00,000 ` ہے۔اُس کی کل رقم میں مختلف قسم کے نوٹوں کی تعداد معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کرو کہ 100 ` کے نوٹ کی تعداد $= 2x$

50 ` کے نوٹوں کی تعداد $= 3x$

10 ` کے نوٹوں کی تعداد $= 5x$

کل رقم

$$= (2x \times 100) + (3x \times 50) + (5x \times 10)$$

$$200x + 150x + 50x = 400x$$

نوٹ: $2x : 3x : 5x$ مساوی ہے $2 : 3 : 5$ کے

SCERT TELANGANA

سوال کی رو سے کل رقم 4,00,000 ` ہے۔

$$\Rightarrow \quad 400x = 4,00,000$$

$$x = \frac{400000}{400} = 1000$$

اس طرح 100 ` کے نوٹوں کی تعداد = $2x = 2\times1000 = 2000$

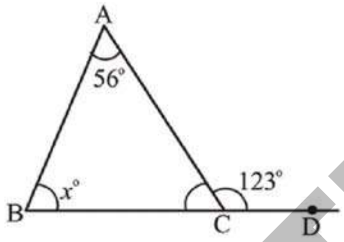
اس طرح 50 ` کے نوٹوں کی تعداد = $3x = 3\times1000 = 3000$

اس طرح 10 ` کے نوٹوں کی تعداد = $5x = 5\times1000 = 5000$

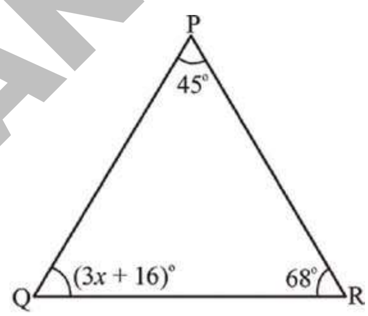
مشق - 2.2

1. مندرجہ ذیل اشکال میں x کی قدر معلوم کیجئے۔

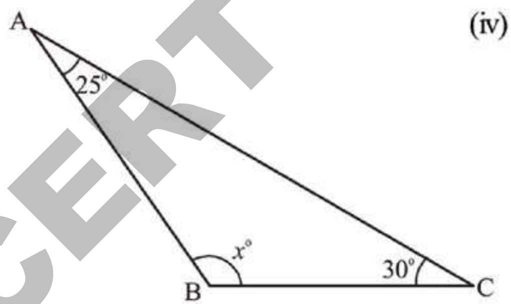
(i)



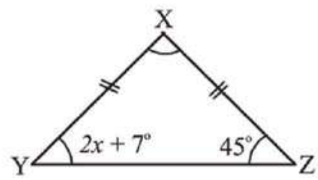
(ii)



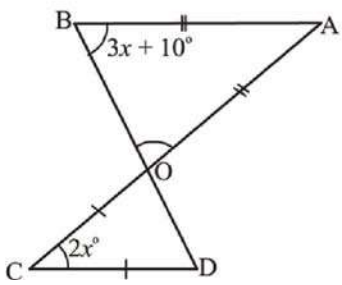
(iii)



(iv)



(v)



SCERT TELANGANA

.2 دواعداد کا فرق 8 ہے۔اگر بڑے عدد میں 2 جمع کیا جائے تو نتیجہ چھوٹے عدد کا تین گنا ہوگا۔اعداد معلوم کیجئے۔

.3 وہ کونسے دو اعداد ہیں جن کا مجموعہ 58 اور فرق 28 ہے؟

.4 دو متصلہ طاق اعداد کا مجموعہ 56 ہے۔اعداد معلوم کیجئے۔

.5 7 کے تین متواتر اضعاف کا مجموعہ 777 ہے۔اضعاف معلوم کیجئے۔(اشارہ:7 کے تین متواتر اضعاف x، $x+7$، $x+14$ ہیں)

.6 ایک شخص 10 کیلومیٹر پیدل چلتا ہے۔اس کے بعد وہ کچھ فاصلہ ریل گاڑی سے سفر کرتا ہوا طے کرتا ہے اور پھر بس سے ریل گاڑی کے سفر کا دوگنا فاصلہ طے کرتا ہے۔اگر وہ کل سفر میں 70 کیلومیٹر کا فاصلہ طے کرے تو معلوم کیجئے کہ وہ ریل گاڑی سے کتنا سفر طے کرتا ہے؟

.7 صابر ایک کیک (Cake) خرید کر اس کو تین ٹکڑوں میں تقسیم کرتا ہے۔جب وہ پہلے ٹکڑے کا وزن کرتا ہے تب اُس کو اس ٹکڑے کا وزن دوسرے ٹکڑے سے 7 گرام کم اور تیسرے ٹکڑے سے 4 گرام زیادہ حاصل ہوتا ہے۔اگر کیک کا کل وزن 300 گرام ہو تو تب تینوں ٹکڑوں کا وزن معلوم کیجئے۔

(اشارہ: فرض کیجئے کہ پہلے ٹکڑے کا وزن x ہے تب دوسرے ٹکڑے کا وزن $x + 7$ اور تیسرے ٹکڑے کا وزن $x - 4$ ہوگا۔)

.8 مستطیلی کھیت کا احاطہ 400 میٹر ہے۔کھیت کا طول اس کے عرض سے 26 میٹر زیادہ ہے۔تب بتایئے کہ کھیت کے طول اور عرض کیا ہوں گے؟

.9 ایک مستطیلی کھیت کا طول اس کے عرض کے دوگنے سے 8 میٹر کم ہے۔اگر اُس کھیت کا احاطہ 56 میٹر ہو تو اُس کھیت کا طول اور عرض معلوم کیجئے۔

.10 ایک مثلث کے مساوی اضلاع تیسرے ضلع کے دوگنے سے 5 میٹر کم ہیں۔اگر مثلث کا احاطہ 55 میٹر ہو، تب اضلاع کے طول معلوم کیجئے۔

.11 اتمامی زاویوں کا فرق 12^{o} ہے، تب زاویئے معلوم کیجئے۔

.12 زبیر اور اقبال کی عمریں 7 : 5 کی نسبت میں ہیں۔4 سال بعد دونوں کی عمروں کا مجموعہ 56 سال ہوگا۔اُن کی موجودہ عمریں کیا ہیں؟

.13 ایک امتحان میں 180 ہمہ انتخابی سوالات دیئے گئے ہیں۔اگر ایک طالب علم کو ہر صحیح جواب پر 4 نشانات حاصل ہوتے ہوں اور ہر ایک چھوڑے گئے سوال یا غلط جواب دینے پر حاصل کردہ کل نشانات میں سے ایک نشان کو کم کیا جاتا ہے۔اگر کوئی طالب علم کل 450 نشانات حاصل کرتا ہے تب بتایئے اس نے کتنے صحیح جوابات دیئے۔

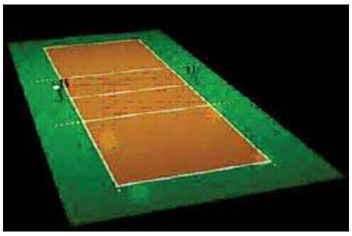
.14 500 ` کی کل رقم میں 10 ` اور 5 ` کے نوٹ ہیں۔اگر کل نوٹوں کی تعداد 90 ہو تو ہر ایک نوٹ کی تعداد معلوم کیجئے۔

(اشارہ:- اگر 5 ` کے کل نوٹوں کی تعداد $x$ ہو تب 10 ` کے نوٹوں کی تعداد $90 - x$ ہوگی)

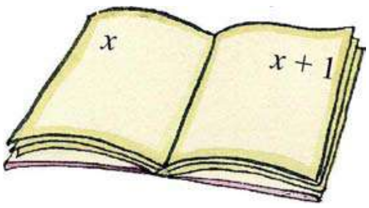
SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

15. ایک شخص پن اور پنسلوں کی خریداری پر 564 ` خرچ کرتا ہے۔ اگر ایک پن کی قیمت 7 ` اور ایک پنسل کی قیمت 3 ` ہو اور اگر کل 108 اشیاء خریدی گئی ہوں، تب اس نے کتنے پن اور کتنی پنسلیں خریدے؟



16. ایک والی بال کے میدان کا احاطہ 177 فٹ ہے جس کا طول اُس کے عرض کا دُگنا ہے۔ والی بال کے میدان کے ابعاد کیا ہیں؟



17. ایک کھلی کتاب کے دو صفحات پر موجود صفحہ نمبروں کا مجموعہ 373 ہے۔ تب یہ صفحہ نمبر کیا ہوں گے؟
(اشارہ:۔شکل پر غور کیجئے)

2.4 دونوں جانب متغیرات والی مساوات کا حل

ہم جانتے ہیں کہ ایک مساوات، مساوات کے دونوں جانب پائی جانے والی عبارات کی مساوی قدر کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات $2x - 7 = 35$ میں دو عبارتیں $2x - 7$ اور 35 ہیں۔ اکثر مثالوں میں ہم دائیں جانب کی عبارت میں صرف عدد کو پاتے ہیں۔ لیکن ایسا ہمیشہ ہونا ضروری نہیں بلکہ مساوات کے دونوں جانب متغیرات والی عبارتیں ہوسکتی ہیں۔ آیئے دیکھیں یہ کیسے ہوتا ہے۔

مندرجہ ذیل مثال پر غور کیجئے

مثال 11: شعیب اور فاطمہ کی موجودہ عمروں میں 5 : 7 کی نسبت ہے۔ 10 سال بعد اُن کی عمروں میں نسبت 7 : 9 ہوگی۔ تب اُن کی موجودہ عمر معلوم کیجئے۔

حل:- موجودہ عمروں میں نسبت 5 :7 ہے

ہم شعیب کی عمر کو $7x$ اور فاطمہ کی عمر کو $5x$ لیں گے

(نوٹ: $7x : 5x$ اور 5 : 7 مساوی ہیں۔)

10 سال بعد شعیب اور فاطمہ کی عمر میں نسبت $7x + 10 : 5x + 10$ ہوگی لیکن دی گئی نسبت 7 : 9 ہے۔

$$\Rightarrow \quad 7x + 10 : 5x + 10 = 9 : 7$$

$$\text{i.e., } 7\,(7x + 10) = 9\,(5x + 10)$$

$$\Rightarrow \quad 49\,x + 70 = 45\,x + 90.$$

SCERT TELANGANA

کیا آپ نے غور کیا کہ اوپر دی گئی مساوات میں دونوں جانب متغیرات موجود ہیں۔

آیئے دیکھتے ہیں کہ اس طرح کی مساوات کو کس طرح حل کیا جاتا ہے۔

اوپر دی گئی مساوات $49x + 70 = 45x + 90$

$\Rightarrow \quad 49x - 45x = 90 - 70$

$\therefore \quad 4x = 20$

$\therefore \quad x = \frac{20}{4} = 5$

شعیب کی عمر = 35 سال $7x = 7 \times 5$

اور فاطمہ کی عمر = 25 سال $5x = 5 \times 5$

مثال 12: حل کیجئے $5(x+2) - 2(3-4x) = 3(x+5) - 4(4-x)$

حل:-

$5x + 10 - 6 + 8x = 3x + 15 - 16 + 4x$ (قوسین کو ہٹانے پر)

$13x + 4 = 7x - 1$

$13x - 7x = -1 - 4$ (4 کو دائیں جانب اور 7x کو بائیں جانب منتقل کرنے پر)

$6x = -5$

$x = \frac{-5}{6}$ (6 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

مشق - 2.3

حسب ذیل مساوات کو حل کیجئے

1. $7x - 5 = 2x$
2. $5x - 12 = 2x - 6$
3. $7p - 3 = 3p + 8$
4. $8m + 9 = 7m + 8$
5. $7z + 13 = 2z + 4$
6. $9y + 5 = 15y - 1$
7. $3x + 4 = 5(x-2)$
8. $3(t-3) = 5(2t-1)$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

9. $5(p-3)=3(p-2)$

10. $5(z+3)=4(2z+1)$

11. $15(x-1)+4(x+3)=2(7+x)$

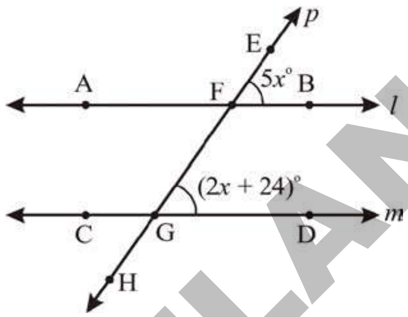
12. $3(5z-7)+2(9z-11)=4(8z-7)-111$

13. $8(x-3)-(6-2x)=2(x+2)-5(5-x)$

14. $3(n-4)+2(4n-5)=5(n+2)+16$

2.4.1 چند مزید اطلاق

مثال13: دی گئی شکل میں $l \parallel m$ اور p ایک قاطع خط ہے تب x کی قدر معلوم کرو۔



حل:- دیا گیا ہے کہ $l \parallel m$ اور p ایک قاطع خط ہے۔

$\therefore \angle EFB = \angle FGD$ (متصلہ زاویے)

اس لئے $5x^\circ = 2x + 24^\circ$

$5x^0 = (2x+24)$

$5x - 2x = 24$

$3x = 24$

$x = \dfrac{24}{3} = 8^0$

مثال14: عابدہ اپنی بیٹی زرینہ سے 24 سال بڑی ہیں۔6 سال قبل عابدہ کی عمر زرینہ کی عمر کی تین گنا تھی۔اُن کی موجودہ عمر معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ عابدہ کی موجودہ عمر x سال ہے۔تب ہم اس کا جدول اس طرح تیار کر سکتے ہیں۔

	زرینہ	عابدہ
موجودہ عمر	x	$x + 24$
6 سال قبل	$x - 6$	$(x + 24) - 6 = x + 24 - 6 = x + 18$

SCERT TELANGANA

لیکن دیا گیا ہے کہ 6 سال قبل عابدہ کی عمر زرینہ کی عمر کی تین گنا تھی۔

$$\therefore\ x + 18 = 3(x - 6)$$
$$x + 18 = 3x - 18$$
$$x - 3x = -18 - 18$$
$$-2x = -36$$
$$x = 18.$$

اس طرح زرینہ کی موجودہ عمر = $x =$ 18 سال

اور عابدہ کی موجودہ عمر = $x + 24 = 18 + 24 =$ 42 سال

مثال 15: ایک دو ہندسی عدد میں دو ہندسوں کا مجموعہ 8 ہے۔ عدد میں 18 جمع کیا جائے تو اُن کے ہندسے باہم تبدیل ہو جاتے ہیں اعداد معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ اکائی کے مقام کا ہندسہ = x ہے۔

اس طرح دہائی کے مقام کا ہندسہ = $8 - x$ (دونوں ہندسوں کا مجموعہ 8 ہے)

اس طرح عدد (1)________ $= 10(8 - x) + x = 80 - 10x + x = 80 - 9x$

اب ہندسوں کو باہم تبدیل کرنے پر محصلہ عدد $= 10 \times (x) + (8 - x)$

$$= 10x + 8 - x = 9x + 8$$

دیا گیا ہے کہ اگر 18 کو مطلوبہ عدد میں جمع کیا جائے تو ہندسے باہم تبدیل ہوتے ہیں۔

عدد + 18 = ہندسوں کے باہم تبدیل ہونے پر محصلہ عدد

$$\Rightarrow (80 - 9x) + 18 = 9x + 8$$
$$98 - 9x = 9x + 8$$
$$98 - 8 = 9x + 9x$$
$$90 = 18x$$

$x = \frac{90}{18} = 5$ ساحلی مقامات

مساوات (i) میں x کی قدر درج کرنے پر

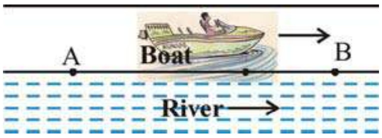
عدد $= 80 - 9 \times 5 = 80 - 45 = 35$

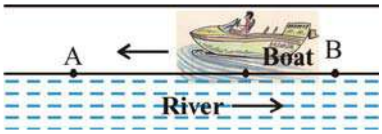
مثال 16: ایک موٹر بوٹ دریا کے بہاؤ کی موافق سمت بہتے ہوئے دریا کے کنارے دو مقامات کا فاصلہ پانچ گھنٹوں میں طے کرتی ہے۔ بہاؤ کی مخالف سمت بہتے ہوئے وہی فاصلہ چھ گھنٹوں میں طے کرتی ہے۔ اگر پانی کے بہاؤ کی رفتار 2 کیلومیٹر فی گھنٹہ ہو تو موٹر بوٹ کی رفتار ساکن پانی میں کیا ہوگی؟

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

حل:- چونکہ ہم کو موٹر بوٹ کی رفتار ساکن پانی میں معلوم کرنا ہے، اس لئے فرض کیجئے کہ اس کی رفتار ساکن پانی میں x کیلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔





بہاؤ کے موافق سمت موٹر بوٹ کی رفتار $(x + 2)$ کیلومیٹر فی گھنٹہ چونکہ پانی کا بہاؤ 2 کیلومیٹر فی گھنٹہ اضافی رفتار دے رہا ہے۔

لیکن مخالف بہاؤ میں موٹر بوٹ کو پانی کے مخالف زیادہ کام کرنا ہوگا

اس طرح اس کی رفتار مخالف سمت میں $(x - 2)$ کیلومیٹر فی گھنٹہ ہوگی

موافق سمت میں موٹر بوٹ کی رفتار	=	$(x + 2)$ کیلومیٹر فی گھنٹہ ہوگی
ایک گھنٹہ میں طے کردہ فاصلہ	=	$(x + 2)$ کیلومیٹر
5 گھنٹوں میں طے کردہ فاصلہ	=	$5(x + 2)$ کیلومیٹر
اس طرح A اور B کا درمیانی فاصلہ	=	$5(x + 2)$ کیلومیٹر
موٹر بوٹ کی رفتار مخالف بہاؤ میں	=	$(x - 2)$ کیلومیٹر فی گھنٹہ
ایک گھنٹہ میں موٹر بوٹ کا طے کردہ فاصلہ	=	$(x - 2)$ کیلومیٹر
چھ گھنٹہ میں موٹر بوٹ کا طے کردہ فاصلہ	=	$6(x - 2)$ کیلومیٹر
مقامات A اور B کا درمیانی فاصلہ	=	$6(x - 2)$ کیلومیٹر

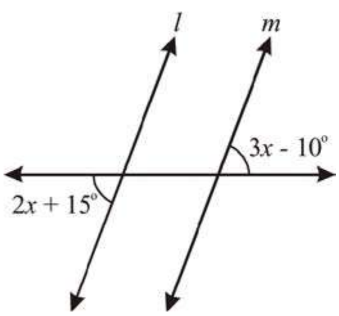
لیکن A اور B کا درمیانی فاصلہ مساوی ہے

$$\therefore\ 5(x + 2) = 6(x - 2)$$
$$\Rightarrow\ 5x + 10 = 6x - 12$$
$$\Rightarrow\ 5x - 6x = -12 - 10$$
$$\therefore\ -x = -22$$
$$x = 22.$$

اس لئے موٹر بوٹ کی رفتار ساکن پانی میں = 22 کیلومیٹر فی گھنٹہ

مشق - 2.4

1. x کی قدر معلوم کیجئے اس طرح کہ $l \parallel m$



SCERT TELANGANA

2. اگر آپ ایک عدد کے آٹھ گنا سے 10 کو کم کرنے پر وہ اس عدد کے چھ گنا میں 4 کو جمع کرنے کے مساوی ہوتا ہے۔ تب اعداد معلوم کیجیے۔

3. ایک عدد کے دو ہندسوں کا مجموعہ 9 ہے۔ اگر عدد میں سے 27 کو تفریق کر دیا جائے تو اُس عدد کے ہندسے باہم تبدیل ہوں گے۔ عدد معلوم کیجیے۔

4. ایک عدد کو اس طرح دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے کہ اس کا پہلا حصہ دوسرے حصہ سے 10 زیادہ ہے۔ اگر دو حصے 3 : 5 کی نسبت میں ہوں تو وہ عدد اور اُس کے دونوں حصے معلوم کیجیے۔

5. میں نے ایک عدد کو تین گنا کر کے جب اُس میں 2 جمع کیا تب مجھے وہی جواب حاصل ہوا، جو اُس عدد کو 50 سے تفریق کرنے پر حاصل ہوتا ہے۔ تب وہ عدد کیا ہوگا؟

6. مریم کی عمر اُس کے بہن کی عمر کی دگنی ہے۔ اگر پانچ سال کے وقفہ کے بعد وہ اپنی بہن کی عمر سے 2 سال بڑی ہو جائے گی۔ تب اِن دونوں کی عمر کیا ہوگی؟

7. 5 سال کے وقفہ میں ریشماں کی عمر تین گنا ہو جائے گی جیسا کہ اُس کی عمر 9 سال قبل تھی، اُس کی موجودہ عمر کیا ہے؟

8. ایک شہر کی آبادی میں 1200 افراد کا اضافہ ہوا۔ لیکن بعد میں موجودہ آبادی میں 11% کمی واقع ہوئی۔ اگر اس شہر کی موجودہ آبادی گذشتہ آبادی سے 32 کم ہو تب اس شہر کی گذشتہ آبادی کیا تھی؟

2.5 دی گئی مساوات کو سادہ مساوات میں تحویل کرنا۔ مساوات کی خطی شکل میں تحویل

مثال 17: حل کیجیے $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$

حل :-

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$$ ($\frac{x}{3}$ کو بائیں جانب اور $\frac{1}{4}$ کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

$$\frac{3x-2x}{6}=\frac{2+1}{4}$$ (2 اور 3 کا ذ. ا. م. 6 ہے ؛ 2 اور 4 کا ذ. ا. م. 4 ہے)

$$\frac{x}{6}=\frac{3}{4}$$

$$\therefore x=\frac{3}{4}\times 6$$ (6 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

$$\therefore x=\frac{9}{2}$$

$$\therefore x=\frac{9}{2}$$ دی گئی مساوات کا حل ہوگا

SCERT TELANGANA

مثال18: حل کیجئے $\frac{x-4}{7}-\frac{x+4}{5}=\frac{x+3}{7}$

حل:-

$$\frac{x-4}{7}-\frac{x+4}{5}=\frac{x+3}{7}$$

$$\frac{5(x-4)-7(x+4)}{35}=\frac{x+3}{7}$$

$$\frac{5x-20-7x-28}{35}=\frac{x+3}{7}$$

$$\frac{-2x-48}{35}=\frac{x+3}{7}$$

$$-2x-48=\frac{(x+3)}{7}\times 35$$

$$\Rightarrow \quad -2x-48=(x+3)\times 5$$

$$\Rightarrow \quad -2x-48=5x+15$$

$$\Rightarrow \quad -2x-5x=15+48$$

$$-7x = 63$$

$$x=\frac{63}{-7}=-9.$$

مثال19: مساوات کو حل کیجئے ———(1) $\frac{5x+2}{2x+3}=\frac{12}{7}$

حل:-

مساوات کے دونوں جانب $(2x + 3)$ سے ضرب دینے پر

$$\frac{5x+2}{2x+3}\times(2x+3)=\frac{12}{7}\times(2x+3)$$

$$5x+2=\frac{12}{7}\times(2x+3)$$

دوبارہ مساوات کو دونوں جانب '7' سے ضرب دینے پر

$$7\times(5x+2)=7\times\frac{12}{7}\times(2x+3)$$

SCERT TELANGANA

$$\Rightarrow 7 \times (5x+2) = 12 \times (2x+3) \qquad \text{———(2)}$$

$$35x + 14 = 24x + 36$$

$$35x - 24x = 36 - 14$$

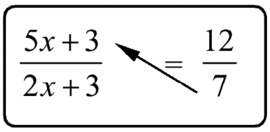
$$11x = 22$$

$$\therefore x = \frac{22}{11} = 2$$

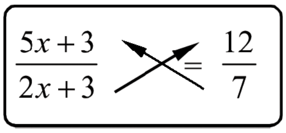
دونوں مساوات (1) اور (2) کا بغور مشاہدہ کیجئے

دی گئی مساوات کی مختصر شکل	دی گئی مساوات
$7 \times (5x+2) = 12 \times (2x+3)$	$\frac{5x+2}{2x+3} = \frac{12}{7}$

ہم نے جو کچھ کیا اُس میں آپ نے کیا غور کیا؟



1. بائیں جانب کے شمارکنندہ کو مساوات کے دائیں جانب نسب نما سے ضرب دیں



2. دائیں جانب کے شمارکنندہ کو بائیں جانب کے نسب نما سے ضرب دینے پر

3. مساوات (1) اور (2) کے الجبری عبارتوں کو مساوی کرنے پر

$$7 \times (5x+2) = 12 \times (2x+3)$$

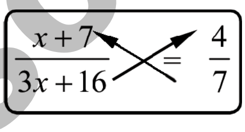
واضح وجوہات کی بنا پر، ہم اس طریقہ کو ''ضرب چلیپائی'' کا طریقہ کہتے ہیں۔

آیئے مثالوں کے ذریعہ اس کی وضاحت کریں

مثال 20: مساوات کو حل کیجئے $\frac{x+7}{3x+16} = \frac{4}{7}$

حل:-

ضرب چلیپائی سے ہم کو حاصل ہوتا ہے



$$7 \times (x+7) = 4 \times (3x+16)$$

$$7x + 49 = 12x + 64$$

$$7x - 12x = 64 - 49$$

$$-5x = 15$$

$$x = -3$$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال21: ریحانہ کو ایک فراک کی خریدی پر 24% ڈسکاؤنٹ ملتا ہے۔ڈسکاؤنٹ کے بعد وہ 380 ` ادا کرتی ہے۔فراک کی اشتہاری قیمت معلوم کیجئے۔

حل:-

فرض کیجئے کہ فراک کی اشتہاری قیمت = x `

وہ ('x' کا 24% – x) قیمت ادا کرتی ہے یعنی 380 `

$x - 24\%$ کا $x = 380$

$$\Rightarrow x - \frac{24}{100} \times x = 380$$

$$\Rightarrow \frac{100x - 24x}{100} = 380$$

$$\Rightarrow \frac{76x}{100} = 380$$

$$x = \frac{380 \times 100}{76}$$

$$\therefore \quad x = 500$$

اشتہاری قیمت = 500 `

مثال22: ایک عدد کا چار بٹے پانچ گنا اس عدد کے تین بٹے چار گنا سے' چار زیادہ ہے۔تب عدد معلوم کیجئے

حل:-

فرض کیجئے کہ عدد = x

تب عدد کا چار بٹے پانچ گنا = $\frac{4}{5}x$

اور تین بٹے چار گنا = $\frac{3}{4}x$

دیا گیا ہے کہ $\frac{4}{5}x$ ، $\frac{3}{4}x$ سے 4 گنا بڑا ہے

$$\Rightarrow \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}x = 4$$

$$\frac{16x - 15x}{20} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} = 4 \quad \Rightarrow x = 80$$

مطلوبہ عدد = 80

SCERT TELANGANA

مثال23: جانی اپنی گھڑی 301 ` میں 14% نقصان سے فروخت کرتا ہے۔ بتایئے کہ گھڑی کی قیمت خرید کیا ہوگی؟

حل:-

فرض کیجئے کہ گھڑی کی قیمت خرید = x `

اُس پر ہوا نقصان = x کا 14% = $\frac{14}{100}\times x = \frac{14x}{100}$

نقصان - قیمت خرید = گھڑی کی قیمت فروخت

$$\Rightarrow 301 = x - \frac{14x}{100}$$

$$301 = \frac{100x - 14x}{100}$$

$$301 = \frac{86x}{100}$$

$$\frac{301 \times 100}{86} = x$$

$$350 = x$$

اس طرح گھڑی کی قیمت خرید = 350 `

مثال24: ایک شخص کچھ فاصلہ طے کرتا ہے۔ وہ دو بٹا تین گنا فاصلہ 4 کلومیٹر فی گھنٹہ اور ماباقی فاصلہ 5 کلومیٹر فی گھنٹہ رفتار سے طے کرتا ہے۔ اگر درکار وقت 42 منٹ ہے تب کل فاصلہ معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ طے کردہ فاصلہ 'x' کلومیٹر ہے

	پہلا حصہ	دوسرا حصہ
طے کردہ فاصلہ	x کا $\frac{2}{3}$ = $\frac{2x}{3}$	ماباقی فاصلہ= $x - \frac{2x}{3} = \frac{x}{3}$
رفتار	4 کلومیٹر فی گھنٹہ	5 کلومیٹر فی گھنٹہ
درکار وقت	$\frac{\frac{2x}{3}}{4} = \frac{2x}{12}$ گھنٹے	$\frac{\frac{x}{3}}{5} = \frac{x}{15}$

جدول کے مطابق کل درکار وقت = $\frac{2x}{12} + \frac{x}{15}$ گھنٹے

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

$$\Rightarrow \quad (\frac{2x}{12}+\frac{x}{15})\ \text{hr} = 42\ \text{min}$$

$$\Rightarrow \quad (\frac{2x}{12}+\frac{x}{15})\ \text{hr} = \frac{42}{60}\ \text{hr.}$$

$$\frac{2x}{12}+\frac{x}{15}=\frac{42}{60}$$

$$\frac{10x+4x}{60}=\frac{42}{60}$$

$$\Rightarrow \quad 14x = 42$$

$$\Rightarrow \quad x = 3$$

کلومیٹر $x = 3$ کل فاصلہ

مثال25: ایک کسر کا شمارکنندہ اُس کے نسب نما سے 6 کم ہے۔شمارکنندہ میں 3 جمع کرنے پر، وہ کسر $\frac{2}{3}$ کے مساوی ہوجاتی ہے۔کسر معلوم کیجئے

حل:- فرض کیجئے کہ کسر کا نسب نما 'x' ہے تب

کسر کا شمارکنندہ $= x - 6$

تب کسر $= \frac{x-6}{x}$

اگر شمارکنندہ میں 3 کو جمع کرنے پر کسر $\frac{2}{3}$ کے مساوی ہوتی ہے

$$\Rightarrow \frac{x-6+3}{x}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{x-3}{x}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3x-9=2x$$

$$x=9$$

$\therefore$ کسر $= \frac{x-6}{x} = \frac{9-6}{9} = \frac{3}{9}$

اس طرح حاصل کسر $= \frac{3}{9}$

SCERT TELANGANA

مثال26: شیریں کے پاس 25 پیسوں اور 50 پیسوں کے سکوں پر مشتمل کل رقم 9 روپے ہے۔اس کے پاس 50 پیسوں کے سکوں کے مقابل 25 پیسوں کے دُگنے سکے ہیں، اُس کے پاس ہر قسم کے کتنے سکے ہیں؟

حل:-

فرض کرو کہ پچاس پیسوں کے سکوں کی تعداد = x

اس طرح پچیس پیسوں کے سکوں کی تعداد = $2x$

پچاس پیسوں کے سکے کی قدر = $x \times 50$ پیسے = $\frac{50x}{100}$ روپے = $\frac{x}{2}$ روپے

پچیس پیسے کے سکے کی قدر = $\frac{2x \times 25}{100}$ روپیے = $\frac{2x}{4}$ روپے = $\frac{x}{2}$ روپے

تمام سکوں کی جملہ قدر = $\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=9$

لیکن کل رقم 9 روپے ہے

$$\Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{x}{2}=9$$

$$\frac{2x}{2}=9$$

$$\therefore\ x=9$$

پچاس پیسوں کے سکوں کی تعداد = x = 9

پچیس پیسوں کے سکوں کی تعداد = $2x$ = 2×9 = 18

مثال27: ایک شخص موپیڈ سے 24 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے 5 منٹ تاخیر سے اپنے جائے مقام کو پہنچتا ہے۔اگر وہ 30 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے موپیڈ چلاتا ہے تب وہ 4 منٹ قبل اپنے جائے مقام کو پہنچتا ہے۔اُس کے جائے مقام تک فاصلہ معلوم کیجئے۔

حل:-

فرض کرو کہ جائے مقام تک فاصلہ = x

اس طرح 24 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے x کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لئے درکار وقت = $\frac{x}{24}$ گھنٹے

x کلومیٹر فاصلہ 30 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے طے کرنے کے لئے درکار وقت = $\frac{x}{30}$ گھنٹے

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

دو اوقات کے درمیان فرق دیا گیا ہے = 9 منٹ = $\frac{9}{60}$ گھنٹے

$$\therefore \quad \frac{x}{24} - \frac{x}{30} = \frac{9}{60}$$

$$\therefore \quad \frac{5x - 4x}{120} = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{120} = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{9}{60} \times 120 = 18$$

اس طرح جائے مقام تک کا فاصلہ = 18 کلومیٹر

مشق - 2.5

.1 مندرجہ ذیل مساوات کو حل کیجئے

(i) $\frac{n}{5} - \frac{5}{7} = \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 14$

(ii) $\frac{z}{2} + \frac{z}{3} - \frac{z}{6} = 8$ (iv) $\frac{2p}{3} - \frac{p}{5} = 11\frac{2}{3}$

(v) $9\frac{1}{4} = y - 1\frac{1}{3}$ (vi) $\frac{x}{2} - \frac{4}{5} + \frac{x}{5} + \frac{3x}{10} = \frac{1}{5}$

(vii) $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x}{3} + \frac{1}{2}$ (viii) $\frac{2x-3}{3x+2} = \frac{-2}{3}$

(ix) $\frac{8p-5}{7p+1} = \frac{-2}{4}$ (x) $\frac{7y+2}{5} = \frac{6y-5}{11}$

(xi) $\frac{x+5}{6} - \frac{x+1}{9} = \frac{x+3}{4}$ (xii) $\frac{3t+1}{16} - \frac{2t-3}{7} = \frac{t+3}{8} + \frac{3t-1}{14}$

.2 ایسا عدد معلوم کیجئے جس کا تیسرا حصہ پانچویں حصہ سے 4 زیادہ ہے۔

SCERT TELANGANA

3. دومثبت صحیح اعداد میں فرق 36 ہے۔ایک عدد کو دوسرے عدد سے تقسیم کرنے پر خارج قسمت 4 حاصل ہوتا ہے۔صحیح اعداد معلوم کیجئے۔ (اشارہ:اگر ایک عدد x ہو تو دوسرا عدد $36 - x$ ہوگا۔)

4. ایک کسر میں شمار کنندہ اُس کے نسب نما سے 4 کم ہے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں میں 1 جمع کیا جائے تو کسر $\frac{1}{2}$ حاصل ہوگی۔ حقیقی کسر معلوم کیجئے۔

5. تین متواتر اعداد اس طرح معلوم کیجئے کہ اُن اعداد کو بالترتیب 10، 17 اور 26 سے تقسیم کرنے پر اُن کے خارج قسمت کا مجموعہ 10 ہو۔

(اشارہ:فرض کیجئے کہ متواتر اعداد = x ،$x + 1$ ،$x + 2$ تب $\frac{x}{10}+\frac{x+1}{17}+\frac{x+2}{26}=10$)

6. 40 طلباء کی ایک جماعت میں لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد کا تین بٹے پانچ گنا ہے۔جماعت میں لڑکوں کی تعداد معلوم کیجئے۔

7. 15 سال بعد مریم کی عمر موجودہ عمر کی پانچ گنا ہو جائے گی۔تب اُس کی موجودہ عمر معلوم کیجئے۔

8. اروند کے پاس ایک کڈی بینک ہے۔یہ ایک روپے اور پچاس پیسے کے سکوں سے بھرا ہے۔پچاس پیسے کے سکے ایک روپے کے سکے کے تین گنا ہیں۔اگر کل رقم 35 ` ہو تو، بینک میں دونوں سکوں کی تعداد کیا ہوگی؟

9. A اور B دونوں ایک کام کو 12 دن میں کر سکتے ہیں۔اور A اکیلا اُسی کام کو 20 دن میں مکمل کرتا ہے۔تب B اکیلا اُس کام کو کتنے دن میں مکمل کریگا۔

10. ایک ٹرین 40 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے 11 منٹ تاخیر سے اپنے جائے مقام کو پہنچتی ہے۔اگر وہ 50 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے دوڑتی ہے تو 5 منٹ کی تاخیر ہوگی ٹرین کو کتنا فاصلے طئے کرنا ہوگا۔

11. ہرن کے ایک جھنڈ کا ایک چوتھائی حصہ جنگل میں داخل ہوتا ہے۔ایک تہائی حصہ کھیت چرتا ہے ماباقی 15 ہرن دریا کے کنارے پانی پیتے ہیں۔ہرن کی کل تعداد معلوم کیجئے۔

12. دکاندار ایک ریڈیو 5% نفع سے 930 ` میں فروخت کرتا ہے ریڈیو کی قیمت خرید معلوم کیجئے۔

13. شیکھر اپنی مٹھائی کا ایک چوتھائی حصہ رینو کو دیتا ہے اور مزید 5 ٹکڑے راجی کو دیتا ہے۔اب اُس کے پاس مٹھائی کے 7 ٹکڑے باقی رہ جاتے ہیں اُس کے پاس مٹھائی کے کل کتنے ٹکڑے تھے؟

SCERT TELANGANA

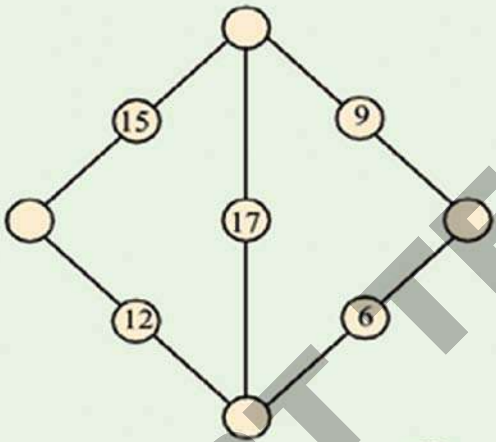
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

ہم نے کیا سیکھا؟

1. اگر کسی مساوات کا درجہ ایک ہوتا ہے تب وہ مساوات خطی مساوات کہلاتی ہے۔
2. اگر خطی مساوات میں ایک متغیر موجود ہو تو اُس مساوات کو واحد متغیر کی خطی مساوات کہتے ہیں۔ یا سادہ مساوات کہتے ہیں۔
3. ایسی قدر جس کو متغیر کی جگہ مساوات میں درج کرنے پر L.H.S = R.H.S تو اس کو مساوات کا حل یا مساوات کا ریشہ کہتے ہیں۔
4. اعداد کی طرح متغیرات کو بھی مساوات کے ایک جانب سے دوسری جانب منتقل کیا جا سکتا ہے۔

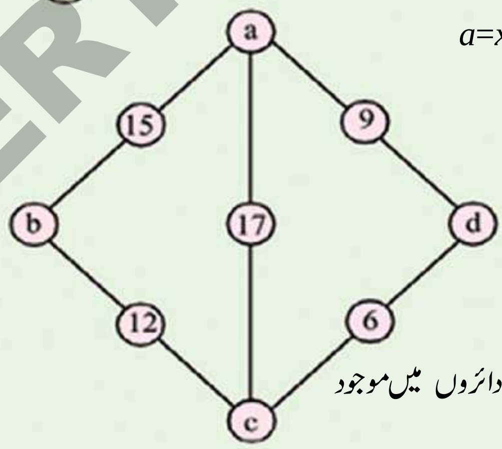
ایک جادوئی ہیرا

دی گئی شکل میں ہیرے کے کونوں پر خالی دائرے موجود ہیں۔ ان دائروں میں ایسے اعداد لکھئے کہ ہر خط پر بنے ہوئے دائروں میں موجود اعداد کا مجموعہ مساوی ہو۔



اشارہ: وہ اعداد اس طرح ہوں گے۔

$a=x,\ b=5+x,\ c=3+x,\ d=11+x$



جہاں پر x ایک عدد ہے اور ہر خط پر بنے ہوئے دائروں میں موجود اعداد کا مجموعہ $20+2x$ ہوگا۔

مثال کے طور پر اگر $x=1$ ہو تب $a=1$، $b=6$، $c=4$ اور $d=12$ ہوگا۔ اور ہر خط پر موجود اعداد کا مجموعہ 22 ہوگا۔

SCERT TELANGANA

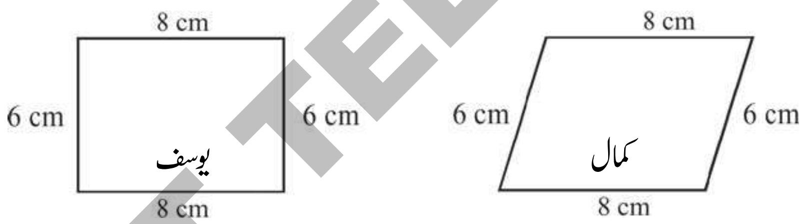
3 چار ضلعی کی بناوٹیں

Construction of Quadrilaterals

3.0 تعارف

ہم اپنے اطراف و اکناف میں موجود کھیت ، مکانات ، پل، ریلوے لائین، اسکولی عمارت، کھیل کے میدان وغیرہ دیکھتے ہیں نیز دوسری بہت سی اشیاء جیسے پتنگ لوڈو، کیرم بورڈ، کھڑکیاں، بلیک بورڈ بھی دیکھتے ہیں اگر ہم انھیں اُتارنا چاہیں تو یہ اشکال کس قسم کی دکھائی دیں گی ان میں سے کونسی اشکال جیومٹری کی بنیادی اشکال ہیں۔ زیادہ تر ان میں چار ضلعی ہوں گی جن میں چار اضلاع ہوتے ہیں۔

8 سمر، 6 سمر بالترتیب طول اور عرض لے کر کمال اور یوسف علیحدہ طور پر اشکال بناتے ہیں جو ذیل میں دیئے گئے ہیں۔



کیا یہ دونوں اشکال ایک جیسی ہیں؟

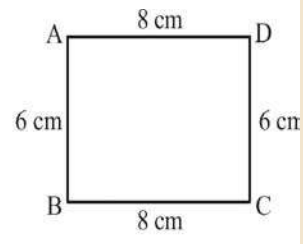
آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ دونوں اشکال بھی چار ضلعی ہیں جن کی پیائش ایک ہی ہے لیکن ان دونوں میں فرق ہے۔ جیسا کہ آپ جانتے ہیں ہم جماعت ہفتم میں مثلثات کی خصوصیات کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ایک مثلث کی بناوٹ کے لئے کوئی تین پیائشات کی ضرورت ہوتی ہے۔ جیسے تین ضلع، دو ضلع اور ان کا مشترکہ زاویہ۔ دو زاویئے اور ان کا درمیانی ضلع وغیرہ ایک واحد چار ضلعی بنانے کے لئے کتنی پیائشات کی ضرورت ہوتی ہے؟ چار ضلعی سے مراد ہم یہ لیتے ہیں کہ مساوی پیائشات سے مختلف اشخاص کے بنائے گئے چار ضلعی متماثل ہوتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

یہ کیجئے

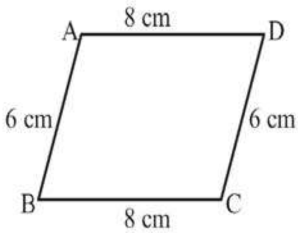
8 سمر اور 6 سمر طول کی دو جوڑی چھڑیاں لیجئے۔انھیں اس طرح ترتیب دیجئے کہ وہ 8 سمر طول اور 6 سمر عرض والا مستطیل بن جائے۔جوڑی گئی چار پیمائشات سے بنایا گیا ہے۔اب اس مستطیل کے عرض کو دبائیے۔کیا یہ پہلے کی طرح دکھائی دے گا۔نہیں یہ ایک نئی شکل کا مستطیل دکھائی دے رہا ہے۔شکل نمبر (ii) کو دیکھئے۔مستطیل کی یہ نئی شکل متوازی الاضلاع بن گئی ہے۔



(i)

کیا آپ نے ان کے طول اور عرض کو تبدیل کیا ہے؟نہیں

اس کے طول اور عرض وہی رکھتے ہوئے اس کے عرض کی جانب پھر مخالف سمت میں دبائیے تاکہ دوسری نئی شکل حاصل ہو۔آپ کیا دیکھتے ہیں۔ہمیں دوبارہ متوازی الاضلاع ہی حاصل ہوتا ہے جو بالکل مختلف ہے۔

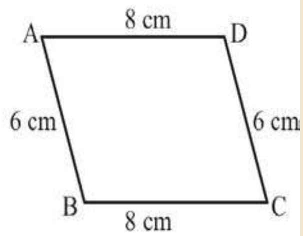


(ii)

شکل (iii) آپ نے دیکھا ہوگا کہ اب بھی چاروں پیمائشات وہی ہیں۔اس سے یہ بات معلوم ہوتی ہے کہ چار ضلعی کے چار پیمائشات اس کی مشابہت کا تعین نہیں کرسکتے۔

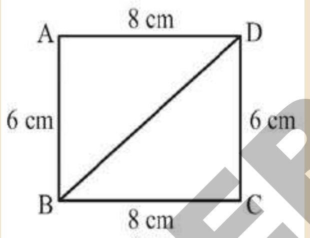
ایک منفرد چار ضلعہ کے لئے کتنے پیمائشات کی ضرورت ہوتی ہے؟

اب ہم اس مشغلہ کی طرف واپس چلیں



(iii)

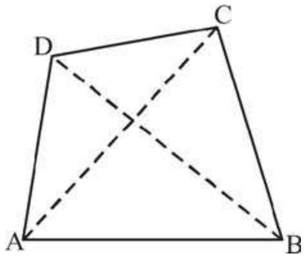
جیسا کہ آپ نے دو طول 8 سمر دو عرض 6 سمر لیتے ہوئے چار ضلعی بنائی ہے۔ایک چھڑی BD طول والی لیجئے اور اس کو شکل (iv) کی طرح رکھئے۔اگر اب اس کے عرض کو دبایا جائے تو اس کی شکل میں کیا تبدیلی ہوگی؟نہیں ! یہ نہیں ہوسکتا۔ان چار کے علاوہ پانچویں چھڑی کا شامل ہونا مستطیل کو ظاہر کرتا ہے۔اس کے علاوہ کوئی دوسرا چار ضلعی نہیں ہے(دیئے گئے طول وعرض کے لحاظ سے) اس سے یہ بات واضح ہوجاتی ہے کہ پانچ پیمائشات ایک چار ضلعی کی شکل کا تعین کرتے ہیں۔ایک چار ضلعی کو بنانے کے لئے کوئی پانچ پیمائشات (اضلاع اور زاویئے) درکار ہوتے ہیں۔



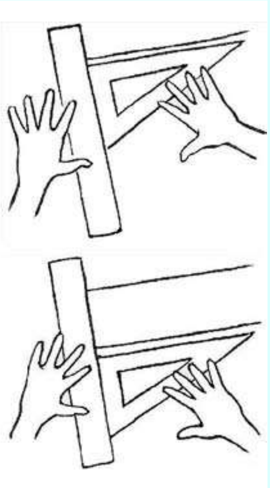
(iv)

SCERT TELANGANA

3.1 چار ضلعی اور ان کے خواص



اس شکل میں ABCD ایک چار ضلعی ہے جس کے راس A،B،C،D اور اضلاع $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CD}$ ، $\overline{DA}$ ہیں، ABCD کے زاویئے ∠BAD ، ∠ADC ، ∠DCB اور ∠CBD اور اس کے وتر $\overline{AC}$ ، $\overline{BD}$ ہیں۔



یہ کیجئے

ضروری اشیاء

درکار آلات: ایک پٹری، گنیا، چانده

یاد رکھئے

دی گئی خطوط متوازی ہیں یا نہیں جانچنے کے لئے متصلہ شکل میں بتائے گئے طریقے کے مطابق گنیے کو پہلی خط سے دوسری خط کی طرف دھیرے دھیرے ہٹائیے۔

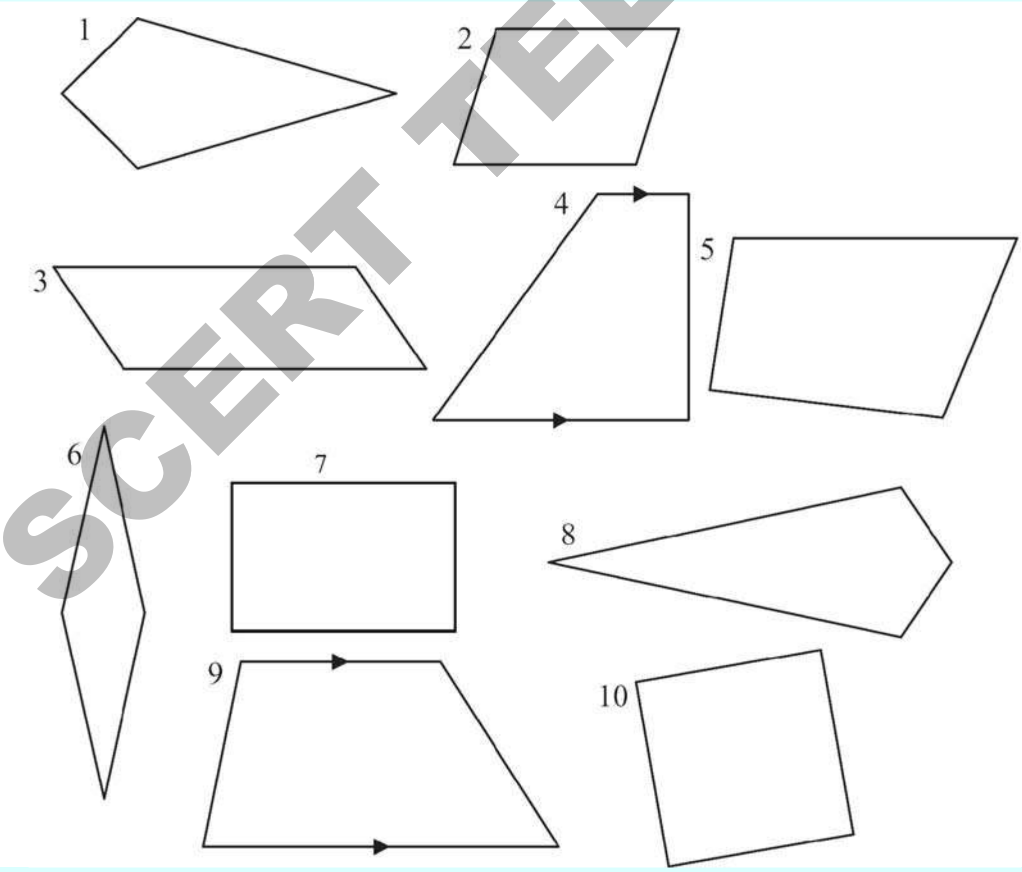
اب مناسب اشیاء کو استعمال کرتے ہوئے ذیل کی جانچ کیجئے

ہر ایک چار ضلعی کے لئے

a) جانچئے کہ مقابل کے اضلاع متوازی ہیں۔

b) ہر ایک زاویئے کی پیمائش کیجئے۔

c) ہر ایک ضلع کے طول کی پیمائش کیجئے۔



SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

اپنے مشاہدات کو جدول میں درج کرتے ہوئے اسکی تکمیل کیجیے۔

چار ضلعی	متوازی ضلعوں کے دو جوڑ	متوازی ضلعوں کا ایک جوڑ	4 قائم الزاویے	مقابل کے ضلعوں کے 2 جوڑ مساوی ہیں	مقابل کے نالیوں کے دو جوڑ مساوی ہیں	متصلہ مساوی ضلعوں کے دو جوڑ	مساوی چار ضلعے
1	×	×	×	×	×	✓	×
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

SCERT TELANGANA

متوازی الاضلاع چار ضلعی ہے جس میں متوازی ضلعوں کے دو جوڑ ہوتے ہیں

(a) کونسی اشکال متوازی الاضلاع ہیں۔

(b) متوازی الاضلاع میں مزید کونسی خصوصیات پائی جاتی ہیں؟

مستطیل بھی متوازی الاضلاع ہے جس میں چار قائم زاویہ ہوتے ہیں

(a) کونسی اشکال مستطیل ہیں؟

(b) مستطیل کی خصوصیات کیا ہیں؟

معین بھی چار ضلعی ہوتا ہے جن میں چاروں ضلعے مساوی ہوتے ہیں

(a) کونسی اشکال معین کہلاتی ہیں؟

(b) معین کی خصوصیات کیا ہیں؟

مربع بھی ایک معین ہے جس میں چار قائم الزاویے ہوتے ہیں

(a) کونسی شکال مربع کہلاتی ہیں؟

(b) مربع کی خصوصیات کیا ہیں؟

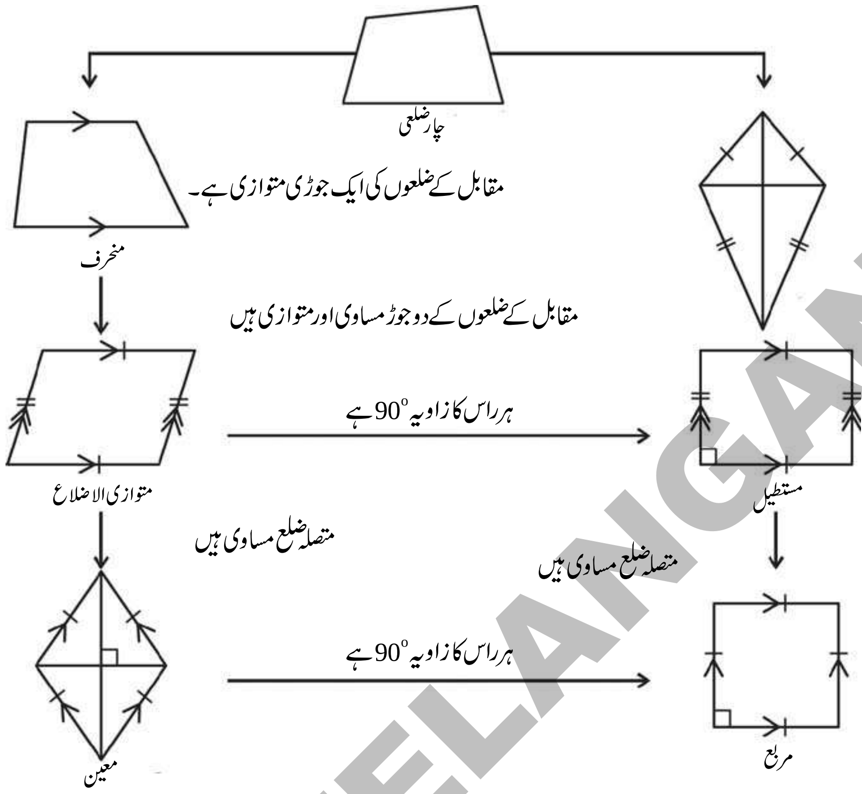
منحرف بھی ایک چار ضلعی ہے جس میں کم از کم متوازی ضلعوں کا ایک جوڑ ہوتا ہے۔

(a) کونسی اشکال منحرف کہلاتی ہیں؟

(b) منحرف کی خصوصیات کیا ہیں؟

چارضلعی 1 اور 8 کی شکل پتنگ جیسی ہے پتنگ کی کچھ خصوصیات لکھئے۔

اوپر مشاہدہ کئے گئے خصوصیات کی بنا پر ہم چارضلعی کی درجہ بندی اس طرح کر سکتے ہیں۔



سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

.1 کیا ہر مستطیل، متوازی الاضلاع ہوتا ہے؟ کیا ہر متوازی الاضلاع مستطیل ہوتا ہے؟

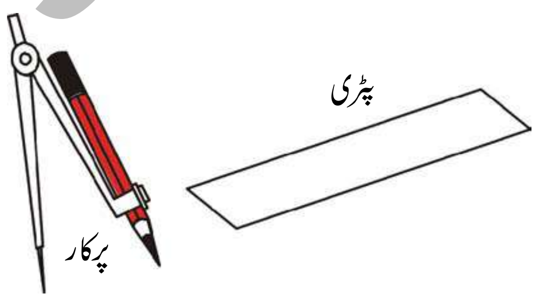
.2 شافعہ ایک میٹھی چکّی بناتی ہے اور وہ چاہتی ہے کہ چکی مستطیلی شکل کی ہو، وہ کتنے طریقوں سے مستطیلی وضع کو جانچ کرسکتی ہے۔

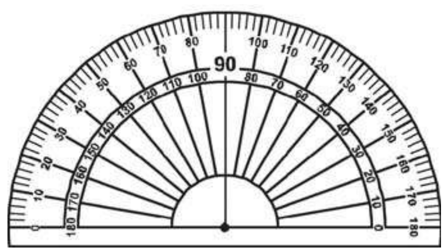
یہ کیجئے

کیا آپ 60° کا زاویہ بنا سکتے ہیں؟

ان آلات کو استعمال کیجئے

اس کا استعمال مت کیجئے



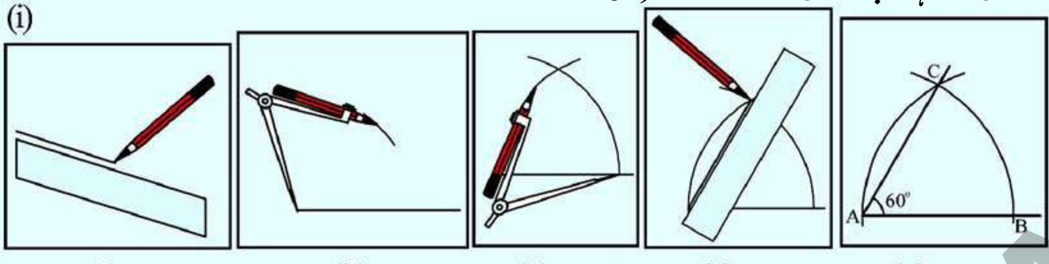


SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

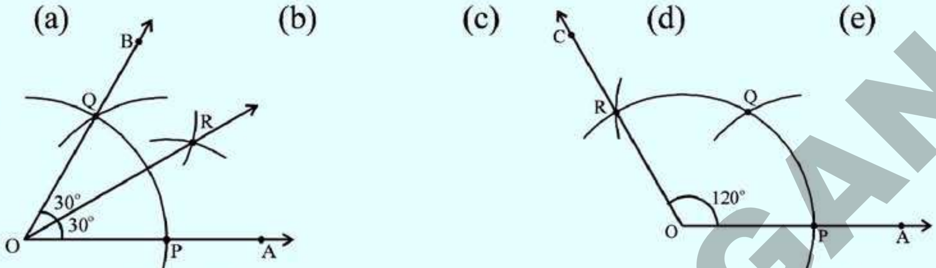
مثالوں کا مشاہدہ کیجئے اور ان کے بناوٹ کے مراحل لکھئے۔

(i)



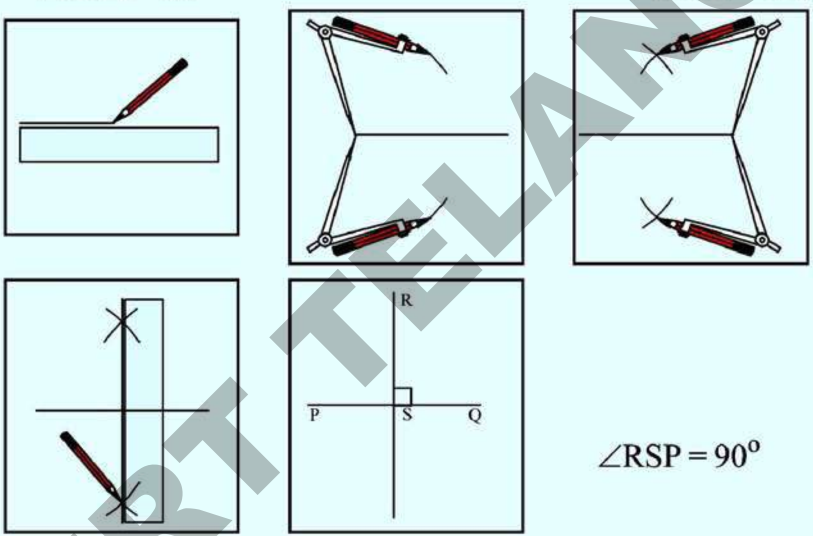
(a) (b) (c) (d) (e)

(ii)



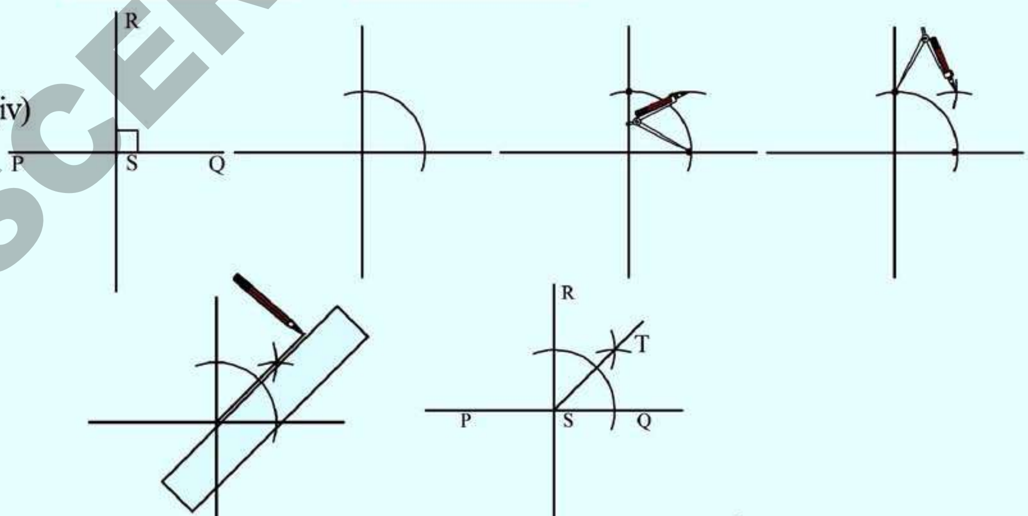
$\angle AOR = 30^o$ $\angle AOC = 120^o$

(iii)



$\angle RSP = 90^o$

(iv)



$\angle QST = 45^o$

SCERT TELANGANA

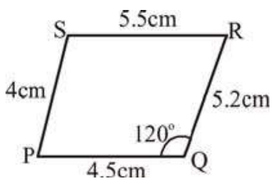
3.2 چارضلعی بناوٹ

ذیل میں دی گئی پیمائشات کی مدد سے چارضلعی بناوٹ کی جاسکتی ہے۔

1. جبکہ چارضلعے اورایک زاویہ دیا گیا ہو(S.S.S.S.A)
2. جبکہ چارضلعے اورایک وتر دیا گیا ہو(S.S.S.S.D)
3. جبکہ تین ضلعے اوردووتر دیئے جائیں(S.S.S.D.D)
4. جبکہ دومتصلہ اضلاع اورتین زاویے دیئے گئے ہیں(S.A.S.A.A.)
5. جبکہ تین ضلع اوردودرمیانی زاویے دیئے گئے ہیں(S.A.S.A.S.)

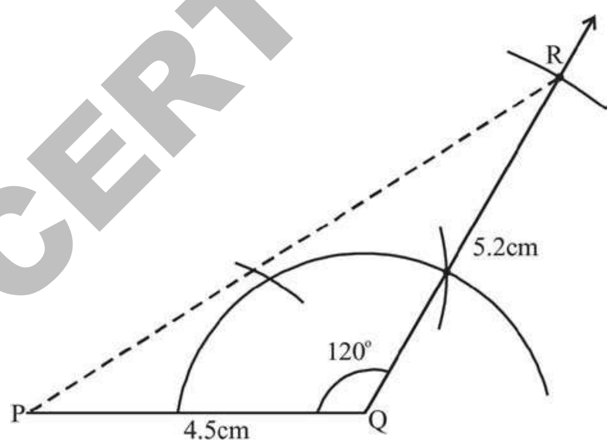
3.2.1 چارضلعی بنائیے جبکہ چارضلع کےطول اورایک زاویہ دیا گیا ہے(S.S.S.S.A.)

مثال 1: چارضلعی PQRS بنائیے جس میں PQ = 4.5 سمر QR = 5.2 سمر RS = 5.5 سمر PS = 4 سمراور $\angle PQR=120^\circ$ ہو۔



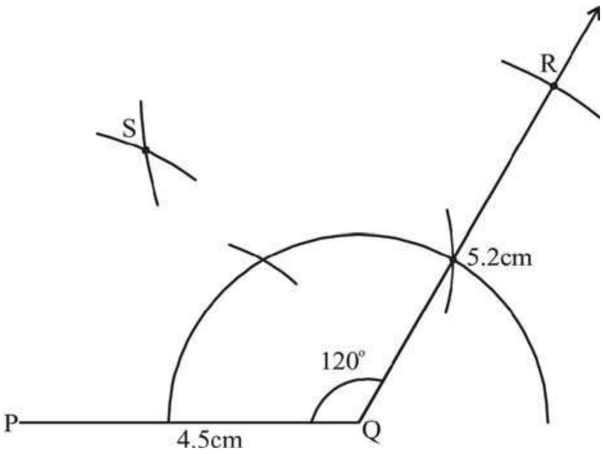
حل: مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے مطلوبہ چارضلعی کا کچا خاکہ کھینچئے۔کیا یہ کافی ہے؟

مرحلہ 2: PQ = 4.5 سمر ، $\angle PQR=120^\circ$ ، QR = 5.2 سمر پیائشات کواستعمال کرتے ہوئے SAS خصوصیات کی مدد سے $\triangle$PQR بنائیے۔

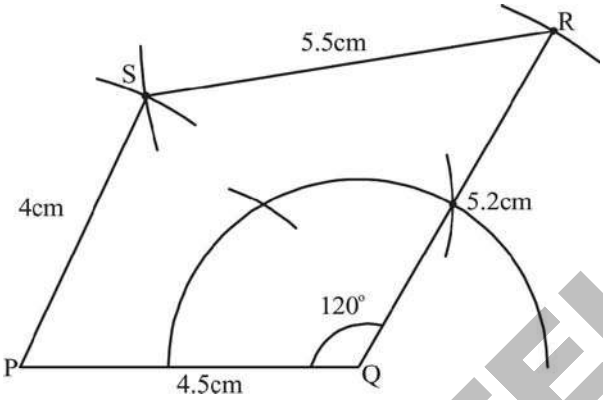


SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21



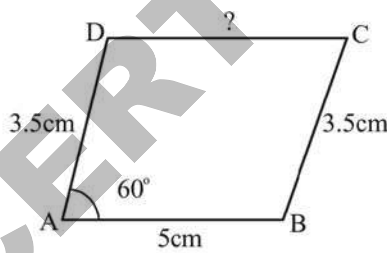
مرحلہ3: چوتھے راس S کو متعین کرنے کے لئے P کو مرکز مان کر 4 سمر نصف قطر سے ایک قوس کھینچئے۔ R کو مرکز مان کر 5.5 سمر کی نصف قطر سے ایک اور قوس اس طرح کھینچئے کہ وہ پہلی قوس کو نقطہ S پر قطع کرے۔



مرحلہ4: P S اور R S کو ملاتے ہوئے مطلوبہ چار ضلعی PQRS مکمل کیجیے۔

مثال2: پیمائشات AB = 5 سمر، BC = 3.5 سمر، اور ∠A = 60° کی مدد سے متوازی الاضلاع ABCD بنائیے۔

حل:

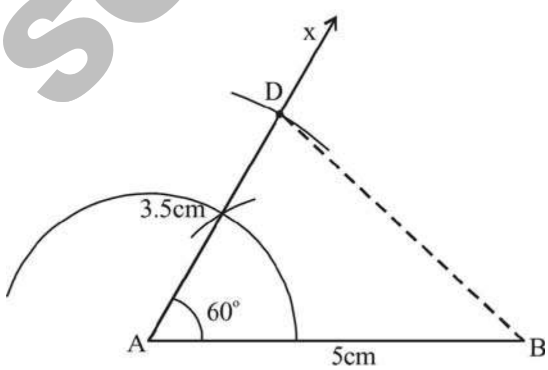


مرحلہ1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے متوازی الاضلاع کا کچا خاکہ بنائیے (ایک مخصوص چار ضلعی)

یہاں ہمیں صرف 3 پیمائشات دی گئی ہیں۔ چونکہ ABCD متوازی الاضلاع ہے اس لئے ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں۔

AB = CD = 5 سمر اور AD = BC = 3.5 سمر

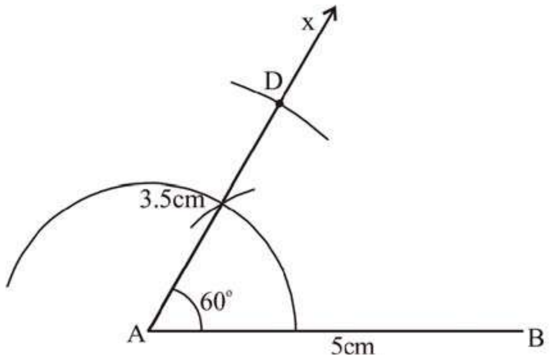
کے لئے (اب ہمیں مجموعی طور پر 5 پیمائشات حاصل ہوئی ہیں)

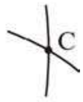


مرحلہ2: △BAD بنائیے اس طرح سے کہ AB = 5 سمر

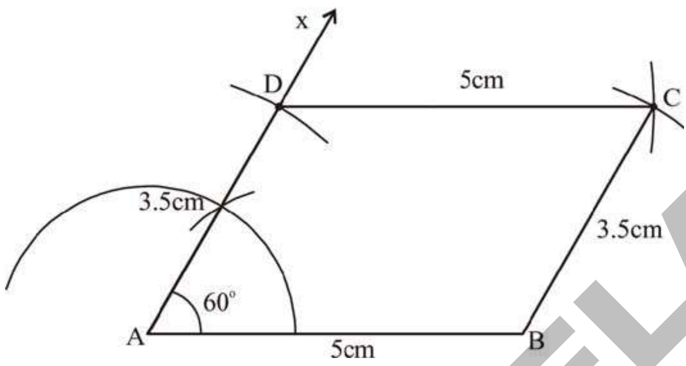
AD = 3.5 سمر اور ∠A = 60°

SCERT TELANGANA





مرحلہ 3: چوتھے راس کا تعین کرنے کے لئے P کو مرکز مان کر 4 سمر کی پیمائش سے ایک قوس کھینچئے۔ R کو مرکز مان کر 5.5 سمر کی پیمائش سے ایک اور قوس اس طرح کھینچئے کہ وہ پہلے قوس کو نقطہ C پر قطع کرے۔



مرحلہ 4: B, C اور C, D کو ملانے سے مطلوبہ متوازی الاضلاع ABCD حاصل ہوتا ہے۔

(پرکار اور پٹری کی مدد سے متوازی الاضلاع کی خصوصیات کی جانچ کیجئے)

آیئے! چارضلعی کی بناوٹ کے مراحل نوٹ کریں

مرحلہ 1 : مطلوبہ شکل کا کچا خاکہ بنایئے

مرحلہ 2 : اگر دی گئی پیمائشات ناکافی ہوں تو مطلوبہ شکل کی خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے دیگر پیمائش حاصل کریں۔

مرحلہ 3 : پانچ پیمائشات میں سے تین پیمائشات کو استعمال کرتے ہوئے مثلث بنایئے اور باقی پیمائشات کو چوتھے راس کے تعین میں استعمال کیجئے۔

مرحلہ 4 : چارضلعی کی تشکیل کے مراحل کو تفصیل سے بیان کیجئے۔

مشق - 3.1

ذیل میں دی گئی پیمائشات کی مدد سے چارضلعی بنایئے۔ اور بناوٹ کے مراحل لکھئے

(a چارضلعی ABCD جس میں AB = 5.5 سمر، BC = 3.5 سمر، CD = 4 سمر، AD = 5 سمر اور ∠A = 45°

(b چارضلعی BEST جس میں BE = 2.9 سمر، ES = 3.2 سمر، ST = 2.7 سمر، BT = 3.4 سمر اور ∠B = 75°

(c چارضلعی PQRS جس میں PQ = 4.5 سمر، QR = 3 سمر، اور ∠RQP = 60°

SCERT TELANGANA

(d معین MATH جس میں AT = 4 سمر ،اور ∠MAT = 120°

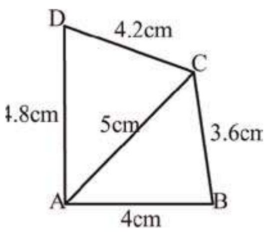
(e مستطیل FLAT جس میں FL = 5 سمر ،اور LA = 3 سمر

(f مربع LUDO جس میں LU = 4.5 سمر

3.2.2 بناوٹ: چارضلعی بنائیے جبکہ چار اضلاع اور ایک وتر دیا گیا ہو (S.S.S.S.D)

مثال 3: چارضلعی ABCD بنائیے جس میں AB = 4 سمر، BC = 3.6 سمر، CD = 4.2 سمر، AD = 4.8 سمر اور AC = 5 سمر ہو

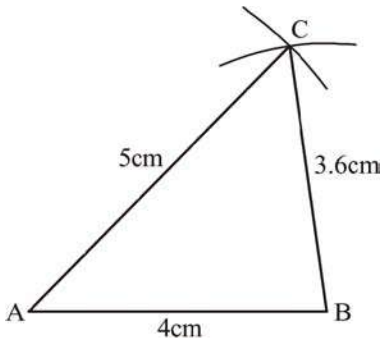
حل:



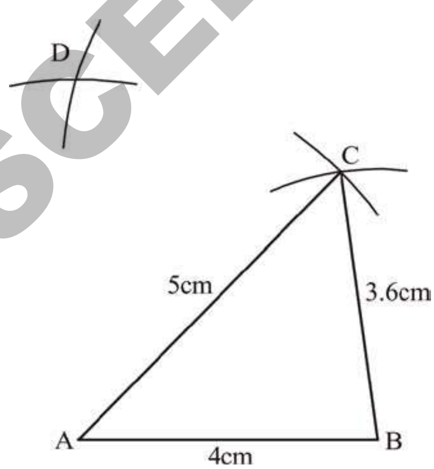
مرحلہ 1 : دی گئی پیمائشات کی مدد سے چارضلعی ABCD کا کچا خاکہ کھینچئے

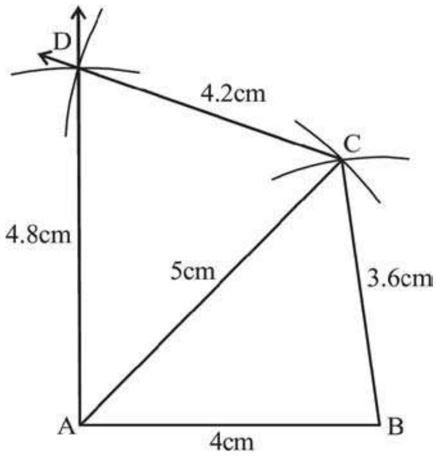
(تجزیہ کیجئے کہ دی گئی پیمائشات چارضلعی کے لئے کافی ہیں یا نہیں اگر کافی ہیں تو آگے بڑھئے ورنہ اس نتیجے پر پہنچئے کہ دی گئی پیمائشات چارضلعی کے لئے ناکافی ہیں)

مرحلہ 2 : $\triangle ABC$ بنائیے اس طرح کہ AB = 4 سمر، BC = 3.6 سمر اور AC = 5 سمر

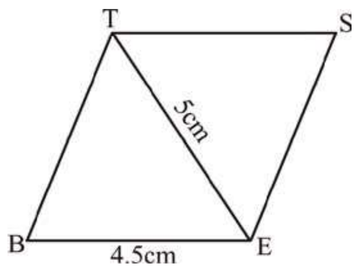


مرحلہ 3: ہمیں چوتھے راس D کا تعین کرنا ہے جو AC کی دوسری جانب ہوگا اس لئے A کو مرکز مان کر 4.8 سمر نصف قطر والی ایک قوس (AD = 4.8 سمر) کھینچئے اور C کو مرکز مان کر 4.2 سمر نصف قطر والی ایک اور قوس (CD = سمر) جو پہلی قوس کو نقطہ D پر قطع کرتی ہو۔





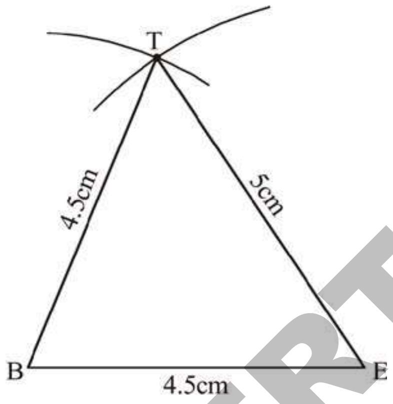
مرحلہ 4: A،D اور C،D کو اس طرح ملائے کہ مکمل چار ضلعی ABCD حاصل ہو۔



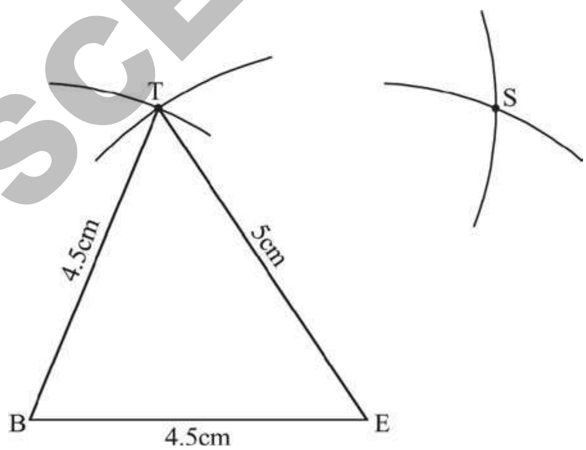
مثال 4: دی گئی پیمائشات کے مطابق معین BEST بنائیے جس میں BE = 4.5 سمر، ET = 5 سمر،

حل:

مرحلہ 1 : دی گئی پیمائشات کے مطابق معین کا کچا خاکہ کھینچئے (مخصوص قسم کی چار ضلعی) کیوں کہ اس کے تمام اضلاع مساوی ہوتے ہیں اس لئے BT = ST = ES = BE = 4.5 سمر ان پیمائشات کی مدد سے مطلوبہ شکل کو اُتارا جاسکتا ہے۔

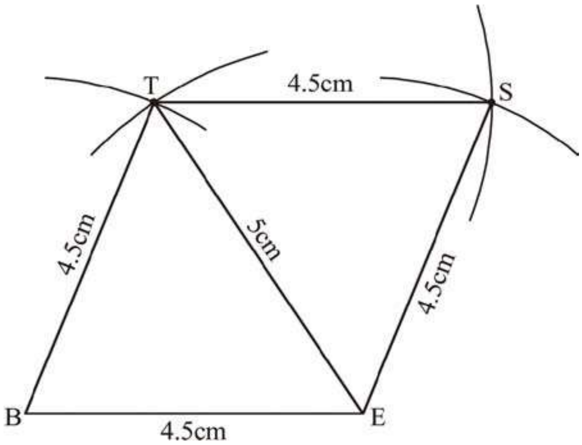


مرحلہ 2 : SSS خصوصیت کی مدد سے △BET کھینچئے جس میں BE = 4.5 سمر، ET = 5 سمر، اور BT = 4.5 سمر



مرحلہ 3 : بقیہ دو پیمائشات ES = 4.5 سمر، اور ST = 4.5 سمر کی مدد سے قوس کھینچتے ہوئے راس S کا تعین کیجئے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA



مرحلہ 4 : S،E اور T‘S کو ملایئے تاکہ مطلوبہ معین BEST حاصل ہو۔

کوشش کیجیے

1. کیا آپ ایک متوازی الاضلاع BATS بناسکتے ہیں جہاں سم BA=5، سم AT=6 اور سم AS=6.5؟ وضاحت کیجیے۔
2. ایک طالب علم چار ضلعی PLAY بنانے کی کوشش کرتا ہے جہاں سم PL=3، سم LA=4، سم AY=4.5 اور سم PY=2، سم LY=6 مگر وہ اس کو بنانے سے قاصر رہا؟ کیوں؟ اپنے طور پر چار ضلعی بنانے کی کوشش کیجیے اور وجوہات بیان کیجیے۔

مشق - 3.2

ذیل میں دی گئی پیمائشات سے چار ضلعی بنایئے

(a) چار ضلعی ABCD جس میں سم AB=4.5، سم BC=5.5، سم CD=4, سم AD=6 اور سم AC=7

(b) چار ضلعی PQRS جس میں سم PQ=3.5، سم QR=4، سم RS=5, سم PS=4.5 اور سم QS=6.5

(c) ایک متوازی الاضلاع ABCD جس میں سم AB=6، سم CD=4.5، سم BD=7.5

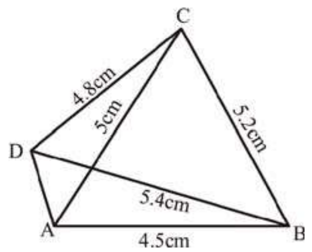
(d) معین NICE جس میں سم NI=4، سم IE=5.6،

3.2.3 چار ضلعی بنایئے جبکہ اس کے تین ضلع اور دو وتر دیئے جائیں (S.S.D.D.)

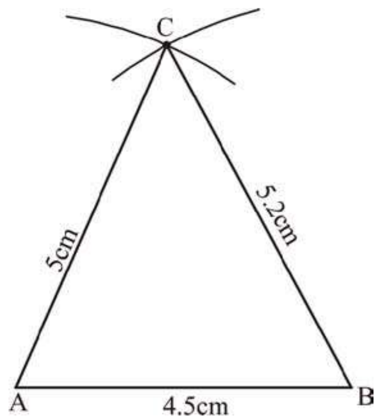
مثال 5: چار ضلعی ABCD بنایئے اس طرح کہ سم AB=4.5، سم BC=5.2، سم AD=4.8، اور وتر سم AC=5، سم BD=5.4

SCERT TELANGANA

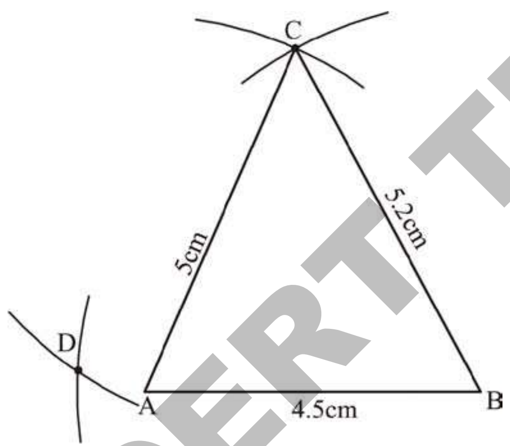
حل:



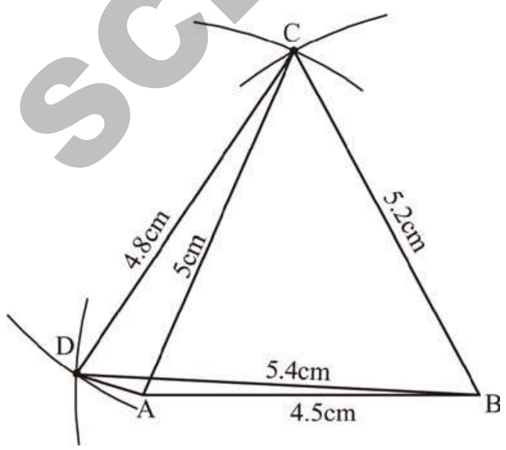
مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی ABCD کا کچا خاکہ کھینچئے
(دستیاب پیمائشات کی مدد سے $\triangle ABC$ کھینچا جاسکتا ہے)



مرحلہ 2: SSS خصوصیت کی مدد سے $\triangle ABC$ بنائیے AB=4.5 سمر، BC=5.2 سمر اور AC=5 سمر



مرحلہ 3: راس D کے تعین کے لئے راس B کے مقابل دو قوس کھینچئے B کو مرکز مان کر 5.4 سمر نصف قطر والا قوس کھینچئے اور C کو مرکز مان کر 4.8 سمر نصف قطر والا قوس اس طرح کھینچئے کہ وہ ایک دوسرے کو نقطہ D پر قطع کرتے ہوں۔



مرحلہ 4: C‘D اور B‘D، اور AD کو ملائیے تاکہ مطلوبہ چار ضلعی ABCD حاصل ہوجائے۔

SCERT TELANGANA

سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

1. کیا آپ چار ضلعی ABCD بنا سکتے ہیں (جیسا اوپر دیا گیا ہے) ابتداء میں $\triangle ABD$ بناتے ہوئے چوتھے راس کا تعین کیجئے۔ وجہ بتلائیے۔

2. ایک چار ضلعی PQRS اس طرح بنائیے کہ PQ=3 سمر، RS=3 سمر، PS=7.5 سمر، PR=8 سمر، اور SQ=4 سمر اپنے جواب کی جانچ کیجئے۔

مشق - 3.3

دی گئی پیمائشات سے چار ضلعی بنائیے

(a) چار ضلعی GOLD جس میں OL=7.5 سمر، GL=6 سمر، LD=5 سمر، DG=5.5 سمر اور OD=10 سمر

(b) چار ضلعی PQRS جس میں PQ=4.2 سمر، QR=3 سمر، PS=2.8, سمر PR=4.5 سمر اور QS=5 سمر

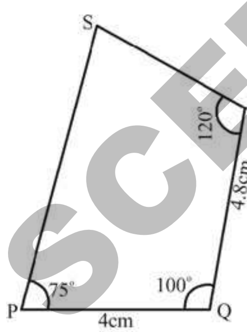
3.2.4 چار ضلعی بنائیے جبکہ اس کے دو متصلہ ضلعے اور تین زاویے دیئے جائیں (S.A.S.A.A.)

ہم پہلے کی طرح چار ضلعی بنائیں گے مگر جہاں تک ہو سکے معیاری زاویوں کے لئے پٹری اور پرکار کا استعمال کریں گے دیگر کے لئے چاندہ۔

زاویئے جو کل حصوں میں 360° کو مساوی طور پر تقسیم کرتے ہیں معیاری زاویئے کہلاتے ہیں جیسے 0°، 30°، 45°، 60°، 90°، 120°، اور 180°

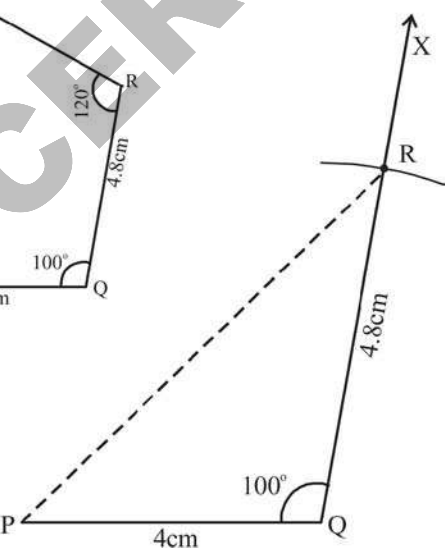
مثال 6: چار ضلعی PQRS بنائیے جبکہ $PQ = 4$ سمر، $QR = 4.8$ سمر، $\angle P = 75^{\circ}$، $\angle Q = 100^{\circ}$، اور $\angle R = 120^{\circ}$

مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی کا کچا خاکہ کھینچیے زاویئے بنانے کے لئے مناسب آلات کا استعمال کیجئے۔

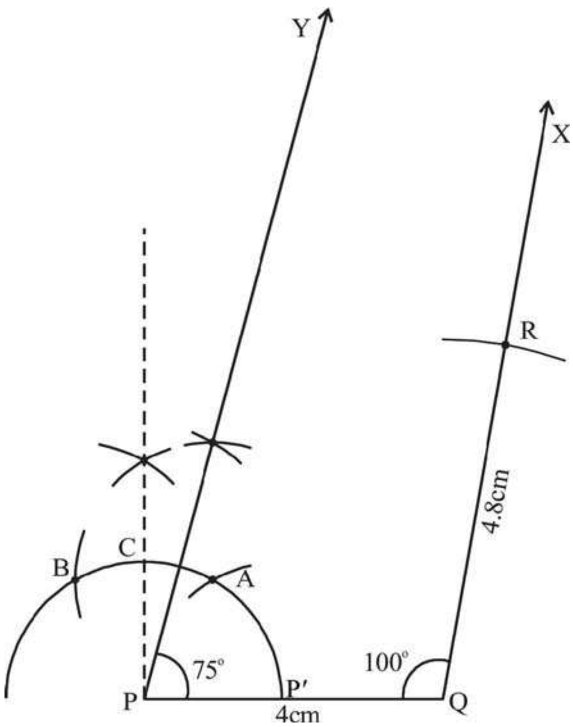


مرحلہ 2: پیمائشات PQ=4 سمر، $\angle Q=100^{\circ}$ اور QR=4.8 سمر، اور S.A.S. خصوصیات کی مدد سے $\triangle PQR$ بنائیے۔

(PR کو نقاط کے ذریعہ اس لیے ملایا گیا ہے کہ اس کو آگے مرحلوں میں نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔)



مرحلہ 3: $\angle P=75^o$ اور $\overline{PY}$ خط کھینچیے



(کیا آپ جانتے ہیں کہ زاویہ 75^o کس طرح بنایا جاتا ہے؟)

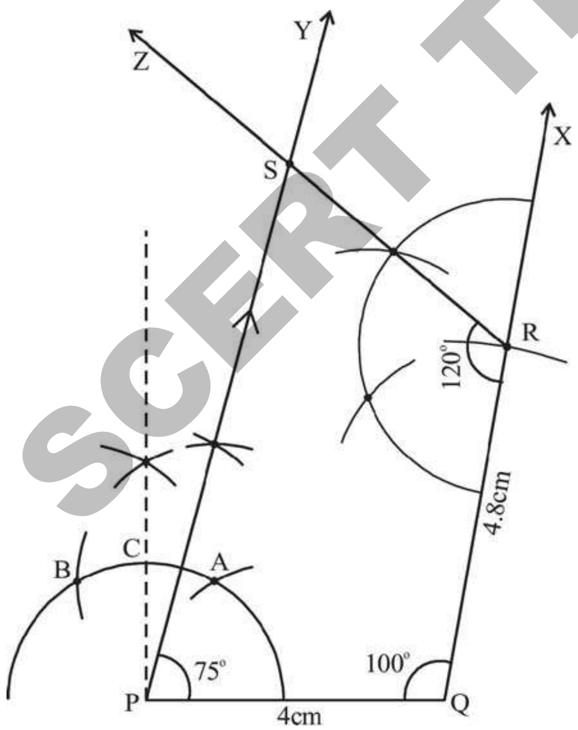
(PR کو نقاط کے ذریعہ کیوں ملایا گیا ہے کیوں کہ اس کو آگے مرحلوں میں نظرانداز کیا جاسکتا ہے۔)

(a) P سے ایک قوس کھینچیے ۔ مان لیجیے کہ وہ PQ کو P' پر قطع کرتی ہے۔ P' کو مرکز مان کر وہی نصف قطر سے دو قوس کھینچیے جو دو نقاط A,B کو قطع کرے جس سے 60^o اور 120^o زاویے حاصل ہوتے ہیں۔

(b) B،A کا زاوئی ناصف جو C پر قطع کرتا ہے۔ 90^o کا زاویہ بناتا ہے۔

(c) C،A سے زاوئی ناصف کھینچیے

(60^o اور 90^o کا وسطانیہ بھی جو 75^o حاصل ہوتا ہے)



مرحلہ 4: $\angle R=120^o$ کا زاویہ بنایئے اور $\overline{RZ}$ کھینچیے جو $\overline{PY}$ کو S پر قطع کرے۔

اس طرح PQRS مطلوبہ چار ضلعی ہے۔

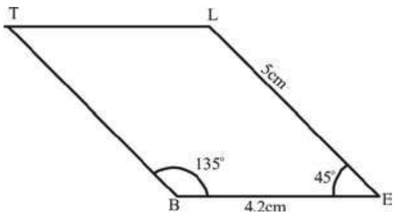
SCERT TELANGANA

سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

1. کیا آپ ایک چار ضلعی PQRS بنا سکتے ہیں اگر نقطہ P پر 75° کے بجائے 100° کا زاویہ ہو؟ وجہ لکھئے۔
2. کیا آپ ایک چار ضلعی PLAN بنا سکتے ہیں اگر سمر PL=6، سمر LA=9.5، $\angle P=75^{\circ}$، $\angle L=15^{\circ}$ اور، $\angle A=140^{\circ}$
(ہر ایک کا کچا خاکہ اتاریئے اور تجزیہ کیجئے اور آپ کے نتیجے کے وجوہات بتائیے)

مثال 7: متوازی الاضلاع BELT بنائیے جبکہ دیا گیا ہے کہ سمر BE=4.2، سمر EL=5، $\angle T=45^{\circ}$

حل:



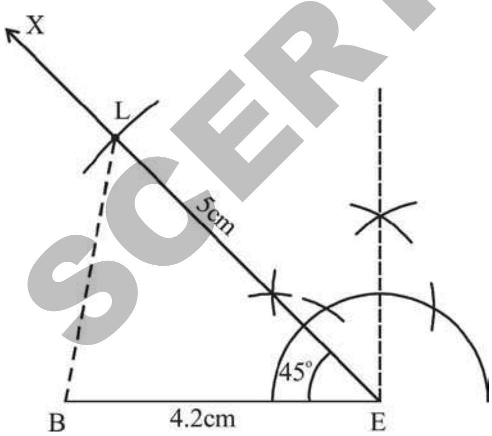
چار ضلع کے متواتر زاویوں کو بعض اوقات متصلہ زاویئے پڑھا جاتا ہے۔

مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے متوازی الاضلاع BELT کا کچا خاکہ کھینچئے۔
(متوازی الاضلاع کی تشکیل کے لئے کیا دی گئی پیمائشات کافی ہیں)

تجزیہ: کیوں کہ دی گئی پیمائشات متوازی الاضلاع کی تشکیل کے لئے ناکافی ہیں ہم کو متوازی الاضلاع کی خصوصیات کی مدد سے درکار پیمائشات کو معلوم کرنا چاہئے۔

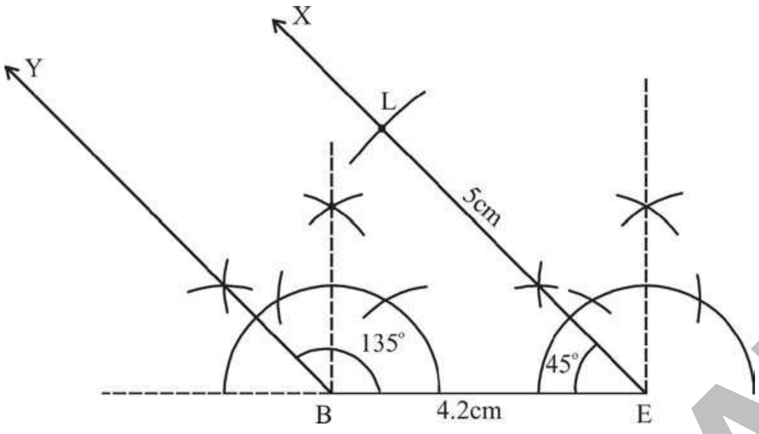
جیسا کہ متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویئے مساوی ہوتے ہیں اس لئے $\angle E=\angle T=45^{\circ}$ متصلہ زاویئے تکمیلہ ہوتے ہیں
اس لئے $\angle L=180^{\circ}-45^{\circ}=135^{\circ}$ اس طرح $\angle B=\angle L=135^{\circ}$

مرحلہ 2: SAS خصوصیات کی مدد سے $\triangle BEL$ بنائیے
سمر BE=4.2، $\angle E=45^{\circ}$ سمر، اور سمر EL=5



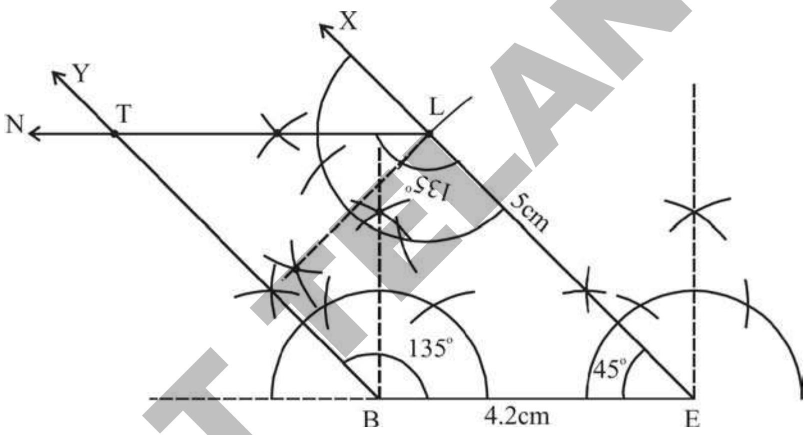
SCERT TELANGANA

مرحلہ 3: $\angle B=135^{o}$، بنائیے اور $\overline{BY}$ کھینچئے۔



مرحلہ 4: $\angle L=135^{o}$، بنائیے اور $\overline{LN}$ کھینچئے جو $\overline{BY}$ کو نقطہ T پر قطع کرے

BELT مطلوبہ چار ضلعی حاصل ہوگا۔ (جو متوازی الاضلاع ہے)



یہ کیجئے

متوازی الاضلاع کی دوسرے خصوصیات کے ذریعہ مندرجہ بالا متوازی الاضلاع BELT بنائیے

مشق - 3.4

ذیل کی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی بنائیے۔

(a) چار ضلعی HELP بنائیے جس میں HE=6 سمر، EL=4.5 سمر، $\angle H=60^{o}$ $\angle E=105^{o}$ اور $\angle P=120^{o}$

(b) متوازی الاضلاع GRAM بنائیے جس میں GR=AM=5 سمر، RA=MG=6.2 سمر اور $\angle R=85^{o}$

(c) مستطیل FLAG بنائیے جس کے اضلاع FL=6 سمر، LA=4.2 سمر،

SCERT TELANGANA

3.2.5 بناوٹ: چارضلعی بنائیے جبکہ تین اضلاع کے طول اوران کے درمیانی دوزاویئے دیئے گئے ہوں (SASAS)

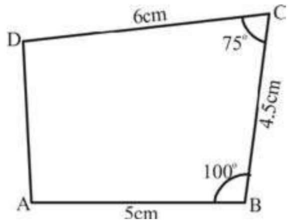
SAS خصوصیات کی مدد سے اس قسم کے چارضلعی کو بنایا جاسکتا ہے۔ خاص کر دیئے گئے اضلاع کے درمیانی زاویوں کی مدد سے

مثال 8: چارضلعی ABCD بنائیے جس میں AB=5 سمر، BC=4.5 سمر، CD=6 سمر، $\angle B=100^{\circ}$ اور $\angle C=75^{\circ}$

حل:

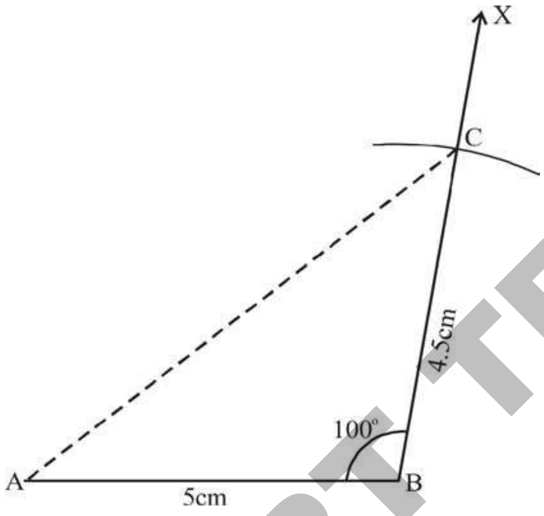
مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے کچا خاکہ کھینچئے

(معلوم کیجئے کہ یہ پیمائشات چارضلعی کے لئے کافی ہیں یا نہیں اگر ہیں تو آگے بڑھئے)

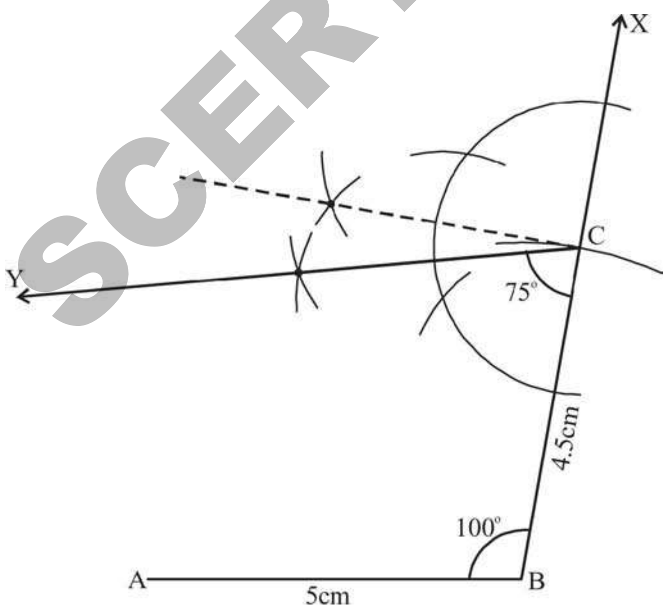


مرحلہ 2: SAS اصول کو استعمال کرتے ہوئے پیمائشات AB=5 سمر،

BC=4.5 سمر کی مدد سے $\triangle ABC$ بنائیے۔

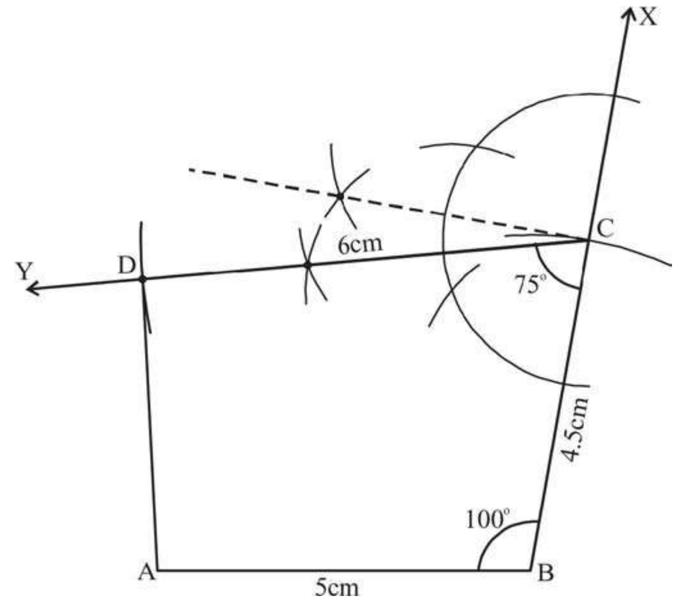


مرحلہ 3: $\angle C=75^{\circ}$ بنائیے اور $\overline{CY}$ کھینچئے



SCERT TELANGANA

مرحلہ 4: C کو مرکز مان کر 6 سمر نصف قطر والا قوس کھینچیے جو $\overline{CY}$ کو نقطہ D پر قطع کرتا ہے۔
A، D کو ملانے پر مطلوبہ چار ضلعی ABCD حاصل ہوگا۔



سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

AB کے بجائے BC کو قاعدہ مانتے ہوئے کیا مندرجہ بالا چار ضلعی ABCD کو بنایا جا سکتا ہے؟ ہاں! تو کچا خاکہ کھینچیے اور چار ضلعی کی تشکیل میں شامل مختلف مرحلوں کی تشریح کیجئے۔

مشق - 3.5

حسب ذیل چار ضلعی بنائیے۔

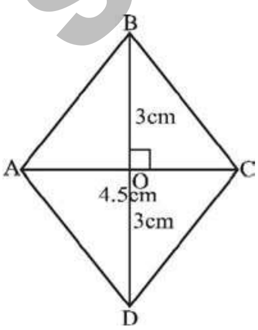
(a) چار ضلعی PQRS بنائیے جس میں PQ=3.6 سمر، QR=4.5 سمر، RS=5.6 سمر، $\angle RQP=135^{o}$ اور $\angle SRQ=60^{o}$

(b) چار ضلعی LAMP بنائیے جس میں AM = MP = PL =5 سمر، $\angle M=90^{o}$ اور $\angle P=60^{o}$

(c) منحرف ABCD بنائیے جس میں AB//CD، AB=8 سمر، BC=6 سمر، CD=4 سمر، اور $\angle B=60^{o}$

3.2.6 خاص قسم کے چار ضلعی کی بناوٹ

(a) معین کی بناوٹ

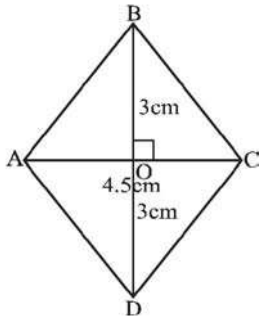


مثال 9: معین ABCD بنائیے جس میں وتر AC=4.5 سمر، اور BD=6 سمر،

حل: مرحلہ 1: دی گئی پیائشات کی مدد سے معین ABCD کا کچا خاکہ کھینچیے کیا یہ پیائشات مطلوبہ شکل بنانے کے لئے کافی ہیں؟
اس کی جانچ کر لیجئے اور اس کی بناوٹ کے لئے معین کی خصوصیات کو استعمال کیجئے۔

SCERT TELANGANA

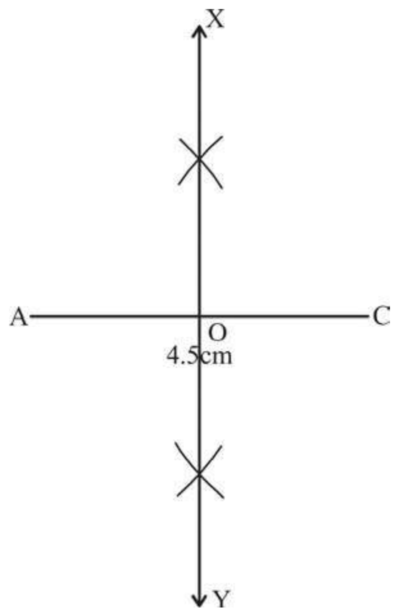
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21



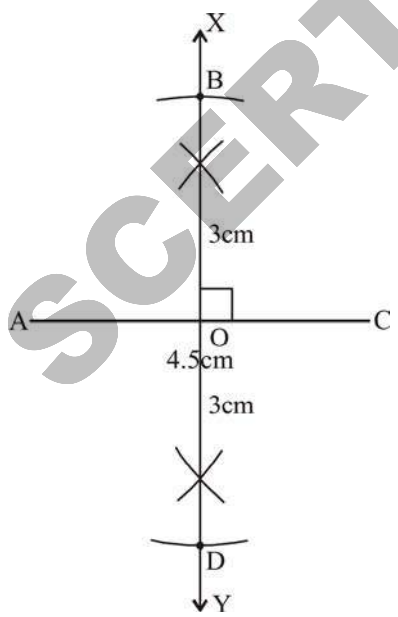
تجزیہ: معین کے وتر ایک دوسرے کی عموداً تصنیف کرتے ہیں $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ معین ABCD کے وتر ہیں جو ایک دوسرے کی نقطہ "O" پر عمود وار تنصیف کرتے ہیں یعنی $\angle AOB = 90^{o}$

اور $OB = OD = \frac{BD}{2} = \frac{6}{2} = 3$ سمر

تشکیل کے لئے مرحلہ 2 کی جانب بڑھئے



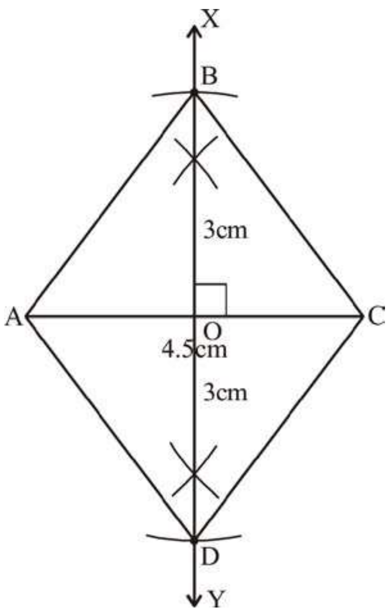
مرحلہ2: $\overline{AC} = 4.5$ سمر کھینچئے (معین ABCD کا ایک وتر) اور اس کا عمودی ناصف $\overline{XY}$ کھینچئے اور نقطہ تقاطع "O" کی نشاندہی کیجئے۔



مرحلہ3: جیسا کہ دوسرا وتر $\overline{BD}$، وتر $\overline{AC}$ پر عمود وار ہوتا ہے $\overline{BD}$، $\overline{XY}$ کا حصہ ہے۔ "O" کو مرکز مان کر 3 سمر نصف قطر والے دو قوس $\overline{XY}$ پر کھینچے جو B اور C پر قطع کرتے ہیں جو $\overline{AC}$ کے دونوں جانب ہیں۔

SCERT TELANGANA

مرحلہ 4: A سے B، B سے C، C سے D اور D سے A کو ملاتے ہوئے معین کو مکمل کیجئے۔



سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

1. AC کے بجائے BD کو قاعدہ مانتے ہوئے کیا مندرجہ بالا چار ضلعی (معین) کو بنایا جاسکتا ہے۔ اگر نہیں تو وجہ بتلایئے۔
2. فرض کیجئے معین کے دونوں وتروں کا طول مساوی ہے تب کونسی شکل حاصل ہوگی اس کا کچا خاکہ کھینچئے اور وجوہات بتایئے۔

مشق - 3.6

ذیل کی پیمائشات سے چار ضلعی بنایئے۔

(a) معین CART، CR=6 سمر AR=4.8 سمر

(b) معین SOAP، SA=4.3 سمر OP=5 سمر

(c) مربع JUMP، وتر 4.2 سمر

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

ہم نے کیا سیکھا

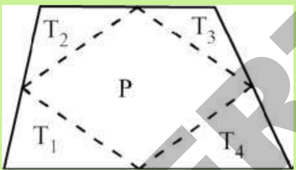
1. ایک چارضلعی بنانے کے لئے پانچ غیر تابع پیمائشات درکار ہوتے ہیں۔
2. چارضلعی کو بنایا جاسکتا ہے اگر......
   (a) چارضلع کے طول اور ایک زاویہ دیا جائے۔
   (b) چارضلع کے طول اور ایک وتر دیا جائے۔
   (c) تین ضلع کے طول اور دو وتر دیئے جائے۔
   (d) دو متصلہ اضلاع کے طول اور تین زاویئے دیئے جائیں۔
   (e) تین اضلاع اور دو مشمولہ (دئے گئے اضلاع کے درمیانی) زاویئے دیئے جائیں۔
3. دو مخصوص چارضلعی جیسے معین اور مربع کو دو وتروں کی مدد سے بنایا جاسکتا ہے۔

معلم کے لئے نوٹ:

پرکار کی مدد سے بنائے جانے والے زاویئے مصدقہ ہوتے ہیں اور ان کو منطقی طور پر ثابت کیا جاسکتا ہے۔ چاندہ کی مدد سے اس کی پیمائش اور تصدیق کی جاسکتی ہے۔ اس لئے طالب علموں کو پرکار کی مدد سے ممکنہ زاویئے بنانے کی مشق کروائیں۔

جمائیے اور مسکرائیے کاغذ کاٹیے اور لطف اُٹھائیے۔

ایک کاغذ سے ایک چارضلعی تراشئے اور اس بات کا خیال رکھئے کے تمام زاویے 180^0 سے کم ہوں، اس چارضلعی کے وسطی نقاط کی نشاندہی کیجیے۔ اور متصلہ ضلعوں پر موجود نقاط کو جوڑ کر خطوط بنائیے اور اب ان خطوط کے مطابق کاغذ کو کاٹ لیجیے تاکہ آپ کو چار مثلثات T_1، T_2، T_3 اور T_4 اور ایک متوازی الاضلاع P حاصل ہو۔

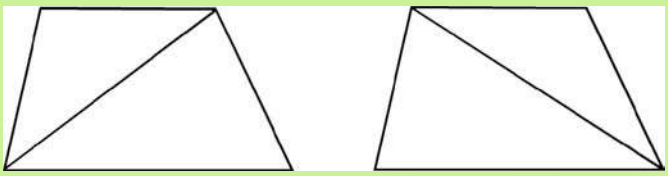


اب آپ یہ بتائیے کہ یہ چار مثلث، متوازی الاضلاع P کا مکمل احاطہ کرتے ہیں۔ اب اس متوازی الاضلاع کے رقبے کا آپ حقیقی چارضلعی سے کس طرح تقابل کریں گے۔

لطف اٹھائیے۔

چارضلعی + چارضلعی = متوازی الاضلاع

ایک کاغذ کی شیٹ موڑیئے اور قینچی کے استعمال سے متماثل چارضلعی کی جوڑی کاٹ لیجیے۔ ان میں سے ایک چارضلعی کو ایک وتر پر اور دوسرے کو دوسرے وتر پر کاٹ لیجیے۔ بتلائیے کہ ان چار ٹکڑوں کو ترتیب دے کر ایک متوازی الاضلاع بنایا جاسکتا ہے۔



SCERT TELANGANA

قوت اور قوت نما

4

Exponents and Powers

4.0 تعارف:

ہم جانتے ہیں کہ $3\times3\times3\times3\times3\times3 = 3^6$

$3\times3\times3\times3..........(m \text{ مرتبہ}) = 3^m$

ذیل کی مثالوں پر غور کیجیے۔

(i) سورج کا قطر اندازاً 1,40,00,00,000 میٹر اور

(ii) سورج کی کمیت: 1,989,100,000,000,000,000,000,000,000,000 کلوگرام

(iii) سورج سے زمین کا فاصلہ 149,600,000,000 میٹر۔

(iv) ہماری کائنات تقریباً 12,000,000,000 سال پرانی ہے۔

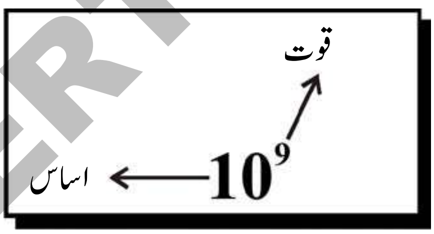
(v) زمین پر تقریباً 1,353,000,000 مکعب کلومیٹر سمندری پانی ہے۔

شطرنج کے بورڈ میں 64 خانے ہوتے ہیں، شطرنج کے ہر خانے کو اناج سے بھر دیا گیا ہے۔ اس طرح کہ پہلے خانے کو اناج کے ایک دانے سے اور بقیہ دوسرے خانوں کو اس طرح بھر دیا گیا ہے کہ اناج کی تعداد جو پہلے خانے میں موجود ہے اس کی دگنا ہوگی۔ کیا آپ جانتے ہیں کہ ان 64 خانوں کو پُر کرنے کے لیے کتنے دانوں کی ضرورت ہوگی۔ یہ تعداد 18,446,744,073,709,551,615 ہوگی۔

کیا ہم اس طرح کے بڑے اعداد کو پڑھ لکھ اور سمجھ سکتے ہیں۔

اعادہ کرنے کی کوشش کیجیے کہ ہم نے اس طرح کے بڑے اعداد کو قوت نما میں کس طرح ظاہر کیا تھا۔

$1,40,00,00,000\text{m} = 1.4\times10^9\text{m}$



ہم 10^9، کو 10 کی قوت 9 پڑھتے ہیں۔

یہ کیجیے

1۔ مختصر کیجیے۔

(i) $3^7\times 3^3$ (ii) $4\times4\times4\times4\times4$ (iii) $3^4\times4^3$

2۔ حیدرآباد اور دہلی کے درمیان فاصلہ بذریعہ ریل 1674.9 کلومیٹر ہے۔ آپ اس کو سمر (سنٹی میٹر) میں کس طرح ظاہر کریں گے۔

SCERT TELANGANA

4.1 منفی قوت والے قوت نما

عام طور ہم اس طرح لکھتے ہیں

سورج کا نصف قطر = 1400000000 میٹر = 1.4×10^9 میٹر

اواگا درو کا عدد = 6.023×10^{23}

یہ بہت بڑے اعداد ہوتے ہیں، سہولت کے لیے انہیں مختصر شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔
لیکن اگر ہم بہت ہی چھوٹے اعداد کو ظاہر کرنا چاہتے ہوں جن کی قیمت اکائی سے بھی کم ہو مثال کے طور پر

بال کی موٹائی = 0.000005 m

خورد فلم کی موٹائی = 0.000015 m

آیئے ہم یہ معلوم کریں گے کہ اکائی سے چھوٹے اعداد کو کس طرح ظاہر کر سکتے ہیں؟

آیئے اب ہم پچھلی جماعتوں سے ذیل کے نمونوں کا اعادہ کرتے ہیں

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$10^2 = 10 \times 10 = 100 = 1000/10$

$10^1 = 10 = 100/10$

$10^0 = 1 = 10/10$

$10^{-1} = ?$

جیسا کہ قوت میں ایک کی کمی واقع ہو رہی ہے اس کی قدر پہلی قدر کی ایک دہائی ہو جاتی ہے۔

اس طریقہ کار کو جاری رکھنے پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ:

$$10^{-1} = \frac{1}{10}$$

اسی طرح

$$10^{-2} = \frac{1}{10} \div 10 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{100} \div 10 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$$

اوپر بیان کی گئی وضاحت کی بنا پر ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں

$$\frac{1}{10^{-n}} = 10^n \quad \text{یا} \quad \frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

ذیل کے جدول کا مشاہدہ کیجیے

ایک ملی میٹر	ایک سنٹی میٹر	ایک ڈسی میٹر	ایک میٹر	ایک ڈیکا میٹر	ایک ہکٹو میٹر	ایک کلومیٹر
$\frac{1}{1000}$ m	$\frac{1}{100}$ m	$\frac{1}{10}$ m	1 m	10m	100m	1000m
10^{-3}m	10^{-2}m	10^{-1}m	10^0m	10^1m	10^2 m	10^3 m

SCERT TELANGANA

یہ کیجیے

10^{-10} کی قدر کیا ہوگی۔

ذیل کے نمونوں کا رکا مشاہدہ کیجیے۔

(i) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

(ii) $\frac{8}{2} = 4 = 2 \times 2 = 2^2$

(iii) $\frac{4}{2} = 2 = 2^1$

(iv) $\frac{2}{2} = 1 = 2^0$

(v) $\frac{1}{2} = 2^{-1}$

(vi) $\frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

عام طور پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ کسی بھی غیر صفری عدد a کے لیے $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$ ہوگا جو a^m کا ضربی معکوس ہے۔

یعنی $a^m \times a^{-m} = a^{m+(-m)} = a^0 = 1$

یہ کیجیے

ذیل کے ضربی معکوس معلوم کیجیے۔

(i)	3^{-5}	(ii)	4^{-3}	(iii)	7^{-4}	(iv)	7^{-3}
(v)	x^{-n}	(vi)	$\frac{1}{4^3}$	(vii)	$\frac{1}{10^3}$		

یہ دیکھئے

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{\text{فاصلہ}}{\text{وقت}} = $ رفتار ہم اس کو علامتی طور پر $s = \frac{d}{t}$ ، جہاں فاصلہ میٹر میں، وقت سکنڈ میں ہوتب رفتار کی اکائی اس طرح $\mathbf{m \times s^{-1}}$ لکھی جاتی ہے اور اسراع کی اکائی $\frac{m}{s^2}$ ہوتی ہے اور اس کو اس طرح $\mathbf{m \times s^{-2}}$ بھی لکھا جاتا ہے

SCERT TELANGANA

ہم عدد 3456 کو توسیعی شکل میں حسب ذیل طریقے سے لکھیں گے۔

$$3456 = (3 \times 1000) + (4 \times 100) + (5 \times 10) + (6 \times 1)$$

$$3456 = (3 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (5 \times 10) + (6 \times 10^0)$$

اسی طرح

$$7405 = (7 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (0 \times 10) + (5 \times 10^0)$$

اب ہم دیکھیں گے کہ کس طرح اعشاری اعداد جیسے 326.57 کو توسیعی شکل میں قوت نما کے استعمال سے کس طرح میں ظاہر کریں گے۔

$$326.57 = (3 \times 10^2) + (2 \times 10) + (6 \times 10^0) + \left(\frac{5}{10}\right) + \left(\frac{7}{10^2}\right)$$

$$= (3 \times 10^2) + (2 \times 10) + (6 \times 10^0) + (5 \times 10^{-1}) + (7 \times 10^{-2})$$

(ہم جانتے ہیں کہ $\frac{1}{10} = 10^{-1}$ & $\frac{1}{10^2} = 10^{-2}$)

$$734.684 = (7 \times 10^2) + (3 \times 10) + (4 \times 10^0) + \left(\frac{6}{10}\right) + \left(\frac{8}{10^2}\right) + \left(\frac{4}{10^3}\right)$$

$$= (7 \times 10^2) + (3 \times 10) + (4 \times 10^0) + (6 \times 10^{-1}) + (8 \times 10^{-2}) + (4 \times 10^{-3})$$

یہ کیجیے

ذیل کے اعداد کو قوت نما کے استعمال سے توسیعی شکل میں لکھئے۔

(i) 543.67 (ii) 7054.243 (iii) 6540.305 (iv) 6523.450

4.2 قوت نما کے قوانین

ہم یہ جان چکے ہیں کہ غیر صفری عدد 'a' کے لیے $a^m \times a^n = a^{m+n}$ جہاں m اور n طبعی اعداد ہیں۔

کیا یہ کلیہ منفی اعداد کے لئے بھی کارآمد ہے۔

آیئے جانچ کرتے ہیں۔

(i) $3^2 \times 3^{-4}$ غور کیجیے۔

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ جہاں 'a' ایک غیر صفری عدد ہے

ہم جانتے ہیں۔ $3^{-4} = \frac{1}{3^4}$

(ہم جانتے ہیں کہ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$)

$$3^2 \times 3^{-4} = 3^2 \times \frac{1}{3^4} = \frac{3^2}{3^4}$$

$$= 3^{2-4} = 3^{-2}$$

i.e., $3^2 \times 3^{-4} = 3^{-2}$

(ii) $(-2)^{-3} \times (-2)^{-4}$

$$(-2)^{-3} \times (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^3} \times \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{(-2)^{3+4}} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$$

SCERT TELANGANA

$$= \frac{1}{(-2)^7} = (-2)^{-7} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$\left(\because a^{-m} = \frac{1}{a^m}\right)$$

$$\therefore \; (-2)^{-3} \times (-2)^{-4} = (-2)^{-7}$$

(iii) $(-5)^2 \times (-5)^{-5}$

$$(-5)^2 \times (-5)^{-5} = (-5)^2 \times \frac{1}{(-5)^5}$$

$$= \frac{1}{(-5)^{5-2}}$$

اگر $n > m$ سے

$$\left(\because \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}\right)$$

$$= \frac{1}{(-5)^3}$$

$$= (-5)^{-3}$$

لہٰذا $(-5)^2 \times (-5)^{-5} = (-5)^{-3}$

(ہم جانتے ہیں کہ $2+(-5) = -3$)

عام طور پر ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ کسی غیر صفری عدد 'a' کے لیے $a^m \times a^n = a^{m+n}$ جہاں m اور n صحیح اعداد ہیں۔

یہ کیجیے

مختصر کیجیے اور ایک ہی قوت میں ظاہر کیجیے۔

(i) $2^{-3} \times 2^{-2}$ (ii) $7^{-2} \times 7^5$ (iii) $3^4 \times 3^{-5}$ (iv) $7^5 \times 7^{-4} \times 7^{-6}$

(v) $m^5 \times m^{-10}$ (vi) $(-5)^{-3} \times (-5)^{-4}$

اسی طرح سے ہم ذیل کے قوت نما کے قوانین کی جانچ کر سکتے ہیں جہاں a اور b غیر صفری صحیح اعداد ہیں اور m اور n صحیح اعداد ہیں۔

1. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

2. $(a^m)^n = a^{mn}$

3. $(a^m \times b^m) = (ab)^m$

ان قوانین کو ہم پچھلی جماعت میں صرف مثبت قوت نماؤں کے لیے پڑھ چکے ہیں۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

SCERT TELANGANA

4. $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

5. $a^0 = 1$

اگر $a^m = a^n$ تب کیا m اور n کے درمیان کوئی رشتہ ہوگا۔ جہاں 'a' ایک غیر صفری صحیح عدد ہے اور $a \neq 1, a \neq -1$ آیئے دیکھیں!

$a^m = a^n$ تب $\frac{a^m}{a^n} = 1$ (a^n سے دونوں جانب تقسیم کرنے پر)

$a^{m-n} = 1$. $a^{m-n} = a^0$

$\therefore m - n = 0$

$\therefore m = n$

تب کیا ہوگا

کیوں $a \neq 1$?
اگر $a = 1, m = 7$ اور $n = 6$
تب $1^7 = 1^6$
$\Rightarrow 7 = 6$
کیا یہ صحیح ہے؟
اس لئے $a \neq 1$
تب کیا ہوگا اگر $a = -1$

لہٰذا ہم یہ نتیجہ اخذ کرسکتے ہیں کہ اگر $a^m = b^n$ تب $m = n$ ہوگا۔

مثال 1: قدریں محسوب کیجیے۔ (i) 5^{-2} (ii) $\frac{1}{2^{-5}}$ (iii) $(-5)^2$

حل:

(i) $5^{-2} = \frac{1}{(5)^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$ (ہم جانتے ہیں $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$)

(ii) $\frac{1}{2^{-5}} = 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ (ہم جانتے ہیں $\frac{1}{a^{-m}} = a^m$)

$2^5 = 32$

(iii) $(-5)^2 = (-5)(-5) = 25$

مثال 2: حسب ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $(-5)^4 \times (-5)^{-6}$ (ii) $\frac{4^7}{4^4}$ (iii) $\left(\frac{3^5}{3^3}\right)^5 \times 3^{-6}$

حل:

(i) $(-5)^4 \times (-5)^{-6}$ (ہم جانتے ہیں کہ $a^m \times a^n = a^{m+n}$)

$= (-5)^{4+(-6)} = (-5)^{-2}$

$= \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{(-5) \times (-5)} = \frac{1}{25}$ (ہم جانتے ہیں کہ $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$)

(ii) $\frac{4^7}{4^4}$ (ہم جانتے ہیں کہ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$)

$= 4^{7-4} = 4^3 = 64$

SCERT TELANGANA

(iii) $\left(\frac{3^5}{3^3}\right)^5 \times 3^{-6}$

$= (3^{5-3})^5 \times 3^{-6}$ (ہم جانتے ہیں کہ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$)

$= (3^2)^5 \times 3^{-6}$ $(a^m)^n = a^{mn}$

$= 3^{10} \times 3^{-6} = 3^4 = 81$

مثال3: ذیل میں دیئے گئے ہر ایک کو مثبت قوت نما میں ظاہر کیجئے۔

(i) 4^{-7} (ii) $\frac{1}{(5)^{-4}}$ (iii) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$ (iv) $\frac{7^{-4}}{7^{-6}}$

حل:

(i) 4^{-7} (ہم جانتے ہیں کہ $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$)

$= \frac{1}{(4)^7}$

(ii) $\frac{1}{(5)^{-4}}$

$= 5^4$

(ہم جانتے ہیں $\frac{1}{a^{-m}} = a^m$)

(iii) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{4^{-3}}{7^{-3}}$

$= \frac{7^3}{4^3} = \left(\frac{7}{4}\right)^3$

$\left(a^{-m} = \frac{1}{a^m} \qquad a^m = \frac{1}{a^{-m}}\right)$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

(iv) $\frac{7^{-4}}{7^{-6}}$

$= 7^{-4-(-6)}$

$= 7^{-4+6} = 7^2$

مثال4: 27^{-4} کو 3 کے اساس پر قوت میں لکھئے

حل: 27 کو ہم $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ لکھ سکتے ہیں

اسلئے $(27)^{-4} = (3^3)^{-4}$

$= 3^{-12}$

ہم جانتے ہیں کہ $(a^m)^n = a^{mn}$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال5:   مختصر کیجیے

حل:

(i) $\left(\frac{1}{27}\right)\times 2^{-3}$ (ii) $4^4 \times 16^{-2} \times 4^0$

(i) $\left(\frac{1}{27}\right)\times 2^{-3}$

27 کو ہم $3\times 3\times 3 = 3^3$ لکھ سکتے ہیں

$$\left(\frac{1}{27}\right)\times 2^{-3} = \frac{1}{3^3}\times 2^{-3}$$

$$= \frac{1}{3^3}\times\frac{1}{2^3} \qquad \therefore \quad \frac{1}{a^m} = a^{-m}$$

$$= \frac{1}{(3\times 2)^3} \qquad \therefore \quad a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$= \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$$

(ii) $4^4 \times 16^{-2} \times 4^0$

$= 4^4 \times (4^2)^{-2} \times 4^0 \qquad (\because (a^m)^n = a^{mn})$

$= 4^4 \times 4^{-4} \times 4^0 \qquad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$

$= 4^{4-4+0} = 4^0 \qquad (\because a^0 = 1)$

$=1$

مثال6:   کیا آپ x کی قیمت کا اندازہ لگا سکتے ہیں جبکہ $2^x=1$

حل: جیسا کہ ہم بیان کر چکے ہیں $a^0=1$

عموماً $2^x = 1$

$2^x = 2^0$

$\Rightarrow x = 0$

مثال7: x کی قدر معلوم کیجیے اس طرح کہ

(i) $25 \times 5^x = 5^8$ (ii) $\frac{1}{49} \times 7^{2x} = 7^8$

(iii) $(3^6)^4 = 3^{12x}$ (iv) $(-2)^{x+1} \times (-2)^7 = (-2)^{12}$

SCERT TELANGANA

$25 \times 5^x = 5^8$ ہم جانتے ہیں کہ $25 = 5 \times 5 = 5^2$

$5^2 \times 5^x = 5^8$ لیکن $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$5^{2+x} = 5^8$ اگر $a^m = a^n \Rightarrow m = n$

$2 + x = 8$

$\therefore x = 6$

(ii) $\frac{1}{49} \times 7^{2x} = 7^8$

$\frac{1}{7^2} \times 7^{2x} = 7^8$ ہم جانتے ہیں $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$

$7^{-2} \times 7^{2x} = 7^8$

$7^{2x-2} = 7^8$

$2x - 2 = 8$

اساس مساوی ہیں اس لئے

$2x=8+2$

$2x = 10$

$x = \frac{10}{2} = 5$

$\therefore x = 5$

(iii) $(3^6)^4 = 3^{12x}$ $[\therefore (a^m)^n = a^{mn}]$

$3^{24} = 3^{12x}$ اساس مساوی ہیں اس لئے

$24 = 12x$

$x = \frac{24}{12} = 2$

(iv) $(-2)^{x+1} \times (-2)^7 = (-2)^{12}$

$(-2)^{x+1+7} = (-2)^{12}$

$(-2)^{x+8} = (-2)^{12}$

$x + 8 = 12$ اساس مساوی ہیں اس لئے

$x = 12 - 8 = 4$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال 8: مختصر کیجیے $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{25}{4}\right)^{-2}$

حل:

$$\frac{25}{4} = \frac{5\times 5}{2\times 2} = \frac{5^2}{2^2}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{25}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{5^2}{2^2}\right)^{-2}$$

$$\therefore (a^m)^n = a^{mn}$$

$$= \frac{5^3}{2^3} \times \frac{2^4}{5^4} = 5^{3-4} \times 2^{4-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$= 5^{-1} \times 2^1 = \frac{2}{5}$$

مثال 9: مختصر کیجیے $\left[\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\} \div \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]$

حل:

$$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \div \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]$$

ہم جانتے ہیں $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$$= \left[\left(\frac{1^{-3}}{3^{-3}} - \frac{1^{-3}}{2^{-3}}\right) \div \frac{1^{-2}}{5^{-2}}\right]$$

ہم جانتے ہیں $a^m = \frac{1}{a^{-m}}$ اور $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

$$= \left[\left(\frac{3^3}{1^3} - \frac{2^3}{1^3}\right) \div \frac{5^2}{1^2}\right] = \left(\frac{27}{1} - \frac{8}{1}\right) \div 25$$

$$= (27 - 8) \div 25 = \frac{19}{25}$$

مثال 10: اگر $x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ تب x^{-2} کی قدر معلوم کیجیے

حل:

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$$

ہم جانتے ہیں $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{2^{-4}}{3^{-4}}$$

SCERT TELANGANA

$$x = \frac{3^2}{2^2} \times \frac{3^4}{2^4} = \frac{3^{2+4}}{2^{2+4}} = \frac{3^6}{2^6} = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$x^{-2} = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6\right]^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-12} = \frac{3^{-12}}{2^{-12}} = \frac{2^{12}}{3^{12}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

مشق - 4.1

.1 مختصر کیجئے اور وجوہات بیان کیجئے۔

(i) 4^{-3} (ii) $(-2)^7$ (iii) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ (iv) $(-3)^{-4}$

.2 مختصر کیجئے اور واحد قوت نما میں ظاہر کیجئے

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6$ (ii) $(-2)^7 \times (-2)^3 \times (-2)^4$

(iii) $4^4 \times \left(\frac{5}{4}\right)^4$ (iv) $\left(\frac{5^{-4}}{5^{-6}}\right) \times 5^3$ (v) $(-3)^4 \times 7^4$

.3 مختصر کیجئے

(i) $2^2 \times \frac{3^2}{2^{-2}} \times 3^{-1}$ (ii) $(4^{-1} \times 3^{-1}) \div 6^{-1}$

.4 مختصر کیجئے اور وجوہات لکھئے

(i) $(4^0 + 5^{-1}) \times 5^2 \times \frac{1}{3}$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

(iii) $(2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1}) \times \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{3^{-2}}{3} \times (3^0 - 3^{-1})$

(v) $1 + 2^{-1} + 3^{-1} + 4^0$ (vi) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^2$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

5. مختصر کیجئے اور وجہ بتلایئے
(i) $\left[(3^2-2^2)\div\frac{1}{5}\right]^2$ (ii) $((5^2)^3\times 5^4)\div 5^6$

6. ہر ایک میں n کی قدر معلوم کیجئے

(i) $\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^5=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$

(ii) $(-3)^{n+1}\times(-3)^5=(-3)^{-4}$

(iii) $7^{2n+1}\div 49=7^3$

7. x کی قدر معلوم کیجئے جبکہ $2^{-3}=\frac{1}{2^x}$

8. مختصر کیجئے $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\div\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}\right]\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

9. اگر $m = 3$ اور $n = 2$ تب حسب ذیل کی قیمتیں دریافت کیجئے۔

(i) $9m^2-10n^3$ (ii) $2m^2n^2$ (iii) $2m^3+3n^2-5m^2n$ (iv) m^n-n^m

10. مختصر کیجئے اور وجہ بتلایئے $\left(\frac{4}{7}\right)^{-5}\times\left(\frac{7}{4}\right)^{-7}$

4.3 اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنے قوت نما کا اطلاق

پچھلی جماعت میں ہم بڑے اعداد کو کس طرح معیاری شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے ہم سیکھ چکے ہیں

مثال کے طور پر $300,000,000 = 3 \times 10^8$

آیئے اب ہم بہت چھوٹے اعداد کے اظہار کے لئے معیاری طریقہ استعمال کریں گے۔

کمپیوٹر چپ کے وتر پر غور کیجئے جو کہ 0.000003 میٹر ہے

$$0.000003\ m=\frac{3}{1000000}\ m$$

$$=\frac{3}{10^6}\ m$$

$$=3\times 10^{-6}\ m$$

اس لئے $0.000003 = 3\times 10^{-6}$ m

SCERT TELANGANA

اسی طرح ہم نباتی خلیہ کی جسامت پر غور کیجیے جو 0.00001275 میٹر ہے

$$0.00001275\text{m} = \frac{1275}{100000000}$$

$$= 1.275 \times \frac{10^3}{10^8}$$

$$= 1.275 \times 10^{-5}\text{ m}$$

یہ کیجئے

.1 اعداد کو معیاری شکل میں لکھئے اور اس بیان کو دوبارہ تحریر کیجئے۔

(i) سورج سے زمین کا فاصلہ 149,600,000,000 میٹر ہے۔

(ii) سورج کا اوسط نصف قطر 69,5000 کلومیٹر ہے۔

(iii) انسانی بال کی موٹائی 0.08mm تا 0.12mm سمر ہوتی ہے۔

(iv) ماونٹ ایورسٹ کی بلندی 8848 میٹر ہے۔

.2 ذیل کے اعداد کو معیاری شکل میں لکھئے۔

(i) 0.0000456 (ii) 0.000000529 (iii) 0.0000000085

(iv) 6020000000 (v) 35400000000 (vi) 0.000437×10^4

4.4 بہت بڑے اور بہت چھوٹے عدد کا تقابل

ہمیں معلوم ہے کہ سورج کا قطر 1400000000 میٹر اور زمین کا قطر 12750000 میٹر ہے اگر ہم کو یہ معلوم کرنا ہے کہ سورج زمین سے کتنا بڑا ہے۔ ہمیں سورج کے نصف قطر کو زمین کے نصف قطر سے تقسیم کرنا ہوگا۔

یعنی $\frac{1400000000}{12750000}$

یہ مشکل ہے لیکن اگر ہم ان قطروں کو معیاری طریقہ میں لکھیں گے تب بہ آسانی نتیجہ معلوم کر پائیں گے کہ سورج زمین کے مقابلے میں کتنا بڑا ہے۔

سورج کا قطر $= 1400000000m = 1.4 \times 10^9$ m

زمین کا قطر $= 12750000 = 1.275 \times 10^7$ m

اسلئے $\frac{\text{سورج کا قطر}}{\text{زمین کا قطر}} = \frac{1.4\times10^2\times10^7}{1.275\times10^7}$

$$= \frac{1.4\times10^2}{1.275}$$

$= 10^2 = 100$ (اندازاً)

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

اس طرح سورج کا قطر زمین کے قطر سے تقریباً 100 گنا زیادہ بڑا ہے۔ یعنی سورج زمین سے 100 گنا بڑا ہے۔

اب ایک اور مثال پر غور کریں

اگر زمین کی کیمت 5.97×10^{24} کلوگرام اور چاند کی کیمت 7.35×10^{22} کلوگرام ہو تب ان دونوں کی مجموعی کیمت کیا ہے؟

زمین کی کیمت $= 5.97 \times 10^{24}$ kg

چاند کی کیمت $= 7.35 \times 10^{22}$ kg

مجموعی کیمت $= 5.97 \times 10^{24}\,Kg + 7.35 \times 10^{22}\,kg$

$= (5.97 \times 10^{2} \times 10^{22}\,Kg) + 7.35 \times 10^{22}\,kg$

$= (5.97 \times 10^{2} + 7.35) \times 10^{22}\,kg$

$= (597 + 7.35) \times 10^{22}\,kg$

$= 604.35 \times 10^{22}\,kg$

$= 6.0435 \times 10^{24}\,kg$

جب ہمیں اعداد کو معیاری اشکال میں جمع کرنا ہو تو ہمیں ان کو مشابہہ قوت نما میں تحویل کرنا ہوگا

مثال 11 : ذیل میں دیئے گئے اعداد کو عام شکل میں ظاہر کیجئے۔

(i) 4.67×10^{4} (ii) 1.0001×10^{9} (iii) 3.02×10^{-6}

حل:

(i) $4.67 \times 10^{4} = 4.67 \times 10000 = 46700$

(ii) $1.0001 \times 10^{9} = 1.0001 \times 1000000000 = 1000100000$

(iii) $3.02 \times 10^{-6} = 3.02/10^{6} = 3.02/1000000 = 0.00000302$

مشق - 4.2

1. ذیل کے اعداد کو معیاری شکل میں لکھئے

(i) 0.000000000947 (ii) 543000000000

(iii) 48300000 (iv) 0.00009298 (v) 0.0000529

2. دیے گئے اعداد کو عام شکل میں ظاہر کیجئے۔

(i) 4.37×10^{5} (ii) 5.8×10^{7} (iii) 32.5×10^{-4} (iv) 3.71529×10^{7}

(v) 3789×10^{-5} (vi) 24.36×10^{-3}

3. ذیل کے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجئے۔

(i) بیکٹیریا کی جسامت 0.0000004 میٹر ہے۔

(ii) خون کے سرخ خلیے 0.000007 ملی میٹر ہے۔

SCERT TELANGANA

(iii) روشنی کی رفتار 300000000 میٹر فی سکنڈ ہے۔

(iv) چاند کے اور زمین کے درمیان کا فاصلہ 384467000 میٹر ہے۔

(v) الکٹران کا برقی بار 0.000000000000000000016 کولمب ہے۔

(vi) پیپر کی موٹائی 0.0016 سمر ہے۔

(vii) کمپیوٹر چپ کے تار کا قطر 0.000005 سمر ہے۔

4. ایک گٹھے میں 5 کتابیں ہیں جس میں ہر ایک کی موٹائی 20 ملی میٹر اور 5 پیپر شیٹ ہیں جن میں سے ہر ایک کی موٹائی 0.016 ملی میٹر ہے اس گٹھے کی جملہ موٹائی معلوم کیجئے۔

5. رحیم نے قوت نما کے چند سوالات کو اس طرح حل کیا، کیا آپ اس کے حل کرنے کے طریقہ سے مطمئن ہیں؟ اگر نہیں تو کیوں؟ اپنی دلیل کی وضاحت کیجئے۔

(i) $x^{-3} \times x^{-2} = x^{-6}$ (ii) $\frac{x^3}{x^2} = x^4$ (iii) $(x^2)^3 = x^{2^3} = x^8$

(iv) $x^{-2} = \sqrt{x}$ (v) $3x^{-1} = \frac{1}{3x}$

منصوبہ کام

1. اپنی ہائی اسکول کی جماعتوں کی کتابیں دیکھئے اور کوئی 5 سائنسی تحقیقات کو جن میں بہت چھوٹے اعداد موجود ہوں۔ منفی قوت میں ظاہر کیجئے۔

ہم نے کیا سیکھا

1. اعداد جنہیں منفی قوت نما میں ظاہر کرتے ہیں ذیل کے اصول کے مطابق ہیں

(a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (b) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ (c) $(a^m)^n = a^{mn}$

(c) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (d) $a^0 = 1$ (e) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

2. بہت ہی چھوٹے اعداد کو منفی قوت نما میں ظاہر کرتے ہیں۔

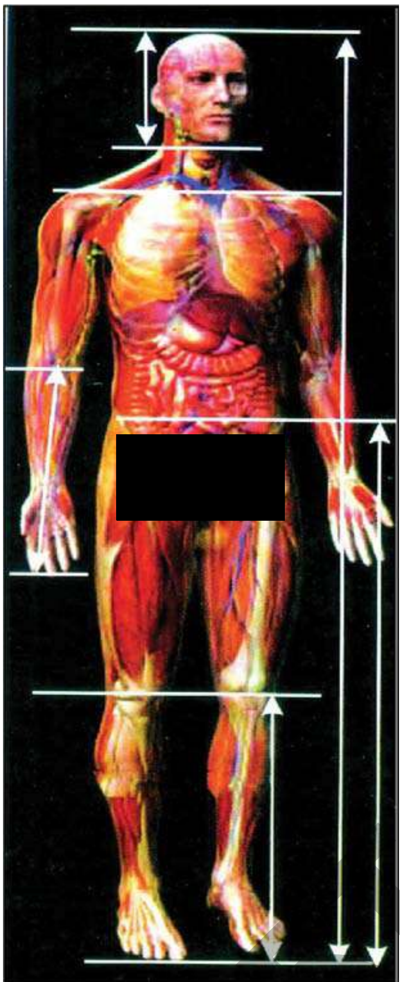
3. بہت بڑے اور چھوٹے عدد کا تقابل کر سکتے ہیں۔

4. عام غلطیوں کی نشاندہی کی جاسکتی ہے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

5 مقداروں کا تقابل تناسب کے ذریعہ
(Comparing Quantities using Proportion)



انسان کے جسم میں سنہری نسبت

انسان بھی سنہری نسبت سے عاری نہیں۔ بلکہ ہمارا جسم اس تناسب کی بہترین مثال ہے۔ذیل کے نکات پر غور کیجیے۔

☆ قد : نقطہ حلق اور تلووں کے درمیان کا فاصلہ

☆ کندھے کی لمبائی : سر کی لمبائی

☆ انگلی کے آخری سرے اور کہنی کے درمیان کی لمبائی : کلائی اور کہنی کے درمیان کی لمبائی

☆ نقطہ حلق اور گھٹنے کے درمیان کی لمبائی : گھٹنے اور تلووں کے درمیان کی لمبائی

یہ تمام 1.615:1 کی سنہری نسبت میں ہوتے ہیں۔

5.1 تعارف

روزمرہ زندگی میں ہمیں مختلف مقداروں کا ایک دوسرے سے تقابل کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ہم سیکھ چکے ہیں کہ مقداروں کے تقابل کے لئے نسبت اور فی صد استعمال کئے جاتے ہیں۔ آیئے اس موضوع پر ایک مثال پر غور کریں۔

جماعت میں نگران کار طالب علم کے انتخاب کے لئے ووٹنگ کی گئی۔ اس جماعت میں 40 طلبا پڑھتے ہیں۔ انور کو 24 ووٹ حاصل ہوئے اور وہ نگران جماعت منتخب ہوا اور صابر کو دوسرا مقام ملا۔ اسے 16 ووٹ حاصل ہوئے۔ ان کے ووٹوں کی نسبت 24:16 ہے۔مختصر کرنے کے بعد نسبت کیا ہوگی؟ یہ نسبت 3:2 ہوگی۔

معکوس طریقہ سے دیکھا گیا تو صابر اور انور کے ووٹوں کی نسبت 2:3 ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ نسبت کیا ہوتی ہے۔

دو مقداروں کا ترتیب وار تقابل ہی نسبت ہے۔

یہ کوشش کیجیے

(1 اپنی سائیکل کے گیئرس کی نسبت معلوم کیجئے۔

پیڈل وہیل کے دانتوں کی تعداد کی گنتی کیجئے اور اسی طرح اسپراکٹ وہیل کے دانتوں کو بھی گنئے۔

چین وہیل کے دانتوں کی تعداد : اسپراکٹ وہیل کے دانتوں کی تعداد

اسے گیئرس کی نسبت کہتے ہیں۔ بتایئے تو بھلا چین وہیل کے ہر ایک چکر پر اسپراکٹ وہیل کتنے چکر کاٹتا ہے۔

(2 پانچ مختلف واقعات کے لیے ان کے مابین فیصدی تعلق کے اظہار کے لیے اخبار کے تراشے جمع کیجئے۔

SCERT, TELANGANA

مرکب نسبت

بعض دفعہ ہمیں کوئی دونسبتوں کو ایک ہی نسبت کے طور پر لکھنا پڑتا ہے۔کیوں؟اس بات کو سمجھنے کے لیے آئیے ایک مثال پر غور کریں۔

علیم اور مقبول نے بالترتیب 2000 روپئے اور 3000 روپئے کے سرمایہ سے کاروبار شروع کیا۔سال کے ختم پر وہ دونوں اپنے منافع کو کس نسبت میں تقسیم کریں گے۔

سرمایہ کی نسبت = 2000:3000

= 2:3

پورے سال میں ان کے سرمایہ کو ذیل کے جدول میں دکھایا گیا ہے۔

مہینہ	جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون	جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جملہ حصص
علیم کا حصص	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	24
مقبول کا حصص	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	36

ان کے حصص کی نسبت = 24 : 36

= 2 : 3 اور سرمایہ کے مدت کی نسبت = 1 : 1

آپ نے کیا دیکھا؟اگر سرمایہ کی مدت مساوی ہو تو سرمایہ کی نسبت حصص کی نسبت کے مساوی ہوگی۔لہٰذا حصہ دار اپنا نفع اپنے حصص کی نسبت میں تقسیم کرلیں گے۔

ان کا نفع 3 : 2 کی نسبت میں ہوگا۔

اوپر کی مثال میں

صورت 1: فرض کیجئے کہ دونوں نے ایک ہی سرمایہ 5000 روپئے سے کاروبار شروع کیا۔رامیا نے 12 مہینوں کے لیے تجارت کی جبکہ ساجد نے 9 مہینوں تک اس کا ساتھ دیا۔بتاؤ کہ وہ دونوں اپنا نفع کس طرح تقسیم کریں گے؟ کیا آپ یہ کہیں گے کہ چونکہ انہوں نے ایک ہی سرمایہ سے تجارت شروع کی تھی اس لیے سال کے ختم پر وہ اپنا منافع بھی مساوی طور پر تقسیم کرلیں گے؟

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

ان کے سرمایوں کی نسبت = 1:1 = 5000:5000

مہینہ	جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون	جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جملہ حصہ
علیم	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	12
مقبول	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	-	-	-	9

ان کے حصص کی نسبت = 12:9

= 4:3

ان کا سرمایہ تو مساوی ہے لہذا وہ اپنے سرمایوں کی نسبت میں نفع تقسیم کرلیں گے۔ یعنی مدت کی نسبت

صورت 2: فرض کیجئے کہ رامیا نے 2000 روپے 12 مہینوں کے لیے لگائے جبکہ ساجد نے 3000 روپے کا سرمایہ 9 مہینوں کے لیے رکھا۔ کس نسبت میں وہ دونوں سالانہ منافع تقسیم کریں گے؟ سرمایوں کی نسبت ہوگی یا مدت کی نسبت؟ رامیا نے کم رقم مشغول کی لیکن زیادہ مدت کے لیے کی جبکہ ساجد نے زیادہ رقم کم مدت کے لیے مشغول کی۔ یہاں پر ہمیں سرمایہ اور سرمایہ کی مدت دونوں ہی کو اہمیت دینی ہوگی۔ لیکن وہ کیسے؟

سرمایہ کی نسبت = 2000 : 3000 = 2:3

مدت کی نسبت = 12:9 = 4:3

مہینہ	جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون	جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جملہ حصہ
علیم	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	24
مقبول	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	-	-	-	27

حصص کی نسبت = 24 : 27 = 8:9

(2 x 12) : (3 x 9) = 8 : 9 (اوپر کے جدول پر غور کیجئے)

سرمایہ کی نسبت 2:3 ہے اور مدت کی نسبت 3 : 4 ہے۔ لہذا ان کے حصص کی نسبت 9 : 8 = (3 x 9) : (2 x 12)۔ لہذا یہ دونوں اپنا سالانہ نفع 9 : 8 کی نسبت میں تقسیم کرلیں گے۔ کیا آپ کو سرمایوں کی نسبت، وقت کی نسبت اور حصص کی نسبت میں کوئی تعلق نظر آتا ہے؟

SCERT TELANGANA

حصص کی نسبت کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔ $9 : 8 =$ $2 : 3 \;::\; 4 : 3$

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

دو سادہ نسبتوں کو ایک واحد نسبت کی شکل میں مقدم کے حاصل ضرب اور تالی کے حاصل ضرب کی نسبت کی حیثیت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ایسی نسبت کو ہم دی ہوئی دو سادہ نسبتوں کی مرکب نسبت کہتے ہیں یعنی کسور کی نسبتیں جن کی وہ نمائندگی کرتی ہیں، آپس میں ضرب دیتے ہوئے نسبتوں کو مرکب شکل دی جاتی ہے۔

$a : b$ اور $c : d$ دو نسبتیں ہیں تب ان دونوں کی مرکب نسبت $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ ہوگی یعنی $ac : bd$

کوشش کیجیے

(1 حسب ذیل کی مرکب نسبتیں معلوم کیجیے۔

(a) 3 : 4 اور 2 : 3   (b) 4 : 5 اور 4 : 5   (c) 5 : 7 اور 2 : 9

(2 روزمرہ زندگی میں مرکب نسبت کی مثالیں دیجیے۔

فیصدی:

ذیل کی مثال پر غور کیجیے۔

M.K نگر کے ہائی اسکول کے طلبا نے چیاریٹی شو کے لیے ٹکٹس فروخت کرنے کا فیصلہ کیا۔آٹھویں جماعت کے طلبا کو 300 ٹکٹس فروخت کرنے ہیں اور ساتویں جماعت کے طلبا کو 250 ٹکٹس فروخت کے لیے دیئے گئے۔شو سے ایک گھنٹہ قبل آٹھویں جماعت کے طلبا نے 225 اور ساتویں جماعت کے طلبا نے 200 ٹکٹس فروخت کیے۔

ان میں سے کونسی جماعت کے طلبا اپنے نشانہ سے قریب تر پائے گئے۔

یہ جاننے کے لیے کہ کس گروپ نے اپنے نشانہ سے قریب ٹکٹ فروخت کیے۔آپ کو ٹکٹوں کی نسبت پر غور کرنا پڑے گا جو کہ 225:300 اور 200:250 ہوگی۔آٹھویں جماعت کے لیے نسبت 3:4 جبکہ ساتویں جماعت کے طلبا کے لیے نسبت 4:5 ہوگی۔کیا آپ تقابل کر کے بتا سکتے ہیں؟ ان مقداروں کے درمیان بامعنی تقابل مشکل ہے۔لہٰذا راست طور پر کہا نہیں جا سکتا۔دونوں گروپوں کے لیے ہمیں یکساں نسبت کی ضرورت ہے تا کہ تقابل کیا جا سکے۔

مقداروں کے تقابل کا ایک طریقہ یہ ہے کہ انہیں فیصدی میں تحریر کیا جائے۔

فیصدی (%) وہ طریقہ ہے جو فی 100 سے تعلق ظاہر کرتا ہے۔لفظ فیصد کا مطلب ہر ایک سو کے لیے۔ $100\% = \frac{100}{100}$ ۔یہ دراصل ایک کسر بھی ہے جس کا نسب نما 100 ہے۔

آٹھویں کے طلبا کے فروخت شدہ ٹکٹوں کا فیصد = $\frac{3}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{75}{100} = 75\%$

ساتویں کے طلبا کے فروخت شدہ ٹکٹوں کا فیصد = $\frac{4}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{80}{100} = 80\%$

ان امور پر غور کرنے سے کہا جائے گا کہ ساتویں کے طلبا ٹکٹ فروخت کرنے سے زیادہ قریب ہیں۔

فیصدی دراصل 100 کے حصوں کی تعداد کو کہتے ہیں۔لہٰذا کسر میں نسب نما 100 ہونا چاہئے جس کے لیے ہم شمار کنندے اور نسب نما دونوں ہی کو 100 سے ضرب دیتے ہیں۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

فیصدی کوہم عام پیمانہ کے طور پر استعمال کر سکتے ہیں۔

تعارفی حصہ میں ہم نے انور اور صابر کے حاصل شدہ ووٹوں کا تقابل نسبت کے ذریعہ کیا تھا۔اسی طرح فیصدی کے ذریعہ بھی تقابل کیا جاسکتا ہے۔

انور نے 40 کے مجملہ 24 ووٹ حاصل کئے تھے یا مختصراً ہر 5 ووٹوں میں 3 حاصل کئے۔ لہٰذا اس کے ووٹوں کا فیصد $\frac{3}{5}\times 100\% = 60\%$	اکائی کا طریقہ 40 ووٹوں میں سے انور کو 24 ووٹ ملے۔لہٰذا 100 کے مجملہ انور کے حاصل شدہ ووٹس= $\frac{24}{40}\times 100 = 60$ یعنی 100 ووٹوں میں سے اسے 60 ملے۔ فیصدی میں اسے 60% کہیں گے۔

چونکہ تمام ہی طلبا نے ووٹنگ میں حصہ لیا۔

انور کے فیصدی ووٹ + صابر کے فیصدی ووٹ = 100%

60%+صابر کے ووٹ = 100%

اس طرح صابر کے حاصل شدہ ووٹس = 100%-60%

= 40%

5.2: گھٹتا ہوا اور بڑھتا ہوا فیصد

حسب ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

☆ جماعت کے طلبا میں 10 فیصدی کا اضافہ

☆ مکانات کی قیمت میں 12 فیصد کی کمی

☆ 2020ء تک کاربن ڈائی آکسائیڈ کے اخراج میں 25% کمی ہونی چاہیے۔

مقداروں میں تبدیلی کو عام طور پر اصل مقدار کے فیصد میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

ہمارے ہاں دو مختلف طریقے ہیں جو کہ فیصد میں اضافہ و کمی کے مسائل حل کرنے کے لیے استعمال کئے جاتے ہیں۔اس امر کو سمجھنے کے لیے ذیل کی مثالوں پر غور کیجیے۔

(1) ایک سیلس منیجر نے اپنی ٹیم کے ارکان سے کہا کہ وہ گذشتہ ماہ کے مقابلہ میں فروخت میں 35% اضافہ کرے۔اگر گذشتہ ماہ کی فروخت 98,700 روپے ہو تو بتاؤ کہ سیلس کا نشانہ کیا مقرر کیا گیا ہے؟

گذشتہ ماہ سیلس= 98,700 روپے 98,700 روپیوں کا 35%= $\frac{35}{100}\times 98700$ = 34545 جاریہ ماہ کے سیلس کا نشانہ=98,7000+34545 روپے =1,33,245	اکائی کا طریقہ 35% اضافہ کا مطلب 100 روپے 135 روپے ہو جائیں گے۔بتاؤ کہ 98,700 روپیوں میں کتنا اضافہ ہوگا۔ اضافہ شدہ سیلس = $\frac{135}{100}\times 98700$ =1,33,245

قیمت میں فیصدی کمی کا مطلب اصل قیمت سے کمی کو تفریق کرنا ہوتا ہے۔اس بات کو سمجھنے کے لیے آیئے ایک مثال پر غور کریں۔

SCERT TELANGANA

(2) جوتوں کی جوڑی کی قیمت 550 روپے ہے۔ یہ جوڑ 10% کمی پر فروخت کرنا ہے۔ بتاؤ کہ نئی قیمت کیا ہوگی۔

مقررہ قیمت $= ₹\ 550.$

کمی $= 10\%$ of $₹\ 550$

$= \frac{10}{100} \times 550 = ₹\ 55.$

نئی قیمت فروخت = مقررہ قیمت - کمی

$= ₹\ 550 - ₹\ 55 = ₹\ 495.$

سوچئے ، بحث کیجئے اور لکھئے

1) کسی عدد کا دوگنا اس عدد میں 100 فیصد اضافہ ہوتا ہے۔ اگر ہم عدد کا نصف لیں تو فیصدی میں کتنا کم ہوگا؟

2) 2000 روپے، 2400 روپے سے کتنا فیصد کم ہے؟ کیا یہ فیصدی کمی 2400 روپے کے لیے 2000 روپے سے زائد فیصد کے مساوی ہوگی؟

مشق - 5.1

1) حسب ذیل کی نسبت معلوم کیجئے۔

(i) اسمیتا اپنے دفتر میں 6 گھنٹے کام کرتی ہے جبکہ کاجل 8 گھنٹے کام کرتی ہے۔ ان کے کام کرنے کے گھنٹوں کی نسبت کیا ہوگی؟

(ii) ایک برتن میں 8 لیٹر دودھ رکھا گیا ہے جبکہ دوسرے برتن میں 750 ملی لیٹر دودھ ہے۔ دونوں برتنوں میں دودھ کی نسبت محسوب کرو؟

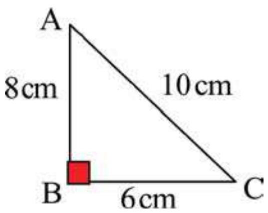
(iii) ایک سائیکل راں کی رفتار 15km/h ہے جبکہ ایک اسکوٹر راں 30km/h کی رفتار سے گذر رہا ہے۔ رفتاروں کی نسبت کیا ہوگی؟

2) اگر 5:8 اور 3:7 کی مرکب نسبت 45:x ہے تب x کی قیمت کیا ہوگی۔

3) اگر 7:5 اور 8:x کی مرکب نسبت 84:60 ہے۔ x کی قدر کیا ہوگی۔

4) اگر 3:4 کی مرکب نسبت اور 4:5 کی معکوس نسبت 45:x ہے۔ تب x محسوب کرو۔

5) ایک پرائمری اسکول میں 60 طلبا کے لیے 3 ٹیچرس ہیں۔ اگر مدرسہ میں کل 400 طلبا شریک ہیں تو کتنے ٹیچرس کی ضرورت ہوگی؟



6) دی ہوئی شکل میں مثلث ABC دکھایا گیا ہے۔ اس کے ضلعوں کے جوڑ بناتے ہوئے ان میں تمام ممکنہ نسبتوں کو ظاہر کیجئے۔ (اشارہ: AB:BC=8:6)

SCERT TELANGANA

(7 24 کے مجملہ 9 طلبا نے ایک امتحان میں 75 فیصد نشانات حاصل کئے۔ 75 فیصد سے کم نشانات اور 75 فیصد سے زیادہ نشانات حاصل کرنے والے طلبا کی نسبت معلوم کرو۔

(8 لفظ MISSISSIPPI میں حرف علت اور حرف صحیح کی تعداد کی نسبت اقل ترین اعداد میں ظاہر کرو۔

(9 راجندر اور رحمٰن تجارت کرتے ہیں۔ ہر ماہ رحمٰن کو 25 فیصد نفع ملتا ہے۔ اس نے کسی ایک مہینہ میں 2080 روپے حاصل کیئے تو بتاؤ کہ اس ماہ جملہ نفع کتنا حاصل ہوا۔

(10 ایک مثلث ABC میں سمر AB=2.2 ، سمر BC=1.5 اور سمر AC=2.3 جبکہ مثلث XYZ میں 4.4 سمر XY= ، سمر YZ=3 اور سمر ZX=4.6 تو AB:XY ، BC:YZ ، AC:XY محسوب کیجئے۔ کیا ان مثلثات کے متناظر یا نظیری ضلعوں کے طول تناسب میں ہیں؟
(اشارہ: دو مثلثات کو اس وقت تناسب ہیں میں کہا جائے گا جبکہ ان کے متناظر یا نظیری ضلعے ایک ہی نسبت میں پائے جاتے ہوں۔)

(11 مادھوری خریدی کے لیے سوپر مارکٹ گئی۔ بعض اشیا کی قیمتوں کی تبدیلی ذیل میں دی گئی ہے۔ چاول کی قیمت 5% کم اور میووں کی قیمت بھی 8% کم کردی گئی جبکہ روغن اور دالوں کی قیمت میں 10% کا اضافہ ہوا۔ نئی قیمتیں محسوب کرنے میں مادھوری کی مدد کیجئے۔

شئے	اصل قیمت فی کلوگرام	تبدیل شدہ قیمت
چاول	` 30	
جام	` 100	
سیب	` 280	
تیل	` 120	
دال	` 80	

(12 گذشتہ سال ایک سماجی کلب میں 2075 ارکان شامل ہوئے۔ اس سال ارکان کی تعداد میں 4% کمی ہوئی۔
(a ارکان میں کمی کتنی ہوئی۔ (b اس سال کتنے ارکان شامل ہوئے۔

(13 گذشتہ سال ایک کسان کو کپاس کی فصل سے 1720 کپاس کے تھیلے حاصل ہوئے۔ اس مرتبہ اسے فصل میں 20% زائد کی امید ہے۔ بتایئے کہ اس سال اسے کپاس کے کتنے تھیلے حاصل ہوں گے۔

(14 P، Q نقاط، خطی قطعہ $\overline{AB}$ کے وسطی نقاط کے ایک ہی جانب کے نقاط ہیں اگ نقطہ P، $\overline{AB}$ کو 2:3 اور نقطہ Q، $\overline{AB}$ کو 3:4 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے تب خطی خطہ AB کا طول معلوم کیجیے۔

5.3: ڈسکاؤنٹ کا تخمینہ

بڑی دکانوں اور سوپر مارکٹس میں اشیا کے ساتھ ان کی پرائس ٹیگ (price tags) ہوتی ہیں۔ کیا آپ جانتے ہیں کہ اس قیمت کو کیا کہا جاتا ہے؟ اسے شے کی اشتہاری قیمت کہتے ہیں۔ یہ قیمتیں فیکٹری کی مقررہ قیمتوں کے مطابق درج کی جاتی ہیں۔ مختلف اشیا کی قیمتوں کو ایک فہرست میں لکھا جاتا ہے۔

SCERT TELANGANA

روی نے ایک دکان پر کتاب خریدنی چاہی۔ کتاب پر 80 روپے قیمت درج تھی۔ دکاندار نے 15% کم کرتے ہوئے اسے فروخت کیا۔ بتاؤ کہ روی نے کتاب کی خریدی کے لیے کتنی رقم ادا کی۔

روزمرہ زندگی میں ہمیں ایسے کئی مواقعوں سے سابقہ پڑتا ہے جہاں بعض چیزوں پر کٹوتی یا ڈسکاؤنٹ دیا جاتا ہے۔

قیمت میں ڈسکاؤنٹ کو Rebate بھی کہتے ہیں۔ یہ کمی اشتہاری قیمت پر بھی دی جاتی ہے۔

اوپر کی مثال میں روی کو 15% ڈسکاؤنٹ دیا گیا جبکہ اشتہاری قیمت 80 روپے تھی۔

لہٰذا ڈسکاؤنٹ = روپے $\frac{15}{100} \times 80 = 12$ لہٰذا روی کو ` 68 = ` 12 - ` 80 ادا کرنے ہوں گے۔

آئیے چند اور مثالوں کا مطالعہ کریں۔

مثال 1: ایک سائیکل کی اشتہاری قیمت ` 3600 جبکہ قیمت فروخت ` 3312 ہے۔

ڈسکاؤنٹ اور ڈسکاؤنٹ فیصد محسوب کیجیے۔

حل: ڈسکاؤنٹ = اشتہاری قیمت - قیمت فروخت

3600 - 3312 = ` 288

ڈسکاؤنٹ چونکہ اشتہاری قیمت پر محسوب کیا جاتا ہے۔ ڈسکاؤنٹ فیصد معلوم کرنے کے لیے ہمیں اسی قیمت کو بنیاد بنانا پڑتا ہے۔

3600 روپے کی اشتہاری قیمت پر ڈسکاؤنٹ 288 روپے

اشتہاری قیمت اگر 100 روپے ہو تو ڈسکاؤنٹ کتنا ہوگا؟

ڈسکاؤنٹ فیصد = $\frac{288}{3600} \times 100 = 8\%$

ڈسکاؤنٹ فیصد دینے پر ہم ڈسکاؤنٹ محسوب کر سکتے ہیں۔

مثال 2: ایک سیلنگ فین کی اشتہاری قیمت 1600 روپے بتائی گئی۔ دکاندار نے 6% ڈسکاؤنٹ کا پیش کش کیا۔ قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

حل: راجو نے اس طرح حل کیا

ڈسکاؤنٹ = 6% ' 1600 روپے کا

$= \frac{6}{100} \times 1600 = 96$

قیمت فروخت = اشتہاری قیمت - ڈسکاؤنٹ

= ` 1600 - ` 96

` 1504

لتا نے مختلف انداز سے حل کیا

6% کی کمی کا مطلب

100 ` میں کمی کرتے ہوئے 94 ` کر دیئے گئے

لہٰذا 1600 میں کتنی کمی ہوگی

قیمت فروخت = $\frac{94}{100} \times 1600$

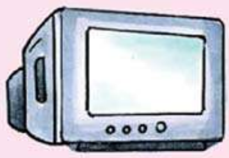
` 1504

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

یہ کیجئے

1. ذیل میں ہر ایک کے لئے قیمت فروخت معلوم کیجئے۔

شئے	اشتہاری قیمت روپیوں میں	ڈسکاؤنٹ	قیمت فروخت روپیوں میں
	450	7%	
	560	9%	
	250	5%	
	15000	15%	

مثال:3 آمنہ ڈریس خریدنے کے لیے ایک دکان گئی۔اس نے ڈریس کی اشتہاری قیمت 1000 روپے دیکھی۔دکاندار نے پہلے تو 20% اور پھر مزید 5% فیصد ڈسکاؤنٹ دیا۔واحد ڈسکاؤنٹ معلوم کیجئے جو دونوں ڈسکاؤنٹ کے مساوی ہو۔

حل: اشتہاری قیمت = 1000 روپے

ڈسکاؤنٹ فیصد = 20%

پہلا ڈسکاؤنٹ = 1000 روپے کا 20% فیصد $\frac{20}{100}\times 1000 = ₹\ 200$

پہلے ڈسکاؤنٹ کے بعد قیمت = ₹ 1000 - ₹ 200

= ₹ 800

دوسرے دفعہ کا ڈسکاؤنٹ = 5%

= 800 روپے پر 5%

= $\frac{5}{100}\times 800 = ₹\ 40$

دوسرے ڈسکاؤنٹ کے بعد قیمت = ₹ 800 - ₹ 40 = ₹ 760

اصل قیمت فروخت = ₹ 760

> 20% ڈسکاؤنٹ کا مطلب 100 روپے 80 روپے کر دیئے گئے۔
> 5% ڈسکاؤنٹ کا مطلب 100 روپے 95 روپے کر دیئے گئے۔
> اصل قیمت فروخت
> $1000\times\frac{80}{100}\times\frac{95}{100}$
> = 760 روپے

SCERT TELANGANA

دیئے گئے دو ڈسکاؤنٹس کے لیے واحد ڈسکاؤنٹ = 1000` - 760 ` = 240 `

1000 ` کے لیے ڈسکاؤنٹ کی رقم 240 ` ہے۔

ایک ہی وقت میں دیئے جانے والے ڈسکاؤنٹ کا فیصد = $\frac{240}{1000} \times 100 = 24\%$

آپ نے کیا دیکھا؟ کیا ایک ہی وقت میں دیا جانے والا فیصد دو علیحدہ ڈسکاؤنٹ فیصد کے مساوی ہے؟

سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

خدیجہ نے ایک دکان سے ڈریس خریدنا چاہا۔ اشتہاری قیمت 2500 ` بتائی گئی۔ دکاندار نے 5% ڈسکاؤنٹ دیا۔ ڈسکاؤنٹ کے مزید مطالبہ پر اس نے مزید 3% ڈسکاؤنٹ دیا۔ خدیجہ کو جملہ کتنا ڈسکاؤنٹ دیا گیا۔ کیا جملہ ڈسکاؤنٹ واحد ڈسکاؤنٹ 8% کے مساوی ہوگا۔ غور کیجئے اور اپنے ساتھیوں سے خیالات ظاہر کرتے ہوئے نوٹ بک میں درج کیجئے۔

5.4: فیصدی میں تخمینہ

دکان پر آپ کی بل 477.80 ` بنائی گئی۔ دکاندار نے 15% کا ڈسکاؤنٹ دیا۔ آپ ادا شدنی بل کا تخمینہ کیسے کریں گے۔

بل کو قریب ترین دہائی کے حصے میں تصور کیجئے۔ 477.80 `` 480 ` تصور کیئے جائیں۔ اس کے بعد 10% رقم محسوب کیجئے۔ یہ عدد 48 ` آتا ہے۔ اس کا نصف کردیجئے جو کہ 24 ` ہوتا ہے۔ لہٰذا ڈسکاؤنٹ کی رقم 48 ` +24 ` =72 ` ہوگی۔ ادا شدنی رقم تقریباً 410 ` ہوگی۔

کوشش کیجئے
(i) 357.30 کے 20% کا تخمینہ کیجئے۔ (ii) 375.50 ` کے 15% کا تخمینہ کیجئے۔

5.5: نفع اور نقصان

خرید و فروخت سے متعلق قیمتیں (نفع اور نقصان)

حسب ذیل پر غور کیجئے۔

☆ سیتا نے ایک کرسی 750 ` میں خریدی اور اسے 900 ` میں فروخت کیا۔

☆ میری نے گذشتہ سال 10 گرام سونا 25 ہزار روپے میں خریدا اور اسی سال اسے 30 ہزار روپے میں فروخت کیا۔

☆ رحیم نے 1600 ` میں ایک سائیکل خریدی اور اگلے سال اسے 1400 ` میں فروخت کیا۔

☆ انیتا نے ایک کار 4.8 لاکھ روپے میں خرید کر دو سال بعد اسے 4.1 لاکھ روپے میں فروخت کیا۔

☆ ہری نے ایک مکان 9 لاکھ روپے میں خریدا اور اس کی مرمت پر ایک لاکھ روپے اور خرچ کئے۔ بعد ازاں اس نے مکان کو 10.7 لاکھ روپے میں فروخت کیا۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

ابتدائی چار مثالوں میں نفع یا نقصان، قیمت خرید اور قیمت فروخت سے محسوب کیا جائے گا۔

لیکن آخری مثال میں ہری کو کتنا فائدہ پہنچا؟ کیا اسے 1.7 لاکھ روپے کا نفع ہوا؟ نہیں۔ اسے فروخت کرنے سے پہلے ہری نے مکان پر مزید رقم خرچ کی۔ ایسے مصارف کو ہم کیا کہیں گے۔

بعض مرتبہ دکاندار کو سامان کے حمل و نقل، دیگر اخراجات، مزدوری، مرمت، کمیشن، گودام کے کرایہ وغیرہ جیسے زائد اخراجات ادا کرنے پڑتے ہیں۔ ان اخراجات کو متفرق اخراجات (Overhead expences) کہا جاتا ہے۔ ان اخراجات کو اصل قیمت میں شامل کرنا ضروری ہے۔ نفع یا نقصان اسی قیمت پر محسوب کیا جائے گا۔

سوچئیے، بحث کیجئیے اور لکھئیے

اگر قیمت خرید، قیمت فروخت کے مساوی ہو تو کیا کہا جائے گا؟ کیا روزمرہ کی زندگی میں ہمیں ایسے حالات کا سامنا ہوتا ہے؟ ایسے موقعوں پر نفع فیصد یا نقصان فیصد معلوم کرنا آسان ہوگا لیکن انہیں فیصدی میں ظاہر کرنا زیادہ سودمند ہوتا ہے۔ نفع فیصد، قیمت خرید کے اضافہ شدہ فیصد کی ایک مثال ہے جبکہ نقصان قیمت خرید میں کمی کے فیصد کو ظاہر کرتا ہے۔ آئیے بعض مثالوں پر غور کریں۔

مثال:4 رادھیکا استعمال شدہ سامان کی خرید و فروخت کرتی ہے۔ اس نے استعمال شدہ ایک ریفریجریٹر 5000 ₹ میں خریدا اور ٹرانسپورٹ پر 100 ₹ کے علاوہ مرمت پر 500 ₹ خرچ ہوئے۔ اس نے اس ریفریجریٹر کو 7000 ₹ میں فروخت کیا۔

معلوم کیجئے (i) ریفریجریٹر کی کل قیمت خرید۔ (ii) نفع یا نقصان فیصد

حل: (i) کل قیمت خرید = قیمت خرید + ٹرانسپورٹ کا خرچہ + مرمت کا خرچ

اصل قیمت خرید $= ₹\,(5000 + 100 + 500) = ₹\,5600$

(ii) قیمت فروخت 7000 روپے ہے۔ یہاں قیمت فروخت قیمت خرید سے زائد ہے۔ لہذا نفع حاصل ہوگا۔

قیمت فروخت - قیمت خرید = نفع

₹ 7000 - ₹ 5000 = ₹1400

قیمت خرید 5600 ₹ پر منافع 1400 ₹ ہوا۔

اگر قیمت خرید 100 ₹ ہو تو منافع کتنا ہوگا؟

نفع فیصد $= \frac{1400}{5600} \times 100 = 25\%$

SCERT TELANGANA

مثال:5 عمران نے ایک فلیٹ 4,50,000 ` میں خریدا۔اس نے مکان میں رنگ وروغن اور مرمت کے لیے مزید 10,000 ` لگائے۔بعد ازاں اس نے اس مکان کو 4,25,500 ` میں فروخت کیا۔اس کا نفع یا نقصان معلوم کرو؟ بتاؤ کہ فیصد میں کتنا ہوگا؟

حل: اصل قیمت = قیمت خرید + مرمت وغیرہ

` 4,50,000 + ` 10,000 = ` 4,60,000

قیمت فروخت 4,25,500 ` یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ قیمت فروخت' قیمت خرید سے کم ہے۔لہذا عمران کو نقصان ہوا۔

نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت

` 4,60,000 - ` 4,25,500 = ` 34,500

قیمت خرید 4,60,000 ` پر 34,500 ` کا نقصان پہنچا۔تو بتاؤ کہ 100 ` پر نقصان کتنا ہوگا۔

نقصان فیصد = $\frac{34,500}{4,60,000} \times 100 = 7.5\%$

مثال:6 راشد نے 50 درجن موز 1,250 ` میں خریدے۔منتقلی پر اسے 250 ` خرچ ہوئے۔خراب ہوجانے کی وجہ سے 5 درجن موز ضائع ہوگئے۔بچے ہوئے موز اس نے 35 ` فی درجن فروخت کئے۔دریافت کیجئے کہ اسے نفع ہوا یا نقصان؟ فیصدی میں بھی محسوب کرو۔

حل: اصل قیمت خرید = موز کی اصل قیمت + کرایہ خرچ

`1250 + `250 = `1500

فروخت شدہ موز درجنوں میں = جملہ خریدے گئے موز درجنوں میں - ضائع شدہ موز درجنوں میں

50 - 5 = 45

قیمت فروخت = 35 x 45 = `1575

یہاں یہ واضح ہے کہ قیمت فروخت' قیمت خرید سے بڑھ کر ہے۔للہذا نفع ہوگا۔

نفع = قیمت فروخت - قیمت خرید

`1575 - `1500 = ` 75

`1500 کی قیمت خرید پر نفع 75 ` ہوا

قیمت خرید 100 ` پر حاصل نفع، نفع فی صد ہوگا۔

نفع فیصد = $\frac{75}{1500} \times 100 = 5\%$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال:7 شاہد نے دو میزیں فی میز 3000 ` کے حساب سے فروخت کیں۔ایک میز پراسے 20% کا نفع اور دوسرے پر 20% کا نقصان ہوا۔ اس کاروبار میں اس کا نفع فیصد یا نقصان فیصد محسوب کیجئے۔

پہلی میز کے لیے

قیمت فروخت = 3000 روپے

نفع فیصد = 20%

نفع فیصد کا مطلب قیمت خرید پر اضافہ شدہ فیصد

قیمت فروخت 120 ` ہے جبکہ قیمت خرید 100 ` ۔

جب قیمت فروخت 3000 ` ہو تو قیمت خرید کیا ہوگی؟

قیمت خرید = $100 \times \frac{3000}{120} = 2500$ `

دوسری میز کے لیے

قیمت فروخت = 3000 `

نقصان فیصد = 20%

نقصان فیصد کا مطلب قیمت خرید پر گھٹی ہوئی فیصد

قیمت فروخت 80 ` ہے جبکہ قیمت خرید 100 `

جب قیمت فروخت 3000 ` ہو تو قیمت خرید کیا ہوگی؟

قیمت خرید = 3750 ` $= 100 \times \frac{3000}{80}$

دو میزوں کی جملہ قیمت خرید = ` 2500 + ` 3750 = ` 6250

دو میزوں کی جملہ قیمت فروخت = ` 3000 + ` 3000 = ` 6000

چونکہ قیمت خرید > قیمت فروخت سے لہٰذا نقصان ہوگا۔

نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت = ` 6250 - ` 6000 = ` 250

6250 ` کی قیمت خرید پر نقصان 2500 ` ہوا

100 ` کی قیمت خرید پر نقصان کتنا ہوگا؟

نقصان فیصد = $250 \times \frac{100}{6250} = 4\%$

∴ میزوں کی خرید و فروخت پر جملہ 4% کا نقصان ہوا۔

سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

ایک دکاندار نے دو ٹی وی سیٹوں کو فی سیٹ 9,900 ` میں فروخت کی۔ پہلے پر اسے 10% نفع اور دوسرے پر 10% نقصان ہوا۔ بحیثیت مجموعی اسے فائدہ ہوگا یا نقصان۔ نقصان ہوا یا نفع اس کا فیصد معلوم کیجئے؟

5.6: سیلس ٹیکس/قدر اضافی ٹیکس (VAT)

اشیا کی فروخت پر حکومت ٹیکس وصول کرتی ہے۔اسے قدر اضافی ٹیکس VAT کہتے ہیں۔دکاندار اس ٹیکس کو گاہک سے وصول کرتا ہے اور حکومت کو ادا کرتا ہے۔حکومت یہ ٹیکس کیوں لیتی ہے؟ کیا آپ جانتے ہیں؟ جو ٹیکس وصول کیا جاتا ہے' حکومت اسے فلاحی کاموں پر خرچ کرتی ہے۔

SCERT TELANGANA

سیلس ٹیکس منقولہ اشیا پر عائد کیا جاتا ہے۔ VAT صرف اشیا پر وصول کیا جاتا ہے خدمات پر نہیں۔ موجودہ حالات میں VAT سیلس ٹیکس کی جگہ پر لیا جارہا ہے۔ یہ ٹیکس مختلف اشیا پر مختلف ہوتا ہے۔ عام طور پر ضروری اشیا VAT سے مستثنیٰ ہوتی ہیں۔ زیورات اور قیمتی پتھروں پر 1% اور صنعتی اشیا کے علاوہ اشیائے خردونوش پر 5% اور بقیہ تمام سامان پر 14.5% VAT ادا ہوتا ہے۔

VAT کسی شے کی قیمت فروخت پر ہی عائد کیا جاتا ہے اور بل میں اسے شامل کرتے ہیں۔ یہ ٹیکس دراصل قیمت فروخت کا اضافہ فیصد ہے۔ ذیل کی بل پر غور کیجیے جس میں VAT بھی شامل ہے۔

مجیب نے اپنی والدہ کے لیے میڈیکل شاپ سے دوائیں خریدنی چاہیں۔ دکاندار نے اسے جو بل دیا وہ اس طرح ہے۔ بل کی جملہ رقم 372.18 روپئے ہے جس میں 5%، VAT شامل ہے۔

(i) VAT شامل کرنے سے پہلے بل کی رقم کیا ہوگی۔

Tax Invoice No. : 2012?301549007214 Date : 15-09-2012 20:48:31

Name : Ganpathi Age : 35 Gender : Doc:dr Do.Reg. No. :

Cus.ID:20121301549000617 Add: Sainathpura)

S.	Product	Mfgr	Sch	Batch	Exp.	MRP.	Rate	Qty	Amount
1	BETATROP TAB	SUN	H	BSK4198	12-14	5.9	5.9	60	318.60
2.	ECOSPRIN 150 MG TAB	USV	H	04004652	05-14	0.4242857	0.38	42	16.04
3.	LASIX 40 MG TAB	AVENTIS	H	0212016	03-16	0.44733334	0.40	15	6.04
4.	ELDERVIT PLUS CAD	ELDER	C	SE0022008	08-13	2.3333333	2.10	15	31.5

Amount saved : 41.35 VAT ON ₹ 354.45 @ 5% = 17.72 Total : 372.18

Rounded Total : 372.00

بل کی نقل سے یہ بات واضح ہے کہ بل کی رقم 354.45 روپئے، 5% @VAT = 17.72

مثال 8: ایک جوڑی جوتے کے جوڑ کی قیمت ` 450 ہے۔ اس پر سیلس ٹیکس 6% عائد کیا گیا۔ بل کی رقم معلوم کیجیے؟

حل: ` 100 پر سیلس ٹیکس 6 روپئے ادا کیا گیا ` 450 پر کتنا ٹیکس ادا کیا جائے گا؟

ادا شدہ سیلس ٹیکس = ` 27 = ` $\frac{6}{100} \times 450$

بل کی قیمت = شے کی قیمت + سیلس ٹیکس

`450 + `27 = `477

5.7 گڈس اینڈ سرویس ٹیکس (GST)

اشیاء اور خدمات کی سپلائی پر یہ ایک واحد بالراست ٹیکس ہے۔ ہندوستان میں مختلف ٹیکس جیسے سیلس ٹیکس اور محصول آبکاری ختم کرتے ہوئے جولائی 2017 میں اس کو متعارف کیا گیا۔ GST کے تحت اشیاء اور خدمات کے ہر ایک حصہ کی اضافی قدر کی بنیاد پر اس ٹیکس کو عائد کیا جاتا ہے۔ شرح ٹیکس کے مختلف سلابس جیسے 3%، 5%، 12% اور 28% ہے جن کو تقریباً تمام گڈس اینڈ سرویس پر عائد کیا گیا ہے۔

SCERT TELANGANA

ملک بھر میں ایک ہی سلاب (Slab) ہے۔ مذکورہ بالا سلابس کا 50% مرکزی حکومت اور 50% ریاستی حکومت کو جاتا ہے۔

(CGST = مرکزی حکومت GST، SGTS = ریاستی حکومت GST)

مثال:9 ونگیش اپنے خاندان کے لئے صابنی اشیاء کی خریدی کے لئے جنرل اسٹور گیا۔ شاپ کیپر اس کو اس طرح کا بل دیا جس میں بل کی رقم `2200 ہے۔ اس میں 18% GST ہے۔ GST سے پہلے بل کی رقم معلوم کیجئے۔ اور GST میں CGST اور SGST کی شراکت داری کی رقم بھی معلوم کیجئے۔

اشیاء کے نام	مقدار	قیمت	رقم
چاول	10	100	1000
واشنگ پاؤڈر	3	100	300
	6	50	900
جملہ			2200

حل:

GST کے ساتھ بل کی رقم = `2200

اس بل میں GST کی قدر = 18%

$= 2200\times\frac{18}{100} = ₹\ 396$

GST سے قبل بل کی رقم = 2200 - 396

= `1804

GST میں CGST کا فیصد = 50%

GST میں SGST کا فیصد = 50%

GST میں CGST کی قدر = $396\times\frac{50}{100} = ₹\,198$

GST میں SGST کی قدر = $396\times\frac{50}{100} = ₹\,198$

مثال:10 ایک جوڑ شوز کی قیمت 1000` ہے۔ اس پر 5% GST چارج کیا گیا ہے۔ تب بل کی رقم معلوم کیجئے۔

حل: ہر 100` پر 5` GST ادا کیا گیا۔ تب

1000` پر ادا کیا گیا ٹیکس ہے؟

ادا کیا گیا GST ٹیکس = $1000\times\frac{5}{100} = ₹\,50$

بل کی رقم = چیز کی قیمت + GST

مشق – 5.2

(1 2012ء کے دوران یہ تخمینہ کیا گیا ہے کہ ساری دنیا میں 36.4 کروڑ افراد انٹرنیٹ استعمال کرتے ہیں۔ آئندہ 10 برسوں کے دوران یہ تعداد 125% بڑھ جائے گی۔ 2022ء میں ساری دنیا میں استعمال کئے جانے والے انٹرنیٹ استعمال کنندگان کا تخمینہ لگاؤ۔

(2 ہر سال کے اختتام پر مالک مکان کرایہ میں 5% فیصد کا اضافہ کرتا ہے۔ اگر موجودہ ماہانہ کرایہ 2500 روپئے ہو تو دو سال بعد کرایہ کی رقم کیا ہوگی؟

SCERT TELANGANA

3) پیر کے دن ایک کمپنی کے حصص کی قیمت 7.50 تھی۔ منگل کے دن اس میں 6% کا اضافہ اور چہارشنبہ کے دن 1.5% کا اضافہ ہوا جبکہ جمعرات کو حصص کی قیمت 2% گھٹ گئی۔ جمعہ کو کاروبار کے شروع ہونے پر حصص کی لاگت کیا ہوگی؟

4) زیادہ تر زیراکس مشینوں کے ذریعہ آپ نقل کی فیصد کا بٹن استعمال کرتے ہوئے مطلوبہ زیراکس کی جسامت بڑھا اور گھٹا سکتے ہیں۔ ریشما اپنی ڈرائنگ جو کہ 2 سمر x 4 سمر سائز کی ہے بڑھانا چاہتی ہے۔اس نے زیراکس مشین کو 150% پر سیٹ کیا اور ڈرائنگ کی نقل نکال لی۔کیا آپ اس کی ڈرائنگ کے ابعاد بتا سکتے ہیں؟

5) کتاب پر چھپی ہوئی قیمت 150 روپے تھی۔ڈسکاؤنٹ فیصد 15% دیا گیا۔گاہک کو کتنی قیمت ادا کرنی پڑے گی؟

6) گفٹ آئیٹم کی اشتہاری قیمت 106 روپے اور اسے 165 روپے میں فروخت کیا گیا۔ڈسکاؤنٹ کا فیصد کیا ہوگا؟

7) ایک دکاندار نے فی بلب 10 روپے کے حساب سے 200 بلب خریدے۔5 بلب ناکارہ ہوگئے اور انہیں ضائع کردینا پڑا۔باقی بلب میں سے ہر ایک کو 12 روپے میں فروخت کیا گیا۔نفع یا نقصان فیصد کیا ہوگا؟

8) ذیل کے جدول کو موزوں اندراجات (جہاں کئی ضروری ہوں) سے پر کیجئے۔

سلسلہ نشان	اشتہاری قیمت	خرچ	قیمت فروخت	نفع	نقصان	نفع فیصد	نقصان فیصد
1	₹ 750	₹ 50		₹ 80			
2	₹ 4500	₹ 500			₹ 1,000		
3	₹ 46,000	₹ 4000	₹ 60,000				
4	₹ 300	₹ 50				12%	
5	₹ 330	₹ 20					10%

9) ایک میز 5% نفع کے ساتھ 2142 روپے میں فروخت کی گئی۔اگر 10% نفع حاصل کرنا ہو تو اسے کتنی قیمت میں فروخت کرنا ہوگا۔

10) گوپی نے ابراہیم کو 12% نفع سے ایک دستی گھڑی فروخت کی۔ابراہیم نے اسے 5% نقصان سے جان کو فروخت کیا۔اگر جان نے اسے 1330 روپے ادا کئے ہوں تو بتاؤ کہ گوپی نے کتنی قیمت میں اسے فروخت کیا تھا؟

11) مدھو اور کویتا نے ایک مکان 3,20,000 روپے میں خریدا۔ بعد ازاں انہوں نے معاشی پریشانی کی وجہ سے مکان کو 2,80,000 روپے میں فروخت کردیا۔بتاؤ کہ (a) نقصان کتنا ہوا؟ (b) نقصان فیصد بھی محسوب کیجئے۔

12) استعمال شدہ کاروں کے شوروم کے ایک مالک نے ایک کار 1,50,000 روپے میں خریدی۔مرمت اور پینٹنگ پر 20,000 روپے کے مصارف ہوئے۔شوروم کے مالک نے اس کار کو 2,00,000 روپے میں فروخت کردیا۔بتاؤ کہ اسے نفع ہوا یا نقصان۔فیصد بھی محسوب کیجئے؟

13) للیتا نے اپنی سالگرہ سہیلیوں کے ساتھ منانے ہوٹل سے ایک پارسل خریدا۔بشمول VAT5% کے بل 1450 روپے بنائی گئی۔للیتا کے ڈسکاؤنٹ کے مطالبہ پر بل کی رقم پر 8% کمی کی گئی۔بتاؤ کہ للیتا نے کتنی رقم ادا کی؟

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

14) اگر قیمتوں میں GST کوشامل کیا گیا ہے تب ذیل کی ہر ایک شئے کی اصل قیمت معلوم کیجئے۔

سلسلہ نشان	اشیاء	GST %	بل کی رقم (` میں)	اصل قیمت (` میں)
.1	ڈائمنڈ	3 %	` 10,300	
.2	پریشر کوکر	12 %	` 3,360	
.3	فیس پاؤڈر	28 %	` 256	

15) ایک سیل فون کمپنی ایک سیل فون کی قیمت 4500 ` مقرر کی ہے۔ایک ڈیلر اس سیل فون کو مزید 12% GST ادا کرتے ہوئے خریدتا ہے۔ ڈیلر کتنا GST ادا کرتا ہے؟ سیل فون کی قیمت خرید کیا ہے؟

.16 ایک سوپر بازار کی اشیاء کی قیمتیں روپیوں اور پیسوں میں ہیں ۔ اس طرح کہ جب کہ اس میں 4% سیلس ٹیکس شامل ہے۔قریب ترین (Rounding) کی ضرورت نہیں ہے کیونکہ قیمت فروخت صرف 'n' روپیوں میں ہے جہاں 'n' ایک مثبت صحیح عدد ہے۔ تب 'n' کی سب سے چھوٹی قدر معلوم کیجئے۔

5.8 سود مرکب

پوسٹ آفس یا بینک میں رقم جمع کرنے پر گاہک کے کھاتے میں سود جمع کردی جاتی ہے۔قرض دار بھی ساہوکاروں کو سود دیتے ہیں۔ سود اصل زر پر مقررہ سالانہ اضافی رقم ہوتی ہے۔

لیکن یہ سود کس طرح محسوب کیا جاتا ہے؟ قرض کی مدت کے دوران اگر سود کی رقم یکساں طور پر اصل زر پر محسوب کی جاتی ہو تب اس سود کو محسوب کرنے کو کیا کہتے ہیں؟ ہاں! اسے سود مفرد کہتے ہیں۔ یہ سود بھی اصل زر پر اضافہ شدہ فیصد ہے۔سود کو سمجھنے کے لیے آیئے ایک مثال پر غور کرتے ہیں۔

مثال:11 2500 روپئے کی رقم 3 سال کے لیے بحساب سالانہ 12% شرح سود سے قرض لیا گیا۔اس رقم پر سود مفرد معلوم کیجئے اور بتایئے کہ 3 سال کے اختتام پر کل کتنی رقم ادا کرنا ہوگا۔

حل: یہاں I = سود P= اصل زر= 2500 روپئے T= مدت =3 سال، R = شرح سود = 12%

$$I = \frac{PTR}{100}$$

$$= \frac{2500 \times 3 \times 12}{100}$$

3 سال کے لئے سود = `900

سود + اصل زر = 3 سال بعد قابل ادا رقم

$$= ₹\ 2500 + ₹\ 900 = ₹\ 3400.$$

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ سود + اصل زر = رقم

$$P + \frac{P \times T \times R}{100} = P\left(1 + \frac{T \times R}{100}\right)$$

اگر T = ایک سال، تب $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)$ = رقم

SCERT TELANGANA

یہ کیجئے

ذیل کے جدول کو مکمل کیجئے۔

سلسلہ نشان	اصل زر (روپیوں میں)	مدت (T) سالوں میں	شرح سود % میں	سود (I)= $\frac{P\times T\times R}{100}$ روپیوں میں
.1	3000	3	6	
.2		2	5	50
.3	1875		12	675
.4	1080	2.5		90

رمیش نے 10% سالانہ شرح سود سے سرینو سے 100 روپے قرض لیا۔ دو سال بعد وہ سرینو کو رقم ادا کرنے کے لئے پہنچتا ہے۔ رمیش نے 120 روپے دیئے تو سرینو نے مزید 1 روپے کا مطالبہ کیا۔ اُن کے حساب میں فرق جاننے کے لئے دونوں نے جس طرح حساب کیا اُس کا نمونہ مندرجہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

رمیش کا طریقہ			سرینو کا طریقہ		
پہلا سال	اصل زر شرح سود 10% کل زر	` 100 ` 10 ` 110	ایک سال	اصل زر شرح سود 10% کل زر	` 100 ` 10 ` 110
دوسرا سال	اصل زر شرح سود 10% دوسرے سال کے اختتام پر واجب الادا رقم	` 100 ` 10 اصل زر+ پہلے سال کا سود + دوسرے سال کا سود= 100+10+10= 120	دوسرا سال	اصل زر 10 % شرح سود دوسرے سال کے اختتام پر واجب الادا رقم	` 110 ` 11 ` 121

دونوں کے طریقوں میں ایک روپے کا فرق واقع ہو رہا ہے۔ ایسا کیوں؟ آپ محسوس کر سکتے ہیں کہ دوسرے سال کے ختم پر سود محسوب کرنے میں رمیش نے اصل زر 100 روپے تصور کیا جبکہ سرینو نے یہ رقم 110 روپے درج کی۔ رمیش نے جو سود محسوب کیا وہ سود مفرد ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ سرینو نے جو سود محسوب کیا اسے کونسا سود کہیں گے؟ سرینو کے حساب کے مطابق سود کی رقم اس وقت تک کے زر پر محسوب کی گئی۔ اس سود کو مرکب سود کہیں گے۔ لہذا سود مرکب وہ سود ہے جہاں سود کی رقم پر بھی سود عائد کیا جاتا ہے۔ آپ کس قسم کے سود کو ترجیح دیں گے اور کب؟

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

5.9: سود مرکب کے لیے ضابطہ کی تدوین

مذکورہ بالا مثال میں ہم نے دیکھا کہ سرینو نے سود مرکب کا حساب کیا۔ اگر رقم کی مدت ایک یا دو سال ہو تو یہ حسابات کرنا آسان ہوتا ہے لیکن دو سال سے زائد کے عرصہ کے لیے ہم اسے کیا اسی طرح محسوب کرسکیں گے؟ کیا کوئی مختصر طریقہ بھی ہے؟ آیئے ایک مثال کے ذریعہ ہم اس پر غور کریں گے اور پتہ لگائیں گے۔

جب T = 1 سال تب $A = P\left[1+\frac{R}{100}\right]$ رقم سود مفرد کے لئے

فرض کیجئے کہ P1 = ` 10,000 اور R = 12% شرح سود سالانہ

سرینو کا طریقہ			مسئلہ کی عمومیت		
پہلا سال	اصل زر P1 کل زر A1	₹ 10,000 $10000\left(1+\frac{12}{100}\right)$ $=10000\left(\frac{112}{100}\right)$ = ₹ 11,200	پہلا سال	اصل زر کل زر	P_1 $A_1 = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)$
پہلا سال	اصل زر P2 کل زر A2	₹ 11,200 $11200\left(1+\frac{12}{100}\right)$ $=11200\left(\frac{112}{100}\right)$ = ₹ 12,544	پہلا سال	اصل زر کل زر	$P_2 = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)$ $A_2 = P_2\left(1+\frac{R}{100}\right)$ $= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)\left(1+\frac{R}{100}\right)$ $= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2$

سال در سال اسی طرح آگے بڑھتے ہوئے n سال کے اختتام پر کل زر $A_n = P_1\left[1+\frac{R}{100}\right]^n$

$$A = P\left[1+\frac{R}{100}\right]^n$$

اس ضابطہ کی رو سے n سالوں کے بعد ادا شدنی رقم ہی محسوب کی جاسکتی ہے۔ مرکب سود کیسے محسوب کریں؟ ہاں! یہ بھی آسان ہے۔ مرکب سود حاصل کرنے کے لیے کل زر سے اصل زر تفریق کریں۔

$$\therefore C.I. = P\left[1+\frac{R}{100}\right]^n - P$$

بتایئے کہ سود مفرد اور سود مرکب میں کیا فرق ہے؟ سود مفرد ہر سال ہی رہتا ہے جبکہ سود مرکب مدت کے ساتھ بڑھتا رہتا ہے۔

SCERT TELANGANA

مثال 12 اگر اصل زر 5000 ₹ ہو اور یہ رقم 8% کی شرح سود سالانہ سے 2 سال کے لیے مشغول کی جائے تو سود مرکب اور کل زر کیا ہوگا؟

حل:

$$P = ₹\,5000;\quad R = 8\% \quad \text{اور} \quad n = 2 \text{ سال}$$

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$= 5000\left(1+\frac{8}{100}\right)^2$$

$$= 5000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} = ₹\,5832.$$

سود = کل زر - اصل زر

$$= ₹\,5832 - ₹\,5000$$

$$= ₹\,832$$

یہ کیجیے

(1 20,000 ₹ 6 سال کے لیے 5% سالانہ کی شرح سود سے مشغول کرنے پر سود مرکب کیا ہوگا؟

(2 12,600 ₹ پر سود مرکب محسوب کیجیے جبکہ قرض کی مدت 2 سال اور شرح سود سالانہ 10% ہے۔

5.9: سود مرکب سالانہ یا ششماہی محسوب کیا جاسکتا ہے

آپ نے نوٹ کیا ہوگا کہ اوپر کے حسابات میں ہم نے سود مرکب سالانہ محسوب کیا۔ سود کا یہ حساب کیا معنی رکھتا ہے؟ ہاں! چونکہ ہم سود مرکب ششماہی یا ہر سہ ماہی بھی محسوب کر سکتے ہیں۔

جب مرکب سود سالانہ محسوب کیا جاتا ہے تو اس مدت کو جس کے بعد اصل زر میں سود جمع کیا جاتا ہے کیا کہتے ہیں؟ اس مدت کو ''مدت تبادلہ'' کہا جاتا ہے۔ جب سود مرکب ششماہی طور پر محسوب کیا جائے تو ایک سال میں مدت تبادلہ دو مرتبہ ملحوظ کیا جائے گا۔ ہر مدت 6 مہینے کی ہوگی۔ ان حسابات میں سود سود کی شرح کا نصف ہوگا اور وہ مدت جس کے لیے سود مرکب محسوب کیا جاتا ہو قرض کی مدت کے سالوں کا دوگنی ہوگی۔

مثال 13: سود مرکب معلوم کیجیے جبکہ اصل زر ایک سال کی مدت کے لیے 10% سالانہ کی شرح سے ایک ہزار روپے دی گئی ہے سود مرکب ششماہی طور پر محسوب کیجیے۔

حل: یہاں پر سود مرکب ششماہی لیا جارہا ہے۔ لہٰذا ایک سال میں مدت تبادلہ دو مرتبہ لینی ہوگی۔

6 ماہ کے لئے سود = $\frac{1}{2} \times 10\% = 5\%$

SCERT TELANGANA

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 1000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$$

$$= 1000\left(\frac{105}{100}\right)^2$$

$$= ₹\ 1102.50$$

سودمرکب = A - P = 1102.50 - 1000 = ` 102.50

یہ کیجئے مدت تبادلہ معلوم کیجئے جبکہ سودمرکب اور شرح سود ذیل کے مطابق ہوگا

1) ایک رقم $1\frac{1}{2}$ سال کے لیے %8 شرح سالانہ سودمرکب سے ششماہی محسوب کی گئی۔

2) ایک رقم دوسال کی مدت کے لیے %4 شرح سالانہ سودمرکب سے ششماہی محسوب کی جائے۔

سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

اگرسودمرکب سہ ماہی محسوب کیا جائے تو سود کیسے تبدیل ہوگا؟ مدت تبادلہ کتنی مرتبہ واقع ہوگی؟ سہ ماہی کی شرح سود کیسے محسوب کی جائے گی اور سالانہ شرح سود سے کتنی مختلف ہوگی؟ ان موضوعات پر اپنے ساتھیوں سے تبادلہ خیال کیجئے۔

مثال14: قرض کی رقم ` 12,000 پر $1\frac{1}{2}$ سال کے لیے %10 سالانہ کی شرح سے سودمرکب ششماہی ہوتو کل زرکیا ہوگا؟

حل: یہاں پر سودمرکب ششماہی وصول کیا جارہا ہے $1\frac{1}{2}$ میں مدت تبادلہ کی تعداد 3 ہوگی۔ اس لئے n = 3

شرح سود $\frac{1}{2}\times 10\% = 5\%$

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 12000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 12000\left(\frac{105}{100}\right)^3$$

$$= ₹\ 13891.50$$

سودمرکب $= A - P$

$$= 13891.50 - 12000$$

$$= ₹\ 1891.50$$

SCERT TELANGANA

مثال:15 یادیا نے اپنی گھریلو ضرورتوں کے لیے $12\frac{1}{2}\%$ سالانہ شرح سود مرکب پر 5120 ` قرض لیا۔ دو سال 9 مہینوں کی مدت کے بعد اسے قرض ادا کرنے کے لیے کتنا کل زر ادا کرنا ہوگا؟ سود کی رقم کتنی ہوگی۔

حل: ریشمانے اس سوال کو یوں حل کرنے کی کوشش کی

اس نے دو سال 9 ماہ کو اس طرح لکھا کہ $2\frac{9}{12}$ سال = $2\frac{3}{4}$ سال

ان قیمتوں کو پہلے سے معلوم ضابطہ میں اس نے اس طرح درج کیا $A = 5120\left[1+\frac{25}{200}\right]^{2\frac{3}{4}}$

اس مرحلہ پر وہ سوچ میں پڑ گئی اور اپنی ٹیچر سے پوچھا کہ اگر قوت نما کسر میں ہو تو کیسے حل کیا جائے۔ ٹیچر نے اسے ایک اشارہ دیا کہ پہلے صحیح عدد کے لیے رقم محسوب کیجئے پھر اس کے بعد اس رقم کو اصل زر تصور کرتے ہوئے $\frac{3}{4}$ سال کے لیے سود مفرد معلوم کیجئے۔

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 5120\left(1+\frac{25}{200}\right)^2$$

$$= 5120\left(\frac{225}{200}\right)^2$$

$$= ₹\,6480$$

باقی 9 مہینوں کے لیے سود = $6480\times\frac{25}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{100} = 607.50$ روپے

اس طرح یادیا کو 2 سال 9 ماہ کے اختتام پر جو رقم ادا کرنی ہوگی

6480 + 607.50 = ` 7087.50

اس طرح کل سود مرکب 7087.50 - 5120 = ` 1967.50

5.11: سود مرکب کے ضابطہ کا اطلاق

سود مرکب کا ضابطہ ہم کہاں استعمال کرتے ہیں؟ نہ صرف سود محسوب کرنے کے لیے بلکہ مختلف مواقع پر اس ضابطہ کا استعمال کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر

☆ آبادی میں اضافہ (یا کمی) کے لیے

☆ مختلف جراثیم کی افزائش کے لیے جبکہ شرح افزائش معلوم ہو

☆ ایک سال کے اندر قیمتوں کے بڑھنے یا گھٹنے کی صورت میں کسی شے کی قیمت محسوب کرنے کے لئے

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال:16 ایک گاؤں کی آبادی 6250 ہے۔اس گاؤں کی آبادی کی شرح میں سالانہ 8% کا اضافہ ہوتو دوسال بعد آبادی کیا ہوگی؟

حل: یہاں P = 6250 ، R = 8% ، سال T = 2

دوسال بعد آبادی

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 6250\left(1+\frac{8}{100}\right)^2$$

$$= 6250\left(\frac{108}{100}\right)^2$$

$$= 7290$$

مثال:17 ایک ربر کی گیند کسی بلندی سے گرائی گئی۔ یہ گیند زمین سے پہلی بار ٹکرانے کے بعد 90% فیصد دوبارہ اچھلتی ہے اگر اسے 25 میٹر اونچائی سے گرایا جائے تو 2 مرتبہ زمین سے ٹکرانے کے بعد یہ کتنی بلندی تک اچھلے گی۔

حل: پہلی بار ٹکرا کر گیند 90% تک اچھلتی ہے۔یعنی ہر مرتبہ 10% بلندی گھٹ جاتی ہے۔

اس طرح R = -10% سے سوال حل کیا جائے گا۔

میٹر P = 25 اور n = 2

زمین سے دو مرتبہ ٹکرانے کے بعد گیند کی بلندی

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 25\left(1-\frac{10}{100}\right)^2$$

$$= 25\left(\frac{90}{100}\right)^2$$

$$= 20.25 \text{ m}$$

مشق – 5.3

(1 اپنے مکان کی تزئین نو کے لیے سدھا کرنے بینک سے 15,000 روپئے کا قرض لیا۔اسے یہ رقم 9% سالانہ سود مفرد کی شرح سے 8 سال کے لیے دی گئی۔اس کی ماہانہ ادائیگی کی اقساط کیا ہوں گی؟

(2 ایک ٹی وی سیٹ 21,000 روپئے میں خریدا گیا اگر ایک سال بعد اس کی قیمت میں 5% کمی واقع ہوئی ہو تب (کسی شے کے استعمال اور گذرتی مدت کے ساتھ اس کی قیمت میں تخفیف ہوجاتی ہے) ایک سال بعد ٹی وی کی قیمت معلوم کرو؟

SCERT TELANGANA

(3 8,000 روپئے پر 5% سالانہ سودمرکب کی شرح سے دوسال کے لیےکل زراورسودمرکب معلوم کیجئے۔

(4 دوسال کی مدت کے لیے 6,500 روپئے پرسودمرکب اورکل زر کیا ہوگا جبکہ ایک سال کے لیے سود 5% کی شرح سے اور دوسرے سال کے دوران 6% سالانہ کی شرح لگائی گئی؟

(5 کار کی خریدی کے لیے پرتیبھا نے فینانس کمپنی سے 47,000 روپئے قرض لیئے۔ یہ قرض اسے 17% سالانہ کی شرح سودمفرد سے 5 سال کے لیے دیا گیا۔ بتاؤ کہ (a) پرتیبھا' کمپنی کو 5 سال کے اختتام پر کتنا کل زرادا کرے گی۔(b) ادائیگی کی ماہانہ اقساط کیا ہونگے؟

(6 حیدرآباد کی آبادی 2011ء کے اختتام پر 68,09,000 ریکارڈ کی گئی۔شہر کی آبادی میں اگر سالانہ 4.7 فیصد کا اضافہ ہوتا ہوتب 2015ء کے ختم تک کل آبادی کیا ہوگی؟

(7 اصل زر 10,000 روپئے پر ایک سال 3 ماہ کے لیے $8\frac{1}{2}\%$ سالانہ کی شرح سے سودمرکب محسوب کیجئے؟

(8 عارف نے بینک سے 80,000 روپئے کا قرض لیا۔اگر شرح سود 10% سالانہ ہوتو بتاؤ کہ ڈیڑھ سال بعد (i) سودمرکب سے کل زر کتنا ہوگا۔(ii) سود ششماہی محسوب کیا جائے تو یہ کل زر کیا ہوگا؟ ان رقموں کا فرق بھی محسوب کیجئے؟

(9 ایک شخص نے پرساد سے 6% سالانہ سودمفرد کی شرح سے دو سال کے لیے 12,000 روپئے کا قرض لیا۔اگر وہ اس رقم کو 6% سالانہ سودمرکب کی شرح سے لیتا ہے تو اسے کتنی زیادہ رقم ادا کرنی پڑے گی؟

(10 سائنس کی ایک لیباریٹری میں ایک تجربہ کے دوران جراثیم میں 2.5% فی گھنٹہ کی شرح سے اضافہ ہوا۔ ابتدا میں 5,06,000 جراثیم پائے گئے ہوں تو 2 گھنٹے بعد ان کی تعداد کیا ہوگی؟

(11 علی نے اسکوٹر خریدنے کے لیے ایک بینک سے 26,400 روپئے قرض حاصل کیا۔اگر شرح سود 15% سالانہ پر سودمرکب مقرر کیا جائے تب دوسال 4 ماہ کے بعد کل زر کیا ہوگا؟

(12 بھارتی نے تین سال کے لیے 12% سالانہ سودمفرد سے 12,500 روپئے اور اسی رقم کو مادھوری نے اسی مدت کے لیے 10% سالانہ سودمرکب کی شرح سے حاصل کیا۔ کس نے زیادہ سود ادا کیا۔اور وہ کتنا زیادہ ہے؟

(13 ایک مشین کی قیمت 5% سالانہ کی شرح سے گھٹتی ہوتو ایک سال بعد اس کی قیمت کیا رہ جائے گی؟

(14 اگر کسی شہر کی موجودہ آبادی 12 لاکھ ہوتو دوسال بعد 4% سالانہ کی شرح کے اضافہ کے ساتھ اس کی آبادی کیا ہوگی؟

(15 اگر سودمرکب سہ ماہی محسوب کیا جائے تو یہ سود 1000 روپئے پر ایک سال کے بعد 10% سالانہ کی شرح سے کیا ہوگا؟

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

ہم نے کیا سیکھا

(1 دو سادہ نسبتوں کو ایک واحد نسبت کے طور پر ان کے مقدموں اور تالیوں کے حاصل ضرب کی نسبت کے طور پر لکھا جائے تو اسے مرکب نسبت کہتے ہیں۔ یعنی a : b اور c : d دو سادہ نسبتیں ہیں تب مرکب نسبت $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ یعنی a c : b d

(2 فیصد (%) کسی عدد کے 100 سے رشتہ کو ظاہر کرتا ہے۔ لفظ فیصد کا مطلب 100 میں سے یا فی 100 ہوتا ہے۔
$\frac{100}{100}=100\%$ یہ ایسی کسر ہے جس کا نسب نما 100 ہوگا۔

(3 اشتہاری قیمت میں کمی کے فیصد کو کٹوتی یا ڈسکاؤنٹ کہتے ہیں۔ قیمت میں کمی Rebate یا ڈسکاؤنٹ کہلاتی ہے۔ اسے اشتہاری قیمت پر محسوب کیا جاتا ہے۔

(4 نفع یا نقصان ہمیشہ قیمت خرید پر محسوب کیا جاتا ہے۔ نفع، قیمت خرید کے اضافہ فیصد اور نقصان، قیمت خرید کے تخفیف شدہ فیصد کی مثال ہے۔

(5 VAT/ٹیکس کسی شے کی قیمت فروخت پر عائد کرتے ہوئے رسید (Bill) میں شامل کیا جاتا ہے۔
یہ دراصل قیمت فروخت میں فیصدی اضافہ ہے۔

(6 سود مفرد اصل زر پر اضافہ شدہ فیصد ہے۔

(7 سود مفرد $I=\frac{P\times T\times R}{100}$ جہاں P = اصل زر، T = مدت سالوں میں، R = شرح سود سالانہ

(8 سود + اصل = کل زر $\Rightarrow P\left[1+\frac{T\times R}{100}\right]=P+\frac{P\times T\times R}{100}$

(9 سود مرکب سود پر سود محسوب کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔

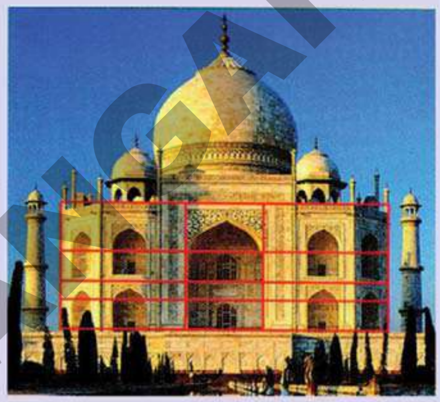
(10 n برسوں کے بعد سود مرکب $A=P\left[1+\frac{R}{100}\right]^n$

(11 اس مدت کو جس کے بعد اصل زر میں سود جمع کیا جاتا ہے مدت تبادلہ کہتے ہیں۔ جب سود ششماہی محسوب کیا جائے تو ایک سال میں مدت تبادلہ دو مرتبہ ہوگی۔ ایسی صورت میں ششماہی شرح سود سالانہ شرح سود کا نصف ہوگا۔

SCERT TELANGANA

کیا آپ جانتے ہیں؟

قدیم یونان میں فنکاروں اور آرکیٹیکٹس کا خیال تھا کہ ایک خاص قسم کا مستطیل دیدہ زیب ہوتا ہے۔ ایسے قسم کے مستطیلوں میں طول اور عرض کی نسبت کم و بیش 1.615:1 دیکھی گئی۔ یہ نسبت اس نسبت سے قریب تر ہے جسے سنہری نسبت کہتے ہیں۔ یونان کی ایک مشہور مندر Parthenon جو 5 ویں صدی قبل مسیح میں مکمل طور پر سنگ مرمر سے تعمیر کی گئی تھی اسی نسبت کے مطابق بنائی گئی۔ ہمارے ملک ہندوستان میں تاج محل بھی اسی نسبت کے مطابق بنایا گیا۔



مساوی نسبتوں کی جمع

1. حسب ذیل کا حاصل جمع کیا ہوگا؟

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{6}+\frac{4}{8}+.....+\frac{100}{200}$$

کیا اِسے ہم اس طرح سے جمع کر سکتے ہیں؟

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{6}+\frac{4}{8}+.....+\frac{100}{200} = \frac{1+2+3+4+.....+100}{2+4+6+8+.....+200}$$

$$= \frac{5050}{2\times 5050} = \frac{1}{2}$$

اگر $\frac{p_1}{q_1}=\frac{p_2}{q_2}=\frac{p_3}{q_3}=.....=\frac{p_n}{q_n}$

تب $\frac{p_1}{q_1}+\frac{p_2}{q_2}+\frac{p_3}{q_3}+.....+\frac{p_n}{q_n}=\frac{p_1+p_2+p_3+....+p_n}{q_1+q_2+q_3+.....+q_n}=\frac{p_1}{q_1}$

2. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $\quad \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ $\quad (b,d>0)$

$\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ iff $\frac{1+2}{2}=\frac{3+6}{6}$

$\frac{3}{2}=\frac{9}{6}$ اسے دوبارہ اس طرح لکھا جاسکتا ہے $\frac{5}{2}=\frac{15}{6}$......

SCERT TELANGANA

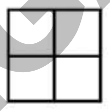
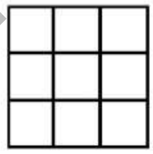
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

6 جذر المربع اور جذر المکعب
Square roots and Cube roots

6.0 تعارف

ایک مربع اکائی ایک ایسا مربع ہے جس کا ضلع '1' اکائی ہے۔

آیئے ہم اکائی مربعوں کو استعمال کرتے ہوئے مربع اشکال بناتے ہیں۔
استعمال کیئے جانے والے اکائی مربعوں کی تعداد پر غور کیجیے۔

سلسلہ نشان	شکل	ضلع کا طول اکائیوں میں	استعمال کئے گئے اکائی مربعوں کی تعداد
1		1	1
2		2	4
3		3	9

اسی طرح اگلے دو مربع بنایئے۔

کیا آپ اندازہ لگا سکتے ہیں کہ 6 اکائیاں ضلع والا ایک مربع بنانے کے لیے جملہ کتنے اکائی مربعے کی ضرورت پڑتی ہے؟

مندرجہ بالا مشاہدات سے یہ سمجھ سکتے ہیں کہ اکائی مربع ....1,4,9,16,25 سے ہم مربع اشکال بنا سکتے ہیں۔

اعداد ......1,4,9,16,25 کو اس طرح ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

دیئے ہوئے اجزا کے نمونہ پر غور کیجیے

$1 = 1 \times 1 = 1^2$

$4 = 2 \times 2 = 2^2$

$9 = 3 \times 3 = 3^2$

$16 = 4 \times 4 = 4^2$

$25 = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

$36 = \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

....

....

$m = n \times n = n^2$ جہاں m اور n صحیح اعداد ہیں

SCERT TELANGANA

آپ نے مشاہدہ کیا کہ دیئے گئے نمونے میں اعداد کو دو مساوی اجزا کے حاصل ضرب سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ایسے اعداد کامل مربع کہلاتے ہیں۔ حسب ذیل کامل مربع اعداد کا مشاہدہ کیجیے۔

(i) $9 = 3 \times 3$

(ii) $49 = 7 \times 7$

(iii) $1.44 = 1.2 \times 1.2$

(iv) $2.25 = 1.5 \times 1.5$

$v)\ \frac{9}{16} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

$vi)\ \frac{4}{12.25} = \frac{2}{3.5} \times \frac{2}{3.5}$

صورت (i) (ii) میں ہم یہ مشاہدہ کرتے ہیں کہ کامل مربع اعداد 9 اور 49 صحیح اعداد ہیں۔ ایسے کامل مربع اعداد کی عام شکل m=n×n ہوتی ہے جہاں m اور n صحیح اعداد ہیں۔ صورت (iii)، (iv) اور (v) میں کا مربع اعداد صحیح اعداد نہیں ہیں۔ لہٰذا یہ مربعی اعداد نہیں ہیں۔

عام طور پر ایک صحیح عدد 'm' کو n^2 سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جہاں 'n' ایک صحیح عدد ہے تب 'm' ایک مربع عدد ہے یا 'm' 'n' کا مربع ہے۔

''تمام مربع اعداد کامل مربع ہوتے ہیں'' لیکن تمام کامل مربعے مربع اعداد نہیں ہوسکتے۔

مثال: 2.25 ایک کامل مربع ہے کیوں کہ اسے $(1.5)^2$ سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یہ ایک صحیح عدد کا مربع نہیں ہے۔ لہٰذا یہ مربع عدد نہیں ہے۔ کیا 42 ایک مربع عدد ہے؟

ہم جانتے ہیں کہ $6^2=36$ اور $7^2=49$، اگر 42 ایک مربع عدد ہو تو یہ ضروری ہے کہ یہ صحیح عدد کا بھی مربع ہو۔ 6 اور 7 کے درمیان کونسا عدد ہونا چاہئے۔ لیکن 6 اور 7 کے درمیان ایسا کوئی صحیح عدد نہیں پایا جاتا۔ لہٰذا 42 ایک مربع عدد نہیں ہے۔

دیئے گئے جدول میں کامل مربعوں کا مشاہدہ کیجیے۔

1	2	3	**4**	5	6	7	8	**9**	10
11	12	13	14	15	**16**	17	18	19	20
21	22	23	24	**25**	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	**36**	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	**49**	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	**64**	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	**100**

کیا جدول میں بتائے گئے اعداد کے علاوہ بھی دوسرے مربع اعداد ہوتے ہیں؟

یہ کیجیے

1۔ ذیل کے اعداد کے درمیان پائے جانے والے کامل مربع معلوم کیجیے؟ (i) 100 اور 150 (ii) 150 اور 200

2۔ کیا 56 ایک کامل مربع ہے؟ وجوہات بتلائیے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

6.1: مربع اعداد کی خصوصیات؟

مشاہدہ کیجیے اور ذیل کے جدول میں خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

عدد	مربع
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	....
7	49
8	64
....	81
10	100

عدد	مربع
11	121
12	144
13	....
14	196
15	225
16	....
17	289
18	324
19	361
20	400

عدد	مربع
21	441
22	....
23	529
....	576
25	625
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

اوپر دیئے گئے جدول میں مربع اعداد کے اکائی کے مقام کے ہندسوں پر غور کیجیے۔ کیا آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ یہ تمام اعداد 0,1,4,6,9 پر ختم ہوتے ہیں۔ کسی بھی عدد کے اکائی کے مقام پر 2، 3، 7 یا 8 نہیں ہے۔

ایسے اعداد جن کے اکائی کے مقام پر 2، 3، 7 یا 8 ہو کامل مربع نہیں ہوتے"۔

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ 0,1,4,5,6 یا 9 پر ختم ہونے والے تمام اعداد مربع اعداد ہوتے ہیں۔ اس کے بارے میں غور کیجیے۔

1. اندازہ کیجیے اور وجہ بتائیے کہ ذیل میں دیئے گئے کونسے اعداد کامل مربع ہیں۔ اوپر کے جدول سے ثابت کیجیے۔

(i) 84 (ii) 108 (iii) 271 (iv) 240 (v) 529

1,9,11,19,21 کے مربعے لکھئے۔

کیا آپ اعداد کے اکائی کے ہندسہ اور ان کے مربعوں کے اکائی کے ہندسے درمیان کوئی رشتہ محسوس کرتے ہیں؟

یہ مشاہدہ کیا کہ اگر کسی عدد کے اکائی کے مقام پر 1 یا 9 ہو تو اس کے مربع عدد کے اکائی کے مقام پر ہمیشہ 1 ہوتا ہے۔

اگر کسی عدد کے اکائی کے مقام پر 4 یا 6 ہو تب اس کے مربعے کے اکائی کے مقام پر ہمیشہ 6 ہوتا ہے۔

اسی طرح 0، 2، 3، 5، 7 اور 8 پر ختم ہونے والے اعداد کے مربعوں کے اکائی کے مقام پر آنے والے ہندسوں کا جائزہ لیجیے۔

SCERT TELANGANA

کوشش کیجئے

1. ذیل میں دیئے گئے کون سے اعداد اپنے اکائی کے مقام پر 'ایک' رکھتے ہیں؟

(i) 126^2 (ii) 179^2 (iii) 281^2 (iv) 363^2

2. ذیل میں دیئے گئے کون سے اعداد اپنے اکائی کے مقام پر '6' رکھتے ہیں؟

(i) 116^2 (ii) 228^2 (iii) 324^2 (iv) 363^2

سوچئے ، بحث کیجئے اور لکھئے

رادھا یہ کہتی ہے کہ جفت اعداد کے مربع جفت ہوتے ہیں اور طاق اعداد کے مربعے طاق ہوتے ہیں۔ کیا آپ اس سے متفق ہیں؟ وضاحت کیجیے۔

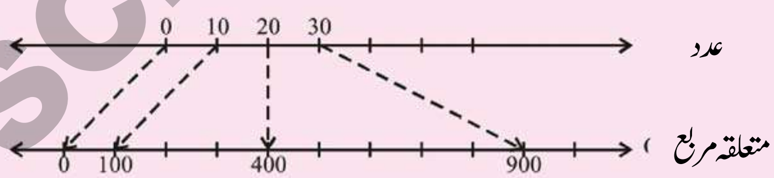
غور کیجیے اور جدول کو مکمل کیجیے:

عدد	ان کے مربع میں پائے جانے والے ہندسوں کی تعداد	
	اقل ترین	اعظم ترین
1-9	1	2
10-99	....	4
100-999	5	....
1009-9999	7	8
n ہندسوں	....	....

کوشش کیجئے

1. اندازہ لگایئے کہ دیئے گئے اعداد کے مربعوں میں کتنے ہندسے پائے جاتے ہیں۔

(i) 72 (ii) 103 (iii) 1000



27، 20 اور 30، کے درمیان واقع ہے۔

27^2، 20^2 اور 30^2، کے درمیان واقع ہے۔

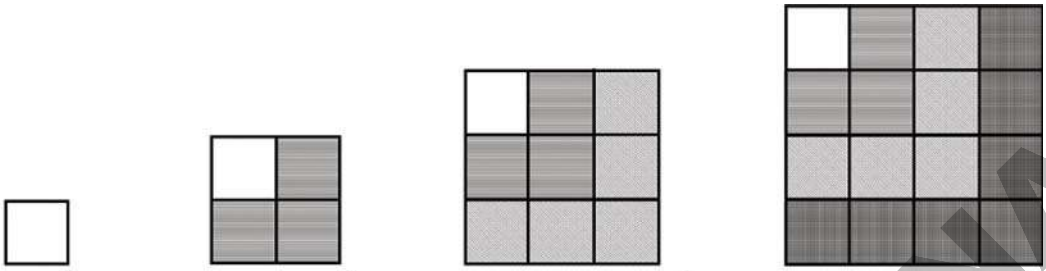
بتلائے کہ حسب ذیل میں سے کونسا 27^2 کا کامل مربع ہوگا

(i) 329 (ii) 525 (iii) 529 (iv) 729

SCERT TELANGANA

6.2 مربع میں دلچسپ نمونے

.1 حسب ذیل نمونوں کا مشاہدہ کیجئے اور انہیں مکمل کیجئے



$1 = 1^2$ $\quad$ $1+3 = 4 = 2^2$ $\quad$ $1+3+5 = 9 = 3^2$ $\quad$ $1+3+5+7 = 16 = 4^2$

$1 = 1 = 1^2$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = \ldots\ldots\ldots\ldots = (\ )^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = \ldots\ldots\ldots\ldots = (\ )^2$

اس سے عموماً ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ پہلے 'n' طاق طبعی اعداد کا مجموعہ n^2 کے مساوی ہوتا ہے۔

2: ذیل کے نمونے کا مشاہدہ کیجیے اور خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

$(11)^2 = 121$

$(101)^2 = 10201$

$(1001)^2 = 1002001$

$(10001)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$(1000001)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

3: ذیل کے نمونہ کا مشاہدہ کیجیے اور انہیں مکمل کیجیے۔

1^2	=	1
11^2	=	1 2 1
111^2	=	1 2 3 2 1
1111^2	=	1 2 3 4 3 2 1
11111^2	=	....
111111^2	=	....

> 'Palindrome' وہ لفظ ہے جو کسی فقرے، جملہ یا عدد کو سیدھا یا الٹا پڑھنے پر بھی وہی پڑھا جائے گا مثلاً نادان، داماد، 15651 وغیرہ۔

یہ اعداد Palindrome اعداد کہلاتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

4. ذیل کے نمونے سے غائب شدہ اعداد معلوم کیجیے۔

$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

$4^2 + 5^2 + (\ )^2 = 21^2$

$5^2 + (\ )^2 + 30^2 = (\ )^2$

$6^2 + 7^2 + (\ )^2 = (\ )^2$

> کیا مربع کے اساسوں کے درمیان کوئی رشتہ پایا جاتا ہے؟ تیسرے مربع کا اساس کس طرح پہلے اور دوسرے مربع اعداد کے اساس سے رشتہ رکھتا ہے؟ اخذ کردہ مربع عدد کا اساس کس طرح تیسرے مربع عدد کے اساس سے رشتہ رکھتا ہے؟

5. ذیل کے نمونے سے غائب شدہ اعداد معلوم کیجیے۔

$3^2 = 9 = 4 + 5 \qquad \left(\frac{3^2-1}{2} + \frac{3^2+1}{2}\right)$

$5^2 = 25 = 12 + 13 \qquad \left(\frac{5^2-1}{2} + \frac{5^2+1}{2}\right)$

$7^2 = 49 = 24 + 25 \qquad (\quad + \quad)$

$11^2 = 121 = \ldots.. + \ldots.. \qquad \left(\frac{11^2-1}{2} + \frac{11^2+1}{2}\right)$

$15^2 = 225 = \ldots.. + \ldots.. \qquad (\quad + \quad)$

اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ کوئی بھی طاق عدد کے مربع کو دو متصلہ اعداد کے مجموعہ سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ اگر 'n' ایک طاق عدد ہو تو ہم اس کو $\left(\frac{n^2-1}{2} + \frac{n^2+1}{2}\right)$ سے ظاہر کریں گے۔

6. حسب ذیل جدول کا مشاہدہ کیجیے اور اسے حل کیجیے۔ متواتر مربع اعداد کے درمیان اعداد

متواتر مربع	متواتر مربع اعداد کے درمیانی اعداد	رشتہ
$1^2 = 1; 2^2 = 4$	(1 اور 4 کے درمیان 2 اور 3 اعداد پائے جاتے ہیں)	2 x پہلے عدد کا اساس 1, (2 x 1 = 2)
$2^2 = 4 ; 3^2 = 9$	5, 6, 7, 8, (4 اور 9 کے درمیان 4 اعداد پائے جاتے ہیں)	2 x پہلے عدد کا اساس 2, (2 x 2 = 4)
$3^2 = 9 ; 4^2 = 16$	10, 11, 12, 13, 14, 15 (9 اور 16 کے درمیان 6 اعداد پائے جاتے ہیں)	2 x پہلے عدد کا اساس 3, (2 x 3 = 6)
$4^2 = 16 ; 5^2 = 25$	______________	2 x پہلے عدد کا اساس 4, (2 x 4 = 8)
$5^2 = 25 ; 6^2 = 36$	______________	______________
______________	______________	______________

SCERT TELANGANA

اوپر کے جدول سے کیا آپ نے متواتر مربع اعداد اور ان کے درمیانی اعداد کے درمیان موجود رشتہ پر غور کیا؟

اوپر کے جدول کی مدد سے n^2 اور $(n + 1)^2$ کے درمیان پائے جانے والے غیر مربعی اعداد کی تعداد معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

n^2 اور $(n + 1)^2$ کے درمیان '$2n$' غیر مربعی اعداد پائے جاتے ہیں۔

یہ کیجیے

1۔ 9^2 اور 10^2 کے درمیان کتنے غیر کامل مربع اعداد پائے جاتے ہیں؟

2۔ 15^2 اور 16^2 کے درمیان کتنے غیر کامل مربع اعداد پائے جاتے ہیں؟

کوشش کیجیے

ریحان کہتا ہے کہ 9^2 اور 11^2 کے درمیان 37 غیر مربعی اعداد پائے جاتے ہیں۔ کیا وہ صحیح ہے؟ وجہ بتلائیے۔

مشق - 6.1

1. حسب ذیل اعداد کے مربع میں اکائی کے مقام پر کونسا ہندسہ ہوگا؟

(i) 39 (ii) 297 (iii) 5125 (iv) 7286 (v) 8742

2. حسب ذیل اعداد میں کونسے کامل مربع ہیں؟

(i) 121 (ii) 136 (iii) 256 (iv) 321 (v) 600

3. ذیل کے اعداد کامل مربع نہیں ہیں۔ وجوہات بتلائیے۔

(i) 257 (ii) 4592 (iii) 2433 (iv) 5050 (v) 6098

4. کیا ہی ذیل کے اعداد کے مربعے جفت ہونگے یا طاق۔ معلوم کیجیے۔

(i) 431 (ii) 2826 (iii) 8204 (iv) 17779 (v) 99998

5. ذیل کے اعداد کے مربعوں کے درمیان کتنے اعداد پائے جاتے ہیں۔

(i) 25; 26 (ii) 56; 57 (iii) 107;108

6. بغیر جمع کیئے ذیل کے اعداد کا مجموعہ معلوم کیجیے۔

(i) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 =$

(ii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$

(iii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 =$

SCERT TELANGANA

6.3: فیثا غورث کا قانون تثلیث

ذیل پر غور کیجئے

(i) $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$

(ii) $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$

اعداد (3, 4, 5) اور (5, 12, 13) فیثا غورث کے اعداد کے تثلیث کی چند مثالیں ہیں۔

عام طور پر a,b,c مثبت صحیح اعداد ہیں۔ اگر $a^2+b^2 = c^2$ تب a,b,c مثبت فیثا غورث کے اعداد تثلیث کہلاتے ہیں۔

اگر a,b,c کے درمیان کوئی مشترک جز نہ ہو سوائے '1' کے تب (a,b,c) (تین اعداد) ابتدائی تین اعداد (Primitive triple) کہلاتے ہیں۔

یہ کیجئے

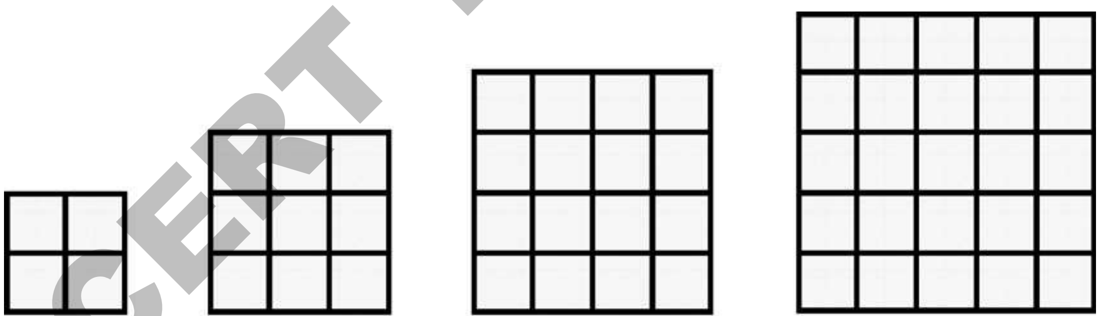
1. جانچ کیجئے کہ آیا ذیل کے اعداد فیثا غورث کے اعداد ثلیث ہیں

(i) 2, 3, 4 (ii) 6, 8, 10 (iii) 9, 10, 11 (iv) 8, 15, 17

2. ایک فیثا غورث کے اعداد کا ایک جوڑ لیجئے۔ ان کے اضعاف لکھئے۔ جانچ کیجئے کہ آیا اضعاف فیثا غورث کے اعداد ہیں؟

6.4: جذرالمربع

ذیل کے مربعوں پر غور کیجئے اور جدول مکمل کیجئے۔



A = 4 A = 9 A = 16 A = 25

مربع کا ضلع (سمر میں)	مربع کا رقبہ (مربع سمر میں)
2	4 = 2 x 2
3	9 = 3 x 3
_____	16 = 4 x 4
_____	25 = 5 x 5

صف/کالم میں اکائی مربعوں کی تعداد، مربع کے ضلع کو ظاہر کرتی ہے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

ایک مربع کا رقبہ اور اس کے ضلع میں کوئی رشتہ پایا جاتا ہے؟

ہم جانتے ہیں کہ مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع = $(\text{ضلع})^2$

اگر مربع کا رقبہ 169 مربع سمر ہو تو اس کا ضلع کیا ہوگا؟

فرض کیجیے کہ ضلع کا طول x سمر ہے۔

$= 169 = x^2$

تب ضلع کا طول 13 سمر ہوتا ہے۔

اس طرح اگر ایک مربع عدد کو دو مساوی اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر ظاہر کیا جائے تو وہ 'جز' اس مربع عدد کا جذر المربع کہلائے گا۔

مثال 1: $9 = 3^2$ اس لیے 9 کا جذر المربع 3 ہے۔ $(\sqrt{9} = 3)$

$16 = 4^2$ اس لیے 16 کا جذر المربع 4 ہے۔ $(\sqrt{16} = 4)$

$25 = 5^2$ اس لیے 25 کا جذر المربع 5 ہے۔ $(\sqrt{25} = 5)$

اگر $x = y^2$ تب x کا جذر المربع y ہوگا $(\sqrt{x} = y)$

5 اور 5- دونوں کا مربع 25 ہی ہے
اسی طرح 25 کے جذر المربع 5 اور 5- ہوں گے۔
ہم اس باب میں صرف مثبت جذر المربعوں کا احاطہ کریں گے۔ ان جذر المربعوں کو اصل جذر المربع کہتے ہیں اور $\sqrt{25} = 5$ لکھا جاتا ہے

مثال 2: (i) $\sqrt{4} = 2$ کیوں کہ $2^2 = 4$

(ii) $\sqrt{16} = 4$ کیوں کہ $4^2 = 16$

(iii) $\sqrt{15} = 225$ کیوں کہ $15^2 = 225$ وغیرہ

حسب ذیل جدول کو مکمل کیجیے

مربع	جذر المربع
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25}$ = ……..
$6^2 = 36$	$\sqrt{36}$ = ……..
7^2 = ……..	$\sqrt{}$ = ……..
8^2 = ……..	$\sqrt{}$ = ……..
9^2 = ……..	$\sqrt{}$ = ……..
10^2 = ……..	$\sqrt{}$ = ……..

SCERT TELANGANA

6.5 متواتر طاق اعداد کا عمل تفریق کے ذریعہ جذر المربع معلوم کرنا

ہم جانتے ہیں کہ ہر مربع کا اظہار '1' سے شروع کرتے ہوئے متواتر طاق طبعی اعداد کے مجموعہ کے طور پر لکھا جا سکتا ہے۔

غور کیجیے

$$1+3 = 4 = 2^2$$
$$1+3+5 = 9 = 3^2$$
$$1+3+5+7 = 16 = 4^2$$
$$1+3+5+7+9 = 25 = 5^2$$

اسی نمونے کی الٹی ترتیب سے جذر المربع معلوم کرنا:

مثال کے طور پر $\sqrt{49}$ کی قدر معلوم کیجیے

پہلا قدم	$49 - 1 = 48$	(پہلے طاق عدد سے تفریق کرنے پر)
دوسرا قدم	$48 - 3 = 45$	(دوسرے طاق عدد سے تفریق کرنے پر)
تیسرا قدم	$45 - 5 = 40$	(تیسرے طاق عدد سے تفریق کرنے پر)
چوتھا قدم	$40 - 7 = 33$	
پانچواں قدم	$33 - 9 = 24$	
چھٹواں قدم	$24 - 11 = 13$	
ساتواں قدم	$13 - 13 = 0$	

ہم جانتے ہیں کہ

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2 = 49$$
$$49 - \{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13\} = 0$$

چنانچہ 49 کامل مربع ہے

49 سے ہم نے '1' سے شروع کرتے ہوئے سات متواتر طاق اعداد کو تفریق کیا تو ساتویں مرحلہ پر صفر (0) حاصل ہوا۔

$$\therefore \sqrt{49} = 7$$

نوٹ: اگر اس مرحلہ پر نتیجہ صفر (0) نہ ہو تو دیا ہوا عدد کامل مربع نہیں ہوتا۔

یہ کیجیے

(i) تفریق کے عمل کو دہراتے ہوئے معلوم کیجیے کہ ذیل کے اعداد کامل مربعے ہیں یا نہیں؟

(i) 55 (ii) 90 (iii) 121

اوپر بتلائے گئے تفریق کے عمل کو دہراتے ہوئے کسی بھی مربع اعداد کے جذر المربع معلوم کرنا آسان ہے لیکن بڑے اعداد جیسے ....,625,729 کے لیے اس طریقے سے تاخیر ہوتی ہے۔ اس لیے ہم مختصر طریقہ سے جذر المربع معلوم کرنے کی کوشش کریں گے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

دیئے گئے اعداد کے جذرالمربع معلوم کرنے کے دو طریقے ہیں۔ وہ یہ ہیں:

(i) مفرد اعداد سے اجزائے ضربی کا طریقہ

(ii) تقسیم کا طریقہ

6.6: مفرد اعداد کے اجزائے ضربی کے طریقہ سے جذرالمربع معلوم کرنا:

اب ہم اجزائے ضربی کے طریقہ سے 484 کا جذرالمربع معلوم کریں گے۔

2	484
2	242
11	121
11	11
	1

مرحلہ 1: دیئے گئے عدد 484 کو مفرد اجزا میں تحلیل کیجیے تب ہمیں

$$484 = 2 \times 2 \times 11 \times 11$$

مرحلہ 2: مساوی اجزا کے جوڑ بنانے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$484 = (2 \times 2) \times (11 \times 11)$$

$$484 = (2 \times 11) \times (2 \times 11) = (2 \times 11)^2$$
$$\sqrt{484} = \sqrt{(2 \times 11)^2}$$
$$= 2 \times 11$$
$$= 22$$

مرحلہ 3: ہر جوڑ سے ایک جز کا انتخاب کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\sqrt{484} = 2 \times 11 = 22$$

اس طرح 484 کا جذرالمربع 22 ہے۔

اب ہم کچھ اور مثالیں حل کریں گے۔

مثال 3: مفرد اجزائے ضربی کے طریقہ سے 1296 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

حل: 1296 کو مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کرنے پر ہمیں

$$1296 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)$$

$$\sqrt{1296} = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\therefore \sqrt{1296} = 36$$

مثال 4: 2025 کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

حل: 2025 کے اجزائے ضربی میں تحلیل کیجیے تب ہمیں حاصل ہوگا۔

2	2025
5	405
3	81
3	27
3	3
	1

$$2025 = (3 \times 3)(3 \times 3)(5 \times 5)$$
$$\sqrt{2025} = 3 \times 3 \times 3$$
$$\sqrt{2025} = 45$$

SCERT TELANGANA

مثال:5 ایسا اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس سے 720 کو ضرب دینے پر وہ کامل مربع بن جائے۔

2	720
2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

حل: 720 کو مفرد اجزا میں تحلیل کرنے پر

$720 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5$

ہم دیکھتے ہیں کہ 2,2,3 جوڑیوں میں پائے جاتے ہیں جبکہ 5 کا جوڑ نہیں ہے۔

اس لیے دیئے گئے عدد کو 5 سے ضرب دینا چاہیئے تا کہ یہ کامل مربع بن جائے اس طرح حاصل ہونے والا عدد کامل مربع ہوگا $720 \times 5 = 3600$

مثال:6 وہ اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس سے 6000 کو تقسیم کرنے پر وہ کامل مربع بن جائے اور محصلہ عدد کا جذر المربع بھی معلوم کیجئے۔

حل: 6000 کو مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کرنے پر ہمیں

2	6000
2	3000
2	1500
2	750
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$6000 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times 3 \times \underline{5 \times 5} \times 5$

ہم دیکھتے ہیں کہ 2، 2 اور 5 کے جوڑ ہیں جبکہ 3 اور 5 کے جوڑ نہیں ہیں۔ اس لیے ہم دیئے گئے عدد کو $3 \times 5 = 15$ سے تقسیم کریں گے۔

اس طرح حاصل ہونے والا کامل مربع $6000 \div 15 = 400$

$400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

400 کا جذر المربع ہے۔

2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

$$\sqrt{400} = \sqrt{(2\times2)\times(2\times2)\times(5\times5)}$$
$$= 2 \times 2 \times 5$$
$$= 20$$

SCERT TELANGANA

مشق - 6.2

1۔ ذیل کے اعداد کے جذر المربع مفرد اجزائے ضربی کے طریقہ سے معلوم کیجئے۔

(i) 441 (ii) 784 (iii) 4096 (iv) 7056

2. اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس سے 3645 کو ضرب دینے پر وہ کامل مربع بن جائے؟

3. اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس سے 2400 کو ضرب دینے پر وہ کامل مربع بن جائے اور محصلہ عدد کا بھی جذر المربع معلوم کیجئے؟

4. اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس سے 7776 کو تقسیم کرنے پر وہ کامل مربع بن جاتا ہے؟

5. ایک باغ میں 1521 درخت اس طرح لگائے گئے ہیں کہ باغ میں درختوں کے جتنے صف ہیں اتنے ہی درخت ہر صف میں موجود ہیں تب درختوں کے صفوں کی تعداد معلوم کیجئے اور ہر صف میں درختوں کی تعداد کیا ہوگی معلوم کیجیے۔

6. ایک مدرسہ میں طلبا سے وصول ہونے والی فیس ماہانہ 2601 روپۓ ہے اگر فی طالب علم کی فیس مدرسہ کے طلبا کی کل تعداد کے مساوی ہوتب مدرسہ میں طلبا کی کل تعداد کتنی ہوگی؟

7. دو اعداد کا حاصل ضرب 1296 ہے۔ اگر ایک عدد دوسرے کا 16 گنا ہو تو دونوں اعداد معلوم کیجئے۔

8. 7921 سپاہی ایک آڈیٹوریم میں اس طرح بیٹھتے ہیں کہ ہر صف میں جتنے سپاہی ہیں اتنے ہی صف آڈیٹوریم میں موجود ہیں۔ آڈیٹوریم میں صفوں کی تعداد معلوم کیجئے۔

9. ایک مربعی کھیت کا رقبہ 5184 مربع میٹر ہے۔ مستطیلی کھیت کا رقبہ معلوم کیجئے جس کا احاطہ مربعی کھیت کے احاطے کے مساوی ہے اور جس کا طول، اس کے عرض کا دوگنا ہے۔

6.7: تقسیم کے طریقہ سے جذر المربع معلوم کرنا

ہم پہلے ہی مفرد اجزائے ضربی کے طریقہ سے جذر المربع معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں۔ بڑے اعداد کے لیے یہ عمل طویل اور مشکل بن جاتا ہے۔ تقسیم کے طریقہ سے اس مسئلہ پر قابو پا سکتے ہیں۔

اب ہم تقسیم کے طریقہ سے 784 کا جذر المربع معلوم کریں گے

مرحلہ 1: دیئے گئے عدد کے ہندسوں کے جوڑ بنائیے۔ اکائی کے مقام سے شروع کرتے ہوئے بائیں طرف جائیں۔ ہر جوڑ پر بار لگائیے۔

$\overline{7}\,\overline{84}$

مرحلہ 2: بڑے سے بڑا عدد معلوم کیجئے جس کا مربع دائیں سے ایک ہندسہ یا پہلے جوڑ کے مساوی یا اس سے کم ہو (جیسا کہ 2) اس عدد کو مقسوم علیہ اور خارج قسمت کی جگہ لکھیئے۔

2 | $\overline{7}\,\overline{84}$ | 2

مرحلہ 3: ایک ہندسہ یا پہلی جوڑ سے مقسوم علیہ اور خارج قسمت کے حاصل ضرب ($2 \times 2 = 4$) کو تفریق کیجئے (جیسا کہ $7 - 4 = 3$)

2 | $\overline{7}\,\overline{84}$ | 2
  | 4
  | 3

مرحلہ 4: باقی (جو کہ 3) کے دائیں جانب دوسری جوڑ کو نیچے لائیے (جو کہ 384) اب یہ نیا مقسوم ہے

2 | $\overline{7}\,\overline{84}$ | 2
  | −4
  | 384

مرحلہ 5: اگلے ممکنہ مقسوم علیہ سے خارج قسمت کو دوگنا کیجئے (جو کہ $2 \times 2 = 4$) اور اس کے دائیں ایک خانہ بنائیے۔

2 | $\overline{7}\,\overline{84}$ | 2
  | −4
4☐ | 384

SCERT TELANGANA

مرحلہ 6: بڑے سے بڑے ممکنہ ہندسہ سے دیئے گئے خانہ کو اس طرح پر کریں کہ نئے مقسوم علیہ کا حاصل ضرب اور یہ ہندسہ نئے مقسوم کے مساوی یا اس سے کم ہو (جو کہ 384 = 8 x 48)

2	$\overline{7}\,\overline{84}$	28
	–4	
4[8]	384	
	384	
	0	

مرحلہ 7: تفریق کرنے پر ہم کو صفر '0' حاصل ہوا اس طرح سے خارج قسمت 28 جذر المربع ہوگا۔

$$\therefore \sqrt{784} = 28$$

2	$\overline{7}\,\overline{84}$	28
	–4	
48	384	
	–384	
	0	

سوچئے ، بحث کیجئے اور لکھئے

ذیل کی تقسیم پر غور کیجئے۔ وجہ بتلائیے کہ اوپر کی مثال میں مقسوم علیہ 48 میں 8 پر کیوں غور کیا گیا؟

$$4\overline{)384}\;(7 \qquad 28,\; 104,\; 49 = 7^2$$

$$4\overline{)384}\;(8 \qquad 32,\; 64,\; 64 = 8^2$$

$$4\overline{)384}\;(9 \qquad 36,\; 24,\; 81 = 9^2$$

اب ہم چند اور مثالوں پر غور کریں گے۔

مثال 7: 1296 کا جذر المربع معلوم کیجئے۔

حل:

مرحلہ 1: $\overline{12}\,\overline{96}$

مرحلہ 2:

3	$\overline{12}\,\overline{96}$	3
	9	

مرحلہ 3:

3	$\overline{12}\,\overline{96}$	3
	-9	

مرحلہ 4:

3	$\overline{12}\,\overline{96}$	3
	-9	
6	396	

مرحلہ 5:

3	$\overline{12}\,\overline{96}$	36
	-9	
66	396	
	- 396	
	0	

غور کیجئے

$$6\overline{)396}\;(6 \qquad 36,\; 36,\; 36 = 6^2,\; 0$$

$$\therefore \sqrt{1296} = 36$$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال:8 8281 کا جذرالمربع معلوم کیجئے۔

حل:

9	$\overline{82}\ \overline{81}$	91
	-81	
181	181	
	-181	
	0	

اس طرح $\sqrt{8281} = 91$

غور کیجئے

18)	181 (1
	18
	1
	$1 = 1^2$
	0

مثال:9 وہ اعظم ترین چار ہندسی عدد معلوم کیجئے جو کہ کامل مربع ہے۔

حل: اعظم ترین چار ہندسی عدد 9999 ہے۔ہم 9999 کا تقسیم کے طریقہ سے جذرالمربع معلوم کریں گے۔ باقی 198 سے ظاہر ہوتا ہے کہ مطلوبہ 9999 سے 198 چھوٹا ہے۔اس کا مطلب یہ ہے اگر ہم 9999 میں سے 198 کو تفریق کریں تو ہم کو ایک کامل مربع حاصل ہوتا ہے۔جو کہ مطلوبہ کامل مربع ہے۔

9	$\overline{99}\ \overline{99}$	99
	-81	
189	18 99	
	-17 01	
	1 98	

$\therefore 9999 - 198 = 9801$

مثال:10 اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس کو 4215 میں سے تفریق کرنے پر وہ کامل مربع بن جاتا ہے؟

حل: تقسیم کے طریقہ سے جذرالمربع معلوم کرنے پر ہمیں معلوم ہوا کہ باقی 119 ہے۔اس کا مطلب ہے اگر ہم 4215 میں سے 119 کو تفریق کریں تو ہم کو ایک کامل مربع حاصل ہوتا ہے۔

$\therefore$ مطلوبہ اقل ترین عدد 119 ہے۔

6	$\overline{42}\ \overline{15}$	64
	-36	
1	6 15	
124	-4 96	
	1 19	

6.8 تقسیمی طریقہ سے اعشاری اعداد کے جذرالمربع

اب ہم مثال $\sqrt{17.64}$ سے شروع کرتے ہیں

مرحلہ:1 عدد کے صحیح حصہ پر بار لگائیے جو کہ 17 ہے۔ بائیں سے دائیں صحیح حصہ کے ہر جوڑ پر بار لگائیے۔

$\overline{17}.\overline{64}$

مرحلہ:2 بڑے سے بڑا عدد معلوم کیجئے (جو کہ 4) جس کا مربع اصل حصہ کی پہلی جوڑ کے مساوی یا اس سے کم ہو (جو کہ 17) عدد 4 مقسوم علیہ اور پہلی جوڑ 17 مقسوم ہے جبکہ باقی '1' ہے۔ تقسیم کیجئے اور باقی '1' لکھئے۔

4	$\overline{17}.\overline{64}$	4
	-16	
	1	

مرحلہ:3 164 حاصل کرنے کے لیے باقی کے دائیں جانب اگلا جوڑ لکھئے (جو کہ 64) جو کہ نیا مقسوم بنتا ہے۔

4	$\overline{17}.\overline{64}$	4
	-16	
	1.64	

SCERT TELANGANA

مرحلہ:4 خارج قسمت کو دگنا کیجئے ($2 \times 4 = 8$) اور اس کے دائیں ایک خانہ بنائیے چونکہ 64 اعشاری حصہ ہے اس لیے خارج قسمت میں اعشاریہ لگائیے۔

4	$\overline{17}.\overline{64}$	4
	-16	
8□	- 164	

مرحلہ:5 بڑے سے بڑا ممکنہ ہندسہ سے خانہ کو اس طرح پر کریں کہ نئے مقسوم علیہ کا حاصل ضرب اور یہ ہندسہ نئے مقسوم یعنی 164 کے مساوی یا اس سے کم ہو۔ یہاں یہ ہندسہ 2 ہے۔

تقسیم کیجئے اور باقی حاصل کیجئے

4	$\overline{17}.\overline{64}$	4.2
	-16	
8[2]	164	
	-164	
	0	

مرحلہ:6 چونکہ باقی صفر ہے اور کوئی جوڑ بھی نہیں اس طرح $\sqrt{17.64} = 4.2$

اب ہم چند مزید مثالیں حل کریں گے۔

مثال:11 تقسیم کا طریقہ استعمال کرتے ہوئے 42.25 کا جذر المربع معلوم کیجئے۔

مرحلہ 1 $\overline{42}.\overline{25}$

مرحلہ 2

6	$\overline{42}.\overline{25}$	6
	-36	
	6	

مرحلہ 3

6	$\overline{42}.\overline{25}$	6.5
6	-36	
125	625	
	-625	
	0	

$\therefore \sqrt{42.25} = 6.5$.

مثال:12 $\sqrt{96.04}$ کی قدر معلوم کیجئے۔

حل:

9	$\overline{96}.\overline{04}$	9.8
9	-81	
188	1504	
	-1504	
	0	

$\therefore \sqrt{96.04} = 9.8$

SCERT TELANGANA

6.9: غیر کامل مربعی اعداد کے جذر المربعوں کا تخمینہ:

اب تک ہم نے کامل مربعوں کے جذر المربعوں کو معلوم کرنا سیکھا۔ اگر بعض اعداد کامل مربعے نہ ہوں تو ان کے جذر صحیح صحیح طور پر معلوم نہیں کئے جا سکتے۔ ایسی تمام صورتوں میں ہمیں جذر المربع کا تخمینہ کرنا پڑتا ہے۔

آیئے اب ہم ایسے ہی غیر کامل مربعی اعداد جیسے $\sqrt{300}$ کا جذر المربع قریب ترین اعداد تک معلوم کریں گے۔

300 کا عدد کامل مربعے 100 اور 400 کے درمیان واقع ہے۔

$$\therefore\ 100 < 300 < 400$$

$$10^2 < 300 < 20^2$$

$$\text{i.e.}\quad 10 < \sqrt{300} < 20$$

لیکن یہ عدد بھی ہمارے جواب سے قریب تر نہیں ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ $17^2 = 289$، $18^2 = 324$

$$289 < 300 < 324$$

$$17 < \sqrt{300} < 18$$

289 وہ کامل مربع ہے جو 300 سے زیادہ قریب ہے بہ نسبت 324 کے

$\therefore$ $\sqrt{300}$ کی تخمینی قیمت 17 ہوگی۔

مشق - 6.3

(1 تقسیم کے طریقہ سے ذیل کے اعداد کے جذر المربع محسوب کیجئے۔

(i) 1089 (ii) 2304 (iii) 7744 (iv) 6084 (v) 9025

(2 ذیل کے اعشاری اعداد کے جذر المربع معلوم کیجئے۔

(i) 2.56 (ii) 18.49 (iii) 68.89 (iv) 84.64

(3 وہ اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس کو 4000 سے تفریق کرنے پر کامل مربع بن جاتا ہے؟

(4 اس مربع کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا رقبہ 4489 مربع سمر ہے۔

(5 ایک باغبان اپنے باغ میں 8289 پودے مربعی حصہ پر لگانا چاہتا ہے۔ ایسا کرنے کے بعد 8 پودے بچ رہتے ہیں۔ بتایئے کہ ہر صف میں کتنے پودے لگائے گئے۔

(6 اقل ترین چار ہندسی کامل مربع عدد معلوم کیجئے۔

(7 وہ عدد معلوم کیجئے۔ جسے 6412 میں جمع کرنے پر یہ کامل مربع بن جاتا ہے؟

(8 حسب ذیل اعداد کی قدر اقل ترین مکمل اعداد میں معلوم کیجئے۔

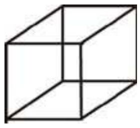
(i) $\sqrt{97}$ (ii) $\sqrt{250}$ (iii) $\sqrt{780}$

SCERT TELANGANA

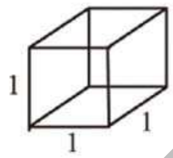
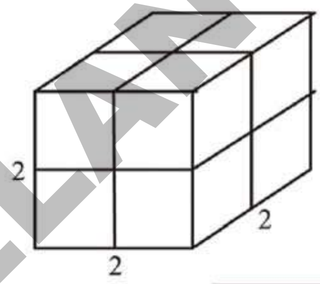
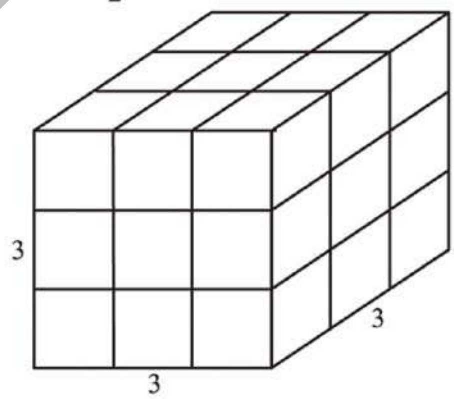
مکعب اور جذر المکعب

6.10: مکعبی اعداد

ہم جانتے ہیں کہ ایک مکعب 6 پہلو رکھنے والا مجسم ہوتا ہے۔



اب ہم اکائی مکعبوں کو استعمال کرتے ہوئے مکعبی اشکال تشکیل دیں گے۔

سلسلہ نشان	شکل	ضلع کی لمبائی	مستعملہ مکعبوں کی تعداد
1		1	1
2		2	8
3		3	27

SCERT TELANGANA

کیا آپ اگلا مکعب تیار کر سکتے ہیں؟ ایسے مکعب کے لیے جس کے ضلع 5 اکائیاں ہوں کتنے اکائی مکعب درکار ہوں گے؟ اندازہ کیجیے۔

اس طرح ہمیں ایسے مکعب بنانے کے لیے 1، 8، 27، 64 ...... اکائی مکعب درکار ہوں گے۔ ان اعداد کو کامل مکعب یا مکعبی اعداد کہتے ہیں۔

جیسا کہ

$1 = 1 \times 1 \times 1 = 1^3$

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$64 = …….. \times …… \times …… =$

.'. لہٰذا ایک مکعب عدد کسی عدد کو اسی عدد سے تین مرتبہ ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔

مثلاً x کا مکعب $x \times x \times x = x^3$ ہوگا

کیا 49 ایک مکعبی ہے؟ نہیں۔ کیونکہ 7 x 7 = 49 اور کوئی ایسا طبعی عدد نہیں پایا جاتا جسے تین مرتبہ ضرب دینے سے 49 حاصل ہوتا ہو۔ ہم جانتے ہیں کہ $3 \times 3 \times 3 = 27$ اور $4 \times 4 \times 4 = 64$ اس سے پتہ چلتا ہے کہ 49 کامل مکعب نہیں ہے۔

یہ کیجئے

(1 کیا 81 ایک کامل مکعب ہے؟

(2 کیا 125 ایک مکعب ہے؟

ذیل کے جدول پر غور کرتے ہوئے خانہ پری کیجئے:

1	$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
2	$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
3	$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
4	$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
5	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
6	$6^3 = 6 \times 6 \times 6 =$ ………
7	$7^3 =$ ………………. = …………..
8	$8^3 =$ ………………. = …………..
9	$9^3 =$ ………………. = …………..
10	$10^3 =$ ………………. = …………..

سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

(i) 1 اور 100 کے درمیان کتنے کامل مکعبی اعداد پائے جاتے ہیں۔ 1 اور 500 کے علاوہ 1 اور 1000 کے درمیان بھی ایسے کتنے کامل مکعبی اعداد ہوں گے؟

(ii) 500 اور 1000 کے درمیان ایسے کتنے کامل مکعبی اعداد ہیں؟

SCERT TELANGANA

ذیل میں 11 سے 20 تک اعداد کے مکعب دیئے گئے ہیں۔

11	1331
12	1728
13	2197
14	2744
15	3375
16	4096
17	4913
18	5832
19	6859
20	8000

کیا آپ کو 17 اور 18 کے مکعبوں کے درمیان ہندسوں کے حاصل جمع میں کوئی دلچسپ بات نظر آتی ہے؟

جدول پر غور کرنے سے پتہ چلتا ہے کہ کسی جفت عدد کا مکعب بھی جفت ہی ہوگا۔ کیا یہ بات طاق اعداد کے لیے بھی صحیح ہے؟
ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ اگر کسی عدد میں اکائی کا ہندسہ 1 ہو تو اس کا مکعب بھی ایک ہی پر ختم ہوگا۔ کیا آپ اکائی کے مقام پر 0، 4، 5، 6 یا 9 رکھنے والے اعداد کے مکعبوں کے اکائی کے مقام کے بارے میں کیا کہیں گے؟

کوشش کیجیے

حسب ذیل اعداد میں ہر ایک کے اکائی کے مقام کو پہچانئے۔

(i) 75^3 (ii) 123^3 (iii) 157^3 (iv) 198^3 (v) 206^3

6.11: اعداد کے بعض دلچسپ سلسلے

(1 سلسلہ وار طاق اعداد کا حاصل جمع

ان اعداد کے سلسلوں پر غور کیجیے۔

$1 = 1 = 1^3$

$3 + 5 = 8 = 2^3$

$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$

$13 + 15 + 17 + 19 =$ ...... $=$ ....

5^3 تک اعداد کے حاصل جمع کے لیے اگلے کتنے سلسلہ وار طاق اعداد کی ضرورت ہوگی؟

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

(2 ذیل کے اعداد کے سلسلہ پر غور کیجیے

$$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3 = 7$$
$$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3 = 19$$
$$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3 = 37$$
$$5^3 - 4^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$$

اوپر کے سلسلہ کو استعمال کرتے ہوئے ذیل کی قیمتیں محسوب کیجیے۔

(i) $10^3 - 9^3$ (ii) $15^3 - 14^3$ (iii) $26^3 - 25^3$

(3 ذیل کے اعداد کے سلسلوں پر غور کرتے ہوئے خانہ پری کیجیے۔

$$1^3 = 1^2$$
$$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2 = (3)^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2 = (\ )^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (____)^2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = (1 + 2 + 3 + \ldots + 10)^2$$

.'. ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ پہلے n طبعی اعداد کے مکعبوں کا مجموعہ مساوی ہوتا ہے ان کے حاصل جمع کے مربعوں کے۔

یعنی $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots + n)^2.$

6.12: مکعب اور ان کے مفرد اجزائے ضربی

64 اور 216 پر غور کیجیے

64 اور 216 کو اجزائے ضربی میں تحلیل کرنے پر

$$64 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}$$
$$216 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$$

ان دونوں مثالوں میں ہر جز ضربی تین مرتبہ واقع ہوتا ہے۔ دوسرے الفاظ میں مفرد اجزائے ضربی تین کے گروپ کی شکل میں لکھے جاسکتے ہیں۔

.'. اگر کسی عدد کو تین مساوی اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کے طور پر ظاہر کیا جاسکتا ہو تو یہ کہا جاسکتا ہے کہ وہ عدد کامل مکعب یا مکعبی عدد ہے۔

SCERT TELANGANA

2	540
2	270
3	135
3	45
3	15
5	5
	1

کیا540ایک کامل مکعب ہے؟

540 کے مفرد اجزائے ضربی لکھنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$540 = 2 \times 2 \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5$$

یہاں پر2اور5، تین، تین کے گروپ کے طور پر واقع نہیں ہوتے ہیں۔

لہٰذا 540ایک کامل مکعب نہیں ہے۔

یہ کیجئے

حسب ذیل میں کونسے اعداد کامل مکعب ہیں۔

(i) 243 (ii) 400 (iii) 500 (iv) 512 (v) 729

2	2560
2	1280
2	640
2	320
2	160
2	80
2	40
2	20
2	10
	5

مثال:13 وہ اقل ترین عدد کونسا ہے جس سے 2560 کو ضرب دینے پر حاصل ضرب کامل مکعب بن جاتا ہے؟

حل: سب سے پہلے 2560 کے مفرد اجزائے ضربی لکھئے

$$2560 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 5$$

مفرد جز ضربی 5' 3 کے گروپ کے طور پر واقع نہیں ہوتا ہے۔

لہٰذا 2560 کامل مکعب نہیں ہے۔

.'. وہ اقل ترین عدد جس سے 2560 کو ضرب دینے پر حاصل ضرب کا مکعب ہوتا ہے 25 = 5 x 5 ہوگا۔

مثال:14 وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد محسوب کیجئے جس سے 1600 کو تقسیم کرنے پر خارج قسمت کامل مکعب بن جاتا ہے۔

2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
	5

حل: 1600 کے مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$1600 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 5 \times 5$$

مفرد جز ضربی 5' 3 کے گروپ کے طور پر واقع نہیں ہوتا ہے۔

لہٰذا 1600 کامل مکعب نہیں ہے۔

.'. اقل ترین عدد جس سے 1600 کو تقسیم کرنے پر وہ کامل مکعب بنتا ہے 25 = 5 x 5 ہوگا۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مشق - 6.4

(1 حسب ذیل اعداد کے مکعب معلوم کیجئے۔

(i) 8 (ii) 16 (iii) 21 (iv) 30

(2 جانچ کر بتائیے کہ ذیل کے اعداد میں سے کونسے کامل مکعب ہیں یا نہیں۔

(i) 243 (ii) 516 (iii) 729 (iv) 8000 (v) 2700

(3 وہ اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس سے 8788 کو ضرب دینے پر کامل مکعب حاصل ہوتا ہے۔

(4 7803 کو کس اقل ترین عدد سے ضرب دیا جانا چاہئے کہ کامل مکعب حاصل ہو؟

(5 8640 کو کس اقل ترین عدد سے تقسیم کیا جائے کہ خارج قسمت ایک کامل مکعب بن جائے؟

(6 روی نے پلاسٹک کی ایک شیٹ سے جس کے ابعاد 12 سمر، 8 سمراور 3 سمر ہیں۔ایک مکعب نما تیار کیا۔ایک مکمل مکعب حاصل کرنے کے لیے روی کے ایسے مکعبوں کی اقل ترین تعداد کتنی ہوگی؟

(7 $3^{11}+5^{13}$ کے مجموعہ کو تقسیم کرنے والا سب سے چھوٹا مفرد عدد معلوم کیجیے۔

6.13: جذرالمکعب

ہم جانتے ہیں کہ دو اکائیوں کے ضلع کا مکعب بنانے کے لیے 8 اکائی مکعب کی ضرورت ہوتی ہے۔($8 = 2^3$)اسی طرح تین اکائیوں کے ضلع کے مکعب کی تیاری کے لیے 27 اکائی مکعبوں کی ضرورت ہوگی ($3^3 = 27$)

فرض کیجئے کہ 64 اکائی مکعبوں کی مدد سے ایک مکعب بنایا گیا۔تو اس مکعب کے ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟

فرض کیجئے کہ ضلع کا طول x اکائیاں ہیں۔ $\therefore 64 = x^3$

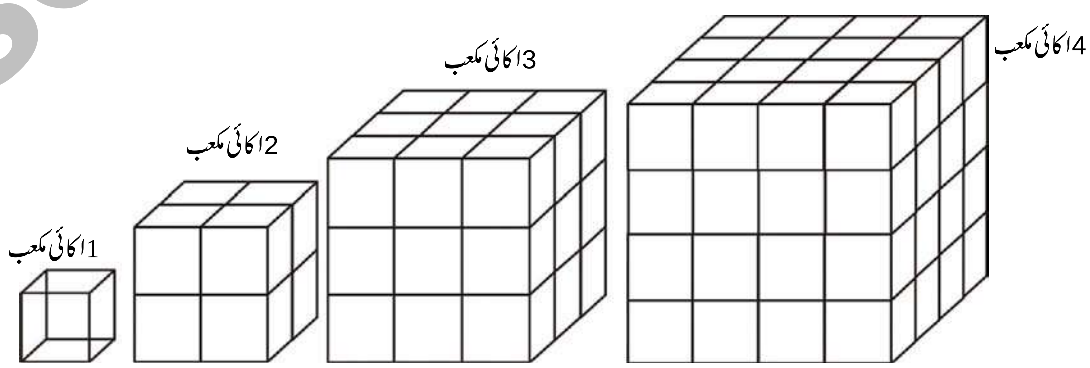
مکعب کے ضلع کا طول معلوم کرنے کے لیے ضروری ہوتا ہے کہ وہ عدد معلوم کیا جائے جس کا مکعب 64 ہے۔

اس لئے اس عدد کو محسوب کرنا جس کا مکعب معلوم ہے جذرالمکعب کہلاتا ہے۔یہ عمل مکعب بنانے کے عمل کا برعکس عمل کہلائے گا۔

جیسا کہ $4^3 = 64$ تب 4، 64 کا جذرالمکعب کہلاتا ہے۔

ہم اسے $\sqrt[3]{64} = 4$ کی طرح لکھتے ہیں۔ $\sqrt[3]{\ }$ کی علامت جذرالمکعب کی علامت کہلاتی ہے۔

لہٰذا کوئی عدد x ایک اور عدد y کا جذرالمکعب کہلائے گا جبکہ $y = x^3$ تب $x = \sqrt[3]{y}$ ہو۔



SCERT TELANGANA

حسب ذیل جدول کومکمل کیجئے

جذرالمکعب	مکعب
$\sqrt[3]{1} = 1$	$1^3 = 1$
$\sqrt[3]{8} = 2$	$2^3 = 8$
$\sqrt[3]{27} = 3$	$3^3 = 27$
$\sqrt[3]{64} = 4$	$4^3 = 64$
$\sqrt[3]{125} = 5$	$5^3 = 125$
$\sqrt[3]{\quad} = 6$	$6^3 = ...$
$\sqrt[3]{\quad} = 7$	$7^3 = ...$
$\sqrt[3]{\quad} = 8$	$8^3 = ...$
.... = ...	...... = ...
.... = ...	...... = ...

6.14: مفرد اجزائے ضربی سے جذرالمکعب معلوم کرنے کا طریقہ:

2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
	3

آیئے 1728 کا جذرالمکعب مفرد اجزائے ضربی طریقہ سے معلوم کریں۔

پہلا مرحلہ: 1728 کے مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کریں۔

$$1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

دوسرا مرحلہ: مساوی اجزا کے تین، تین کے گروپ بنایئے۔

$$1728 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$$

تیسرا مرحلہ: ہر گروپ سے ایک جز ضربی لیجئے اور ذیل میں بتائے گئے طریقہ کے مطابق ضرب دیجئے۔

$$\sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\therefore \sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

آیئے مزید اور مثالوں کے ذریعہ سمجھیں۔

مثال 15: 4096 کا جذرالمکعب معلوم کیجئے؟

حل: 4096 کے مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کرنے پر

2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

$$4096 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$\sqrt[3]{4096} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$\therefore \sqrt[3]{4096} = 16$$

SCERT TELANGANA

6.15 دیئے ہوئے عدد کے جذرالمکعب کا تخمینہ

اگر ہم واقف ہیں کہ دیا ہوا عدد ایک مکعب ہے تو اس کا جذرالمکعب ذیل کے طریقہ سے بھی معلوم کیا جاسکتا ہے۔

آیئے اسی طریقہ سے 9261 کے جذرالمکعب کا تخمینہ کریں۔

مرحلہ 1: اکائی کے مقام سے شروع کرتے ہوئے تین ہندسوں کے گروپ بنائیں۔

یعنی 261 9

پہلا گروپ دوسرا گروپ

مرحلہ 2: پہلے گروپ یعنی 261 سے مطلوبہ جذرالمکعب کے اکائی کا مقام حاصل ہوگا چونکہ یہ گروپ اپنے اکائی کے مقام پر 1 پر ختم ہوتا ہے۔لہٰذا اس کے جذرالمکعب کے اکائی کا ہندسہ بھی 1 ہوگا۔

مرحلہ 3: دوسرا گروپ یعنی 9 لیجیے

ہم جانتے ہیں کہ $2^3 < 9 < 3^3$

چونکہ اقل ترین عدد 2 ہے۔ یہ عدد مطلوبہ جذرالمکعب کے دہائی کے مقام پر واقع ہوگا۔

لہٰذا $\therefore \sqrt[3]{9261} = 21$

مشق - 6.5

(1 مفرد اجزائے ضربی کے طریقہ سے حسب ذیل کے اعداد کا جذرالمکعب معلوم کیجئے؟

1) 343 2) 729 3) 1331 4) 2744

(2 تخمینہ کرتے ہوئے ذیل کے اعداد کے جذرالمکعب بتایئے؟

1) 1512 2) 2197 3) 3375 4) 5832

(3 صحیح یا غلط بتلایئے؟

(i) ایک جفت عدد کا مکعب طاق ہوگا۔

(ii) ایک کامل مکعب دو صفروں پر ختم ہوتا ہے۔

(iii) اگر کوئی عدد 5 پر ختم ہوتا ہو تو اس کا مکعب بھی 5 ہی پر ختم ہوگا۔

(iv) صفر پر ختم ہونے والے کسی عدد کا مکعب اپنے سیدھے جانب تین صفر رکھتا ہے۔

(v) ایک واحد ہندسی عدد کا مکعب بھی واحد ہندسہ ہوسکتا ہے۔

(vi) ایسا کوئی کامل مکعب نہیں پایا جاتا جو 8 پر ختم ہوتا ہو۔

(vii) کسی دو ہندسی عدد کا مکعب تین ہندسی عدد ہوسکتا ہے۔

(4 ایک ایسا دو ہندسی عدد محسوب کیجئے جو کہ ایک مربع ہونے کے ساتھ ساتھ ایک مکعب بھی ہو؟

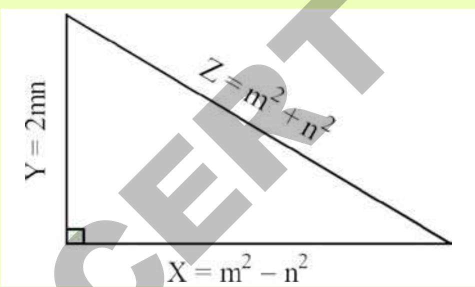
SCERT TELANGANA

ہم نے کیا سیکھا!

- کسی عدد کے مربع میں پائے جانے والے ہندسوں کا تخمینہ کرنا۔
- مربعی اعداد کے مختلف نمونوں کو لکھنا۔
- a,b,c مثبت صحیح اعداد ہیں اور اگر $a^2+b^2=c^2$ تب $\{a,b,c\}$ فیثا غوری تثلیث ہوں گے۔
- مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے اور تقسیم کے طریقے سے جذر المربع معلوم کرنا۔
- جذر المربع، مربع کا معکوس ہوتا ہے
- اگر کسی عدد کو خود اُسی عدد سے 3 مرتبہ ضرب دینے پر مکعب عدد کہلاتا ہے
- غیر کامل اعداد کا جذر المربع محسوب کرنا۔
- مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے مکعب جذر معلوم کرنا۔
- ایک عدد کے جذر المکعب کا تخمینہ لگانا۔
- ایک صحیح عدد کا مربع ایک صحیح عدد ہی ہوتا ہے جو کہ ایک مربعی عدد ہوتا ہے۔ جبکہ ایک ناطق عدد کا مربع کامل مربع ہوتا ہے۔

ابدی مثلث

ایک قائم الزاویہ مثلث کے اضلاع کے طول خود معلوم کرنے کے لیے ضابطے کو ڈائی پو ہائیٹس نے پیش کیا۔ یہ ضابطہ قدیم یونانیوں کے دور سے ہی چلا آرہا ہے جو درج ذیل ہے۔



ایک قدم $x = m^2 - n^2$

دوسرا قدم $y = 2mn$

وتر $z = m^2 + n^2$

اعداد m اور n صحیح اعداد ہیں، جن کو بغیر کسی ترتیب کے (دل چاہے) منتخب کیا جاتا ہے

m	n	$X = m^2 - n^2$	$Y = 2mn$	$Z = m^2 + n^2$
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
5	2	21	20	29
4	3	7	24	25
4	1	15	8	17

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

7
تعددی تقسیمی جدول اورترسیمات
Frequency Distribution Tables & Graphs

7.0 تعارف

احمد ٹی وی پر کھیل کی خبریں دیکھ رہا ہے۔ٹی۔وی پر 2012 اولمپک گیمس میں مختلف مما لک کے جیتے گئے تمغوں کی تفصیلات دکھائی گئیں۔

اولمپکس 2012۔تمغوں کی تعداد

درجہ	ملک	سونا	چاندی	کانسہ	جملہ
1	امریکہ	46	29	29	104
2	چین	38	27	23	88
3	برطانیہ	29	17	19	65
4	روس	24	26	32	82
5	کوریا	13	8	7	28

مندرجہ بالا جدول میں اولمپکس 2012 میں سب سے زیادہ تمغے جیتنے والے پہلے پانچ مما لک کے نام اور ساتھ ہی ساتھ ان تمغوں کی تعداد دی گئی ہے۔

عددی شکل٬ عبارتی شکل یا ترسیمی شکل میں موجود معلومات جو فیصلہ سازی یا نتیجہ اخذ کرنے میں معاون ہوتی ہیں معطیات (ڈاٹا) کہلاتی ہیں۔

- کس ملک نے سب سے زیادہ تمغے حاصل کیئے؟
- کس ملک نے سب سے زیادہ کانسے کے تمغے حاصل کیئے؟
- جدول میں دی گئی معطیات کی بنیاد پر مزید تین سوالات بنائیے۔

کوشش کیجیے

عبارتی اور عددی شکل میں معطیات (ڈاٹا) کی تین مثالیں دیجیے۔

SCERT TELANGANA

7.1 مرکزی میلانات کی بنیادی پیائش

جب ہم معطیات کو جمع کرتے ہیں تو اس کی بنیاد پر نتائج کو اخذ کرنا پڑتا ہے۔کبھی حاصل جمع استعمال کرتے ہیں تو کبھی اوسط' وغیرہ۔ پچھلی جماعت میں ہم نے بنیادی پیائشوں جیسے اوسط' بہتاتیہ اور وسطانیہ کے بارے میں پڑھا ہے۔آیئے ان کا اعادہ کریں۔

7.1.1 اوسط حسابیہ

یہ عام طور پر سب سے زیادہ استعمال ہونے والا مرکزی میلان ہے۔اعداد کے کسی سیٹ کے لیے اوسط حسابیہ ان اعداد کا محض اوسط ہوتا ہے۔یعنی مشاہدات کے مجموعہ کو مشاہدات کی تعداد سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, ...x_n$ کا اوسط حسابیہ یہ ہے۔

$\sum x_i$ تمام x_1 کے مجموعے کو ظاہر کرتا ہے۔جہاں i کی قیمت 1 تا n ہوتی ہے۔ n مشاہدات کی تعداد ہے۔

اوسط حسابیہ $= \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + ...+ x_n}{N}$

$\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{N}$ (مختصر شکل)

مثال:1 ایک یونٹ ٹسٹ میں شاکر نے مختلف مضامین میں 20' 11' 21' 25' 23 اور 14 نشانات حاصل کیے۔اس کے نشانات کا اوسط حسابیہ کیا ہوگا؟

حل: معطیات = 20' 11' 21' 25' 23 اور 14

اوسط حسابیہ $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{N}$

$= \dfrac{20+11+21+25+23+14}{6} = \dfrac{114}{6}$

$\bar{x} = 19$

مثال2: 7 مشاہدات کا اوسط حسابیہ 32 پایا گیا۔اگر معطیات میں ایک اور مشاہدہ 48 کا اضافہ کیا جائے تو حاصل معطیات اوسط حسابیہ کیا ہوگا؟

حل: 7 مشاہدات کا اوسط حسابیہ $\bar{x} = 32$

7 مشاہدات کا مجموعہ $\sum X = 32 \times 7 = 224$

اضافہ کردہ مشاہدہ $= 48$

8 مشاہدات کا مجموعہ $\sum X = 224 + 48 = 272$

8 مشاہدات کا اوسط $x = \dfrac{\sum X}{N} = \dfrac{272}{8} = 34$

مثال:3 کسی کلب کے 25 ارکان کی اوسط عمر 38 سال ہے۔اگر 42 سال اوسط عمر والے 5 ارکان کلب چھوڑ دیں تب کلب کے موجودہ ارکان کی اوسط عمر کیا ہوگی؟

حل: کلب کے 25 ارکان کی اوسط عمر = 38 سال

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

25 ارکان کی عمر کا مجموعہ $= 38 \times 25 = 950$ سال

کلب چھوڑنے والے 5 ارکان کی اوسط عمر $= 42$ سال

5 ارکان کی عمر کا مجموعہ $= 42 \times 5 = 210$ سال

باقی 20 ارکان کی عمر کا مجموعہ $= 950 - 210 = 740$ سال

کلب کے موجودہ ارکان کی اوسط عمر $= \frac{\sum x_i}{N} = \frac{740}{20} = 37$ سال

مثال 4: 9 مشاہدات کا اوسط حسابیہ 45 حاصل کیا گیا۔ ایسا کرتے وقت ایک مشاہدے کو 24 کے بجائے غلطی سے 42 لیا گیا ہے تب بتائیے صحیح اوسط کیا ہوگا؟

حل:

9 مشاہدات کا اوسط $= 45$

9 مشاہدات کا مجموعہ $= 45 \times 9 = 405$

حساب کے دوران 24 کے بجائے 42 لکھا گیا۔

لہٰذا 9 مشاہدات کا صحیح مجموعہ $= 405 - 42 + 24 = 387$

9 مشاہدات کا صحیح اوسط $= \frac{\sum x_i}{N} = \frac{387}{9} = 43$

ہم نے مشاہدہ کیا کہ

- اوپر کے مثالوں سے یہ واضح ہوتا ہے کہ اوسط حسابیہ تمام معطیات کی ایک نمائندہ قدر ہے۔
- معطیات میں اوسط حسابیہ کا انحصار مشاہدات کی تعداد اور ہر ایک مشاہدے کی قدر پر ہوتا ہے۔
- یہ معطیات کی منفرد قدر ہوتی ہے م
- اگر معطیات کے تمام مشاہدات کو کسی خاص عدد سے بڑھایا یا گھٹایا جاتا ہے تو اوسط بھی اتنا ہی بڑھتا یا گھٹتا ہے۔
- اگر معطیات کے تمام مشاہدات کو کسی خاص عدد سے ضرب یا تقسیم کیا جاتا ہے تب اوسط بھی اسی عدد سے ضرب یا تقسیم ہوتا ہے۔

7.1.2: انحرافی طریقہ سے اوسط حسابیہ

ایک معطیات میں 5 مشاہدے 7,10.15,21,27 ہیں۔ جب استاد نے کہا کہ بغیر حساب کے اوسط کا اندازہ لگائیے تب تین طلبا ارشد، کمال اور انجم نے اس طرح اندازہ لگایا۔

- ارشد اندازہ لگاتا ہے کہ یہ سب سے چھوٹی اور سب سے بڑی قدر کے بالکل درمیانی عدد 17 ہے۔
- کمال اندازہ لگاتا ہے کہ معطیات کو (صعودی یا نزولی) ترتیب میں لکھنے پر یہ درمیانی عدد 15 ہے۔
- انجم نے تمام اعداد کو جمع کیا اور ان کی جملہ تعداد سے تقسیم کیا یعنی 16

ہم ان تمام جوابات کو ''مفروضہ اوسط'' یا ''تخمینہ اوسط'' کہتے ہیں اور "A" سے تعبیر کرتے ہیں۔

آئیے اب ہم جانچیں گے کہ ان تخمینا جوابات میں کونسا جواب اوسط کے برابر ہے۔

SCERT TELANGANA

Score	A	in Terms of Deviations
7	17	7 = 17 − 10
10	17	10 = 17 − 7
15	17	15 = 17 − 2
21	17	21 = 17 + 4
27	17	27 = 17 + 10

مسئلہ1: غور کیجیے ارشد کا مفروضہ اوسط حسابیہ A = 17

مشاہدات کا حقیقی اوسط حسابیہ $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{7+10+15+21+27}{5} = \frac{80}{5} = 16$

اگر ہر ایک مشاہدے کو مفروضہ اوسط "A" سے انحراف کی شکل میں لکھا جائے تب

$$\bar{x} = \frac{(17-10)+(17-7)+(17-2)+(17+4)+(17+10)}{5}$$

$$= \frac{5\times 17}{5} + \frac{-10-7-2+4+10}{5}$$

$$= 17 + \frac{-5}{5} = 17 - 1 = 16$$

لہٰذا اوسط حسابیہ = مفروضہ اوسط + انحراف کا اوسط

مسئلہ2: غور کیجیے کمال کا مفروضہ اوسط حسابیہ A = 15

مشاہدات کا اوسط حسابیہ $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{7+10+15+21+27}{5}$

انحراف کی شکل میں $\bar{x} = \frac{(15-8)+(15-5)+(15-0)+(15+6)+(15+12)}{5}$

$$= \frac{(5\times 15)}{5} + \frac{(-8-5-0+6+12)}{5}$$

$$= 15 + \frac{5}{5} = 15 + 1 = 16$$

مسئلہ3: انجم کا مفروضہ اوسط حسابیہ A=16

مشاہدات کا اوسط حسابیہ $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{7+10+15+21+27}{5}$

انحراف کی شکل میں $\bar{x} = \frac{(16-9)+(16-6)+(16-1)+(16+5)+(16+11)}{5}$

$$= \frac{(5\times 16)}{5} + \frac{(-9-6-1+5+11)}{5}$$

$$= 16 + \frac{0}{5} = 16$$

یہ کیجیے

ہر دیئے گئے مسئلہ کے تخمینی اوسط اور حقیقی اوسط کے لئے جدول ترتیب دیجئے حقیقی اوسط اور تخمینی اوسط کے فرق سے انحرافوں کا مشاہدہ کیجئے۔ آپ نے کیا نتیجہ اخذ کیا؟ (اشارہ: انحراف کے اوسط سے تقابل کیجیے)

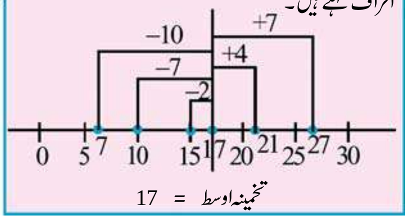
SCERT TELANGANA

اوپر کی مثالوں سے یہ بات واضح ہوتی ہے کہ مفروضہ اوسط حسابیہ، حقیقی اوسط حسابیہ بن جاتا ہے اگر تمام مشاہدات کے انحراف کا مجموعہ (یا اوسط) صفر '0' ہو۔

ہم اس عمل کی جانچ کو معطیات کے اوسط حسابیہ معلوم کرنے کے لیے بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

بیان کردہ مسئلوں سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ اوسط حسابیہ کو مفروضہ اوسط اور تمام مشاہدات کے انحراف کے ذریعہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

معطیات کے کسی بھی مشاہدہ کی قدر اور تخمینہ اوسط کے فرق کو انحراف کہتے ہیں۔



اوسط حسابیہ = مفروضہ اوسط + انحراف کا اوسط

$= \text{مفروضہ اوسط} + \dfrac{\text{انحراف کا مجموعہ}}{\text{مشاہدات کی تعداد}}$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum (X_1 - A)}{N}$$

مثال 5: دیئے گئے 10 مشاہدات 14,36,25,28,35,32,56,42,50,62 کا اوسط حسابیہ انحرافی طریقہ سے، مفروضہ اوسط 40 لے کر معلوم کیجیے اور عام ضابطہ سے بھی معلوم کیجیے۔ کیا ان میں کوئی فرق ہے؟

حل: معطیات کے مشاہدات = 14,36,25,28,35,32,56,42,50,62

فرض کرو کہ مفروضہ اوسط A = 40

$$\text{اوسط حسابیہ} = \bar{x} = A + \frac{\sum (X_1 - A)}{N}$$

$$\bar{x} = 40 + \frac{(14-40)+(25-40)+(28-40)+(32-40)+(35-40)+(36-40)+(42-40)+(50-40)+(56-40)+(62-40)}{10}$$

$$= 40 + \frac{(-26)+(-15)+(-12)+(-8)+(-5)+(-4)+(2)+(10)+(16)+(22)}{10}$$

$$= 40 + \frac{(-70+50)}{10}$$

$$= 40 - \frac{20}{10}$$

$$= 40 - 2 = 38$$

اوسط حسابیہ کے ضابطے سے $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{N} = \dfrac{14+25+28+32+35+36+42+50+56+62}{10}$

$$= \frac{380}{10} = 38$$

دونوں طریقوں سے ہم کو ایک ہی جواب حاصل ہوا۔

اعشاریہ والے اوسط حسابیہ معلوم کرنے کا یہ انحرافی طریقہ زیادہ اعداد والے اور معطیات کے لیے سہولت بخش ہے۔

SCERT TELANGANA

حسب ذیل مثالوں پر غور کیجیے

مثال6: ایک حصص کی بازاری قیمت روپیوں میں ایک ہفتہ کے دوران اس طرح بدل رہی ہے 3672‘ 3657‘ 3673‘ 3665‘ 3668 حصص کی اوسط حسابی قدر معلوم کیجیے۔

حل: معطیات کے مشاہدات = 3670,3657, 3665, 3668, 3673

تخمینی اوسط = 3668

$$\text{اوسط حسابیہ} = \bar{x} = A + \frac{\sum (X_1 - A)}{N}$$

$$= 3668 + \frac{(3657-3668)+(3665-3668)+(3668-3668)+(3672-3668)+(3673-3668)}{5}$$

$$= 3668 + \frac{(-11-3-0+4+5)}{5} = 3668 + \frac{(-5)}{5} = 3668 - 1 = ₹\,3667.$$

یہ کیجیے

(1) ذیل کے معطیات کے اوسط حسابیہ کا تخمینہ لگائیے۔

(i) 17, 25, 28, 35, 40

(ii) 5, 6, 7, 8,8, 10, 10, 10, 12,12, 13, 19, 19, 19, 20

(2) حقیقی جواب معلوم کیجیے اور اپنے تخمینی جواب کو جانچیے۔

منصوبہ کام

1۔ اپنے ہم جماعت 10 ساتھیوں کے مختلف مضامین کے امتحان میں حاصل کردہ نشانات حاصل کیجیے اور مضمون واری اوسط حسابیہ کا تخمینہ لگائیے اور حقیقی جواب معلوم کرکے تخمینی جواب کو جانچیے۔ آپ کے کتنے تخمینی جوابات حقیقی جوابات کے مساوی ہیں؟

2۔ آپ کی جماعت کے طلبا کا اوسط قد معلوم کیجیے اور اپنے فزیکل ایجوکیشن ٹیچر کے ریکارڈ سے جانچیے۔ کیا آپ نے کوئی فرق محسوس کیا؟

7.1.3: وسطانیہ:

وسطانیہ کثرت سے استعمال ہونے والا دوسرا مرکزی میلان ہے۔ وسطانیہ مشاہدات کی صعودی ترتیب یا نزولی ترتیب کا وسطی قدر ہے۔ یعنی اس کے اوپر اور نیچے مشاہدات مساوی تعداد میں ہوتے ہیں۔

اگر معطیات کے n مشاہدات کو صعودی یا نزولی ترتیب میں لکھا جائے

جب n طاق ہو تب $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ واں مشاہدہ وسطانیہ ہوگا۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 21-2020

جب n جفت ہوتب اوسط حسابیہ دو درمیانی مشاہدات $\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ واں اور $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{th}$ واں مشاہدہ کا اوسط معطیات کا وسطانیہ ہوگا۔

مثال 7: 9 مشاہدات 14,36,25,28,35,32,56,42,50 کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

حل: مشاہدات کی صعودی ترتیب = 14, 25, 28, 32, 35, 36, 42, 50, 56

مشاہدات کی تعداد $n = 9$ (طاق عدد)

معطیات کا اوسط = $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ مشاہدہ

پانچواں مشاہدہ = 35

اوسط = 35

مثال 8: اگر اوپر کی مثال میں دی گئی معطیات میں ایک اور مشاہدہ 61 شامل کر دیا جائے تو وسطانیہ کیا ہوگا؟

حل: معطیات کی صعودی ترتیب = 14, 25, 28, 32, 35, 36, 42, 50, 56, 61

مشاہدات کی تعداد (جفت عدد) n=10

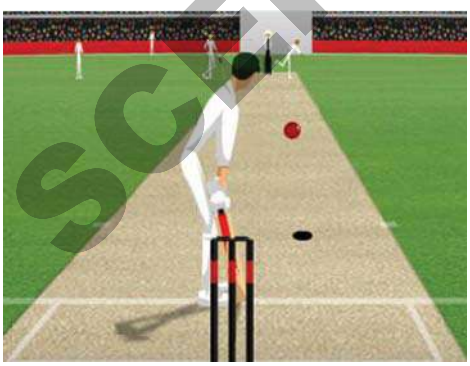
تب معطیات کے درمیان میں دو اعداد ہوں گے۔

$\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ ویں اور $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{th}$ ویں مشاہدات کا اوسط = معطیات کا وسطانیہ

پانچویں اور چھٹویں مشاہدے کا اوسط = $\frac{35+36}{2} = 35.5$

یہاں پر چند ہندوستانی کرکٹ کھلاڑیوں کے قد دیئے گئے ہیں۔ ٹیم کا وسطانی قد معلوم کیجیے۔

"5'10 سے مراد 5 فٹ 10 انچ ہے۔



سلسلہ نشان	کھلاڑی کا نام	قد
1	وی وی ایس لکشمن	5' 11"
2	پرتھوی پٹیل	5' 3"
3	ہربجن سنگھ	6' 0"
4	سچن تنڈولکر	5' 5"
5	گوتم گمبھیر	5' 7"
6	یوراج سنگھ	6' 1"
7	رابن اُتپّا	5' 9"
8	وریندر سہواگ	5' 8"
9	ظہیر خان	6' 0"
10	ایم ایس دھونی	5' 11"

SCERT TELANGANA

نوٹ:

- وسطانیہ ترتیب شدہ معطیات کی درمیانی قدر ہے
- اس کا انحصار مشاہدات کی تعداد اور درمیانی مشاہدات پر ہوتا ہے۔ طرفین کے مشاہدات میں تبدیلی وسطانیہ پر اثر انداز نہیں ہوتی۔

کوشش کیجیے

(1 معطیات 15, 34, 45, 12, 85, 65, 24 کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

(2 اگر معطیات $x, 2x, 4x$ کا وسطانیہ 12 ہے تب معطیات کا اوسط معلوم کیجیے؟

(3 اگر معطیات x ,38 ,34 ,29 ,24 کا وسطانیہ 29 ہے تب 'x' کی قدر ہے۔

(i) $x>58$ (ii) $x<29$ (iii) 29 اور 34 کے درمیان میں واقع ہے (iv) کوئی نہیں

7.14 بہتاتیہ

جب ہم جماعت میں طلبا کے پسندیدہ یونیفارم کا رنگ معلوم کرنا چاہتے ہیں یا دوکان میں سب سے زیادہ فروخت ہونے والے شرٹ کا سائز معلوم کرنا چاہتے ہیں تب ہم بہتاتیہ استعمال کر سکتے ہیں۔ بہتاتیہ سب سے زیادہ واقع ہونے والی قدر ہے۔ ذیل کی مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال: 9 ایک جوتے کی دوکان میں ایک ہفتہ کے دوران فروخت ہونے والے جوتوں کے سائز (انچ میں) اس طرح ہیں۔

7, 9, 10, 8, 7, 9, 7, 9, 6, 3, 5, 5, 7, 10, 7, 8, 7, 9, 6, 7, 7, 7, 10, 5, 4, 3, 5, 7, 8, 7, 9, 7

آئندہ ہفتہ کی فروحت کے لیے کس سائز کے جوتے کو زیادہ تعداد میں رکھنا چاہیے؟۔ وجوہات بتائیے۔

حل: اگر ہم مشاہدات کو ترتیب وار لکھیں تب حاصل ہونے والے اعداد اس طرح ہوں گے۔

3, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10 معطیات سے یہ واضح ہوتا ہے کہ 7 انچ سائز کے جوتے سب سے زیادہ فروخت ہوئے۔ لہٰذا فروخت کیلئے 7 انچ سائز والے جوتے زیادہ تعداد میں رکھنے چاہئیں۔

مثال: 10 کیمپ میں خون کا عطیہ دینے کے لیے حصہ لینے والے 50 افراد کے خون کے گروپس اس طرح ہیں۔ A, AB, B, A, O, AB,
O, O, A, AB, B, A, O, AB, O, O, A, B, A, O, AB, O, O, A,AB, B, O, AB, O, B, A, O,
AB, O, O, A, AB, B, A, O, AB, O, A, AB, B, A, O, AB, O, O بہتاتیہ معلوم کیجیے۔

حل: معطیات پر غور کرنے سے ہمیں یہ پتہ چلتا ہے کہ A گروپ رکھنے والے افراد کی تعداد 12 ہے اور B گروپ رکھنے والے افراد کی تعداد 7 'AB' گروپ رکھنے والے افراد کی تعداد 12 ہے اور O گروپ رکھنے والے افراد کی تعداد 19 ہے۔

لہٰذا معطیات کا بہتاتیہ 'O' گروپ ہے۔

سوچئے ، بحث کیجئے اور لکھئے

اگر بہتاتیہ کے مساوی ایک یا دو مزید مشاہدات معطیات میں شامل کر لیے جائیں تو بہتاتیہ پر کیا اثر ہوگا۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 21-2020

نوٹ:

- دی گئی معطیات میں کثرت سے پائے جانے والا مشاہدہ بہتا تیہ کہلاتا ہے۔
- بہتا تیہ کا انحصار نہ تو مشاہدات کی تعداد پر ہوتا ہے اور نہ تمام مشاہدات کی قدر پر۔
- بہتا تیہ کو عددی اور عبارتی معطیات کے تجزیہ کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔
- معطیات کے دو اور تین اور یا کئی بہتا تیہ ہوسکتے ہیں اور کبھی نہیں بھی ہوسکتے۔

مشق - 7.1

1۔ ایک راشن کی دوکان میں ہفتہ کے ہر دن کی فروخت دی گئی ہے اوسط حسابیہ معلوم کیجیے۔

`10,000, `10250, `9865, `15350, `10110, `10790

2۔ معطیات کا اوسط حسابیہ معلوم کیجیے۔ 10.25, 9, 4.75, 8, 2.65, 12, 2, 35

3۔ 8 مشاہدات کا اوسط حسابیہ 25 ہے۔ اگر ایک مشاہدہ 11 نکال دیا جائے تب باقی مشاہدات کا اوسط حسابیہ کیا ہوگا معلوم کیجیے۔

4۔ 9 مشاہدات کا اوسط حسابیہ 38 معلوم کیا گیا۔ دوران حساب ایک مشاہدہ کو 72 کے بجائے 27 لیا گیا تب معطیات کا حقیقی اوسط حسابیہ معلوم کیجیے۔

5۔ پانچ سال قبل ایک خاندان کی اوسط عمر 25 سال تھی۔ اب اس خاندان کی اوسط عمر کیا ہوگی؟

6۔ 2 سال قبل 40 افراد کی اوسط عمر 11 سال تھی۔ اب اس گروپ سے ایک فرد کے نکل جانے پر اوسط عمر 12 سال ہوگئی۔ گروپ سے نکل جانے والے فرد کی عمر معلوم کیجیے۔

7۔ معطیات کے مشاہدات 22 ,15 ,10 ,8 ,5 ہیں ان مشاہدات کے اوسط سے انحراف کا مجموعہ معلوم کیجیے۔

8۔ اگر 20 مشاہدات کے اوسط انحراف کا مجموعہ 100 ہے تب انحرافی اوسط معلوم کیجیے۔

9۔ ایک یونٹ ٹسٹ میں 12 طلبا کے نشانات اس طرح ہیں۔ 4, 21, 13, 17, 5,9, 10, 20, 19, 12, 20, 14 ایک مفروضہ اوسط لیجیے اور معطیات کا اوسط حسابیہ معلوم کیجیے۔ ایک دوسرے عدد کو مفروضہ اوسط لے کر دوبارہ اوسط حسابیہ معلوم کیجیے۔ کیا آپ کو یکساں جواب حاصل ہوا؟ رائے دیجیے۔

10۔ 10 طلبا کے نشانات کا اوسط (25 میں سے) 15 ہے۔ ان میں سے ایک طالبہ عرشیہ نے باقی 9 طلبا سے یہ دریافت کیا کہ انہوں نے اس سے کتنے زیادہ یا کم نشانات حاصل کئے۔ اور اس نے انحراف کو اس طرح درج کیا۔ -8, -6, -3, -1, 0, 2, 3, 4, 6 تب عرشیہ کے حاصل کردہ نشانات معلوم کیجیے۔

11۔ n مشاہدات کے انحراف کا مجموعہ 25 سے 25 ہے اور ان ہی n مشاہدات کے انحراف کا مجموعہ 35 سے 25- ہے تب مشاہدات کا اوسط معلوم کیجیے۔

12۔ معطیات کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔ 3.3, 3.5, 3.1, 3.7, 3.2, 3.8

13۔ ذیل کے مشاہدات کو صعودی ترتیب میں لکھنے پر وسطانیہ 15 حاصل ہوا۔ تب x کی قدر معلوم کیجیے۔

10, 12, 14, x-3, x, x+2, 25

SCERT TELANGANA

14۔ بہتاتیہ معلوم کیجیے: 10, 12, 11, 10, 15, 20, 19, 21, 11, 9, 10

15۔ چند مشاہدات کا بہتاتیہ x ہے اگر ہر مشاہدے سے 3 کو تفریق کیا جائے تو اعداد کے نئے سلسلہ کا بہتاتیہ معلوم کیجیے۔

16۔ 1 سے 100 تک طبعی اعداد لکھنے کے دوران استعمال ہونے والے تمام ہندسوں کا بہتاتیہ معلوم کیجیے۔

17۔ خام معطیات کے مشاہدات 27 ,8 ,15 ,10 ,15 ,28 ,5 ہیں اس سلسلہ میں مزید 4 اعداد کو اسطرح درج کیجیے کہ معطیات کا اوسط اور وسطانیہ ایک ہی ہو لیکن بہتاتیہ میں 1 کا اضافہ ہو جائے۔

18۔ مشاہدات $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{10}$ کا اوسط 20 ہے۔تب $x_1+4,\ x_2+8, x_3+12, \ldots\ldots, x_{10}+40$ کا اوسط معلوم کیجیے۔

19۔ 9 صحیح اعداد کی فہرست میں سے چھ اعداد 3,8,3,5,9 اور 5 ہیں۔ان 9، اعداد کی فہرست کا ممکنہ اعظم ترین وسطانیہ معلوم کیجیے۔

20۔ 9 مختلف مشاہدات کا وسطانیہ 20 ہے۔اگر 4 بڑے مشاہدات میں ہر میں 2 کا اضافہ کیا جائے تو حاصل مشاہدات کا وسطانیہ معلوم کیجیے۔

منصوبہ کام

7.2 گروہی معطیات کی تنظیم کاری

ہم پچھلی جماعت میں گنتی کے نشانات کو استعمال کرتے ہوئے معطیات کی ترتیب سیکھ چکے۔لیکن اگر معطیات بہت زیادہ ہوں تب کیا ہوگا؟ تب ہم اس کی موزوں گروہوں میں درجہ بندی کرتے ہیں۔ یہ گروہی معطیات کہلاتے ہے۔آیئے ذیل کی مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

ایک تعمیراتی کمپنی نے ملازمین کی سطح آمدنی کے لحاظ سے مختلف اقسام کے مکانات کی تعمیر کا منصوبہ بنایا۔لہٰذا اس نے 100 ملازمین جو اپنے لیے گھر بنوانا چاہتے ہیں کی ماہانہ آمدنی جمع کیں جو کہ (روپیوں میں) اس طرح ہیں۔ 15000, 15750, 16000, 16050, 16400, 16600, 16800, 17000, 17250, 17250, ...75000

یہ مشاہدات پر مبنی وسیع معطیات ہے، جو 15000 ` تا 75000 ` ہے۔اگر ہم ایک مشاہدہ پر تعددی جدول تیار کریں تو بہت بڑا جدول تیار ہوگا۔لہٰذا معطیات کی چھوٹے گروہ میں اس طرح درجہ بندی کی جاسکتی ہے۔ 10001-20000, 20001-30000, ... 70001-80000

یہ چھوٹے گروہ ''وقفہ جماعت'' کہلاتے ہیں۔10001-20000 وقفے میں 10001 سے 20000 تک کے تمام مشاہدات شامل ہوتے ہیں۔جن میں 10001 اور 20000 بھی شامل ہیں۔اس طرح کے وقفہ جماعت کو داخلی شکل کہتے ہیں۔ جہاں 10001 نچلی حد اور 20000 اوپری حد ہے۔

7.2.1: گروہی تعددی تقسیم کی تشریح

مثال:11 جدول میں 30 طلبا کے ریاضی کے امتحان میں حاصل کردہ نشانات کی گروہی تعددی تقسیم دی گئی ہے۔

(i) معطیات کی کتنے گروہوں میں درجہ بندی کی گئی ہے۔

سلسلہ نشان	نمبرات	طلباء کی تعداد
1	0 – 5	5
2	5 – 10	7
3	10 – 15	10
4	15 – 20	6
5	20 – 25	2

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

(ii) تیسرے گروہ میں کتنے طلبا ہیں؟

(iii) اگر ایک طالب علم 10 نشانات حاصل کرتا ہے ہوتو کیا اسے دوسرے وقفہ جماعت میں شامل کیا جائے گا یا تیسرے وقفہ جماعت میں؟

(iv) چوتھے وقفہ جماعت میں 6 طلبا کے حاصل کردہ نشانات کیا ہیں؟

(v) پانچویں وقفہ جماعت میں 2 طلبا کے حاصل کردہ انفرادی نشانات کیا ہیں؟

جوابات

(i) معطیات کو 5 گروہ میں یا 5 جماعتوں میں درجہ بندی کی گئی ہے۔

(ii) تیسرے گروہ میں 10 طلبا ہیں۔

(iii) یہاں 10 دوسری جماعت کی اوپری حد اور تیسری جماعت کی نچلی حد ہے۔اس طرح کے موقع پر جماعت کی اوپری حد کو جماعت میں شامل نہیں کیا جاتا۔لہٰذا 10 کو تیسرے وقفہ جماعت میں شامل کیا جائے گا۔

(iv) چوتھے وقفہ جماعت میں موجود طلبا کے نشانات 15 سے لیکر 20 سے کم ہوں گے۔

(v) تعددی تقسیم سے انفرادی نشانات کی شناخت نہیں کی جاسکتی۔ان کی قدریں 20 سے لیکر 25 سے کم تک ہوسکتی ہیں۔

یہ کیجیے

ایک اپارٹمنٹ میں رہنے والے 90 افراد کی عمر گروہی تعددی جدول میں دی گئی ہے۔

(i) جدول میں کتنی وقفہ جماعتیں ہیں۔

(ii) وقفہ جماعت 30-21 میں کتنے افراد موجود ہیں؟

(iii) اس اپارٹمنٹ میں کس عمر کے گروہ والے افراد زیادہ ہیں؟

(iv) کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ آخری گروہ (70-61) میں موجود دو افراد کی عمر 61، 70 یا کوئی اور عمر؟

عمریں	افراد کی تعداد
1 – 10	15
11 – 20	14
21 – 30	17
31 – 40	20
41 – 50	18
51 – 60	4
61 – 70	2

7.2.2: حدود اور سرحدیں

فرض کرو کہ ہمیں ایک ٹسٹ میں حاصل کردہ نشانات کو ترتیب دینا ہے۔ہم وقفہ جماعت کا تعین اس طرح کرسکتے ہیں ,1-10 11-20,.....

اگر ایک طالب علم نے 10.5 نشانات حاصل کئے ہیں تب یہ کس وقفہ میں آئے گا۔وقفہ جماعت 1-10 میں یا 11-20 میں۔ایسی صورت میں ہم حقیقی حدود یا سرحدوں کا استعمال کرتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

وقفہ جماعت	
حدود	سرحدیں
1 – 10	0.5 - 10.5
11 – 20	10.5 – 20.5
21 – 30	20.5 – 30.5
31 – 40	30.5 – 40.5

متصلہ جدول میں بتائے گئے وقفہ جماعت پر غور کیجیے۔

- پہلے وقفہ جماعت کی اوپری حد اور دوسرے وقفہ جماعت کی نچلی حد کا اوسط پہلے وقفہ جماعت کی اوپری سرحد اور دوسرے وقفہ جماعت کی نچلی سرحد کہلاتی ہے یعنی $10,11; \frac{10+11}{2} = 10.5$ کا اوسط
- ایسے تمام مشاہدات جو 10.5 سے کم ہو 1-10 میں آئیں گے لیکن 10.5 اگلے وقفہ جماعت میں آئے گا اور 11-20 وقفہ جماعت کی سرحدیں 10.5 تا 20.5 ہوں گی۔
- پہلے وقفہ جماعت سے پہلے کی جماعت کی اوپری حد کو (عام طور پر صفر '0') تصور کیجیے۔ اور پہلے وقفہ جماعت کی نچلی حد کا تعین کیجیے۔
'0' 1 کا اوسط $\frac{0+1}{2} = 0.5$ لہٰذا 0.5 پہلے وقفہ جماعت کی نچلی سرحد ہوگی۔
- اسی طرح آخری وقفہ جماعت کے بعد کی جماعت کی نچلی سرحد کا تصور کیجیے اور آخری وقفہ جماعت کی اوپری سرحد کا تعین کیجیے۔ '40
41' کا اوسط $\frac{40+41}{2} = 40.5$ لہٰذا 40.5 آخری وقفہ جماعت کی اوپری سرحد ہوگی۔
- ان سرحدوں کو ''حقیقی جماعتی حدود'' بھی کہتے ہیں۔

ذیل کے وقفہ جماعتوں کا مشاہدہ کیجیے۔

وقفہ جماعت داخلی جماعت	حدود		سرحدیں	
	نچلی سرحدیں	اوپری سرحدیں	نچلی حدود	اوپری حدود
1-10	1	10	0.5	10.5
11-20	11	20	10.5	20.5
21-30	21	30	20.5	30.5

وقفہ جماعت خارجی جماعت	حدود		سرحدیں	
	نچلی سرحدیں	اوپری سرحدیں	نچلی حدود	اوپری حدود
0-10	0	10	0	10
10-20	10	20	10	20
20-30	20	30	20	30

یہاں اوپر دی گئی وضاحت کی بنیاد پر ہم یہ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ غیر مسلسل سلسلہ (داخلی وقفہ جماعت) میں حدود اور سرحدیں مختلف ہیں لیکن مسلسل سلسلہ (خارجی وقفہ جماعت) میں حدود اور سرحدیں یکساں ہیں۔ جماعت کی اوپری اور نچلی سرحدوں کا فرق ''جماعت کی لمبائی'' کہلاتا ہے۔ جسے 'C' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

SCERT TELANGANA

یہ کیجیے

1۔ لمبی چھلانگ کے مقابلے میں حصہ لینے والے ایک جماعت کے 30 طلبا کی تفصیلات ذیل کی جدول میں دی گئی ہے۔

فاصلہ (سنٹی میٹر میں)	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600
طلبا کی تعداد	4	7	15	3	1

I دی گئی وقفہ جماعت داخلی ہے یا خارجی؟

II دوسری وقفہ جماعت میں کتنے طلبا ہیں؟

III کتنے طلبا نے 3.01 میٹر یا اس سے زیادہ لمبی چھلانگ لگائی؟

IV 4.005 میٹر لمبی چھلانگ لگانے والے طالب علم کا کس وقفہ جماعت سے تعلق ہے؟

2۔ اوپر دیئے گئے جدول میں وقفہ جماعت کی سرحدوں کا تعین کیجیے؟

3۔ اوپر دیئے گئے جدول میں ہر وقفہ جماعت کی لمبائی کیا ہے؟

7.2.3: گروہی تعددی تقسیم کی تشکیل

مجموعی جانچ-I میں 50 طلبا کے ریاضی میں حاصل کردہ نشانات پر غور کیجیے۔

31, 14, 0, 12, 20, 23, 26, 36, 33, 41, 37, 25, 22, 14, 3, 25, 27, 34, 38, 43, 32, 22, 28, 18, 7,
21, 20, 35, 36, 45, 9, 19, 29, 25, 33, 47, 35, 38, 25, 34, 38, 24, 39, 1, 10, 24, 27, 25, 18, 8.

معطیات دیکھنے کے بعد آپ یہ سوچ رہے ہوں گے کہ معطیات کی کتنے وقفوں میں درجہ بندی کی جاسکتی ہے؟

گروہی تعددی تقسیمی جدول میں کس طرح کی تشکیل کی جاسکتی ہے؟

ذیل میں دیئے گئے مراحل گروہی تعددی تقسیم کی تشکیل میں معاون ہیں۔

مرحلہ 1: معطیات کی وسعت کی نشاندہی کرنا

اقل ترین قدر - اعظم ترین قدر = وسعت

= 47 - 0 = 47

مرحلہ 2: وقفہ جماعت کی تعداد کا تعین کرنا

(عام طور پر وقفہ جماعت کی تعداد 5 تا 8 لی جاتی ہے)

اگر وقفہ جماعت کی تعداد = 6

تقریباً $8 \simeq \frac{47}{6}$ = وقفہ جماعت کی وسعت

وقفہ جماعت (نشانات)	گنتی کے نشان	تعدد (طلباء کی تعداد)
0 – 7	||||	4
08 – 15	~~||||~~ |	6
16 – 23	~~||||~~ ||||	9
24 – 31	~~||||~~ ~~||||~~ |||	13
32 – 39	~~||||~~ ~~||||~~ ||||	14
40 – 47	||||	4

SCERT TELANGANA

مرحلہ 3: مشاہدات کی اقل ترین قدر سے شروع کرتے ہوئے داخلی وقفہ جماعت لکھنا۔یعنی 15-7,8-0وغیرہ

مرحلہ 4: گنتی کے نشانات کے استعمال سے ہر وقفہ جماعت میں آنے والے مشاہدوں کی گنتی کرنا معطیات کے مشاہدوں کو مختلف وقفوں میں تقسیم کرنا۔

مرحلہ 5: گنتی کے نشانات کی تعداد معلوم کر کے تعداد کو جدول میں درج کرنا۔

سوچئے ، بحث کیجئے اور لکھئے

1۔ ذیل کے سلسلہ سے تعددی تقسیم تیار کیجیے۔

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7,

2۔ ذیل میں دیئے گئے اعداد کے سلسلہ سے تعددی تقسیم تیار کیجیے؟

2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 9, 11, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 16, 17, 18, 18, 19, 20, 20,
21, 22, 24, 24, 25 (اشارہ: داخلی جماعتوں کو استعمال کیجیے)

3۔ اوپر دیئے گئے دونوں معطیات کے درمیان کیا فرق ہے؟

4۔ کس تعددی تقسیم سے ہم دوبارہ خام معطیات لکھ سکتے ہیں؟

7.2.4 گروہی تعددی تقسیم کی خصوصیات

1۔ یہ معطیات کو سہولت بخش چھوٹے گروہوں میں تقسیم کرتا ہے جس کو وقفہ جماعت کہتے ہیں۔

2۔ ایک وقفہ جماعت 10-5 میں 5 کو نچلی حد اور 10 کو اوپری حد کہا جاتا ہے۔

3۔ وقفہ جماعت جیسے ....,30-21,20-11,10-1 'داخلی وقفہ جماعت کہلاتی ہیں کیوں کہ کسی ایک وقفہ جماعت کے دونوں اوپری حد اور نچلی حد کا تعلق صرف اسی وقفہ جماعت سے ہے۔

4۔ وقفہ جماعت جیسے ....,30-20 ,20-10 ,10-0 ' خارجی وقفہ جماعت کہلاتے ہیں کیوں کہ کسی بھی وقفہ جماعت کی صرف نچلی سرحد یہ اس جماعت سے تعلق رکھتی ہے جبکہ اوپری سرحد اسی جماعت سے متعلق نہیں ہوتی۔

5۔ پہلی جماعت کی اوپری سرحد اور اگلی جماعت کی نچلی حد کا اوسط پہلی جماعت کی اوپری سرحد اور اگلی جماعت کی نچلی سرحد کہلاتی ہے۔

6۔ خارجی وقفہ جماعت میں دونوں حدود اور سرحدیں مساوی ہوتی ہیں لیکن داخلی وقفہ جماعت میں نچلی حد اور اوپری سرحد مساوی نہیں ہوتیں۔

7۔ اوپری اور نچلی سرحدوں کا فرق اس وقفہ'' جماعت کی لمبائی'' کہلاتا ہے۔

8۔ اس جدول سے ہر مشاہدے کی انفرادی قدر کا تعین نہیں کیا جا سکتا لیکن کسی مخصوص وقفہ جماعت اوپری اور نچلی سرحدوں کے اوسط کو اس وقفہ جماعت کے ہر مشاہدے کی انفرادی قدر تصور کیا جا سکتا ہے۔اس قدر کو 'وسطی قدر' (x) یا '' جماعتی نشان'' کہا جاتا ہے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 21-2020
SCERT TELANGANA

مثال:12 ذیل میں سال 2010ء کے ایس ایس سی امتحان میں 30 طلبا کے حاصل کردہ نشانات دیئے گئے ہیں۔

45, 56, 75, 68, 35, 69, 98, 78, 89, 90, 70, 56, 59, 35, 46, 47, 13, 29, 32, 39, 93, 84, 76, 79, 40, 54, 68, 69, 60, 59

تعددی تقسیمی جدول تیار کیجیے جہاں وقفہ جماعت اس طرح لیجیے کہ ناکام (34-0) تھرڈ کلاس (49-35) سیکنڈ کلاس (60-50) فرسٹ کلاس (74-60) امتیازی کامیابی (100-75)۔

حل: وقفہ جماعت کی تفصیلات دی گئی ہیں۔

لہٰذا مرحلہ 3 سے شروع کیجیے۔

مرحلہ:3 دی ہوئی وقفہ جماعت لکھئے

مرحلہ:4 یہ خارجی وقفہ جماعت ہے یاد رہے کہ اوپری حدود کا تعلق بھی اس سے ہے۔

گنتی کے نشان کے استعمال سے معطیات کے مشاہدوں کو مختلف وقفہ جماعتوں میں تقسیم کیجیے۔

مرحلہ:5 گنتی کے نشانات کو محسوب کر کے جدول میں درج کیجیے۔

(نوٹ: وقفہ جماعت کی لمبائی اس مسئلہ میں مساوی نہیں ہوتی)

وقفہ جماعت (نشانات)	گنتی کے نشان	تعدد (طلباء کی تعداد)
0 – 34	|||	3
35 – 49	~~||||~~ ||	7
50 – 59	~~||||~~	5
60 – 74	~~||||~~ |	6
75 – 100	~~||||~~ ||||	9

مثال:13

ذیل میں گروہی تعددی تقسیم کا ایک جدول جماعت کی نمائندہ قدر (وقفہ جماعتوں کی وسطی قدریں) کے ساتھ دیا گیا ہے۔ وقفہ جماعت معلوم کیجیے؟

جماعت کی نمائندہ قدریں	7	15	23	31	39	47
تعداد	5	11	19	21	12	6

حل: ہم جانتے ہیں کہ جماعت کی نمائندہ قدریں وقفہ جماعت کی وسطی قدریں ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ دو متصلہ نمائندہ قدروں کے درمیان جماعت کی سرحدیں ہوں گی۔

مرحلہ:1 دو متواتر جماعتوں کی نمائندہ قدروں کے درمیان فرق معلوم کیجیے؟ h=15-7=8

(معلوم کیجیے کہ ہر دو متواتر جماعتوں کا فرق مساوی ہے یا نہیں؟)

مرحلہ:2 ہر جماعت کی نچلی اور اوپری سرحدوں کو x جماعت کے نشان $x-\frac{h}{2}$ اور $x+\frac{h}{2}$ کے طور پر محسوب کیجیے۔

مثال کے طور پر پہلی جماعت کی سرحدیں ہیں $7-\frac{8}{2}=3$ یا $7+\frac{8}{2}=11$

SCERT TELANGANA

تعدد	وقفہ جماعت	جماعت کے نشانات
5	$(7-4)-(7+4) = 03-11$	7
11	$(15-4)-(15+4) = 11-19$	15
19	$(23-4)-(23+4) = 19-27$	23
21	$(31-4)-(31+4) = 27-35$	31
12	$(39-4)-(39+4) = 35-43$	39
6	$(47-4)-(47+4) = 43-51$	47

7.3: یکجائی تعدد

ایک مسابقتی امتحان میں 1000 امیدواروں نے حصہ لیا ان کے حاصل کردہ نشانات کو متصلہ جدول میں گروہی تعددی تقسیم کی شکل میں بتایا گیا ہے۔ دو امیدوار خالد اور ذاکر جدول کو دیکھ کر اس طرح مباحثہ کر رہے ہیں۔

طلباء کی تعداد	وقفہ جماعت (نشانات)
25	0 – 10
45	10 – 20
60	20 – 30
120	30 – 40
300	40 – 50
360	50 – 60
50	60 – 70
25	70 – 80
10	80 – 90
5	90 – 100

خالد: امتحان میں کتنے امیدواروں نے حصہ لیا؟

ذاکر: ایسا لگتا ہے کہ 1000 امیدواروں نے حصہ لیا۔

خالد: دیکھئے 360 امیدواروں نے 60 - 50 کے درمیان نشانات حاصل کئے ہیں؟

ذاکر: اگر حد نشانات 60 مقرر کیئے جائیں تب کتنے امیدوار کال لیٹر حاصل کرنے کے اہل ہوں گے؟

خالد: کیا آپ کل نشانات 60 یا اس سے زیادہ حاصل کرنے والے امیدوار کی تعداد جاننا چاہتے ہیں؟

ذاکر: بالکل ٹھیک اس طرح 5 + 10 + 25 + 50 یعنی 90 امیدوار اہل ہوں گے۔

خالد: لیکن جائیدادیں صرف 105 ہیں۔ کتنے اُمیدوار اہل ہونگے اگر حد نشانات 50 ہو تو

ذاکر: اس صورت میں 5 + 10 + 25 + 50 + 360 یعنی 450 امیدوار انٹرویو کے لیے اہل ہوں گے۔ اس طرح ہم چند اور نتائج اخذ کر سکتے ہیں۔

امیدواروں کی تعداد جو 90 یا اس سے زیادہ نشانات حاصل کئے۔ (نچلی سرحد) = 5

امیدواروں کی تعداد جو 9 ویں وقفہ جماعت کی نچلی سرحد کے مساوی یا زیادہ نشانات حاصل کئے۔ 15 = 10 + 5

امیدواروں کی تعداد جو 8 ویں وقفہ جماعت کی نچلی سرحد کے مساوی یا زیادہ نشانات حاصل کئے۔ 40=25+15

امیدواروں کی تعداد جو 7 ویں وقفہ جماعت کی نچلی سرحد کے مساوی یا زیادہ نشانات حاصل کئے۔ 90=50+40

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 21-2020

ہم کو متواتر وقفہ جماعتوں کے تعدد کو مسلسل جمع کرنے پر یہ قدریں حاصل ہو رہی ہیں۔ یہ یکجائی تعدد کہلاتی ہیں جیسا کہ ہر یکجائی تعدد متعلقہ جماعت کے مساوی یا زیادہ ہوتا ہے۔ یہ زیادہ تر یکجائی تعدد کہلاتا ہے۔

غور کیجیے کہ ہم کس طرح زیادہ تر یکجائی تعدد کو جدول میں درج کر سکتے ہیں۔

وقفہ جماعت (نشانات)	نچلی سرحد	تعدد (طلباء کی تعداد)	زیادہ تر یکجائی تعدد
0 – 10	0	25	25+975 = 1000
10 – 20	10	45	545+930 = 975
20 – 30	20	60	60+870 = 930
30 – 40	30	120	120+750 = 870
40 – 50	40	300	300+450 = 750
50 – 60	50	360	360+ 90 = 450
60 – 70	60	50	50 + 40 = 90
70 – 80	70	25	25 + 15 = 40
80 – 90	80	10	10 + 5 = 15
90 – 100	90	5	5

1۔ آخری وقفہ جماعت میں موجود تعدد خود اس جماعت کے زیادہ تر یکجائی تعدد ہے۔

2۔ 9 ویں وقفہ جماعت کے زیادہ تر یکجائی تعدد کو حاصل کرنے کے لیے 9 ویں وقفہ جماعت کے تعدد کو 10 ویں وقفہ جماعت کے یکجائی تعدد میں جمع کیجیے۔

3۔ بقیہ زیادہ تر یکجائی تعدد حاصل کرنے کے لیے متواتر ی اسی طریقہ کو استعمال کیا جاسکتا ہے۔

معطیات میں موجود مشاہدات کی تعداد جو کسی خاص وقفہ جماعت کی نچلی سرحد کے مساوی یا اعظم تر ہے زیادہ تر یکجائی تعدد کہلاتا ہے۔

وقفہ جماعت (نشانات)	اوپری سرحد	طلباء کی تعداد	کم تر یکجائی تعدد
0 – 5	5	7	7
5 – 10	10	10	10+7 = 17
10 – 15	15	15	15+17 = 32
15 – 20	20	8	8+32 = 40
20 – 25	25	3	3+40 = 43

اسی طرح بعض مسئلوں میں ہم کو کم تر یکجائی تعدد محسوب کرنے کی بھی ضرورت ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر ایک استاد ایسے طلبا کی زائد مدد کرنا چاہتے ہیں جنھوں نے مقررہ حد سے کم نشانات حاصل کئے ہیں تب ہم کو کم تر یکجائی تعدد محسوب کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔

ایک یونٹ ٹسٹ میں 43 کے نشانات کو ظاہر کرنے والے گروہی تعددی تقسیم پر غور کیجیے۔

1۔ پہلے وقفہ جماعت کے تعدد کو کم تر یکجائی تعدد میں راست درج کیا گیا ہے۔

2۔ دوسرے وقفہ جماعت کے کم تر یکجائی تعدد کو حاصل کرنے کے لیے کم تر یکجائی تعدد میں پہلے وقفہ جماعت کے تعدد کو جمع کیجیے۔

3۔ بقیہ کم تر یکجائی تعدد حاصل کرنے کے لیے اس طریقہ کو متواتر استعمال کیجیے۔

SCERT TELANGANA

معطیات کے جملہ مشاہدات کی تعداد جن کی قدر کسی خاص وقفہ جماعت کی اوپری حد سے کم تر ہے اسی وقفہ جماعت کا کم تر یکجائی تعدد کہلاتا ہے۔

یہ کیجیے

1- کم تر یکجائی تعدد کا تعلق __________ سے ہے۔

2- زیادہ تر یکجائی تعدد کا تعلق __________ سے ہے۔

3- ذیل کے جدول کے لیے کم تر یکجائی تعدد اور زیادہ تر یکجائی تعدد لکھئے۔

وقفہ جماعت	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
تعدد	4	7	12	5	2

4- اوپر دیا گیا مسئلہ میں ''جملہ تعدد'' اور کم تر یکجائی تعدد تقسیم کے جدول کی شکل میں دیے گئے ہیں متعلقہ جماعتوں کے تعدد کو لکھیے زیادہ یکجائی تعدد بھی لکھیے۔ جدول میں کتنے طلباء کے نشانات دیے گئے ہیں؟•

مثال14: ذیل میں کم تر یکجائی تعدد کی تقسیم کی بنیاد پر طلباء کے نشانات دیئے گئے ہیں، تب متعلقہ جماعتوں کا تعدد اور زیادہ تر یکجائی تعدد لکھئے۔ ذیل میں کتنے طلباء کے نشانات دیئے گئے ہیں؟

وقفہ جماعت (نشانات)	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
طلبا کی تعداد (کم تر یکجائی تعدد)(LCF)	12	27	54	67	75

حل:

وقفہ جماعت (نشانات)	کم تر یکجائی تعدد (LCF)	تعدد (طلبا کی تعداد)	زیادہ تر یکجائی تعدد (GCF)
1 - 10	12	12	12 + 63 = 75
11 - 20	27	27 - 12 = 15	15 + 48 = 63
21 - 30	54	54 - 27 = 27	27 + 21 = 48
31 - 40	67	67 - 54 = 13	13 + 8 = 21
41 - 50	75	75 - 67 = 8	8

دیئے گئے جدول میں طلبا کی تعداد دراصل تعددوں کا مجموعہ یا آخری جماعت کا کم تر یکجائی تعدد یا پہلے وقفہ جماعت کا زیادہ تر یکجائی تعدد ہے جس کی قدر 75 ہے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مشق - 7.2

1۔ ذیل میں ایک کالونی کے 45 افراد کی عمریں دی گئی ہے۔

33	8	7	25	31	26	5	50	25	48	56
33	28	22	15	62	59	16	14	19	24	35
26	9	12	46	15	42	63	32	5	22	11
42	23	52	48	62	10	24	43	51	37	48
36										

دیئے گئے معطیات کو 6 وقفہ جماعت والے گروہی تعددی تقسیم میں درجہ بند کیجیے۔

2۔ ذیل میں ایک اسکول کے کمرہ جماعت میں 30 طلبا کی تعداد دی گئی ہے۔ان معطیات کا تعددی تقسیمی جدول تشکیل دیجئے جس میں وقفہ جماعت خارجی ہو اور وقفہ 4 (طلباء) کا ہو۔

25	30	24	18	21	24	32	34	22	20	22
32	40	28	30	22	26	31	34	15	38	28
20	16	15	20	24	30	25	18			

3۔ ایک گروہی تعددی تقسیم کی وقفہ جماعت اس طرح ہیں 43 - 36 ,35 - 28 ,27 - 20 ,19 - 12 ,11 - 4 'اگلے دو وقفہ جماعت لکھئے۔(i) ہر وقفہ جماعت کی لمبائی کیا ہے؟ (ii) اور تمام وقفہ جماعتوں کی سرحدیں لکھئے۔(iii) ہر جماعت کے جماعتی نشانات کتنے ہیں؟

4۔ ذیل کے گروہی تعددی تقسیمی جدول میں ''جماعت کی نمائندہ قدریں'' دی گئی ہیں۔

جماعتی نشان	10	22	34	46	58	70
تعدد	6	11	20	21	9	5

(i) ذیل کے وقفہ جماعت معلوم کیجیے۔(خارجی وقفہ جماعت)

(ii) کم ترکیجائی تعدد تشکیل دیجئے۔

(iii) زیادہ ترکیجائی تعدد تشکیل دیجئے۔

5۔ ذیل میں شماریات کے ایک امتحان میں 35 طلبا کے محصلہ نشانات (50 میں سے) دیئے گئے ہیں۔

35	1	15	35	45	23	31	40	21	13	15
20	47	48	42	34	43	45	33	37	11	13
27	18	12	37	39	38	16	13	18	5	41
47	43									

مساوی وقفہ جماعت والا ایک تعددی تقسیمی جدول ترتیب دیجیے۔جن میں سے ایک 20-10 (20 شامل نہیں ہے)۔

SCERT TELANGANA

6۔ ذیل میں دیئے گئے تعددی تقسیمی جدول کی جماعتی سرحدیں تشکیل دیجیے اور ساتھ ہی کم تر یکجائی اور زیادہ تر یکجائی تعددی جدول بھی تشکیل دیجیے۔

عمریں	1 - 3	4 - 6	7 - 9	10 - 12	13 - 15
بچوں کی تعداد	10	12	15	13	9

7۔ ذیل میں یکجائی تعددی جدول دیا گیا ہے۔اس میں کس قسم کا یکجائی تعدد دیا گیا ہے۔متعلقہ وقفہ جماعت کا تعدد معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

بنائے گئے رن	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
کرکٹر کی تعداد	3	8	19	25	30

8۔ ایک لائبریری میں مطالعہ کرنے والوں کی تعداد دی گئی ہے۔متعلقہ وقفہ جماعت کا تعدد لکھئے اور ساتھ ہی کم تر یکجائی تعدد بھی لکھئے۔

کتابوں کی تعداد	1 - 10	11 - 20	21 - 30	31 - 40	41 - 50
زیادہ تر یکجائی تعدد	42	36	23	14	6

SCERT TELANGANA

7.4 تعددی تقسیم کا ترسیمی اظہار

تعددی تقسیم کا اظہار'تعددی تقسیم'معطیات کی وقفہ جماعت اور تعدد میں منظّم ترتیب ہے۔غیر مسلسل سلسلہ کی تعددی تقسیم میں ہم تصویری چارٹ'بار گراف دوہرا بار گراف اور دائروی گراف کے ذریعہ اظہار کو پہلے سیکھ چکے ہیں۔

اب ہم اس باب میں ہسٹوگرام سیکھیں گے اس سے قبل ہم بار گراف کا اعادہ کرتے ہیں۔

7.4.1: بار گراف

افقی یا انتصابی' مساوی چوڑائی والے بار کے استعمال سے اطلاعات یا معطیات کا اظہار بار گراف کہلاتا ہے۔اس میں بار کی لمبائی کا انحصار متعلقہ جماعت کی قدر پر ہوتا ہے۔

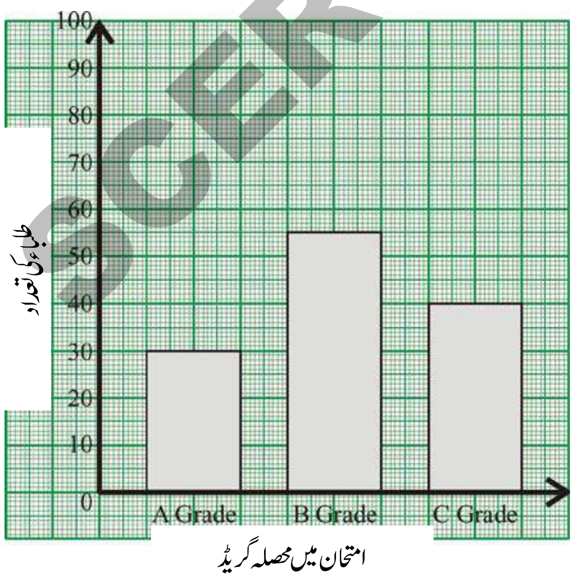
آیئے دیکھتے ہیں کہ ایک بار گراف سے کیا ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

دیئے گئے بار گراف کا مشاہدہ کیجیے۔

(i) یہ بار گراف کیا ظاہر کررہا ہے؟

(ii) کتنے طلبا نے A'B اور C گریڈ حاصل کیا؟

(iii) کونسا گریڈ زیادہ طلبا نے حاصل کیا؟

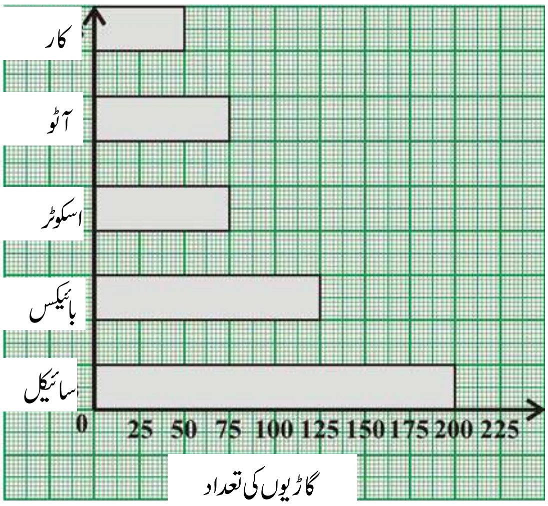


یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

(iv) جماعت میں کتنے طلبا ہیں؟

ترسیم سے سوالات کے جوابات دینا آسان ہے۔

اسی طرح سے چند بار گراف کو افقی بار کے ذریعہ بھی بنایا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر دیا گیا دوسرا بار گراف دیکھئے۔ اس میں ضلع نیلور کے سنگم گاؤں میں گاڑیوں کی تعداد دی گئی ہے۔



سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

1۔ ایک بار گراف میں تمام بار (یا مستطیل) ہوتے ہیں۔

(a) مساوی لمبائی والے (b) مساوی چوڑائی والے (c) مساوی رقبہ والے (d) مساوی قدر والے

2۔ کیا گراف میں ایک بار کی لمبائی کا انحصار دوسرے بار کی لمبائی پر ہوتا ہے؟

3۔ کسی ایک گراف میں کیا ایک بار کی قدر میں تبدیلی دوسرے بار کی قدر پر اثر انداز ہوتی ہے؟

4۔ ہم انصابی بار گراف اور افقی بار گراف کو کہاں استعمال کرتے ہیں؟

7.5: گروہی تعددی تقسیم کا ترسیمی اظہار

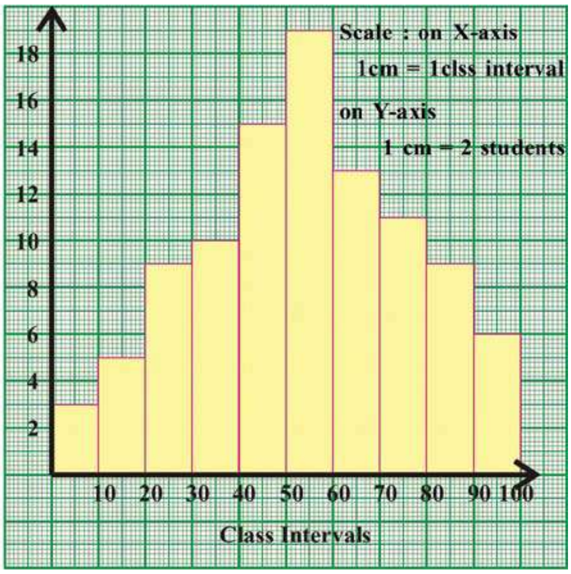
آیئے مسلسل یعنی خارجی وقفہ جماعت والی گروہی تقسیم کا ترسیمی اظہار سیکھتے ہیں۔ اس کی پہلی قسم ہسٹوگرام ہے۔

7.5.1: ہسٹوگرام

7.5.1.1: ہسٹوگرام کی تشریح

ذیل میں دی گئی گروہی تعددی تقسیم کے ہسٹوگرام کا مشاہدہ کیجیے۔

SCERT TELANGANA



تعدد

وقفہ جماعت

وقفہ جماعت (نشانات)	تعدد (طلباء کا تعدد)
0 – 10	3
10 – 20	5
20 – 30	9
30 – 40	10
40 – 50	15
50 – 60	19
60 – 70	13
70 – 80	11
80 – 90	9
90 -100	6

(i) اس بار گراف میں کتنے بار ہیں؟
(ii) بار کی لمبائی کس تناسب میں لی جاتی ہے۔
(iii) بار کی چوڑائی مساوی ہوتی ہے۔اس کی وجہ کیا ہے؟
(iv) کیا ہم کسی گراف کے دو بارز کو باہم تبدیل کر سکتے ہیں۔

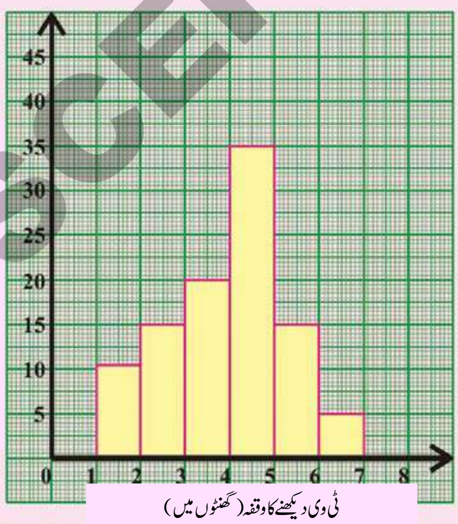
گراف کے ذریعہ آپ یہ سمجھ چکے ہوں گے کہ

(i) یہاں پر 10 بار 10 وقفہ جماعت کو ظاہر کرتے ہیں۔
(ii) بار کی لمبائی متعلقہ وقفہ جماعت سے تناسب میں ہے۔
(iii) بار کی چوڑائی مساوی ہے کیوں کہ یہ وقفہ جمات کو ظاہر کرتی ہے۔خاص طور پر اوپر دی گئی مثال میں وقفہ جماعت کی لمبائی مساوی ہے۔
(iv) چونکہ یہ مسلسل سلسلہ کو ظاہر کرتا ہے (خارجی وقفہ جماعت) ہے۔لہٰذا ہم کسی دو بار کو باہم تبدیل نہیں کر سکتے۔

کوشش کیجئے

متصلہ ہسٹوگرام کا مشاہدہ کیجیے اور ذیل کے سوالات کے جوابات دیجیے۔

(i) اس ہسٹوگرام میں کونسی اطلاعات دی گئی ہیں؟
(ii) کونسے گروپ میں سب سے زیادہ طلبا ہیں؟
(iii) کتنے طلبا 5 گھنٹے یا اس سے زائد ٹی وی دیکھتے ہیں؟
(iv) کل کتنے طلبا کا سروے کیا گیا؟



SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

7.5.12: ہسٹوگرام کی تشکیل

ایک ٹی وی چینل اپنے ناظرین کی عمر کے گروپ کو معلوم کرنا چاہتا ہے۔ جوان کے چینل کو دیکھتے ہیں۔انہوں نے ایک اپارٹمنٹ میں سروے کیا۔معطیات کو ہسٹوگرام میں ظاہر کیجیے۔

وقفہ جماعت (عمر)	تعداد (ناظرین کی تعداد)	وقفہ جماعت
11 – 20	10	10.5 – 20.5
21 – 30	15	20.5 – 30.5
31 – 40	25	30.5 – 40.5
41 – 50	30	40.5 – 50.5
51 – 60	20	50.5 – 60.5
61 – 70	5	60.5 – 70.5
حدود		سرحدیں

مرحلہ 1: اگر دیئے گئے وقفہ جماعت داخلی (حدود) ہوں تو اس کو خارجی میں تبدیل کیجیے۔ چونکہ ہسٹوگرام مسلسل پر ہی بنایا جاتا ہے۔

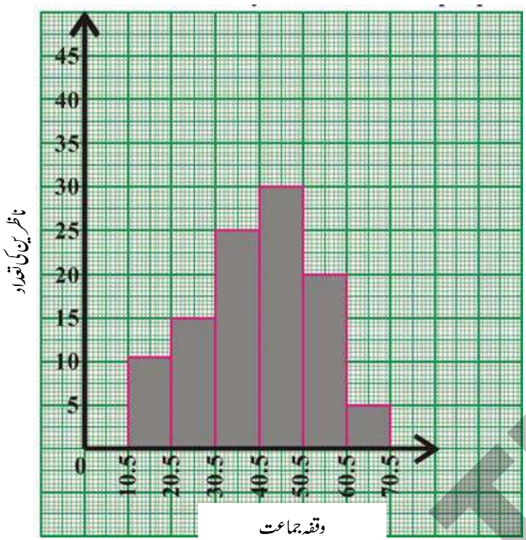
مرحلہ 2: x محور پر ایک موزوں اسکیل لیجیے اور اس پر وقفہ جماعت کے نشان لگائیے۔

مرحلہ 3: y محور پر بھی ایک موزوں اسکیل لیجیے اور اس پر وقفہ جماعت کے نشان لگائیے۔(دونوں محوروں پر لی جانے والی اسکیل علیحدہ علیحدہ بھی ہوسکتی ہے)

پیمانہ: x محور 1 سنٹی میٹر = 1 وقفہ جماعت

y محور 1 سنٹی میٹر = 5 افراد

مرحلہ 4: گراف میں مستطیل بنائیں جس کا قاعدہ وقفہ جماعت اور بلندی کا متعلقہ تعدد ہے۔



7.51.3: جماعتی قاعدہ کی چوڑائی والے ہسٹوگرام

ذیل میں ایک اسکول کی دسویں جماعت کے امتحان میں کامیاب ہونے والے طلبا کا فیصد تعددی تقسیمی جدول میں دیا گیا ہے۔

قسم	وقفہ جماعت (نشانات)	طلبا کا فیصد
ناکام	0 - 35 ناکام	28
درجہ سوم	35 - 50 درجہ سوم	12
درجہ دوم	50 - 60 درجہ دوم	16
درجہ اول	60 - 110 درجہ اول	44

اگر ہم جدول پر غور کریں تب' طلبا کا جنہوں نے درجہ اول میں کامیابی حاصل کی ہے فیصد زیادہ ہے۔لیکن یہ 44% فیصد طلبا وقفہ جماعت کی لمبائی 40(60-100) پر پھیلے ہوتے ہیں۔اسی طرح درجہ دوم 16% طلبا' جماعت کی لمبائی (50-60) پر ہیں۔لہٰذا وقفہ جماعت کی وسعت کا بھی لحاظ رکھنا ضروری ہے۔

SCERT TELANGANA

اسی صورت میں اکائی وقفہ جماعت کا تعدد معلوم کرنا ہوگا اوراس کے مطابق ہسٹوگرام کی بلندی لینی ہوگی ۔ کسی بھی ایک وقفہ جماعت کو اکائی وقفہ جماعت تصور کرتے ہوئے تعددی کثافت معلوم کی جاسکتی ہے۔سہولت کی خاطر سب سے چھوٹے وقفہ جماعت کی اکائی وقفہ جماعت متصور کی گئی۔

لہٰذا ہسٹوگرام کے مستطیل کی ترمیم کردہ لمبائی متعلقہ تعدد سے تناسب میں ہوگی۔

$$\text{کثافت} = \frac{\text{جماعت کا تعدد}}{\text{اس جماعت کی وسعت}} \times \text{سب سے چھوٹے وقفہ جماعت کی لمبائی}$$

وقفہ جماعت (نشانات)	طلباء کا فیصد	جماعت کی وسعت	مستطیل کی لمبائی
0 – 35	28	35	$\frac{28}{35} \times 10 = 8$
35 – 50	12	15	$\frac{12}{15} \times 10 = 8$
50 – 60	16	10	$\frac{16}{10} \times 10 = 16$
60 – 100	44	40	$\frac{44}{40} \times 10 = 11$

اس ترمیم کردہ لمبائی کی بنیاد پر پچھلی مثال میں بتائے گئے طریقے سے ہسٹوگرام تیار کیجیے۔

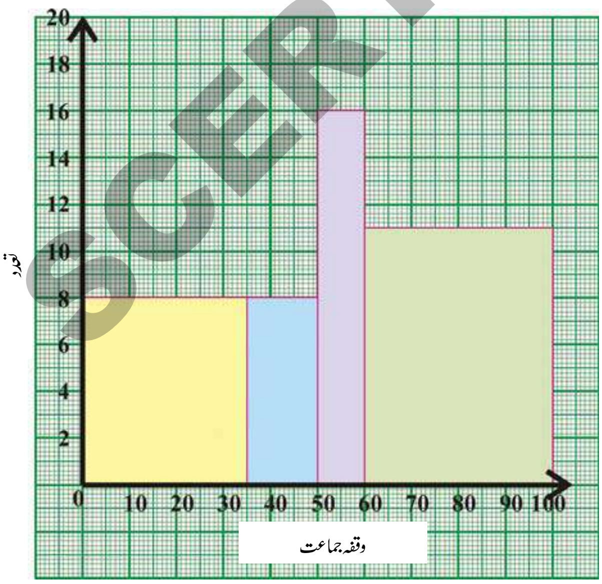
مرحلہ1: x محور پر ایک موزوں اسکیل کا انتخاب کیجیے اوراس پر نشان لگائیے۔

مرحلہ2: y محور پر ایک موزوں اسکیل کا انتخاب کیجیے اور اس پر نشانات لگائیے۔

اسکیل: x محور پر 1 سنٹی میٹر = 1 سب سے چھوٹا وقفہ جماعت

y محور پر 1 سنٹی میٹر = 2% فیصد

مرحلہ3: وقفہ جماعت کو قاعدہ اور متعلقہ تعدد کو بلندی لے کر گراف پر مستطیل بنائیں۔



SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

7.5.1.4 جماعت کی نمائندہ قدروں سے گروہی تعددی تقسیم کا ہسٹوگرام

مثال 15: ذیل میں آٹھویں جماعت کے 65 طلبا کے جملہ نشانات کی تقسیم دی گئی ہے۔ان معطیات سے ہسٹوگرام بنائیے؟

نشانات وسطی قدریں	150	160	170	180	190	200
طلبا کی تعداد	8	10	25	12	7	3

حل: چونکہ وسطی قدریں دے دی گئی ہیں۔وقفہ جماعت کو وسطی قدروں سے محسوب کیجیے؟

مرحلہ 1: دو متواتر جماعتوں کے درمیان کا فرق معلوم کیجیے۔

$h = 160 - 150 = 10$ (معلوم کیجیے کہ کیا ہر دو متواتر جماعتوں کا فرق ایک ہی ہے)

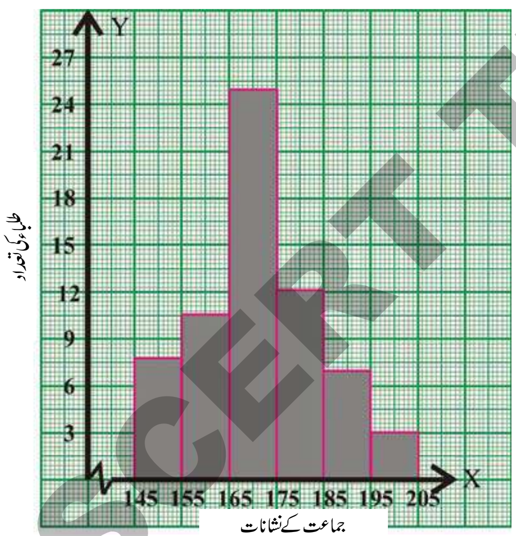
مرحلہ 2: وسطی قدر 'x' سے ہر جماعت کی نچلی اور اوپری سرحدوں کو محسوب کیجیے جیسا کہ $x - \frac{h}{2}$ اور $x + \frac{h}{2}$

مرحلہ 3: موزوں پیمانہ کا انتخاب کیجیے۔

x محور پر 1 سنٹی میٹر = 1 وقفہ جماعت

y محور پر 1 سنٹی میٹر = 4 طلبا

مرحلہ 4: وقفہ جماعت کی بنیاد اور متناظر تعدد کو لمبائی کے طور پر لیکر مستطیل بنائیے۔



جماعت کی نمائندہ قدر (m)	وقفہ جماعت	تعدد طلبا کی تعداد
150	145 - 155	8
160	155 - 165	10
170	165 - 175	25
180	175 - 185	12
190	185 - 195	7
200	195 - 205	3

سوچئے ، بحث کیجئے اور لکھئے

1۔ جماعت کی سرحدوں کو x محور پر لیا جاتا ہے۔جماعت کے حدود کو نہیں لیا جاتا کیوں؟

2۔ کونسی قدر ہسٹوگرام کے ہر مستطیل کی چوڑائی کو متعین کرتی ہے؟

3۔ ہر مستطیل کے طول کا مجموعہ کیا ظاہر کرتا ہے۔

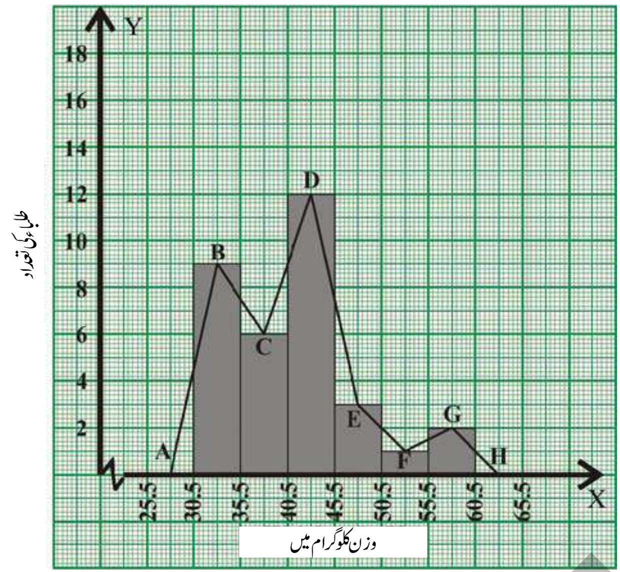
SCERT TELANGANA

7.5.2:تعددی کثیر ضلعی

7.5.2.1: تعددی کثیر ضلعی کی تشریح

کثیر ضلعی، مقداری معطیات اوراس کے تعدد کو ظاہر کرنے کا ایک اور طریقہ ہے۔

آیئے اب اس ترسیم کی خوبیاں دیکھئے۔



متصلہ ہسٹوگرام پر غور کیجیے جو ایک کمپنی کے 33 افراد کے اوزان کو ظاہر کرتا ہے۔ خطی قطعات سے متصلہ مستطیلوں کے اوپری ضلعوں کی وسطی قدروں کو ملایئے۔ ان کی وسطی قدروں کو B, C, D, E, F اور G سے ظاہر کیجیے۔ ان خطی قطعات کو ملانے سے ہم کو شکل B C D E F G حاصل ہوں گی۔ کثیر ضلعی کی شکل کو مکمل کرنے کے لیے ہم کو 35.5 - 30.5 اور 55.5 - 60.5 سے قبل وقفہ جماعت کا تعدد '0' تصور کرنا چاہئے۔ جو بالترتیب ان کی وسطی قدریں ہیں۔

A B C D E F G H ایک کثیر ضلعی ہے۔ حالانکہ سب سے چھوٹی جماعت پہلے اور سب سے بڑی جماعت سے آگے کوئی بھی جماعت وجود نہیں رکھتی۔ دو وقفہ جماعتوں میں '0' ملانے سے ہم کو کثیر ضلعی کا رقبہ بنانے میں مدد ملے گی۔ اس طرح ہم نے جو ہسٹوگرام کا رقبہ بنایا تھا۔ اس طرح کیوں ہے؟

سوچئے ، بحث کیجئے اور لکھئے

1۔ کثیر ضلعی کو ہم کس طرح مکمل کرتے ہیں جبکہ پہلی جماعت سے قبل کوئی بھی جماعت موجود نہیں ہے؟

2۔ ایک معطیات کے ہسٹوگرام کا رقبہ اسکا تعدد اور کثیر ضلعی یکساں ہے۔ کس طرح وجوہات بتایئے۔

3۔ کیا کثیر ضلعی بنانے کے لیے ہسٹوگرام بنانا ضروری ہے؟

4۔ کیا ہم غیر مسلسل معطیات کی تعددی تقسیم سے کثیر ضلعی بنائیں گے؟

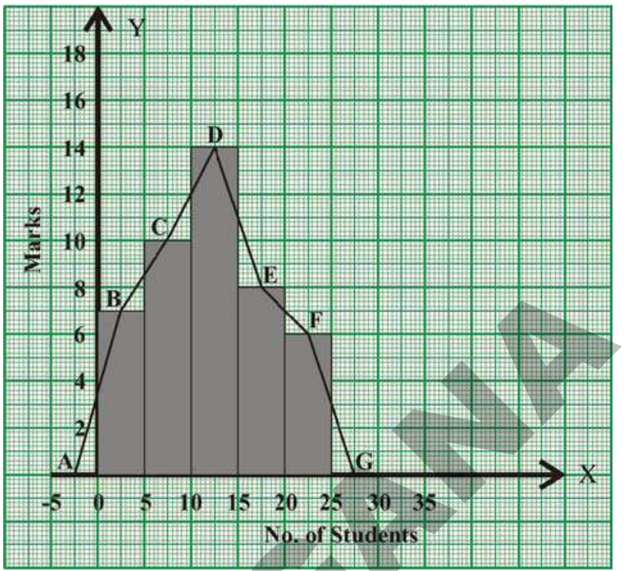
7.5.2.2 کثیر ضلعی کی بناوٹ

ایک امتحان میں 45 طلبا کے حاصل شدہ نشانات (25 میں سے) پر غور کیجیے۔ اس تعددی تقسیم کے جدول سے کثیر ضلعی بنایئے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

وقفہ جماعت	تعدد (طلباء کی تعداد)	درمیانی قدریں
0-5	7	2.5
5-10	10	7.5
10-15	14	12.5
15-20	8	17.5
20-25	6	22.5
Total	45	



بناوٹ کے مراحل

مرحلہ 1: معطیات میں دیئے گئے ہر وقفہ جماعت کی وسطی قدر محسوب کیجیے۔

مرحلہ 2: دیئے گئے معطیات کے لیے ہسٹوگرام تیار کیجیے اور مستطیل کی اوپری سطح کے درمیان میں وسطی قدر کی نشاندہی کیجیے۔(اس مثال میں B‘C‘D‘E‘F دی گئی ہے)

مرحلہ 3: وسطی قدروں کو متواتر جوڑیئے۔

مرحلہ 4: پہلے وقفہ جماعت سے پہلے ایک جماعت اور آخری وقفہ جماعت کے بعد ایک وقفہ جماعت کو تصور کیجیے اور ساتھ ہی ان کی وسطی قدریں A اور H معلوم کیجیے اور x محور پر نشاندہی کیجیے(یہاں پر پہلا وقفہ جماعت 0-5 ہے لہذا پچھلے وقفہ جماعت کو معلوم کرنے کے لیے ہم افقی محور کو منفی سمت میں بڑھاتے ہیں اور خیالی وقفہ جماعت 0-5 کی وسطی قدر معلوم کرتے ہیں)

مرحلہ 5: شروعاتی وسطی نقطہ B سے A کو ملایئے اور اختتامی وسطی نقطہ F سے G کو ملایئے۔اس طرح تعددی کثیر ضلعی حاصل ہوگا۔

تعددی کثیر ضلعی کو آزادانہ طور پر ہسٹوگرام کے بغیر بھی بنایا جاسکتا ہے۔اس کے لیے ہمیں معطیات کے ہر وقفہ جماعت کی وسطی قدر درکار ہوگی۔

یہ کیجئے

1۔ ذیل میں دی گئی تعددی تقسیم کے لیے تعددی کثیر ضلعی بنایئے۔

(i) کرکٹ کے ایک میچ میں طلبا کے رن اس طرح ہیں۔

بنائے گئے رن	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
طلباء کی تعداد	3	5	8	4	2

(ii) آڈیٹوریم میں ایک ڈرامہ کے ٹکٹوں کی فروخت

ٹکٹ کی قیمت	10	15	20	25	30
فروخت شدہ ٹکٹ کی تعداد	50	30	60	30	20

SCERT TELANGANA

7.5.2.3: تعددی کثیرضلعی کی خصوصیات

1۔ تعددی کثیرضلعی، تعددی تقسیم کا ایک ترسیمی اظہار ہے (غیر مسلسل/مسلسل)

2۔ متواتر وقفہ جماعتوں کی نمائندہ قدر یا وسطی قدر x محور پر اور متعلقہ تعدد y محور پر لی جاتی ہے۔

3۔ ایک ہی معطیات کے لیے بنائے گئے ہسٹوگرام اور تعددی کثیرضلعی کا رقبہ مساوی ہوتا ہے۔

سوچئیے ، بحث کیجئیے اور لکھئیے

1۔ ہسٹوگرام ایک وقفہ جماعت کے تعدد کا اظہار ہے۔ کیا یہ کسی مخصوص نقطہ کی قدر کو بتا سکتا ہے۔

2۔ کیا ایک تعددی کثیرضلعی مشاہدے کے کسی مخصوص نقطہ پر پائے جانے والے تعدد کو بنا سکتا ہے۔

7.5.2.4: گروہی تعددی تقسیم کے لیے تعددی کثیرضلعی کی بناوٹ ہسٹوگرام کے بغیر استعمال کے:

ذیابطیس کے مریضوں کے سروے سے ذیل کا جدول بنایا گیا۔

عمر	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
مریضوں کی تعداد	5	9	16	11	3

آئیے اب ہم ہسٹوگرام کے بغیر ہی ان معطیات پر تعددی کثیرضلعی بناتے ہیں۔

مرحلہ 1: مختلف وقفہ جماعتوں کی نمائندہ قدریں معلوم کیجیے۔

مرحلہ 2: اسکیل کا انتخاب کریں۔ x محور پر 1 سنٹی میٹر = 1 وقفہ جماعت

y محور پر 1 سنٹی میٹر = 2 نشانات

مرحلہ 3: اگر x جماعت کی نمائندہ قدر اور f اس وقفہ جماعت کا تعدد ہو تو (x,f) پر ترسیم کھینچیے۔

مرحلہ 4: متواتر نقاط کو سلسلہ وار ملائیے۔

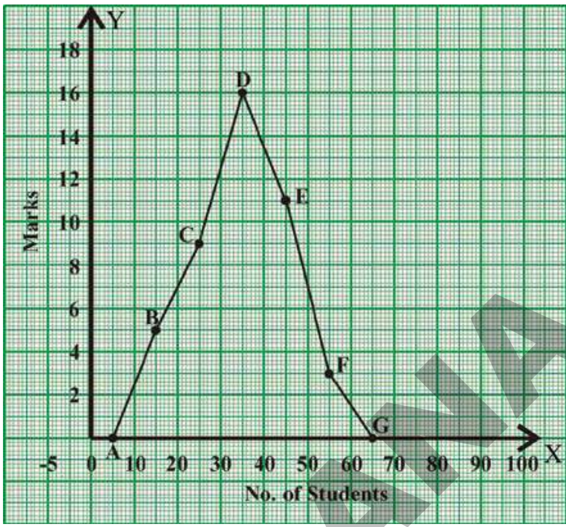
مرحلہ 5: پہلے وقفہ جماعت سے قبل ایک وقفہ جماعت اور آخری وقفہ جماعت کے بعد ایک وقفہ جماعت تصور کیجیے جس کا تعدد صفر ہو۔ اس جماعت کی وسطی قدر معلوم کیجیے اور ترسیم میں نشاندہی کیجیے۔

مرحلہ 6: کثیرضلعی کو مکمل کیجیے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

وقفہ جماعت (عمریں)	مریضوں کی تعداد	جماعت کے نشان	مرتب جوڑ
0 – 10	0	5	(5, 0)
10 – 20	5	15	(15, 5)
20 – 30	9	25	(25, 9)
30 – 40	16	35	(35, 16)
40 – 50	11	45	(45, 11)
50 – 60	3	55	(55, 3)
60 – 70	0	65	(65, 0)



7.5.3: گروہی تعددی تقسیم کی منحنی

ہاتھ سے کھینچی گئی سادہ منحنی معطیات کے اظہار کا ایک اور طریقہ ہے۔

آئیے اب اوپر کے معطیات کے لیے بغیر ہسٹوگرام تعددی منحنی بنائیں۔

مرحلہ 1: مختلف جماعتوں کی وسطی قدریں معلوم کیجیے۔

مرحلہ 2: پیمانہ کا انتخاب کیجیے۔

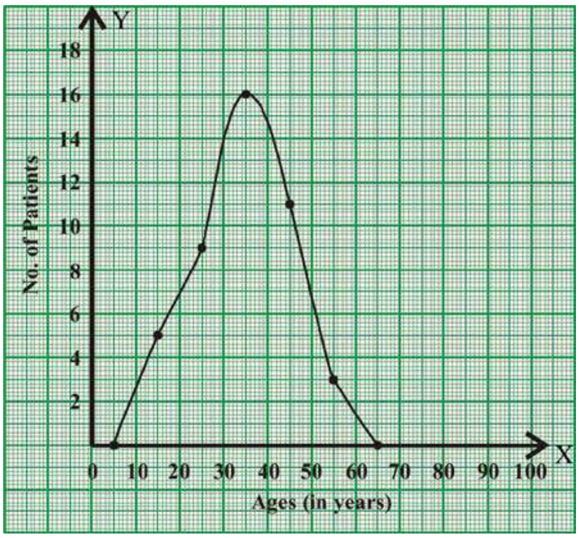
x محور پر 1 سنٹی میٹر = 1 وقفہ جماعت

y محور پر 1 سنٹی میٹر = 2 نشانات

مرحلہ 3: اگر 'x' وسطی نقاط کو ظاہر کرتا ہے اور 'f' مخصوص جماعت کے تعدد کو ظاہر کرتا ہے تب (x,f) ترسیم اتاریئے۔

مرحلہ 4: متصلہ نقاط کو متواتر سادہ منحنی کے ذریعہ ملائیے۔

وقفہ جماعت (عمریں)	مریضوں کی تعداد	جماعت کے نشان	مرتب جوڑ
0 – 10	0	5	(5, 0)
10 – 20	5	15	(15, 5)
20 – 30	9	25	(25, 9)
30 – 40	16	35	(35,16)
40 – 50	11	45	(45,11)
50 – 60	3	55	(55, 3)
60 – 70	0	65	(65, 0)



SCERT TELANGANA

7.5.4 یکجائی تعدد کی ترسیم

ایک ترسیم جو گروہی تعددی تقسیم کے یکجائی تعداد اور اس جماعت کی نچلی اور اوپری سرحدوں کے استعمال سے اتاری جاتی ہے یکجائی تعدد کی ترسیم (Ogive Curve) کہلاتی ہے۔

یہ منحنی متواتر سلسلہ کی خاص حد تک پھیلے ہوئے عددی مشاہدات یا سلسلہ میں مزید اضافہ کو سمجھنے میں معاون ہیں۔

7.5.4.1: کم تر یکجائی تعدد کی منحنی

ایک محکمہ مقررہ وقت میں تعمیراتی کام کے لیے کنٹراکٹرس سے حاصل ہونے والے ٹنڈرس کی تعددی تقسیم پر غور کرتا ہے۔

وقفہ جماعت (دن)	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
ٹنڈرس کی تعداد	2	5	12	10	3

مرحلہ 1: اگر دی ہوئی تعددی تقسیم اندرونی شکل میں ہے تب اسے خارجی شکل میں تبدیل کیجیے۔

مرحلہ 2: ''کم تر یکجائی تعدد'' کا جدول بنائیے۔

مرحلہ 3: وقفہ جماعت کی اوپری سرحدوں کو x محور پر اور ان کے یکجائی تعدد کو y محور پر نشاندہی کیجیے۔ پیمانہ کا انتخاب کیجیے؟

x محور پر 1 سنٹی میٹر = 1 وقفہ جماعت

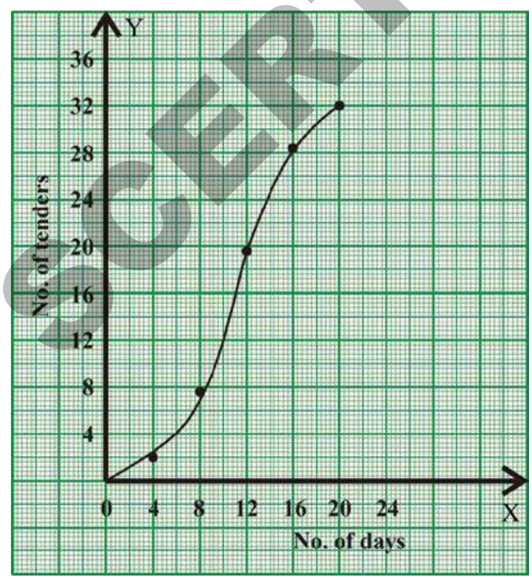
y محور پر 1 سنٹی میٹر = 4 ٹنڈرس

مرحلہ 4: پہلی وقفہ جماعت کی نچلی سرحد (پہلی جماعت سے قبل کی اوپری سرحد) کو یکجائی تعدد 0 لیکر اتاریئے۔

مرحلہ 5: ان نقاط کو ہاتھ سے جوڑیئے تا کہ مطلوبہ سادہ منحنی حاصل ہو سکے۔

اس طرح ہم زیادہ تر یکجائی تعدد کو y محور پر اور ان کی متناظر نچلی سرحدوں کو x محور پر لیکر زیادہ تر یکجائی تعدد کی منحنی بنا سکتے ہیں۔

وقفہ جماعت (دن)	ٹنڈر کی تعداد	اوپری سرحدیں	کم تر یکجائی تعداد
0 – 4	2	4	2
4 – 8	5	8	7
8 – 12	12	12	19
12 – 16	10	16	29
16 – 20	3	20	32



SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مشق - 7.4

1۔ ذیل کے جدولوں میں 45 طلبا کی ذہانتی خارج قسمت Intelligent Quotient (IQ) کی درجہ بندی کی گئی ہے۔معطیات کے لیے ہسٹوگرام بنائیے۔

IQ	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130
طلباء کی تعداد	2	5	6	10	9	8	5

2۔ جماعت ہشتم کے سالانہ امتحان میں 600 طلبا کے حاصل کردہ نشانات کے لیے ہسٹوگرام تیار کیجیے۔

نشانات	360	400	440	480	520	560
طلباء کی تعداد	100	125	140	95	80	60

3۔ ذیل کے جدول میں ایک فیکٹری کے 250 ملازمین کی ہفتہ واری اجرتیں دی گئی ہیں۔ان معطیات پر ایک ہی گراف میں ہسٹوگرام اور تعددی کثیر ضلعی بنائیے۔

ہفتہ واری اجرتیں	500-550	550-600	600-650	650-700	700-750	750-800
مزدوروں کی تعداد	30	42	50	55	45	28

4۔ ذیل کی تعددی تقسیمی جدول میں ایک منڈل کے پرائمری اسکول کے 60 ٹیچروں کی عمریں دی گئی ہیں۔ان معطیات کا ہر تعددی کثیر ضلعی اور تعددی منحنی بغیر ہسٹوگرام تیار کیجیے۔(علیحدہ ترسیمی کاغذوں پر)

عمریں	24 – 28	28 – 32	32 – 36	36 – 40	40 – 44	44 – 48
اساتذہ کی تعداد	12	10	15	9	8	6

5۔ ذیل کے جدول کے وقفہ جماعت اور تعدد معلوم کیجیے اور ساتھ ہی منحنی بنائیے۔

مصلحہ نشانات	5 سے کم	10 سے کم	15 سے کم	20 سے کم	25 سے کم
طلباء کی تعداد	2	8	18	27	35

SCERT TELANGANA

ہم نے کیا تبادلہ خیال کیا

$$\text{اوسط حسابیہ} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots x_n}{n} \quad \text{یا} \quad \bar{x} = \frac{\sum X}{N}$$

- جہاں پر $\sum x_1$ سے مراد تمام x_i کا مجموعہ ہے اور i کی قدر 1 سے n تک ہوتی ہے۔
- انحراف کا اوسط + مفروضہ اوسط = اوسط حسابیہ یا $\bar{x} = A + \frac{\sum (x - A)}{N}$
- اوسط کا استعمال عددی معطیات کے تجزیہ کے لیے ہوتا ہے۔اور واحد قدر ہوتی ہے۔
- وسطانیہ معطیات کی وسطی قدر ہوتی ہے جبکہ ان کو صعودی یا نزولی ترتیب میں ترتیب دیا جائے۔
- وسطانیہ کا استعمال عددی معطیات کے تجزیہ کے لیے ہوتا ہے خاص طور پر اس وقت جب چند مشاہدات بہت ہی مختلف ہوں اور
- اوسط کی طرح یہ معطیات کی آخری قدروں سے متاثر نہیں ہوتا۔
- بہتاتیہ کا استعمال عدد اور عبارتی دونوں قسم کے معطیات کے لیے کیا جاتا ہے۔
- معطیات کے مختلف مشاہدات کا تعدد کے ذریعہ اظہار تعددی تقسیم یا تقسیمی جدول کہلاتا ہے۔
- کسی وقفہ جماعت کی اوپری سرحد اور نچلی سرحد کے درمیان کا فرق وقفہ جماعت کی لمبائی کہلاتا ہے جس کو 'C' سے تعبیر کرتے ہیں۔
- اگر معطیات کے تمام مشاہدات اس کے وقفہ جماعت کی نچلی سرحد کے مساوی یا زیادہ ہوں تو اسے ''زیادہ تر یکجائی تعدد'' کہتے ہیں۔
- اگر معطیات کے تمام مشاہدات اس کے وقفہ جماعت کی اوپری سرحد سے کم ہوں تو اس کو ''کم تر یکجائی تعدد'' کہتے ہیں۔
- گروہی تعددی تقسیم میں وقفہ جماعت کی لمبائی مختلف ہو تو ہمیں تعددی کثافت کے اعتبار سے ہسٹوگرام کے مستطیل بنانے چاہئیں۔

$$\text{تعددی کثافت} = \frac{\text{جماعت کا تعدد}}{\text{اس جماعت کی وسعت}} \times \text{سب سے چھوٹے وقفہ جماعت کی لمبائی}$$

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

- پہلے وقفہ جماعت سے کسی مخصوص کمرہ جماعت کی اوپری سرحد تک کے تعددوں کا تدریجی یا مرحلہ وار مجموعہ کم تر یکجائی تعدد کہلاتا ہے(L.C.F)
- خارجی وقفہ جماعت کی تعددی تقسیم کا ترسیمی اظہار ''ہسٹوگرام'' کہلاتا ہے۔
- اگر کسی گروہی تعددوں تقسیم میں موجود وقفہ جماعت کی لمبائی مختلف ہوتو ہم ہندگرام میں مستطیلوں کو تعددی کثافت کی بنیاد بناتے ہیں۔

$$\text{تعددی کثافت} = \frac{\text{وقفہ جماعت کا تعدد}}{\text{وقفہ جماعت کی لمبائی}} \times \text{معطیات میں اقل ترین وقفہ جماعت کی لمبائی}$$

- تعددی کثیر ضلعی، تعددی تقسیم کا ایک ترسیمی اظہار ہے (غیر مسلسل / مسلسل)
- کسی تعددی کثیر ضلعی یا تعددی منحنی میں؛ جماعت کی نمائندہ قدر یا وسطی قدر کو X- محور پر اور ان کے متعلقہ تعددوں کو Y- محور پر لیا جاتا ہے۔
- ایک ہی معطیات کے لیے تیار کئے گئے ہسٹوگرام اور تعددی کثیر ضلعی کا رقبہ مساوی ہوتا ہے۔
- ایک گروہی معطیات کو بتانے والی ترسیم جو یکجائی تعدد اور متعلقہ کمرہ جماعت کی نچلی/اوپری سرحدوں کے درمیان بتائی گئی ہو یکجائی تعددی منحنی یا Ogive curve منحنی کہلاتی ہے۔

تنقیدی سوچ

- چند ترسیمات اور چارٹ اس میں ہوتے ہیں کہ وہ فرد کے انفرادی فہم پر منحصر ہوتے ہیں۔ ذیل میں دیئے گئے تصاویر پر غور کیجئے اور ان سوالات کے جوابات جانچ سے پہلے اور جانچ کے بعد دیجئے۔

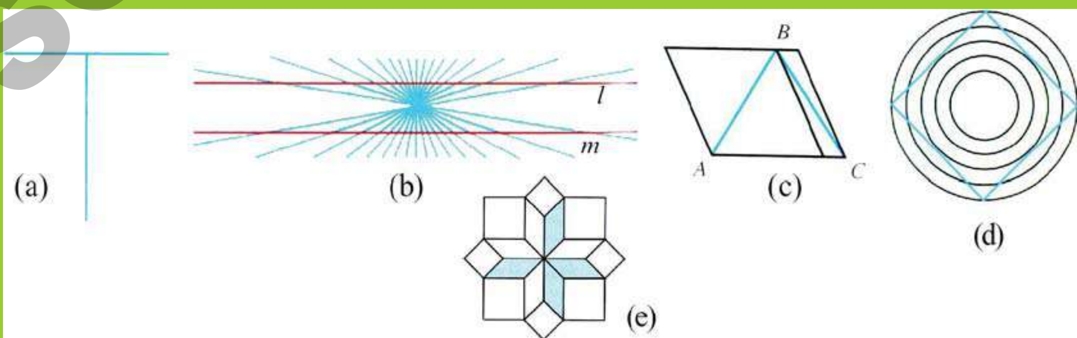
a) کونسی خط بڑی ہے افقی یا عمودی؟

b) کیا خطوط l اور m مستقیم اور متوازی ہیں؟

c) کونسی خط قطعہ بڑی ہے: $\overline{AB}$ یا $\overline{BC}$

d) اس کثیر ضلعی میں کتنے ضلع ہیں؟ کیا یہ مربع ہے؟

e) ذیل میں دی گئی شکل پر ٹکی باندھ کر دیکھئے۔ کیا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ چار بڑے کھمبے کاغذ کے اوپر بڑھے ہوئے دکھائی دے رہے ہیں۔ کچھ دیر اور دیکھئے اور چھوٹے کھمبوں کو بھی دیکھنے کی کوشش کیجئے۔



SCERT TELANGANA

8

علم ہندسہ

Exploring Geometrical Figures

8.0 تعارف

روزمرہ زندگی میں ہمیں علم ہندسہ (جیومیٹری) سے سابقہ پڑتا ہے کئی اشیاء اوراعمال ایسے ہوتے ہیں جن کا تعلق راست یا بالراست یا جومیٹری سے ہوتا ہے۔ یہ اشیاء اوراعمال جیومٹری کی خصوصیات اوراطلاق رکھتی ہیں۔

ذیل میں دی گئی تصاویر پر غور کیجئے۔ ان میں کون کون سی مختلف جومیٹریائی اشکال اور ترتیب ہے؟ آپ نے دیکھا ہوگا بعض اشکال فطرت سے مشابہہ ہوتی ہیں۔

چند اشکال متماثل اور بعض جومیٹریائی اشکال فرش پر بھی ایک ترتیب میں ہوتی ہیں۔

کیا آپ ان تصاویر میں مشابہہ اشکال، متماثل اشکال اور ترتیب کی نشاندہی کر سکتے ہیں؟

تصویر میں موجود کھڑکیوں کی شکل متماثل ہے، مثلثی وضع وقطع مشابہہ ہے اور فرش پر ٹائیلس (Tiles) کی ترتیب تشاکل ہوئی ہے۔

آیئے اب ہم مطالعہ کرتے ہیں کہ جومیٹری کی اشکال اور ترتیب کے اُصول ہماری روزمرہ زندگی میں کس طرح اثر انداز ہوتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

8.1 مماثلت

آپ نے غور کیا ہوگا کہ ہماری روز مرہ زندگی میں استعمال ہونے والی ہمہ اقسام کی اشیاء مساوی رقبہ اور مساوی شکل والی ہوتی ہیں۔ مثال کے طور پر ایک فیان کی پتیاں ایک دوسرے سے رقبہ اور شکل میں مساوی ہوتی ہیں۔

روز مرہ زندگی میں مماثلت کی ایک اور مثال

ایک CD کی دوکان کو جایئے اور CDs پر غور کیجئے آپ نے کیا دیکھا؟

CDs کی شکل اور جسامت مساوی ہے۔ اگر آپ ان کو ایک دوسرے پر جمائیں تب وہ ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں۔ ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ CDs ایک دوسرے کے مماثل ہوتے ہیں۔

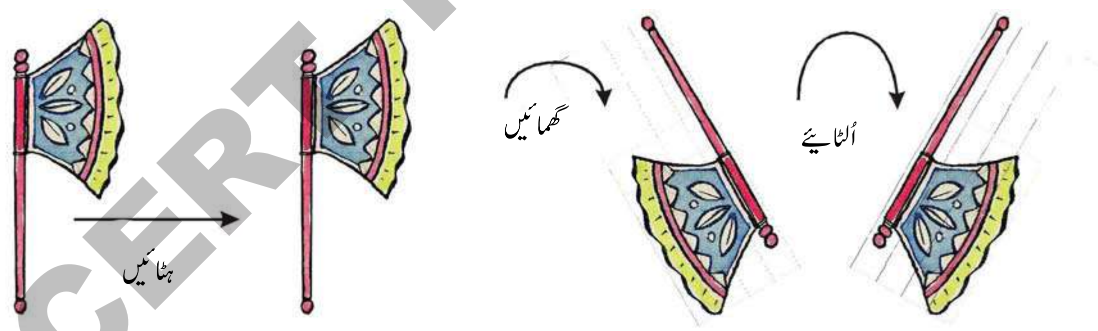
اب پوسٹ کارڈ لیجئے اور ان کو ایک دوسرے پر رکھئے آپ یہ دیکھیں گے کہ دونوں کی شکل اور جسامت یکساں ہے۔ یہ تمام ایک دوسرے کے مماثل ہیں۔

ایسی تین اشیاء کے نام بتایئے جن کے رُخ متماثل ہیں۔

8.1.1۔ اشکال کی مماثلت

ذیل کی اشکال پر غور کیجئے

(i)



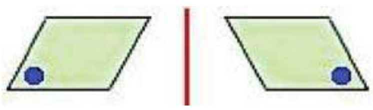
محل وقوع کا لحاظ کئے بغیر کیا اور پر دی ہوئی تمام اشکال ایک ہی شئے کو ظاہر کرتی ہیں؟ یہاں پر ایک ہی شکل کو ہٹایا، گھمایا، اور اُلٹایا گیا ہے۔ یہ تمام اشکال ایک دستی پنکھے کو ظاہر کرتی ہیں۔

اگر ان تمام شکلوں کو ایک دوسرے پر رکھتے ہیں تو آپ کیا حاصل کریں گے؟

SCERT TELANGANA

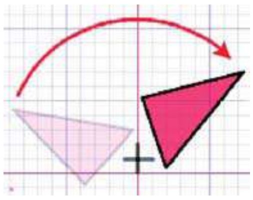
کیا آپ کو یاد ہے کہ ہم ایک ہی شکل و جسامت والی اشیاء کو کیا کہتے ہیں؟

مساوی شکل اور جسامت والی اشکال متماثل اشکال کہلاتی ہیں۔



اُلٹائیے: اُلٹنا دراصل وہ تبدیلی ہے جس میں ایک سادہ شکل کو پلٹ کر خط کی دوسری جانب اُس کا عکس حاصل کیا جاتا ہے، حقیقی شکل کا عکس (Mirror Image) بنایا جاتا ہے۔

جب کوئی شکل اُلٹتی ہے تب حقیقی شکل اور اُس شکل کے عکس کا ہر نقطہ خط سے مساوی فاصلہ پر ہوتا ہے۔

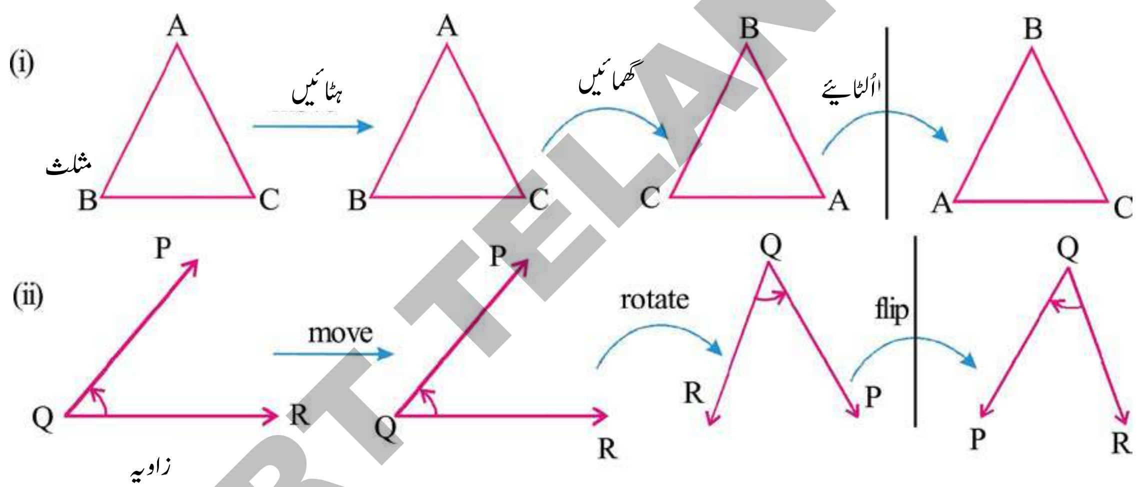


گھمائیے: گھمانا یعنی مرکز پر گھوم جانا، کسی مستقل شکل میں مرکز سے کسی بھی نقطہ کا فاصلہ تبدیل نہ ہوگا۔ شکل کا ہر نقطہ مرکز کے اطراف دائرہ بنائے گا۔

شکل کا مرکزی نقطہ اپنی جگہ پر جمارہتا ہے اور دیگر تمام نقاط مرکز کے اطراف دائرہ بناتے ہیں۔

ایک مکمل گردش 360° کی ہوتی ہے۔

اب ذیل میں دی گئی جومیٹری اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔



ان تمام صورتوں میں اگر پہلی شکل کو ہٹایا یا گھمایا، اُلٹایا جائے تو کیا آپ شکل و جسامت میں کوئی فرق محسوس کررہے ہیں؟ نہیں، ہر صف میں دی گئی شکل متماثل ہے بلکہ ایک ہی شکل مختلف وضع میں ظاہر کی گئی ہے۔

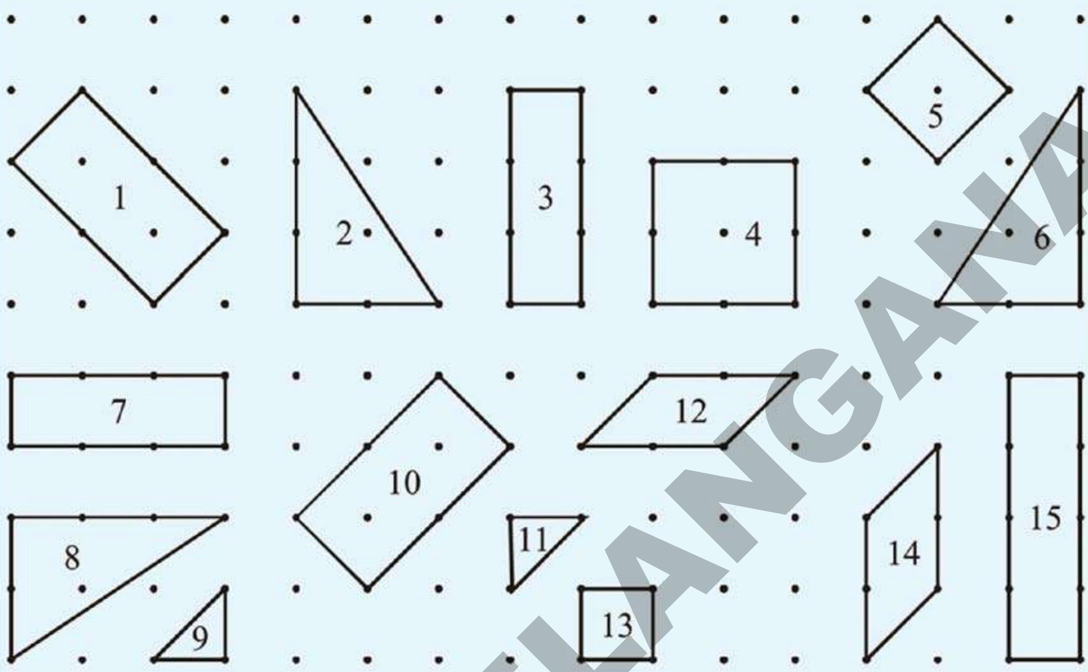
اگر دو متماثل اشکال کو ہٹایا یا گھمایا جائے تب بھی وہ متماثل ہی ہوں گے۔ اور ان اشکال کو آئینہ کے ذریعہ منعکس کرنے پر بھی وہ متماثل ہی ہوں گی۔

ہم مماثلت کو اس $\cong$ علامت کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں

SCERT TELANGANA

یہ کیجئے

ذیل میں دی گئیں کونسی اشکال متماثل ہیں۔



کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ جب کوئی دو (a) خطی قطعات (b) زاویہ (c) مثلثات متماثل ہوتے ہیں؟

(a) ہم یہ جانتے ہیں کہ کوئی دومساوی لمبائی والے خطی قطعہ متماثل ہوں گے۔

خطی قطعہ AB = خطی قطعہ PQ تب $AB \cong PQ$

(b) اگر دوزاویوں کی پیائش مساوی ہوتب یہ زاویے متماثل ہوں گے۔

$\angle AOB \cong \angle PQR$

(c) دومثلثات $\triangle ABC$ اور $\triangle PQR$ متماثل ہوں گے اگر ان کے تمام نظیری زاویے اور تمام نظیری ضلع مساوی ہوں۔

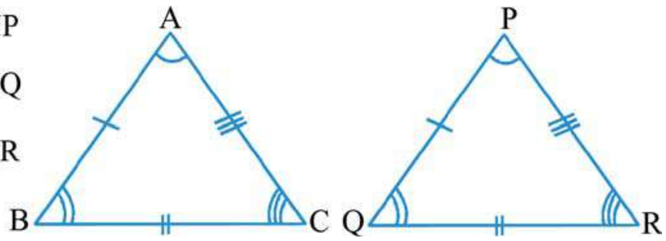
SCERT TELANGANA

یعنی $AB = PQ$ اور $\angle A = \angle P$

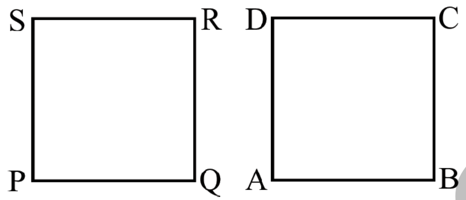
$BC = QR$ $\angle B = \angle Q$

$CA = RP$ $\angle C = \angle R$

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$.



آپ یہ کب کہہ سکتے ہیں کہ دو کثیر ضلعی متماثل ہیں؟ آیئے ایک مثال کے ذریعہ بحث کرتے ہیں فرض کیجئے کہ ABCD اور PQRS دو مربعے ہیں۔ اگر ہم ایک مربع ABCD کو دوسرے مربع PQRS پر رکھتے ہیں تب وہ ایک دوسرے کا مکمل احاطہ کرتے ہوں۔



یعنی ان کے کنارے ایک دوسرے پر منطبق ہوں تب ہی ہم کہہ سکتے ہیں کہ وہ مربعے ایک دوسرے کے متماثل ہیں۔

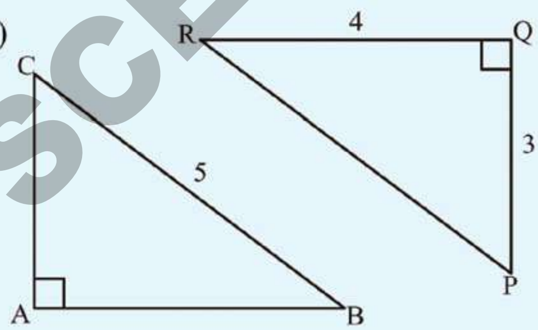
لہٰذا دو جیومٹریائی اشکال اس وقت متماثل ہوں گی جب وہ ایک دوسرے کا مکمل احاطہ کرتے ہوں اور ساتھ ہی دو کثیر ضلعی متماثل ہوں گی اگر ان کے نظیری زاویے مساوی ہوں اور نظیری ضلعے بھی مساوی ہوں۔

SCERT TELANGANA

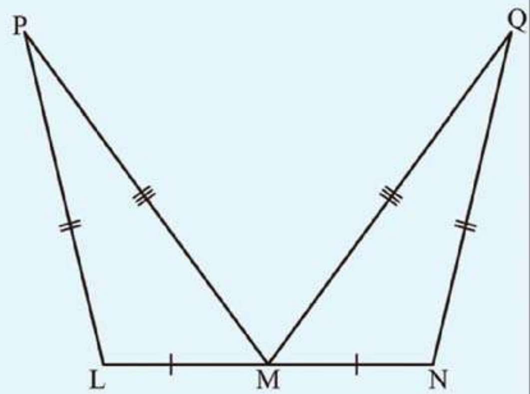
یہ کیجئے

ذیل میں دی گئی اشکال کی جوڑی پر غور کیجئے۔ اور بتایئے کہ کیا یہ متماثل ہیں؟ وجوہات بتلایئے۔ ان کے نام دیجئے۔

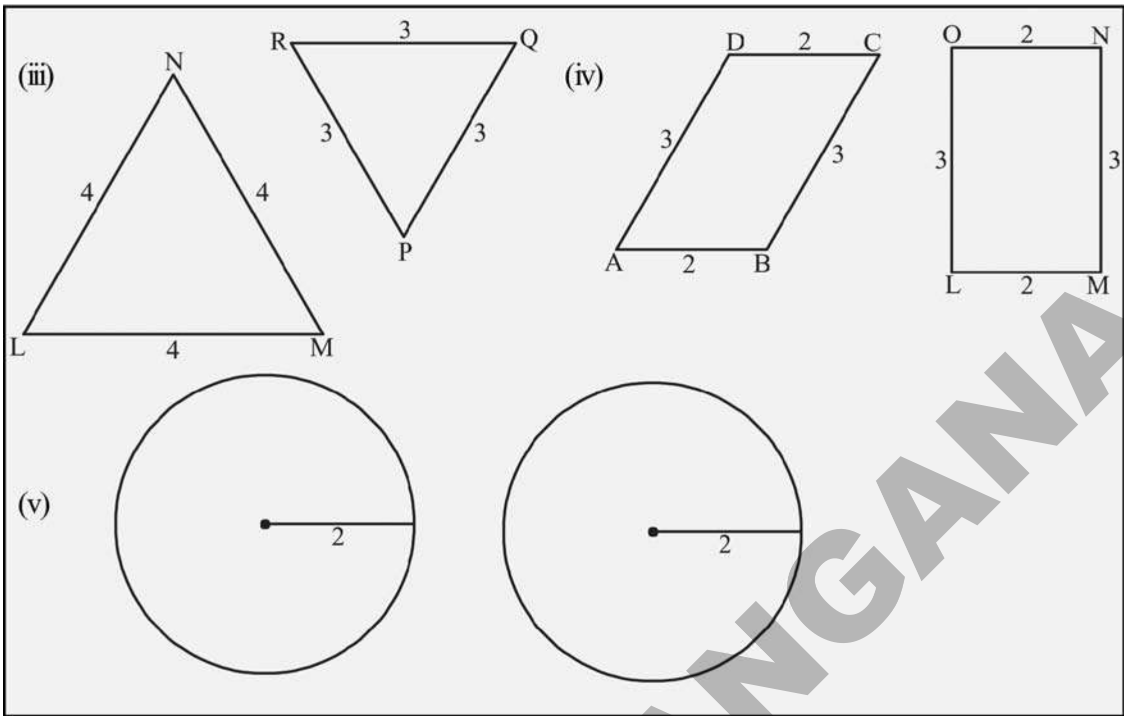
(i)



(ii)



یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21



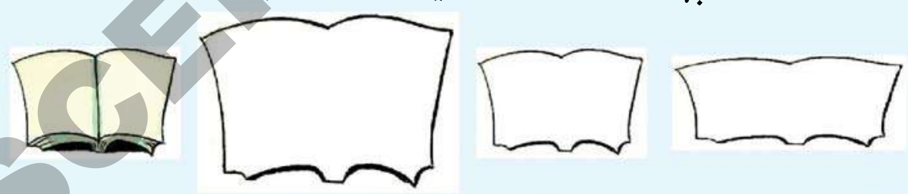
8.1.2 مشابہ اشکال

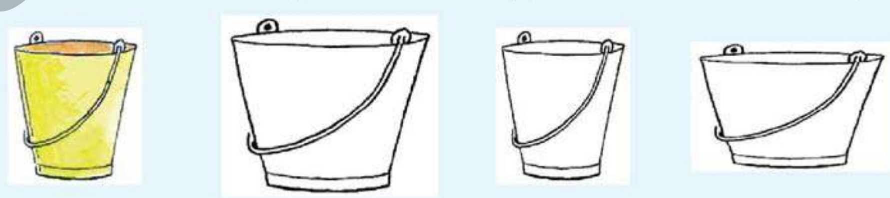
ہماری کتابوں میں ہمارے اطراف واکناف کئی اشیاء کی تصاویر پائی جاتی ہیں۔ مثال کے طور پر ہاتھیوں، شیروں، عمارتوں کی وضع وقطع کے نقشے مائیکرو چپس کی ساخت وغیرہ۔

کیا ان کو اپنی حقیقی جسامت میں اُتارا (بنایا) گیا ہے؟ نہیں یہ ممکن نہیں۔ ان میں سے چند حقیقی جسامت سے چھوٹے ہوتے ہیں چند بڑے۔

یہ کیجئے

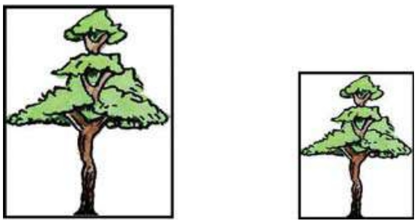
1. ذیل کے کونسے خاکے پہلے خاکے سے مشابہت رکھتے ہیں ان کی شناخت کیجئے۔

(a)

(i) (ii) (iii)

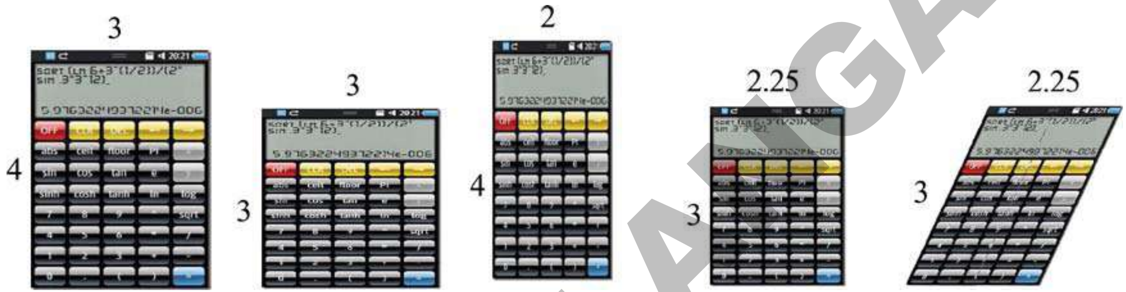
(b)

(i) (ii) (iii)

SCERT TELANGANA

ایک کاغذ پر ایک پیڑ کی تصویر بنائی گئی ہے۔اب ہم یہ کس طرح معلوم کریں گے کہ بنائی گئی تصویر حقیقی تصویر کے مشابہ ہے۔



آیئے معلوم کرتے ہیں۔ یہاں ایک شئے ہے جس کی تخفیف مختلف انداز میں کی گئی ہے۔ذیل میں سے کون سی تخفیف حقیقی شئے سے مشابہت رکھتی ہے۔



ہم ان تمام پر غور کرنے کے بعد اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ تخفیف 3 حقیقی شئے سے مشابہت رکھتی ہے۔کیوں؟

اب حقیقی شئے اور تخفیف 3 کے نظیری ضلعوں کی نسبت معلوم کیجئے۔آپ نے کیا غور کیا۔

$$\frac{\text{حقیقی شئے کا طول}}{\text{تخفیف 3 کا طول}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\text{حقیقی شئے کا عرض}}{\text{تخفیف 3 کا عرض}} = \frac{3}{2.25} = \frac{3\times 4}{2.25\times 4} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

ہم نے یہ غور کیا کہ نظیری ضلعوں کی نسبت مساوی ہوتی ہے۔یہاں پر تمام نظیری زاویے قائمہ ہیں اور مساوی ہیں۔

لہٰذا ہم نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ اگر دو کثیر ضلعی کے نظیری زاویے متماثل اور ان کے ضلعوں میں تناسب ہو تو وہ کثیر ضلعی مشابہہ ہوں گے۔اور ساتھ ہی تمام تخفیف کردہ اشکال کے نظیری ضلعوں کا تناسب معلوم کیجئے۔

8.1.3: ہم مشابہت کے اُصول کا اطلاق کہاں کرتے ہیں؟

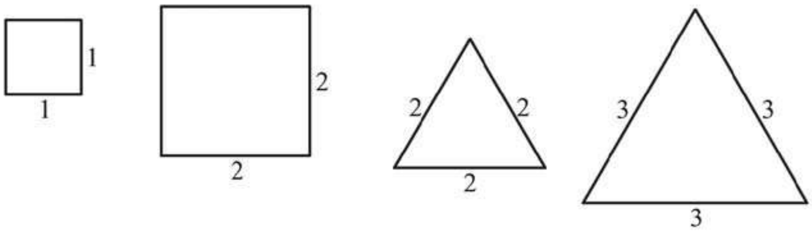
تعمیر کی جانے والی عمارت کے لئے انجینئر Elevation Plan تیار کرتے ہیں۔ڈی ٹی پی آپریٹر کمپیوٹر پر خاکے اُتارتے ہیں جو کہ بنائے جانے والے بیانر کے تناسب سے بڑے کر لئے جاسکتے ہیں۔فوٹو گرافر تصاویر اس طرح تیار کرتے ہیں کہ وہ حقیقی شئے سے تناسب میں ہوتی ہیں۔سائنسی آلات کے خاکے اور ممالک وغیرہ کے نقشے تناسب میں ہوتے ہیں یعنی حقیقی شئے کے مشابہہ ہوتے ہیں۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

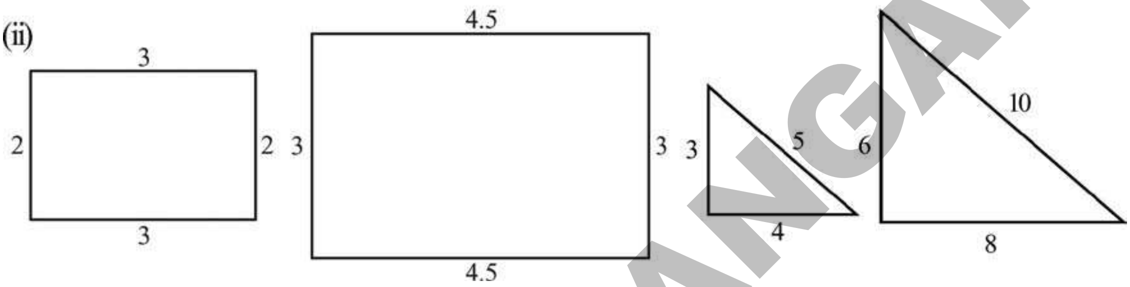
مشابہت کی جانچ

ذیل میں دی گئی مشابہہ تصاویر کی جوڑیوں پر غور کیجیے۔ان کے ضلعوں کی پیمائش کیجیے۔اوران کے نظیری ضلعوں کے درمیان نسبت معلوم کیجیے اورساتھ ہی نظیری زاویوں کوبھی معلوم کیجیے۔آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟

(i)



(ii)



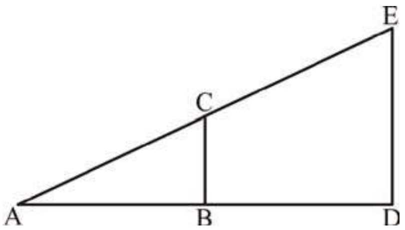
ذیل میں دیئے گئے جدول کو پچھلے صفحہ کی اشکال کی بنیاد پر مکمل کیجیے۔

نظیری ضلعوں کی نسبت	نظیری زاویوں کی نسبت
(i) مربع = $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$(90^o, 90^o, 90^o, 90^o) = (90^o, 90^o, 90^o, 90^o)$
(ii) مساوی الاضلاع مثلث = $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$	$(60^o, 60^o, 60^o) = (60^o, 60^o, 60^o)$
(iii) مستطیل .... = $\frac{2}{3}$	$(90^o, 90^o, 90^o, 90^o) = (90^o, 90^o, 90^o, 90^o)$
(iv) قائمۃ الزاویہ مثلث ..... = $\frac{3}{6}$	(......., ..., ...) = (......., ..., ...)

دی گئی ان جوڑیوں کی مثالوں میں نظیری ضلعوں کی نسبت مساوی ہے اورنظیری زاویئے مساوی ہیں۔

ایک اورمثال پرغور کیجیے

متصلہ شکل میں $\triangle ABC$ اور $\triangle ADE$ دومشابہہ مثلثات ہیں۔ہم ان کو $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ سے ظاہر کرتے ہیں اس میں ایک کو دوسرے پر رکھا جاتا ہے۔توان کے متناظر زاویے مساوی ہوتے ہیں۔



یعنی $\angle A \cong \angle A$

کیوں $\angle B \cong \angle D$

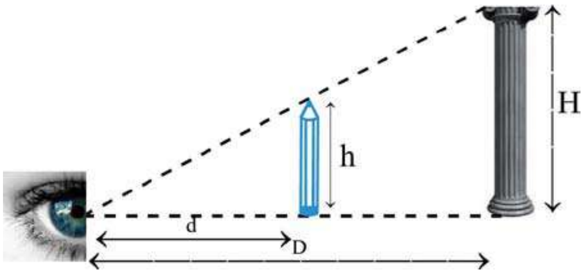
کیوں $\angle C \cong \angle E$

SCERT TELANGANA

اور ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ

$$\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AE}$$

مثال: ایک لڑکی اپنے ہاتھ میں ایک پنسل انتصاباً پکڑ کر ایک ستون کی طرف اپنا ہاتھ بڑھاتی ہے جو کہ اس سے کچھ فاصلہ پر ہے۔ وہ دیکھتی ہے کہ پنسل اُس ستون کا مکمل احاطہ کرتا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اگر ہم اس وضاحت کا پچھلی مثال سے تقابل کریں تو ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ



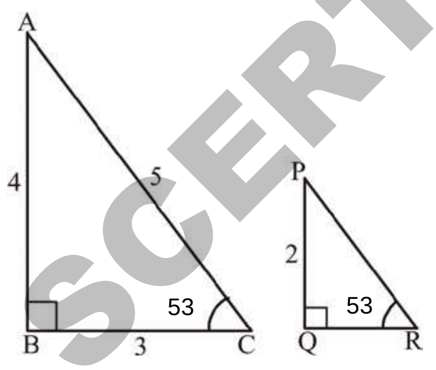
$$\frac{\text{ستون کی اونچائی (H)}}{\text{پنسل کی لمبائی (h)}}$$

$$\frac{\text{ستون سے لڑکی کا فاصلہ (D)}}{\text{اس کے ہاتھ کا فاصلہ (d)}}$$

پنسل کی لمبائی اور لڑکی کے ہاتھ کی لمبائی اور ستون سے فاصلہ کی پیمائش کرکے ستون کی اونچائی محسوب کرسکتے ہیں۔

کوشش کیجئے

پٹری کو اپنے ہاتھ میں انتصاباً پکڑ کر اپنے ہاتھ کو پھیلا کر اپنی اسکول کی عمارت کو چھپانے کی کوشش کیجئے (اسکول کی عمارت سے اپنا فاصلہ درست کیجئے تاکہ عمارت مکمل طور پر پٹری میں چھپ جائے) اس کا خاکہ اُتاریئے اور اسکول کی عمارت کی اونچائی کا اندازہ لگایئے۔



مثال 1: متصلہ شکل میں $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ اور $\angle C = 53^0$ تب ضلع PR اور $\angle P$ معلوم کیجئے۔

حل: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ اگر دو مثلثات مشابہہ ہیں تو ان کے نظیری زاویئے مساوی ہوتے ہیں اور متناظر اضلاع تناسب میں ہوتے ہیں۔

$$\frac{PR}{AC}=\frac{PQ}{AB} \Rightarrow \frac{PR}{5}=\frac{2}{4}$$

$$PR=\frac{2}{4}\times 5=2.5$$

اور $\angle R=\angle C=53^0$

SCERT TELANGANA

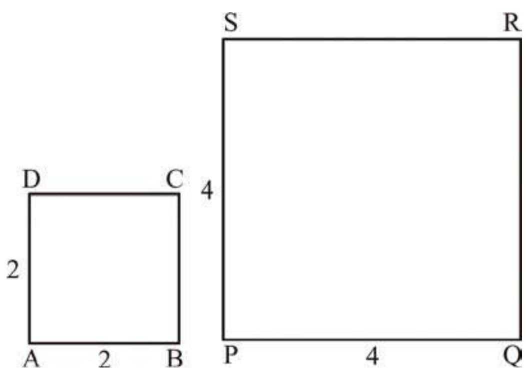
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

یعنی

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$
$$\angle P + 90^\circ + 53^\circ = 180^\circ$$
$$\angle P = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ$$

مثال2: مختلف ضلعوں کے دو مربع کھینچئے۔کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ یہ مشابہہ ہیں؟ وضاحت کیجئے ؟ان کے احاطے، اور رقبوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟



حل: 2 سمراور 4 سمرضلع کے دو مربعے بنائیے۔جیسا کہ ان کے اضلاع تناسب

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{RS} = \frac{DA}{SP} = \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

اوران کے تمام نظیری زاویوں کے جوڑ 90° ہیں۔

لہٰذا مربع PQRS ~ مربع ABCD

سمر $ABCD = 4 \times 2 = 8$ ☐ کا احاطہ

سمر $PQRS = 4 \times 4 = 16$ ☐ کا احاطہ

ان کے احاطوں کی نسبت = $8 : 16 = 1 : 2$

یہ ان کے متناظر اضلاع کی نسبت ہے

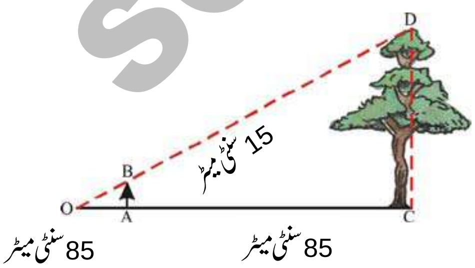
مربع سمر $ABCD = 2 \times 2 = 4$ ☐ کا رقبہ

مربع سمر $PQRS = 4 \times 4 = 16$ ☐ کا رقبہ

ان کے رقبوں کی نسبت = $4 : 16 = 1 : 4 = 1^2 : 4^2$

∴ مربعوں کے رقبوں میں نسبت = متناظر ضلعوں کے مربعوں کی نسبت

مثال3: حامد ہاتھ میں پڑی عموداً پکڑ کر ایک فاصلے سے ایک درخت کی اونچائی کا اندازہ لگانے کی کوشش کرتا ہے۔ بتائی گئی شکل اُتاریئے اگر پڑی پر درخت کی اونچائی 85 سنٹی میٹر ہے اور حامد اور درخت کا درمیانی فاصلہ 15 میٹر ہے تب درخت کی حقیقی اونچائی معلوم کیجئے۔



حل: شکل کے مطابق $\triangle AOB \sim \triangle OCD$

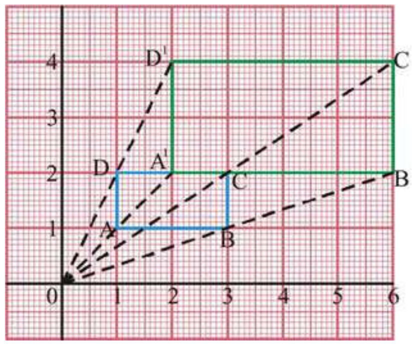
دو مشابہہ مثلثات کے نظیری ضلعے متناسب ہوتے ہیں۔

$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD}$$

$$\therefore \frac{1}{15} = \frac{0.85}{CD} \Rightarrow CD = 0.85 \times 15 = 12.75\ m$$

$\therefore$ پیڑ کی اونچائی $= 12.75\ m$

8.2۔ وسعت Dilations:



بعض اوقات Cut Outs بنانے کے لئے تصویروں کو بڑا کرنا پڑتا ہے بعض اوقات بڑی بڑی تصاویر کو چھوٹی تصویر میں ڈھال کر ڈیزائین کرتے ہیں دونوں صورتوں میں اشکال، اصل شکل کے مشابہہ ہوتی ہیں اس کا مطلب روزمرہ زندگی میں مشابہہ اشکال کو پھیلانا یا چھوٹا کرنا پڑتا ہے ڈرائنگ میں مشابہہ اشکال کو چھوٹا کرنا یا بڑھانا وسعت Dilation تقسیم کہلاتا ہے۔

ذیل کی وسعت ABCD کا مشاہدہ کیجئے یہ ایک مستطیل ہے جو ترسیم پر اُتارا گیا ہے۔

تمام راس A،B،C،D کو مبدا O سے ملایا گیا ہے اگران کے طول کو دگنا کر کے A'،B'،C' اور D' تک ترتیب وار بڑھایا جائے اور A'،B'، C'، اور D' کو ملانے پر مستطیل بنتا ہے جس کے اضلاع ABCD کے اضلاع کے دگنے ہوں گے۔ یہاں O مرکز وسعت Centre of Dilation کہلاتا ہے۔

جز پیمانہ $\frac{OA^1}{OA} = \frac{2}{1} = 2$

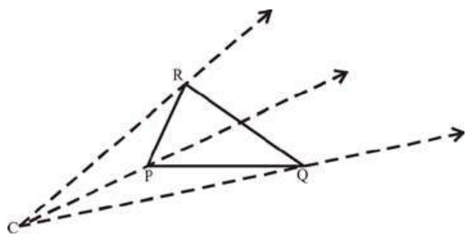
کوشش کیجئے

1. ترسیم شیٹ پر ایک مثلث اُتاریئے اور 3 جز پیمانے سے اس توسیع کیجئے۔ کیا یہ دونوں اشکال مشابہہ ہیں۔
2. ترسیمی شیٹ پر ایک مربع اتاریئے اور 4 اور 5 جز پیمانہ (Scale Factor) لے کر وسعت دیجئے۔

8.2.1 وسعت (Dilation) کی بناوٹ:

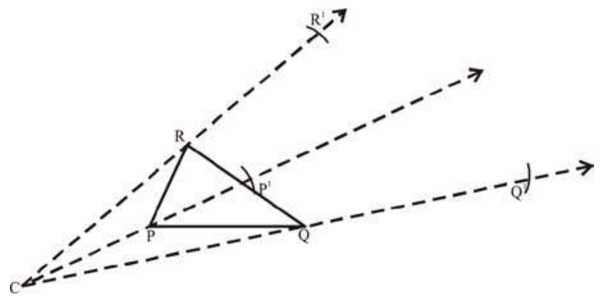
مثال 4: مثلث کی توسیع کیجئے جہاں K=2 (جز پیمانہ) صرف رولر اور پرکار کا استعمال کیجئے۔

مرحلہ 1: $\triangle PQR$ بنایئے اور C کو مرکز توسیع مان کر جو مثلث نہیں ہے C سے مثلث کے ہر ایک راس کو ملایئے۔



یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

مرحلہ 2: پرکار کو استعمال کرتے ہوئے تین نقاط P^1، Q^1 اور R^1 کی نقشہ پر نشاندہی کیجیے اس طرح کہ



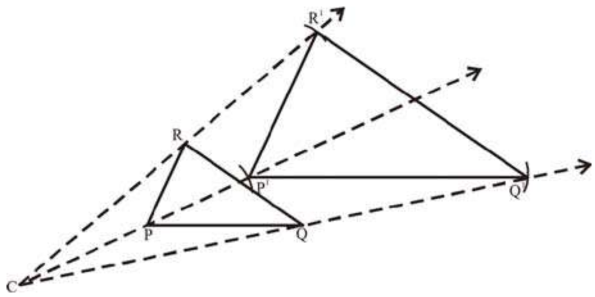
$CP^1 = k\,(CP) = 2\,CP$

$CQ^1 = 2\,CQ$

$CR^1 = 2\,CR$

مرحلہ 3: $P'Q'$، $Q'R'$ اور $R'P'$ کو ملایئے ہم دیکھتے ہیں کہ

$\triangle P'Q'R' \sim \triangle PQR$

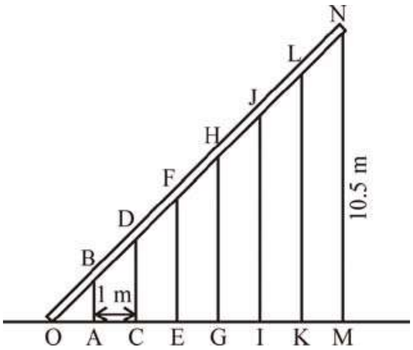


مشق - 8.1

1. کوئی پانچ متماثل اشیاء کے نام لکھئے جنھیں آپ روزانہ استعمال کرتے ہیں؟
2. (a) دو متماثل اشکال اُتاریئے۔ کیا یہ مشابہہ ہیں؟ سمجھایئے۔
   (b) دو مشابہہ اشکال لیجیے آپ انھیں ہٹائیں، گھمائیں یا اُلٹانے پر کیا یہ اب بھی مشابہہ ہیں؟
3. $\triangle ABC \cong \triangle NMO$ میں اس کے متماثل اضلاع اور زاویے لکھئے۔
4. ذیل کے بیانات آیا صادق ہیں یا کاذب وجہ بتلایئے۔
   (i) 3 سمر ضلع کے دو مربع ہیں اگر ان میں سے ایک کو 45^o پر گھمایا جائے تب بھی یہ متماثل ہوتے ہیں۔
   (ii) دو قائم الزاویہ مثلثات جن کے وتر 5 سمر ہیں متماثل ہوتے ہیں۔
   (iii) دو دائرے جن کے نصف قطر 4 سمر ہیں متماثل ہوتے ہیں۔
   (iv) دو مثلث مساوی الاضلاع جن کا ہر ضلع 4 سمر ہے جو $\triangle ABC$ اور $\triangle LHN$ ہیں مگر متماثل نہیں ہیں۔
   (v) آئینے میں کثیر ضلعی کا عکس اس کے طول کے متماثل ہوتا ہے۔
5. مربعی نقاط والی شیٹ پر ایک کثیر ضلعی اُتاریئے اور مختلف سمتوں میں متماثل اشکال اُتاریئے اور ان کا آئینی عکس بھی۔
6. ترسیم یا نقاط والے شیٹ کو استعمال کرتے ہوئے ایک مستطیل اُتاریئے اور مشابہہ شکل اور دونوں کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔ ان کی نسبت

SCERT TELANGANA

اوران کےنظیری اضلاع کی نسبت میں تقابل کیجئے۔



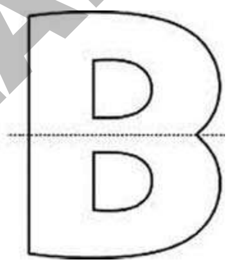
7. لوہے کی ترچھی گذر کے لئے 7 ستونوں کو استعمال کیا گیا ہے جیسا کہ متصلہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔ اگر دو ستونوں کا درمیانی فاصلہ 1 میٹر ہے اور آخری ستون MN کی لمبائی 10.5 میٹر ہے تب ایک ستون کی اونچائی معلوم کیجئے۔

8. 3 میٹر اونچے کھمبے سے ساجدہ 5 میٹر دور کھڑی ہو کر کھمبے کے عقب میں موجود عمارت کا مشاہدہ کرتی ہے۔ کھمبے اور عمارت کے درمیان کا فاصلہ 10 میٹر ہو تو عمارت کی بلندی معلوم کیجئے۔ (یہاں ساجدہ کا قد قابل نظر انداز ہے)

9. کوئی بھی پیمائشات لے کر چار ضلعی بنایئے۔ 3 کے جز پیمانے سے اس کو وسعت دیجئے اور ان کے متناظر ضلع کی پیمائش کیجئے اور تصدیق کیجئے کہ یہ مشابہہ ہیں۔

8.3۔ تشاکل

ذیل کی اشکال پر غور کیجئے اگر ہم ان کو نصف پر موڑیں تب اس کا ہر آدھا حصہ دوسرے حصہ سے منطبق ہوتا ہے۔

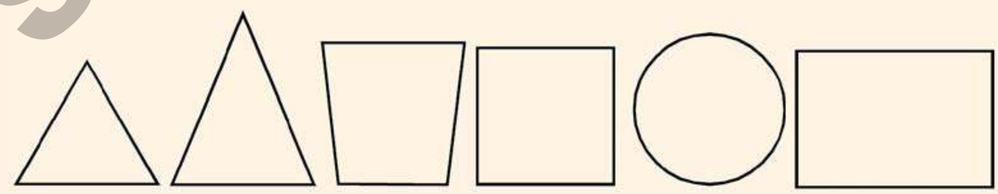


ایسی اشکال کو ہم کیا کہتے ہیں؟ ہم اس خط کو کیا کہتے ہیں؟ جس پر شکل کو موڑنے پر اسکا ہر آدھا حصہ دوسرے سے منطبق ہوتا ہے؟ کیا آپ اس سے متعلق اعادہ کر سکتے ہیں۔

یہ متشاکل اشکال کہلاتی ہیں اور جو خط اس کو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے خط تشاکل کہلاتا ہے۔

یہ کیجئے

ذیل کی اشکال میں تمام ممکن خطوط تشاکل اُتاریئے۔



یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

SCERT TELANGANA

ذیل کے تشاکلی نمونوں پر غور کیجئے جو ہم اطراف دیکھتے ہیں۔

یہ تمام نمونے مختلف اقسام کے تشاکل ہیں۔

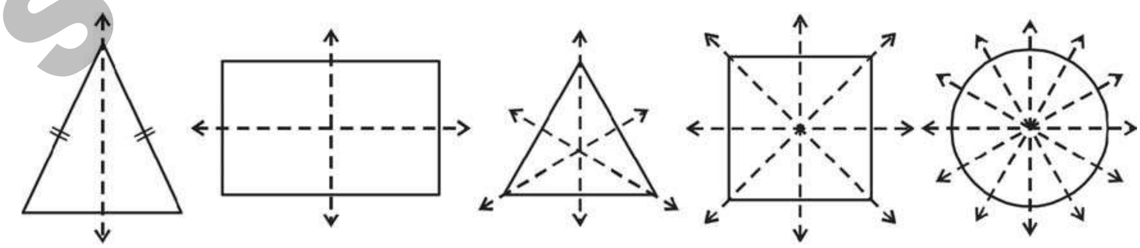
یہاں دی گئی تصویر میں کتے کے رُخ کو خط تشاکل کی مدد سے ظاہر کیا گیا ہے اور اسے خط آئینہ بھی کہتے ہیں ہم اس تشاکل کو منعکس تشاکل یا آئینہ تشاکل بھی کہہ کہتے ہیں۔

ایک اور مثال پر غور کیجئے پہاڑ کے عکس کو جھیل میں بتایا گیا ہے یہ بھی منعکس تشاکل ہے اور یہ افقی خط ہے جو پہاڑ اور اس کے عکس کو علیحدہ کر رہا ہے۔

یہ مکمل نہیں ہوسکتا کیوں کہ اس کا نچلا حصہ جھیل کی سطح کی وجہ سے دھندلا نظر آرہا ہے۔

8.3.1 گردشی تشاکل

ذیل میں دی گئی اشکال میں خطوط تشاکل پر غور کیجئے



مختلف جومیٹری اشکال میں تشاکل کے خطوط کی تعداد بھی مختلف ہوتی ہے۔

اوپر دی گئی اشکال میں ہر ایک کو اس کے محور پر گردش دیجئے اور معلوم کیجئے کہ ایک گردش کے دوران یہ کتنی مرتبہ اپنی اصلی حالت کے برابر دکھائی دیتا ہے۔

مثال کے طور پر ایک مستطیل میں تشاکل کے دو خطوط یا دو محور پائے جاتے ہیں۔ جب ایک مستطیل کو اس کے مرکز پر گردش دیا جاتا ہے تب اس کی اصلی شکل سے دو مرتبہ مشابہت رکھتا ہے اسے گردشی ترتیب کے ابعاد (Order of rotation) کہتے ہیں۔

ذیل کے جدول میں اپنے نتائج کو درج کیجئے۔

جیومٹریائی اشکال	تشاکلی محوروں کی تعداد	اصلی حالت سے مشابہت رکھنے والی شکل کی تعداد	گردش کے ابعاد
مثلث مساوی الساقین	....	....	....
مستطیل	2	2	2
مساوی الاضلاع مثلث	....	....	....
مربع	....	....	....
دائرہ	....	....	....

سوچئے ، مباحثہ کیجئے اور لکھئے

1۔ کسی جیومیٹریائی شکل کی گردشی ترتیب (Order of Rotation) اور تشاکل کے خطوط کے درمیان کوئی رشتہ ہوتا ہے۔

2۔ منتظم کثیر ضلعی میں کتنے تشاکل خطوط ہوتے ہیں؟ کثیر ضلعی کے ضلعوں کی تعداد اور گردشی ترتیب میں کوئی رشتہ پایا جاتا ہے۔

8.3.2 نقطئی تشاکل

متصلہ شکل پر غور کیجئے۔ کیا اس میں خطی تشاکل پایا جاتا ہے؟ اس میں خطی تشاکل نہیں پایا جاتا ہے۔ مگر اس میں دوسری قسم کی مشابہت پائی جاتی ہے۔ اس شکل کو اوپر سے یا نیچے سے دیکھنے پر ایک ہی طرح کی دکھائی دیتی ہے یعنی دو مخالف سمتوں سے دیکھنے پر معلوم ہوگا کہ اس کے ہر حصہ میں مشابہہ نقاط موجود ہیں۔ اگر آپ اس کے مرکز سے ایک خط کھینچیں تو یہ شکل کو دو مساوی فاصلہ پر تقسیم کرتا ہے۔ مرکز سے چند اور خطوط کھینچیے اور تصدیق کیجئے۔ اب ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس شکل میں نقطہ تشاکل موجود ہے۔

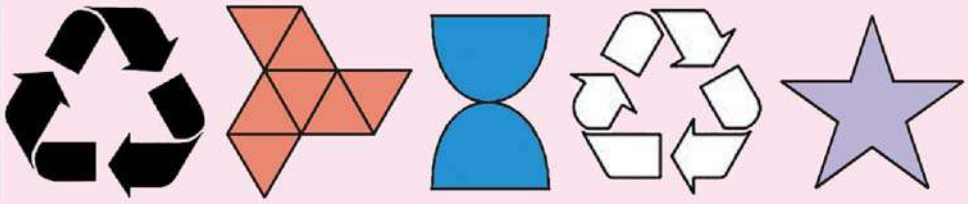
ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ انگریزی کے حروف میں بھی نقطہ تشاکل پایا جاتا ہے

X	H	I	S	N	Z

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

کوشش کیجئے

1. نشاندہی کیجئے کہ ذیل کی کس شکل میں نقطہ تشاکل ہے۔



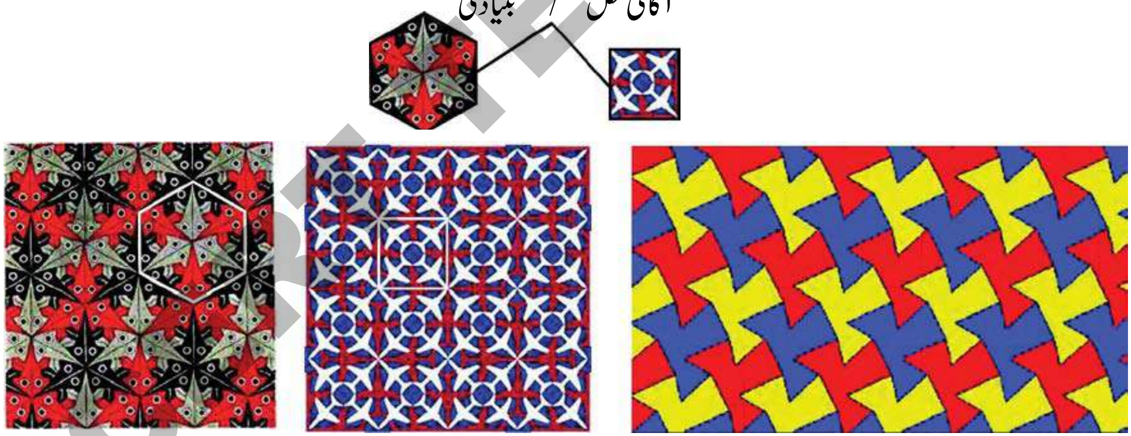
2. اوپر کی کونسی اشکال تشاکلی خطوط پائے جاتے ہیں۔
3. آپ کی رائے میں خطی تشاکل اور نقطہ تشاکل کے درمیان کیا رشتہ ہے؟

8.3.3 تشاکل کا اطلاق

☆ ان میں زیادہ تر اجسام جنہیں ہم استعمال کرتے ہیں کم از کم ایک قسم کا تشاکل پایا جاتا ہے۔

☆ مشین سے بنائے گئے زیادہ تر اجسام متشاکل ہوتے ہیں۔ اس سے پیداوار کی رفتار میں اضافہ ہوتا ہے۔

اس ترتیب پر غور کیجئے



یہ ترتیب آپ کہاں دیکھتے ہیں؟ یہ ترتیب ہم کو فرش کے ڈیزائین اور کپڑوں کے نقش و نگار وغیرہ میں نظر آتی ہیں۔ یہ کس طرح ترتیب پاتے ہیں؟ اس طرح کے نمونے ہم کو کسی رقبہ میں متماثل اشکال یا عکسوں کو تمام رخوں میں بغیر کسی انطباق کے پھیلانے سے حاصل ہوتے ہیں یہ پچی کاری (Tesselation) کہلاتی ہے۔ اس سے اشکال کی خوبصورتی میں اضافہ ہوتا ہے۔ کیا یہ مجموعی طور پر متشاکل ہیں؟

کیا بنیادی شکل جو پچی کاری کے لئے استعمال کی جاتی ہے وہ متشاکل ہے؟ آپ بنیادی اشکال کے ذریعہ متشاکل پر غور کر سکتے ہیں چند نمونے مجموعی طور پر متشاکلت رکھتے ہیں جیسا کہ شکل (b) میں دکھایا گیا ہے اور دوسرے مجموعی طور پر متشاکل نہیں ہیں جیسا کہ شکل (a) میں بتلایا گیا ہے۔

SCERT TELANGANA

ذیل کی پچی کاری پر دوبارہ غور کیجئے

اس پچی کاری میں بنیادی اشکال کونسی ہیں؟

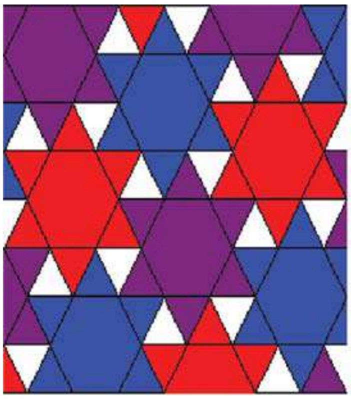


Fig. (a)

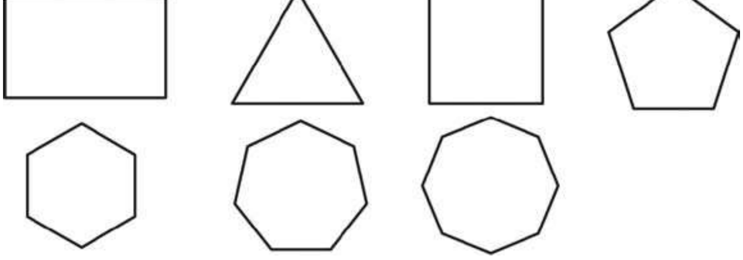
Fig. (b)

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ پچی کاری میں بنیادی اشکال مستطیل، نصف مستطیل مربع، نصف مربع، مساوی الاضلاع، نصف مساوی الاضلاع استعمال کئے گئے ہیں۔

مشق - 8.2

1. انگریزی کے بڑے حروف کو کاٹ کر اپنی نوٹ بک میں چسپاں کیجئے اور ہر حرف سے بننے والے تمام ممکن خطوط اتاریئے۔
   (i) کتنے حروف خطی تشاکل نہیں رکھتے؟
   (ii) کتنے حروف صرف ایک ہی خطی تشاکل رکھتے ہیں؟
   (iii) کتنے حروف دو خطی تشاکل رکھتے ہیں؟
   (iv) کتنے حروف دو سے زیادہ خطی تشاکل رکھتے ہیں؟
   (v) ان میں سے کتنے حروف محوری تشاکل رکھتے ہیں؟
   (vi) ان میں سے کتنے حروف نقطہ تشاکل رکھتے ہیں؟

2. ذیل میں دی گئیں اشکال کے لئے خطوط تشاکل اتاریئے اور نشاندہی کیجئے کہ ان میں سے کونسی اشکال میں نقطہ تشاکل پایا جاتا ہے۔ کیا خطی تشاکل اور نقطہ تشاکل میں کوئی تعلق پایا جاتا ہے؟



SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

3. قدرت میں پائے جانے والے ایسے اجسام کا جن کی سطحوں پر صرف ایک ہی خط متشاکل ہوتا ہے نام بتایئے۔
4. پچی کاری کے تین نمونے اُتاریئے اوران میں استعمال ہونے والی بنیادی اشکال کے نام لکھئے۔

ہم نے کیا سیکھا

☆ اشکال کواس وقت متماثل کہا جاسکتا ہے جب ان کی شکل اور جسامت یکساں ہوں۔
☆ شکل کواس وقت یکساں کہا جاسکتا ہے جب ان کی شکل یکساں ہوجبکہ جسامت مختلف ہو۔
☆ اگر ہم متشاکل/ یکساں اشکال کو پلٹتے، پھیلاتے یا موڑتے ہیں تو ان کی متشاکلت/ یکسانیت باقی رہتی ہے۔
☆ اشکال متشاکل یا غیر متشاکل ہوتی ہیں۔
☆ اشکال میں ایک سے زائد متشاکلت پائی جاتی ہے۔
☆ متشاکلت تین قسم کی ہوتی ہے خطی تشاکل، محوری تشاکل، نقطئی تشاکل
☆ تشاکل گردش کے ساتھ شکل کو مرکزی نقطہ کے اطراف گھمایا جاتا ہے کہ یہ دو یا دو سے زائد مرتبہ ایسا ہی نظر آتا ہے جیسا کہ حقیقت میں ہے یعنی جتنی مرتبہ یہ گھومتی ہے یہ وہی دکھائی دیتی ہے اس کو ترتیب (Order) کہا جاتا ہے۔
☆ مشابہہ اشکال کو بڑھانے یا گھٹانے کے طریقہ کو وسعت یا Dialation کہا جاتا ہے۔
☆ ایسی اشکال کے نمونے جو ایک مستوی شکل میں بغیر کوئی خلاء اور انطباق کے پر کرنے کے لئے دہرائے جاتے ہیں پچی کاری (Tessellations) کہلاتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

9
مستوی اشکال کے رقبے
Area of Plane Figures

9.0 تعارف

اکبرا یک پلاٹ خریدنا چاہتا ہے تا کہ وہ اپنا مکان تعمیر کر سکے۔اس نے بعض پلاٹ دیکھے جو نیچے کی اشکال سے ظاہر کئے گئے ہیں۔

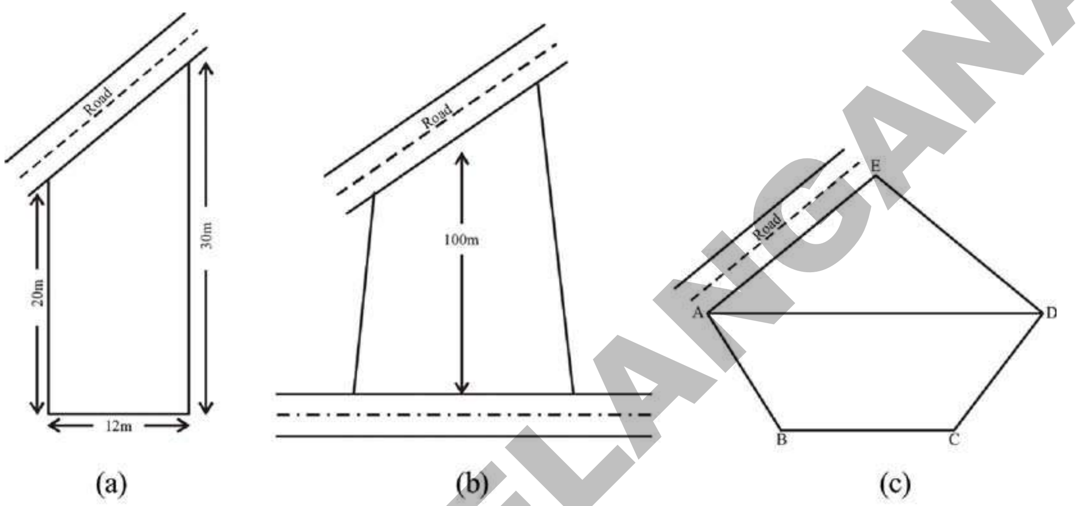


Fig. 9.1

پلاٹ (a) منحرف کی شکل میں ہے۔ پلاٹ (b) چار ضلعی کی شکل میں ہے اور پلاٹ (c) مخمس کی شکل میں ہے۔ میں وہ اس جگہ اپنے مکان کی تعمیر کے لیے ایسی اشکال کے رقبوں کا تخمینہ کرنا چاہتا ہے۔

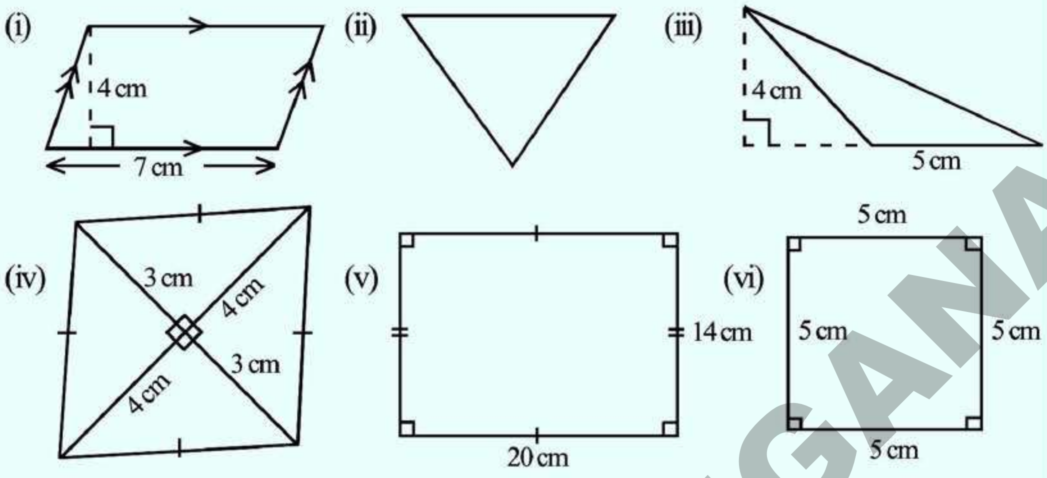
ہم ایک مستطیل، مربع، متوازی الاضلاع، مثلث اور معین کا رقبہ معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں۔ اس باب میں ہم ایک منحرف، چار ضلعی، دائرہ اور قطاع کا رقبہ معلوم کرنا سیکھیں گے۔ پہلے ہم جو مستطیل، مربع، متوازی الاضلاع اور معین کا رقبہ معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں یہاں اس کا اعادہ کریں گے۔

SCERT TELANGANA

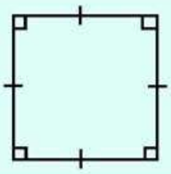
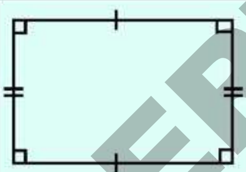
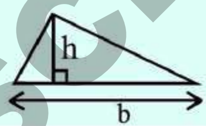
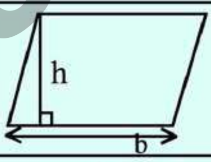
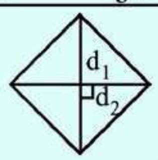
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

یہ کیجئے

1. حسب ذیل اشکال کا رقبہ معلوم کیجئے



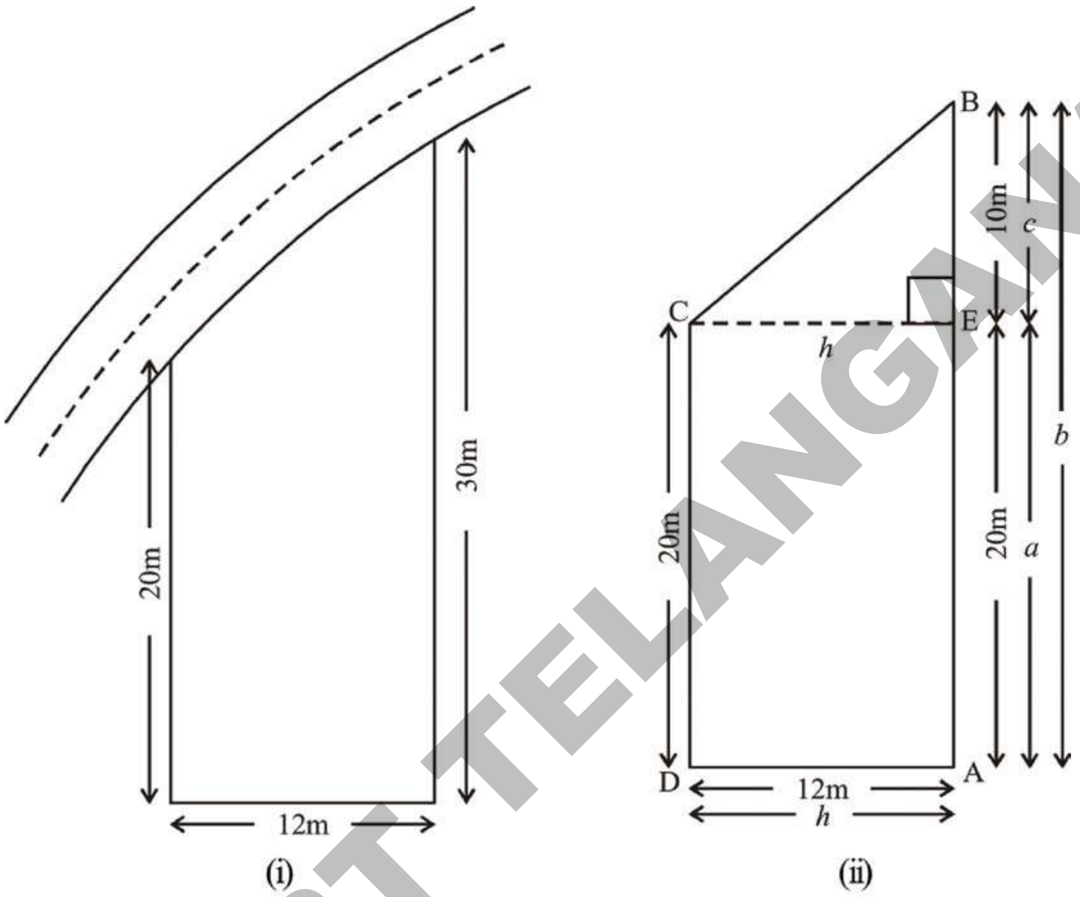
2. ذیل کے جدول میں کچھ مستوی اشکال کی پیمائشیں دی گئی ہیں جو نامکمل ہیں انہیں مکمل کیجئے۔

دی گئی شکل کا رقبہ	رقبہ معلوم کرنے کے لئے ضابطہ	پیمائشات	شکل
....	A = ضلع × ضلع	مربع کا ضلع 15 سمر	مربع 
$280cm^2$	A = طول × عرض	طول = 20 سمر عرض = ...	مستطیل 
$60cm^2$	A = ...	قاعدہ = 5 سمر بلندی = ...	مثلث 
$38cm^2$	A = قاعدہ × بلندی	بلندی = 7.6 سمر قاعدہ = ...	متوازی الاضلاع 
....	....	$d_1 = 4$ cm $d_2 = 3$ cm	معین 

SCERT TELANGANA

9.1 منحرف کارقبہ

سڑک سے قریب احمد کا ایک پلاٹ ہے۔اس کے علاوہ اس کے پڑوس میں بعض مستطیلی پلاٹس اس کے پلاٹ میں متوازی اضلاع کا صرف ایک ہی جوڑ ہے۔یہ پلاٹ منحرف کی شکل میں ہیں کیا آپ اس کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں؟



SCERT TELANGANA

ہم اس پلاٹ کے راس کے نام دیں گے جیسا کہ شکل (i) میں بتلایا گیا ہے۔ $CE \perp AB$ کھینچ کر ہم اس کو دو حصوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ایک حصہ مستطیلی اور دوسرا حصہ قائم الزاویہ مثلث کی شکل میں (شکل (ii) کی طرح)

مثلث ECB کا رقبہ = hc $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2} \times 12 \times 10 = 60$ مربع میٹر

مستطیل ADCE کا رقبہ = $AE \times AC = 20 \times 12 = 240$ مربع میٹر

مستطیل ADCE کا رقبہ + کا رقبہ = $\triangle ECB$

60 + 240 = 300 مربع میٹر

$\overline{AD} = \overline{EC} = h$
$\overline{AE} = a,\ \overline{AB} = b = a + c$

ہم دورقبوں کوجمع کرتے ہوئے اس کا رقبہ معلوم کرسکتے ہیں۔

$\therefore$ ABCD کا رقبہ = ADCE کا رقبہ + ECB کا رقبہ

$$= (h \times a) + \frac{1}{2}(h \times c)$$

$$= h(a + \frac{1}{2}c)$$

$$= h\left(\frac{2a+c}{2}\right)$$

$$= h\left(\frac{2a+c}{2}\right) = \frac{h}{2}(a+a+c)$$

$$= \frac{1}{2}h\,(a+b)\ (\because\ c+a=b)$$

= $\frac{1}{2}$ بلندی (متوازی اضلاع کا مجموعہ)

اوپر کی عبارت میں h، b اور a کی قدروں کودرج کرنے پر

جہاں
h = 12
a = 20
b = 30

منحرف ABCD کا رقبہ = $\frac{1}{2}h(a+b)$

$\frac{1}{2} \times 12 \times (30+20) = 300$ مربع میٹر

مثال:1 یہاں ایک میدان کی شکل دی گئی ہے۔میدان کا رقبہ معلوم کیجیے۔

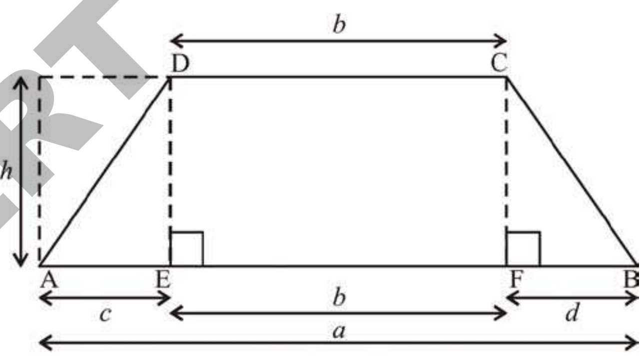


Fig. 9.4

حل: یہاں ہم شکل کو ایک مستطیل اور ایک مثلث میں تقسیم نہیں کرسکتے بجائے اس کے ہم اس کو ایک مستطیل اور دو مثلثات میں آسانی سے تقسیم کرسکتے ہیں۔ $DE \perp AB$ اور $CF \perp AB$ کھینچیے۔اس طرح منحرف ABCD تین حصوں میں تقسیم ہوتا ہے۔ایک مستطیل DEFC اور دوسرے دو مثلثات △ADE اور △CFB ہیں۔

SCERT TELANGANA

CFB کارقبہ= مستطیل DEFC کارقبہ + ADE کارقبہ = منحرف ABCD کارقبہ

$$= (\frac{1}{2} \times h \times c) + (b \times h) + (\frac{1}{2} \times h \times d)$$

$$= h\left[\frac{1}{2}c + b + \frac{1}{2}d\right]$$

$$= h\left[\frac{c+2b+d}{2}\right]$$

$$= h\left[\frac{c+b+d+b}{2}\right]$$

$$= h\left[\frac{a+b}{2}\right] \qquad (\because c+b+d=a)$$

اس طرح منحرف کے رقبہ کے لیے ہم ضابطہ لکھ سکتے ہیں۔

$$= \text{بلندی} \times \left[\frac{\text{متوازی ضلعوں کا مجموعہ}}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{2} \; (\text{متوازی ضلعوں کا مجموعہ}) \times (\text{دو متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ})$$

مشغلہ

1۔ ایک ترسیمی کاغذ پر منحرف WXYZ اتاریئے جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا ہے اور اسے تراشیئے جیسا کہ شکل (i)9.5 میں بتلایا گیا ہے۔

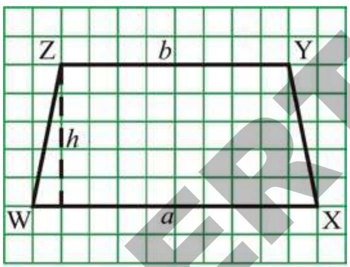


Fig. 9.5 (i)

2۔ ضلع XY کو موڑ کر XY کا وسطی نقطہ معلوم کیجیے اور اس کو A کا نام دیجیے۔ جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔

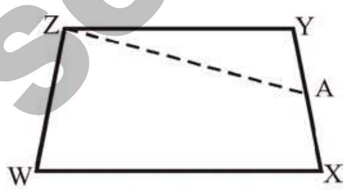


Fig. 9.5 (ii)

3۔ خط AZ کھینچیے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

SCERT TELANGANA

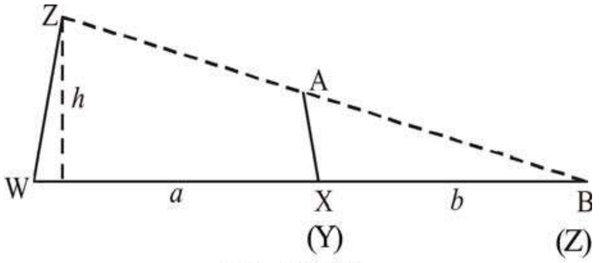


Fig. 9.5 (iii)

4۔ ZA کے ساتھ کاٹتے ہوئے منحرف WXAZ کو دو ٹکڑوں میں کاٹیئے۔ Δ ZYA کو اس طرح ترتیب دیجئے جیسا کہ شکل (iii)9.5 میں بتلایا گیا ہے جبکہ AY کو AX پر اس طرح ترتیب دیجئے کہ Y اور X ایک ہی جگہ منطبق ہوں۔ ہم Δ WZB حاصل کرتے ہیں بڑے مثلث پر قاعدہ کا طول کیا ہے؟ شکل (iii)9.5 میں حاصل مثلث کے رقبہ کے لیے عبارت لکھئے۔

5۔ کیا مثلث WZB کا رقبہ اور منحرف WXAZ کا رقبہ یکساں ہے؟ (کیسے)

منحرف WXAZ کا رقبہ = Δ WZB کا رقبہ

$= \frac{1}{2} \times$ بلندی $\times$ قاعدہ $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$

مثال 1: ترسیم کے مربعوں کو گنتے ہوئے رقبہ کی جانچ کیجیے

یہ کیجیے

1. ذیل کے منحرف کے رقبہ معلوم کیجئے۔

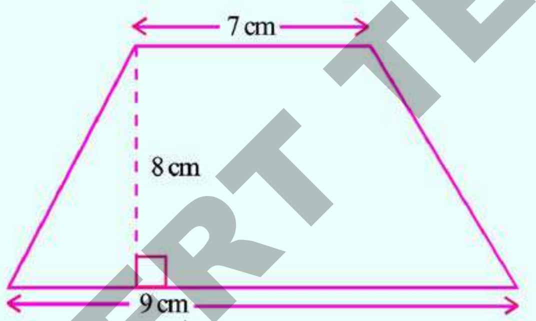


Fig.9.6 (i)

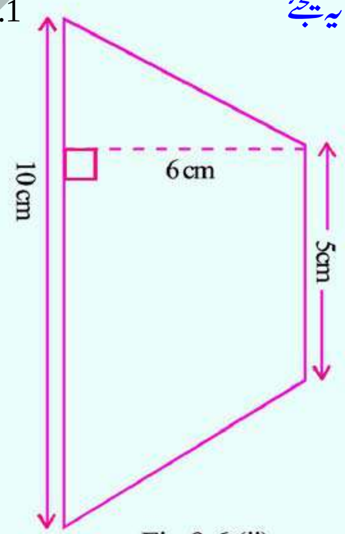
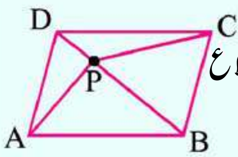


Fig.9.6 (ii)

2۔ منحرف کا رقبہ 16 مربع سمر ہے۔ایک متوازی ضلع کا طول 5 سمر اور دو متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ 4 سمر ہے۔ دوسرے متوازی ضلع کا طول معلوم کیجیے۔
ایک ترسیمی کاغذ پر اس منحرف کو اتارنے کی کوشش کیجیے اور رقبہ کی جانچ کیجیے۔



3۔ ABCD متوازی الاضلاع ہے۔جس کا رقبہ 100 مربع سمع ہے۔متوازی الاضلاع میں p کوئی لفظ ہے (شکل دیکھئے) △APB+△CPD کا رقبہ معلوم کیجیے۔

SCERT TELANGANA

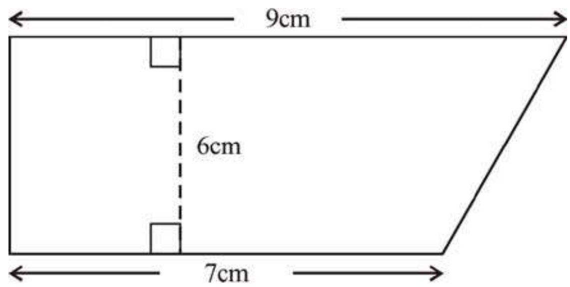
حل کیے ہوئے مثالیں:

مثال:2 ایک منحرف کے متوزی ضلعوں کی لمبائی 9 سمر اور 7 سمر ہے اور ان کا درمیانی فاصلہ 6 سمر ہے۔ منحرف کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: منحرف کے متوازی ضلعے 9 سمر اور 7 سمر ہیں۔

متوازی ضلعوں کا مجموعہ = (9 + 7) سمر = 16 سمر

درمیانی فاصلہ = 6 سمر



منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (متوزی ضلعوں کا مجموعہ) x (درمیانی فاصلہ)

$= (\frac{1}{2} \times 16 \times 6)\ cm^2$

$= 48cm^2$

مثال:3 منحرف کا رقبہ $480cm^2$ ہے۔ ایک متوازی ضلع کا طول 24 سمر اور متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ 8 سمر ہے۔ دوسرے متوازی ضلع کا طول معلوم کیجیے۔

حل: ایک متوازی ضلع کا طول = 24 سمر

فرض کیجیے دوسرا متوازی ضلع کا طول = x سمر

منحرف کا رقبہ = 480 سمر

متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ = 8 سمر

منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (متوزی ضلعوں کا مجموعہ) x (درمیانی فاصلہ)

$= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h$

$\therefore \quad 480 = \frac{1}{2} \times (24 + x) \times 8$

$\Rightarrow \quad 480 = 96 + 4x$

$\Rightarrow \quad 480 - 96 = 4x$

$\Rightarrow \quad 4x = 384$ سمر

$\Rightarrow \quad x = \frac{384}{4} = 96\ cm$

96 سمر =n دوسرے متوازی ضلع کا طول

SCERT TELANGANA

مثال:4 ایک منحرف کے متوازی ضلعوں میں نسبت 4:1 ہے۔ان کا درمیانی فاصلہ 10 سمر ہے۔اگر منحرف کا رقبہ 500 مربع سمر ہو تو متوازی اضلاع کے طول معلوم کیجیے۔

حل: منحرف کا رقبہ = 500 مربع سمر

متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ = 10 سمر

متوازی ضلعوں کے طولوں میں نسبت = 4 : 1

فرض کیجیے کہ منحرف کے متوازی ضلعے $4x$ اور x سمر ہیں۔

منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (متوازی ضلعوں کا مجموعہ) x (درمیانی فاصلہ)

$$= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h$$

$$\Rightarrow 500 = \frac{1}{2}(x + 4x) \times 10$$

$$\Rightarrow 500 = (x + 4x)\, 5$$

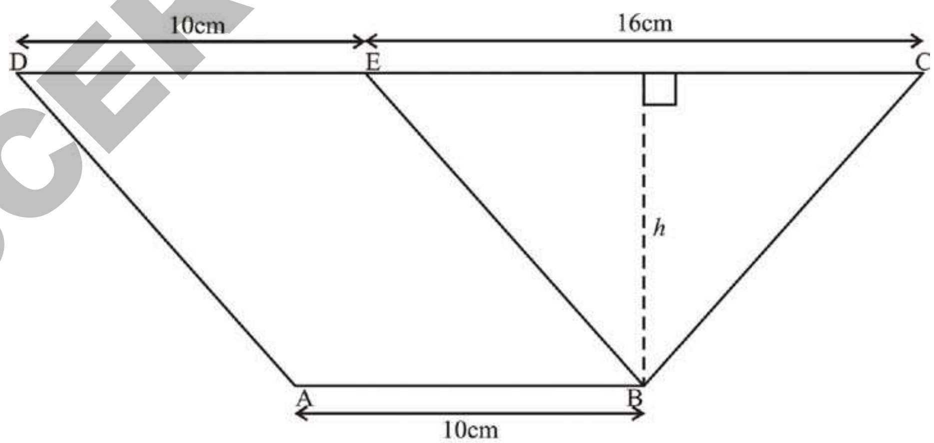
$$\Rightarrow 500 = 25x$$

$$\Rightarrow x = \frac{500}{25} = 20$$ سمر

∴ پہلا متوازی ضلع = 20 سمر

∴ دوسرا متوازی ضلع = 80 سمر = $4x = 4 \times 20$ (متوازی ضلعوں میں نسبت 4:1 ہے)

مثال:5 دی گئی شکل میں ABED ایک متوازی الاضلاع ہے جس میں AB = DE = 10 سمر اور Δ BEC کا رقبہ 72 مربع سمر ہے۔اگر CE = 16 سمر ہو تو منحرف ABCD کا رقبہ معلوم کیجیے۔



حل: $\triangle BEC$ کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ x (قاعدہ x ارتفاع) =

SCERT TELANGANA

$$72 = \frac{1}{2} \times 16 \times h$$

$$h = \frac{72 \times 2}{16} = 9 \text{ سمر}$$

منخرف ABCD میں

$$AB = 10 \text{ سمر}$$

$$DC = DE + EC \ (\because DE = AB)$$

$$= 10\ cm + 16\ cm = 26\ cm$$

منخرف ABCD کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ (متوزی ضلعوں کا مجموعہ) x (درمیانی فاصلہ)

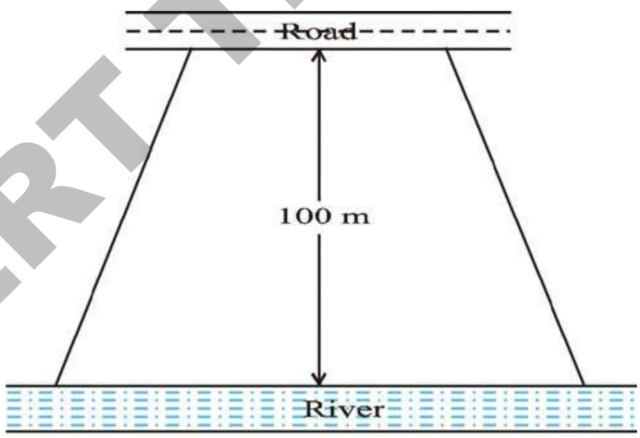
$$= \frac{1}{2}(AB + DC)\, h$$

$$= \frac{1}{2}(10 + 26) \times 9 \text{ مربع سمر}$$

$$= 18 \times 9 \text{ مربع سمر}$$

$$= 162 \text{ مربع سمر}$$

مثال:6 موہن ندی کی جانب ایک میدان خریدنا چاہتا ہے۔ متصلہ شکل میں میدان کا ایک پلاٹ فروخت کے لیے دستیاب ہے۔ ندی کی جانب کا طول، سڑک کی جانب کے طول کا دوگنا ہے اور متوازی ہے۔



اس میدان کا رقبہ 10,500 مربع میٹر ہے، ندی اور سڑک کا درمیانی فاصلہ 100 میٹر ہے۔ ندی کے متوازی پلاٹ کے ضلع کا طول معلوم کیجیے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

حل: فرض کیجیے کہ سڑک کی جانب میدان کے ضلع کا طول x میٹر ہے۔

تب ندی کی جانب اس کے ضلع کا طول = $2x$ میٹر

ان کے درمیان فاصلہ = 100 میٹر

میدان کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (متوزی ضلعوں کا مجموعہ) x (درمیانی فاصلہ)

$$10{,}500 = \frac{1}{2}(x + 2x) \times 100$$

$$10{,}500 = 3x \times 50$$

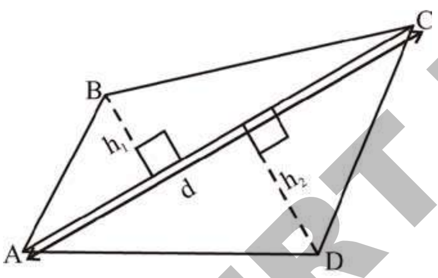
$$x = \frac{10{,}500}{3 \times 50} = 70 \text{ میٹر}$$

∴ ندی کی جانب پلاٹ کا طول = $2x$ = (2 x 70) میٹر

= 140 میٹر

9.2: چار ضلعی کا رقبہ

ایک چار ضلعی کو اس کا ایک وتر کھینچنے پر اسے دو الگ الگ مثلثات میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ مثلثات میں تقسیم کا یہ طریقہ ہم کو چار ضلعی کا رقبہ معلوم کرنے میں مدد دیتا ہے۔



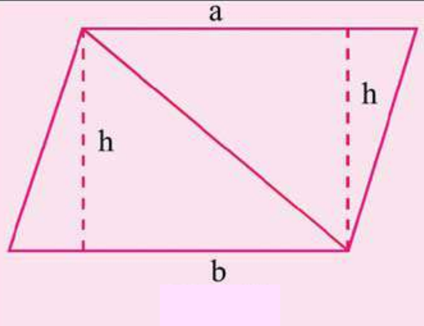
گوپال چار ضلعی ABCD کے وتر AC کھینچ کر دو الگ الگ مثلثات میں تقسیم کرتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ مثلث کا رقبہ دو پیمائشوں کے ذریعہ معلوم کیا جاسکتا ہے، مثلث کا قاعدہ اور مثلث کے قاعدے سے اس کے اوپری راس سے عمود کا فاصلہ گوپال نے B اور D سے AC پر دو عمود کھینچے اور ان کے طولوں کو علی الترتیب h_1 اور h_2 کا نام دیا۔

چار ضلعی ABCD کا رقبہ = (ΔABC کا رقبہ) + (ΔADC کا رقبہ)

$$= \left(\frac{1}{2} \times AC \times h_1\right) + \left(\frac{1}{2} AC \times h_2\right)$$

$$= \frac{1}{2} AC[h_1 + h_2]$$

جہاں 'd' وتر AC کے طول کو ظاہر کرتا ہے۔ چار ضلعی ABCD کا رقبہ = $\frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$

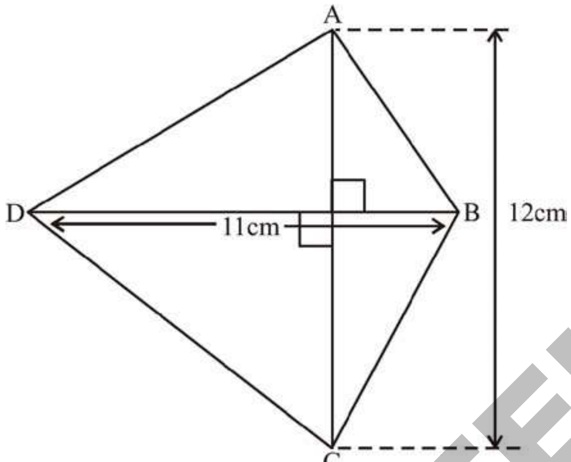


کوشش کیجئے

ہم جانتے ہیں کہ متوازی الاضلاع بھی ایک چار ضلعی ہے اب ہم اس چار ضلعی کو دو مثلثات میں تقسیم کریں گے۔ان کے رقبے معلوم کیجیے اور متوازی الاضلاع کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔کیا یہ طریقہ راست ضابطہ کے طریقہ جیسا ہے۔

وتر پر باقی دوراسوں سے عمودوں کے طولوں کا مجموعہ x وتر کا طول x $\frac{1}{2}$ = چار ضلعی کا رقبہ

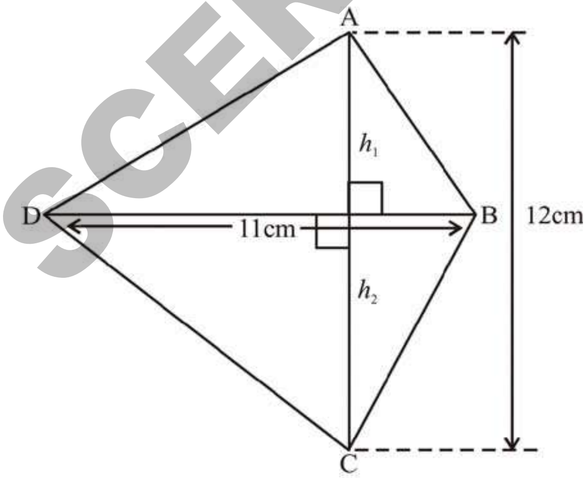
مثال:7 چار ضلعی ABCD کا رقبہ معلوم کیجیے۔



شکل(i)

حل:

وتر پر باقی دوراسوں سے عمودوں کے طول کا مجموعہ x وتر کا طول x $\frac{1}{2}$ = چار ضلعی ABCD کا رقبہ



شکل(ii)

وتر AC پر باقی دوراسوں سے عمودوں کے طول کا مجموعہ =

$AC = (h_1 + h_2)$

$h_1 + h_2 = 12$ سم

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

BD وتر کا طول = 11 سمر

چار ضلعی کا رقبہ = $d(h_1+h_2)$ $\frac{1}{2} \times 12 \times 11 = 6 \times 11 = 66$ مربع سمر

9.3 معین کا رقبہ

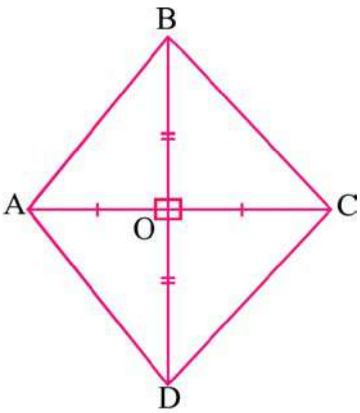


Fig.9.12

ہم مثلثات کی تقسیم کا یہی طریقہ (جس کو ہم مثلثی طریقہ کہتے ہیں) معین کا ضابطہ معلوم کرنے کے لیے بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

شکل میں ABCD ایک معین ہے۔ہم جانتے ہیں کہ معین کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

$\therefore\ OA = OC,\quad OB = OD$

اور $\angle BOA = \angle COB = \angle DOC = \angle AOD = 90^0$

معین ABCD کا رقبہ = کارقبہ ΔABC + کارقبہ ΔADC

$$= \frac{1}{2} \times AC \times OB + \frac{1}{2} \times AC \times OD$$

$$= \frac{1}{2} \times AC\,(OB+OD)$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD \qquad (\because OB + OD = BD)$$

اس طرح معین کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times d_1 d_2$ جہاں d_1 اور d_2 وتر ہیں

بہ الفاظ دیگر معین کا رقبہ وتروں کے حاصل ضرب کا نصف ہوتا ہے۔

مثال:8 معین کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے وتروں کے طول 10 سمر اور 8.2 سمر ہیں۔

حل: جہاں d_1 اور d_2 وتر ہیں معین کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times d_1 d_2$

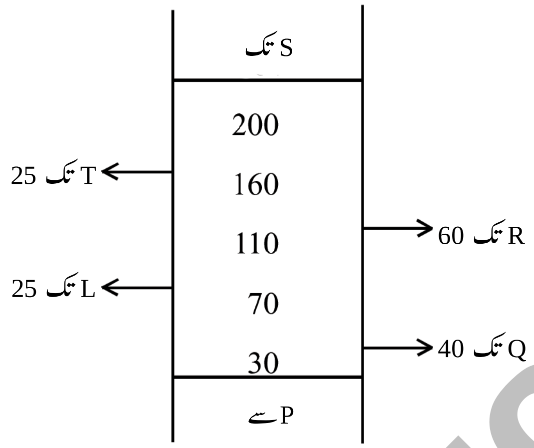
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8.2$ مربع سمر

$= 41$ مربع سمر

SCERT TELANGANA

9.4۔ میدان کا سروے

ایک سرویر کی فیلڈ بک میں حسب ذیل پیمائش درج کی گئی ہیں ۔ میدان کا رقبہ معلوم کیجیے۔



اوپر دی ہوئی پیمائشوں سے ہمیں حسب ذیل معلومات حاصل ہوتی ہیں۔

1۔ میدان مسدسی شکل میں ہے جس کے راس P,Q,R,S,T اور L ہیں۔

2۔ PS کو وتر کے طور پر لیا گیا ہے۔

3۔ راس Q اور راس R وتر کی ایک جانب اور راس T اور راس L وتر کی دوسری جانب ہیں۔

4۔ Q سے A تک جو عمود کھینچا گیا ہے 40 سمر ہے۔اسی طرح R، T، L سے ما باقی عمود کھینچے گئے۔

5۔ فیلڈ بک میں حقیقی طور پر پیمائشیں نیچے سے اوپر کی طرف درج کی گئیں ہیں۔

6۔ میدان کو دو مثلثات اور دو منحرف اور میں تقسیم کیا گیا ہے۔

دی گئی شکل سے ہم حسب ذیل پیمائشات معلوم کر سکتے ہیں۔

AC = PC - PA = 110 - 30 = 80 میٹر

CS = PS - PC = 200 - 110 = 90 میٹر

DS = PS - PD = 200 - 160 = 40 میٹر

BD = PD - PB = 160 - 70 میٹر

= 90 میٹر

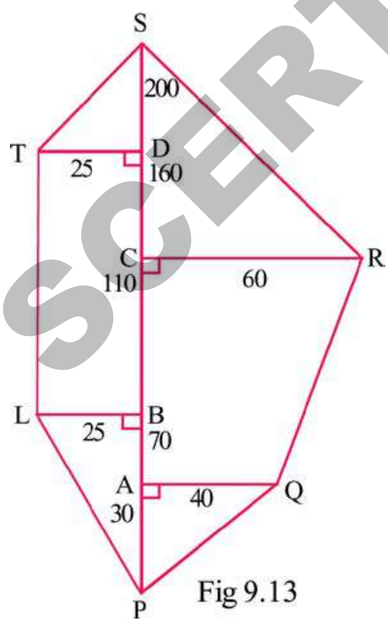


Fig 9.13

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

$\triangle APQ$ کارقبہ $= \frac{1}{2} \times b \times h$

$= \frac{1}{2} \times 30 \times 40 = 600$ مربع میٹر

منحرف کارقبہ AQRC $= \frac{1}{2} \times h(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times AC\,(AQ + CR)$

$= \frac{1}{2} \times 80 \times (40 + 60)$

$= \frac{1}{2} \times 80 \times 100$

$= 4000$ مربع میٹر

$\triangle CRS$ کارقبہ $= \frac{1}{2} \times CR \times CS = \frac{1}{2} \times 60 \times 90 = 2700$ مربع میٹر

منحرف کارقبہ PLTS $= \frac{1}{2} \times h(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times LB\,(TL + SP)$

$= \frac{1}{2} \times 25(90 + 200) \qquad (\because TL = BD = 90)$

$= \frac{1}{2} \times 25 \times 290$

$= 3625$ مربع میٹر

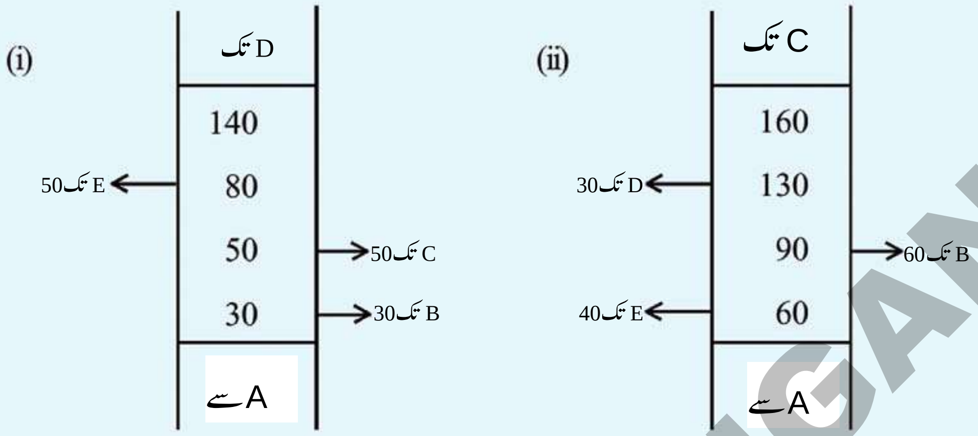
$= 600 + 4000 + 2700 + 3625$

میدان کارقبہ $= 10{,}925$ مربع میٹر

SCERT TELANGANA

یہ کیجئے

ایک سرویر کی فیلڈ بک میں حسب ذیل پیمائشیں درج کی گئی ہیں۔ میدانوں کے رقبے معلوم کیجیے۔

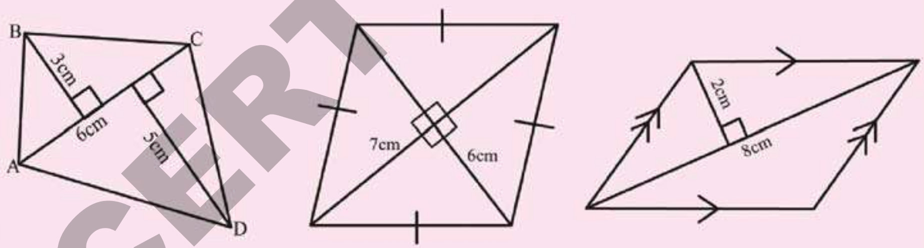


سوچئے اور بحث کیجئے

ایک متوازی الاضلاع پر ایک وتر کھینچتے ہوئے اسے دو مماثل مثلثات میں تقسیم کیا گیا۔ کیا ہم ایک منحرف کو دو مماثل مثلثات میں تقسیم کر سکتے ہیں؟

کوشش کیجئے

ذیل میں دیئے گئے چار ضلعی کے رقبے معلوم کرو۔



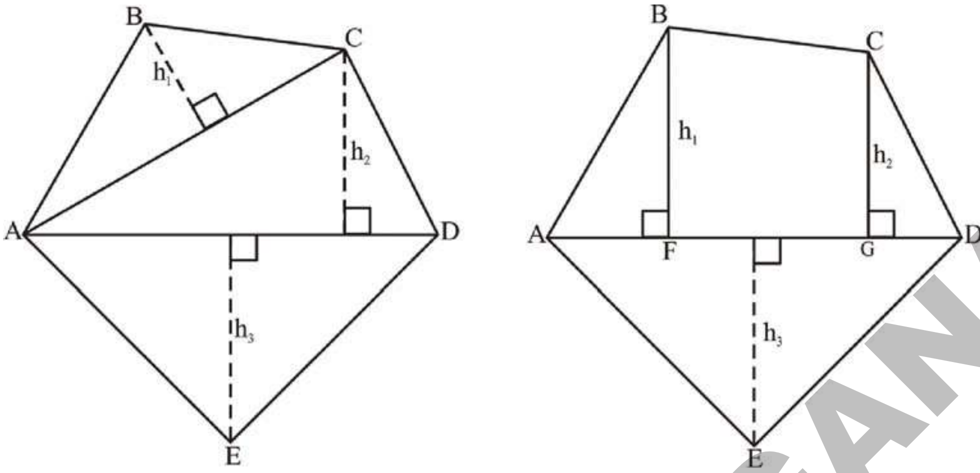
(i) (ii) (iii)

9.5 کثیر ضلعی کا رقبہ

ایک کثیر ضلعی کو کئی مختصر اشکال (مثلث، مستطیل وغیرہ) میں تقسیم کر کے اس کا رقبہ حاصل کیا جا سکتا ہے۔ ہر ایک کے رقبوں کو جمع کر کے مطلوبہ رقبہ معلوم کیا جاتا ہے۔

SCERT TELANGANA

حسب ذیل مخمس پر غور کیجیے۔



شکل (i)　　　　شکل (ii)

شکل 9.14

شکل: (i) دو وتر AC اور AD کھینچتے ہوئے مخمس ABCDE کو تین حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اس طرح

Δ AED کارقبہ + Δ ACD کارقبہ + Δ ABC کارقبہ = ABCDE کارقبہ

شکل: (ii) ایک وتر AD اور دو عمود BF اور CG کھینچتے ہوئے مخمس ABCDE کو چار حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اس طرح

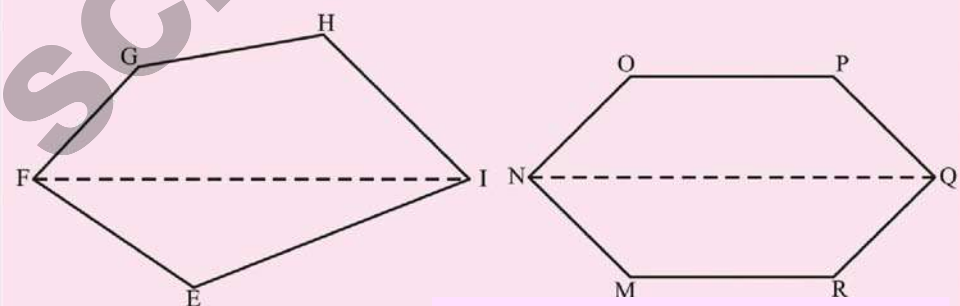
Δ DEA کارقبہ + قائمۃ الزاویہ Δ DGC کارقبہ +

منحرف BFGC کارقبہ + قائمۃ الزاویہ Δ AFB کارقبہ = ABCDE کارقبہ

ایسا کیوں؟ (منحرف BFGC کے متوازی ضلعوں کی نشاندہی کیجیے)

یہ کیجیے

(i) حسب ذیل کثیر ضلعی کو اس کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے حصوں (مثلث اور منحرف) میں تقسیم کیجیے۔



کثیر ضلعی EFGHI کا ایک وتر FI ہے　　　　کثیر ضلعی MNOPQR کا ایک وتر NQ ہے

SCERT TELANGANA

(ii) شکل کے مطابق کثیر ضلعی ABCDE کو مختلف حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔رقبہ معلوم کیجیے۔

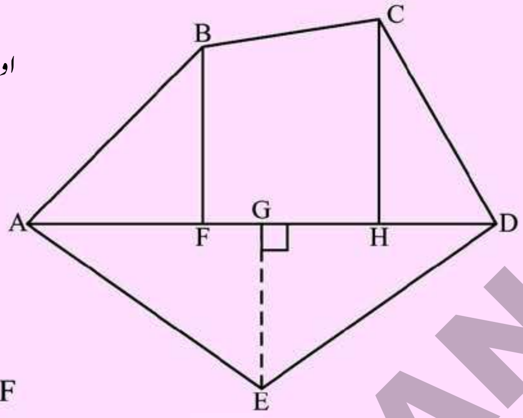
جبکہ AD = 8 سمر

AH = 6 سمر, AF = 3 سمر اور

اور عمود

BF = 2 سمر, CH = 3 سمر

EG = 2.5 سمر



کثیر ضلعی ABCDE کا رقبہ

ΔAFB + ________

ΔAFB کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times AF \times BF$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 =$ ________

مخرف FBCH کا رقبہ $= FH \times \frac{(BF + CH)}{2}$

$= 3 \times \frac{(2+3)}{2} \quad [\because FH = AH - AF]$

Δ CHD کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times HD \times CH =$ ________

Δ ADE کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times AD \times GE =$ ________

اس طرح

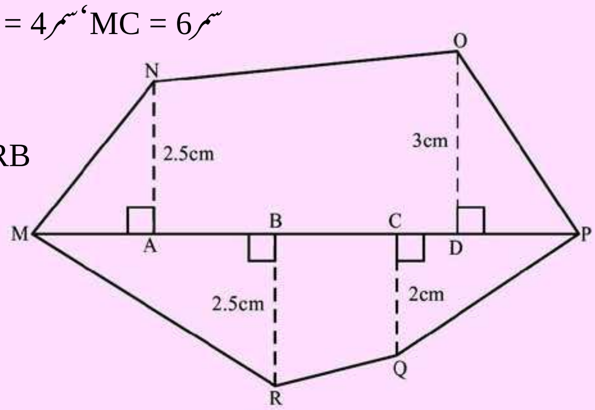
کثیر ضلعی ABCDE کا رقبہ = ...

(iii) کثیر ضلعی MNOPQR کا رقبہ معلوم کیجیے اگر MP = 9 سمر‘ MD = 7 سمر‘

MA = 2 سمر‘ MB = 4 سمر‘ MC = 6 سمر

NA‘OD‘QC اور

RB وتر MP کے عمود ہیں۔



یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

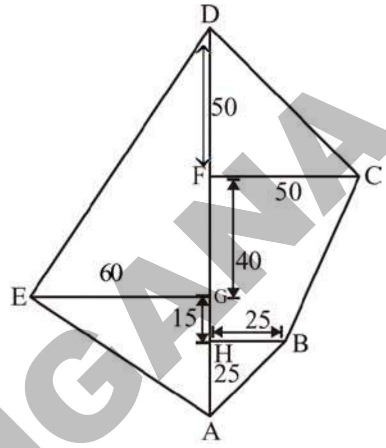
SCERT TELANGANA

مثال:9 میدان کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ ضلعے دیئے گئے ہیں۔ تمام ابعاد میٹر میں ہیں۔

حل:

ABCDE کا رقبہ = Δ ABH کا رقبہ + Δ BCFH کا رقبہ + Δ CDF کا رقبہ +

Δ DEF کا رقبہ + Δ AEG کا رقبہ



ΔABH کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times AH \times HB$

$= \frac{1}{2} \times 25 \times 25$

$= \frac{625}{2} m^2 = 312.5$ مربع میٹر

BCFH کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times (HB + FC) \times HF$

$= \frac{1}{2}(25 + 50) \times 55 m^2$

$= \frac{75 \times 55}{2} m^2 = 2062.5\ m^2$

مثلث Δ CDF کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times FC \times DF$

$= \frac{1}{2} \times 50 \times 50\ m^2 = 1250\ m^2$

مثلث Δ AED کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times AD \times EG$

$= \frac{1}{2} \times 130 \times 60$

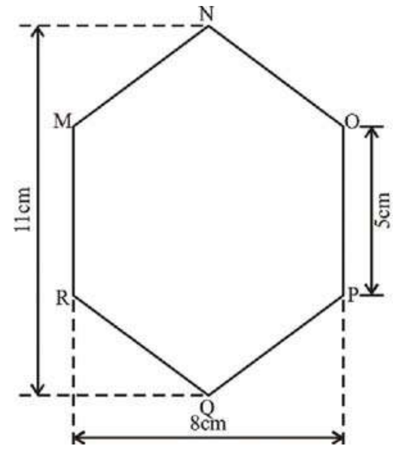
$= 3900\ m^2$

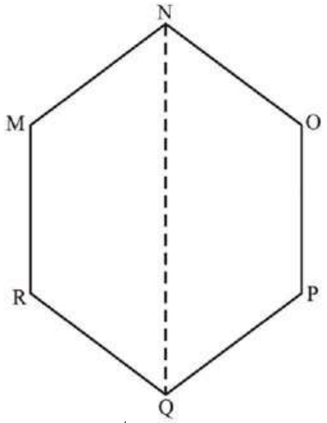
ABCDE کا رقبہ $= 312.5\ m^2 + 2062.5\ m^2 + 1250\ m^2 + 3900\ m^2$

$= 7525 m^2$

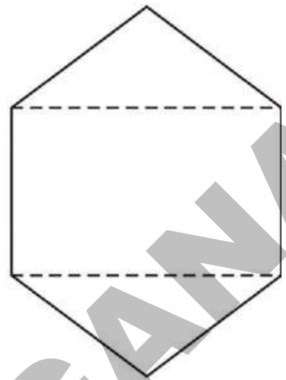
SCERT TELANGANA

مثال:10   MNOPQR ایک مسدس ہے جس کا ہر ضلع 5 سمر ہے اور NQ پر تشاکلی ہے۔رام اور شیام نے انہیں مختلف طریقوں سے تقسیم کیا۔دونوں طریقوں کو استعمال کرتے ہوئے اس مسدس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

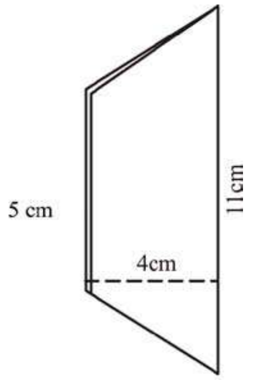




(i) شیام کا طریقہ



(ii) رام کا طریقہ



حل: **رام کا اپنایا ہوا طریقہ**

چونکہ یہ ایک منتظم مسدس ہے۔اس لیے مسدس کو NQ دو مماثل منحرفوں میں تقسیم کرتا ہے۔آپ اسے کاغذ کو موڑ کر ثابت کر سکتے ہیں۔

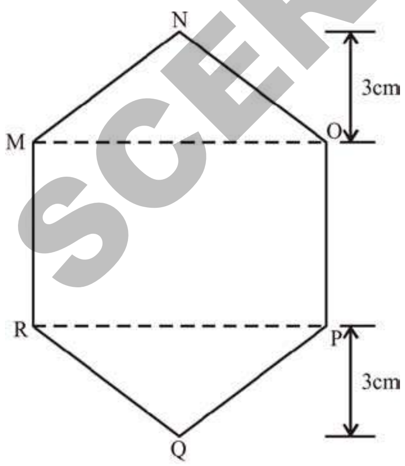
اب منحرف MNQR کا رقبہ مساوی ہے۔

$$= 4 \times \frac{11+5}{2}$$

$= 2 \times 16 = 32$ مربع سمر

اس طرح   مسدس MNOPQR کا رقبہ $= 2 \times 32 = 64$ مربع سمر

شیام کا اپنایا ہوا طریقہ



Δ MNO اور Δ PQR مماثل مثلثات ہیں جس کا ارتفاع 3 سمر ہے

آپ ان دو مثلثات کو کاٹ کر ایک دوسرے پر رکھتے ہوئے اس کو ثابت کر سکتے ہیں۔

ΔMNO کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$ مربع سمر

Δ RPQ کا رقبہ =

مستطیل MOPR کا رقبہ $= 8 \times 5 = 40$ مربع سمر

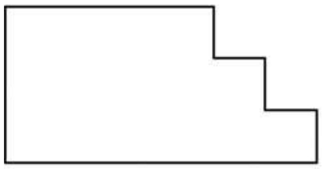
اب مسدس MNOPQR کا رقبہ $= 40 + 12 + 12 = 64$ مربع سمر

SCERT TELANGANA

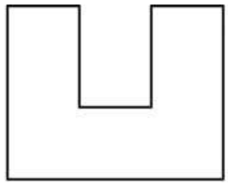
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مشق - 9.1

1۔ دی گئیں اشکال کو ہدایت کے مطابق تقسیم کیجیے۔

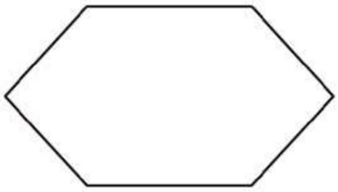


(I) 3 مستطیلوں میں



(II) 3 مستطیلوں میں

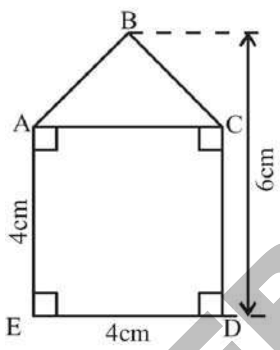
(III) 2 منحرف میں



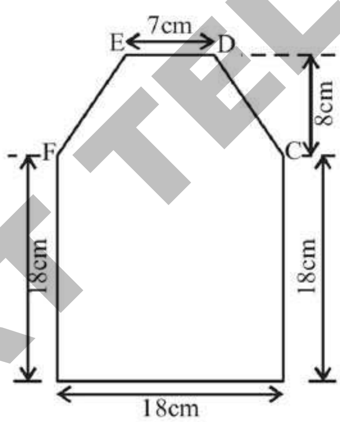
(IV) 2 مثلثوں اور ایک مستطیل میں

(V) 2 مثلثوں میں

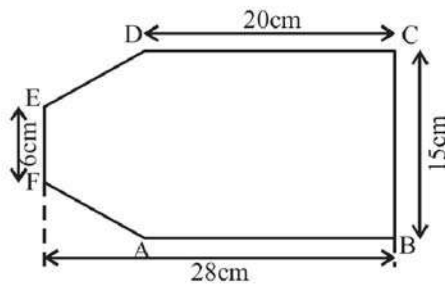
2۔ حسب ذیل اشکال کا رقبہ معلوم کیجیے۔



(i)

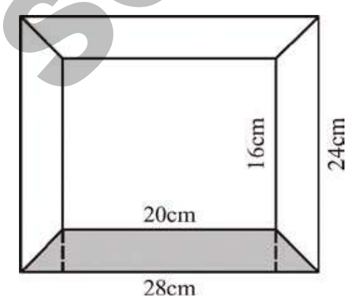


(ii)



(iii)

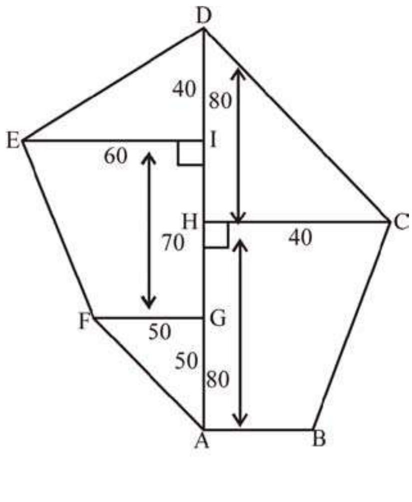
3۔ چارضلعی ABCD کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ وتر AC کا طول 10 سمر ہے اور B اور D سے AC پر عمود کے طول ترتیب وار 5 سمر اور 6 سمر ہیں۔



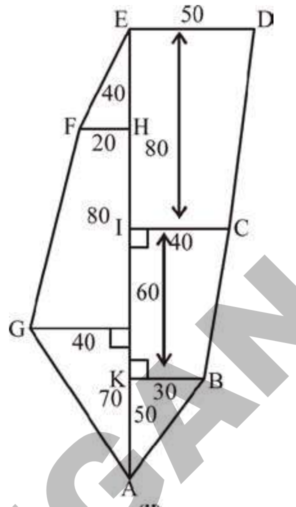
4۔ متصلہ تصویری فریم کے خاکے کے بیرونی ابعاد 28cm x 24cm اور اندرونی ابعاد 20cm x 16cm اگر ہر خط کی چوڑائی یکساں ہو تو فریم کے سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

SCERT TELANGANA

5۔ حسب ذیل میدانوں کے رقبے معلوم کیجیے۔تمام ابعاد میٹروں میں ہیں۔



(i)



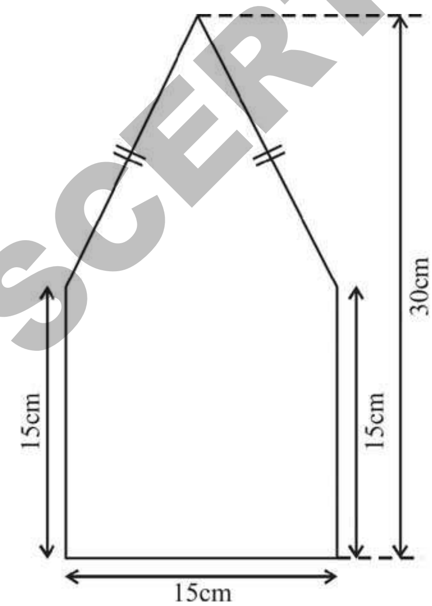
(ii)

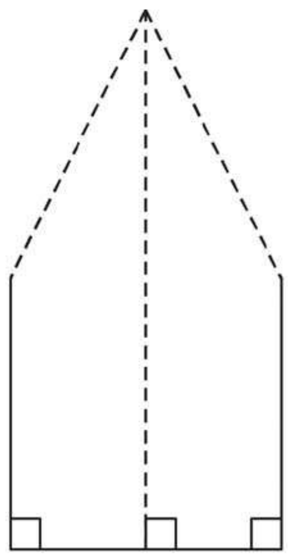
SCERT TELANGANA

6۔ ایک منحرف کے متوازی ضلعوں کے طولوں میں نسبت 5:3 ہے اور ان کا درمیانی فاصلہ 16 سمر ہے۔اگر منحرف کا رقبہ 960 مربع سمر ہوتو متوازی ضلعوں کے طول معلوم کیجیے۔

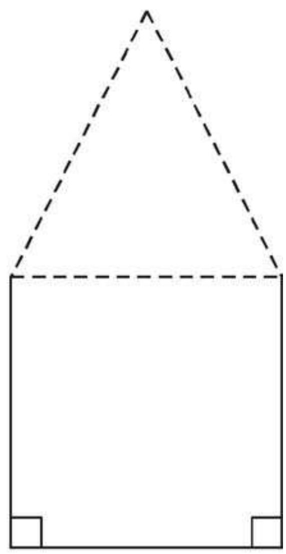
7۔ ایک عمارت کا فرش جو کہ لگ بھگ 3000 معین نما ٹائلس پر مشتمل ہے جن کے وتروں کی لمبائی 45 سمر اور 30 سمر ہے۔ہر ٹائل پر 20 روپئے فی مربع میٹر کے حساب سے فرش کروانے کا جملہ خرچ کتنا ہوگا؟

8۔ ذیل میں ایک مخمس کی شکل کے حصوں کو بتلایا گیا ہے۔اس کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے جیوتی اور راشدہ نے ان کو دو مختلف طریقوں سے تقسیم کیا۔دونوں طریقوں سے رقبہ معلوم کیجیے اور آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟





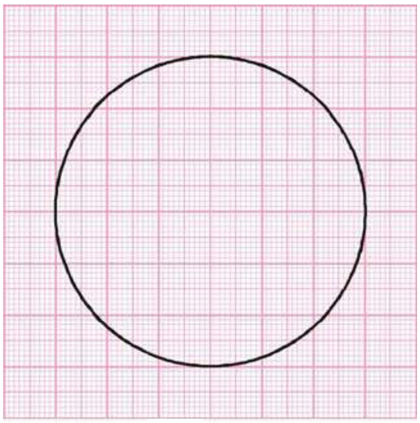
جیوتی کا خاکہ



راشدہ کا خاکہ

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

9.6 دائرہ کارقبہ

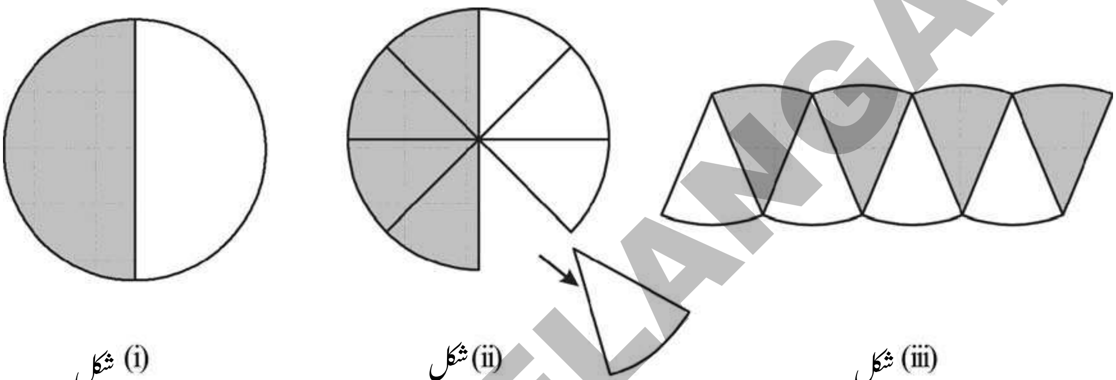


شکل 9.22

آیئے ترسیمی کاغذ کا استعمال کرتے ہوئے دائرہ کارقبہ معلوم کریں گے۔

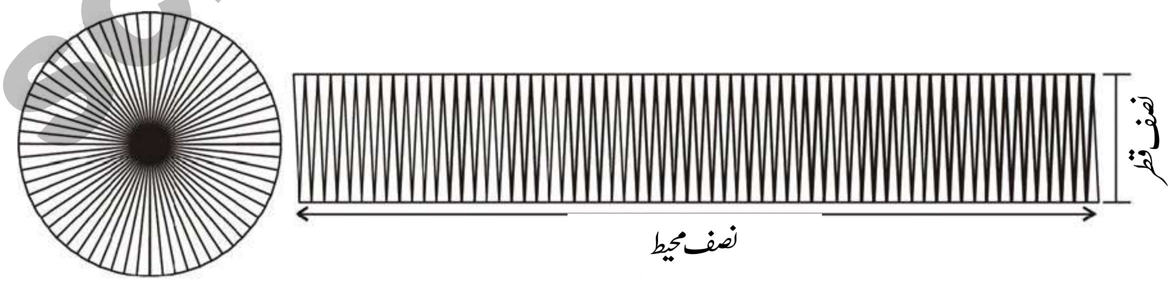
ایک ترسیمی کاغذ پر 4 سمر نصف قطر لے کر ایک دائرہ بنایئے۔ دائرہ میں گھرے ہوئے مربعوں کی تعداد گنتے ہوئے رقبہ معلوم کیجیے۔

چونکہ دائرے کے کنارے سیدھے نہیں ہوتے اس لئے ہم اس طریقہ صرف سے دائرہ کے رقبہ کا تخمینہ کر سکتے ہیں۔ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے دوسرا طریقہ بھی اپنایا جاسکتا ہے۔



شکل (i)　　شکل (ii)　　شکل (iii)

ایک دائرہ بنا کر اس کے نصف کو سایہ دار کیجیے۔ اب دائرہ کو 8 مساوی حصوں میں موڑ کر کاٹئے۔ علیحدہ شدہ ٹکڑوں کو ترتیب دیجیے جیسا کہ شکل 2 میں بتلایا گیا ہے۔ حاصل ہونے والی شکل متوازی الاضلاع جیسی ہے۔ ہمارے ہاں جتنے زیادہ قطاع ہوں گے حاصل ہونے والی شکل متوازی الاضلاع سے اتنی ہی مشابہہ ہوگی۔ اگر ہم دائرہ کو 64 قطاع میں تقسیم کریں اوران کو ترتیب سے رکھیں تب وہ مستطیل کے مشابہہ ہوگی۔



شکل (IV)

SCERT TELANGANA

اس مستطیل کا عرض کیا ہے؟ اس مستطیل کا عرض دائرہ کا نصف قطر 'r' ہوتا ہے جیسا کہ مکمل دائرہ کو 64 قطاع میں تقسیم کرنے پر ہمیں ہر ایک جانب 32 قطاع حاصل ہوتے ہیں، مستطیل کا طول 32 قطاع کا طول ہوگا جو کہ محیط کا نصف ہے۔

حاصل مستطیل کا رقبہ = دائرہ کا رقبہ

$= l \times b$

= نصف قطر x (محیط کا نصف)

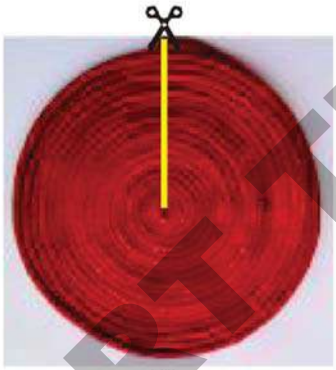
$$\frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2$$

اس طرح دائرے کا رقبہ = πr^2

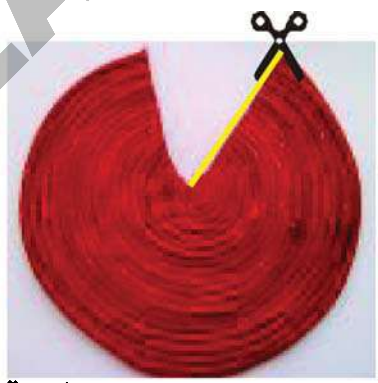
دھاگے سے مشغلہ

یہودیوں کے مقدس صحیفہ 'تلموذ' میں دائرے کا رقبہ $A = \pi r^2$ محسوب کرنے کا ایک دلچسپ طریقہ بتایا گیا ہے۔

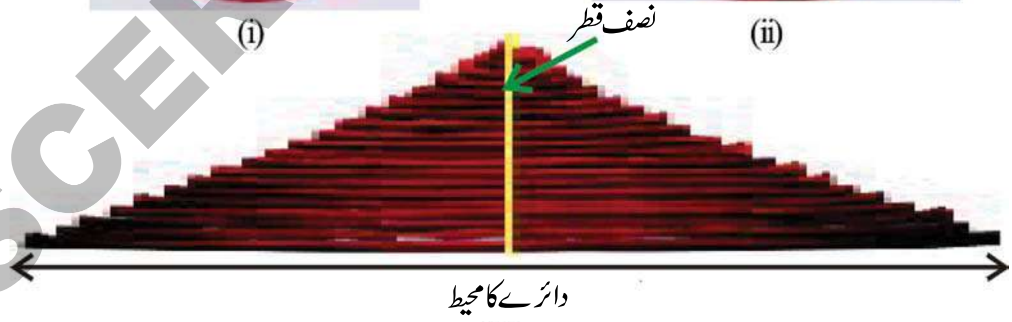
فرض کیجیے کہ دائرہ کا اندرونی حصہ ڈوری کے ہم مرکزی دائروں پر مشتمل ہے۔ ایک کنارے سے ڈوری کو مرکز تک کاٹئے' ہر ڈوری کو سیدھی کیجئے اور خاکہ میں بتائے گئے طریقہ کے مطابق اس طرح ترتیب دیجئے کہ وہ مساوی الساقین مثلث کی شکل اختیار کریں۔



(i)



(ii)



(iii)

مساوی الساقین مثلث کا قاعدہ دائرہ کے محیط کے مساوی ہوتا ہے اور بلندی دائرہ کے نصف قطر کے مساوی ہوتی ہے۔

مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ x قاعدہ x بلندی

SCERT TELANGANA

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$$

$$= \pi r^2$$

جہاں r دائرے کا نصف قطر ہے πr^2 = دائرے کا رقبہ

کوشش کیجیے: ایک ترسیمی کاغذ پر مختلف نصف قطر والے دائرے بنائیے۔ مربعوں کی تعداد کی گنتی کر کے رقبہ معلوم کیجیے۔ ضابطہ کو استعمال کرتے ہوئے بھی رقبہ معلوم کیجیے۔ دونوں جوابات کا تقابل کیجیے۔

مثال: 11 ایک تار کو 27.5 سمر ضلع والے مربع کی شکل میں موڑا گیا۔ تار کو سیدھا کیا گیا اور دائرہ کی شکل میں موڑا گیا۔ تشکیل دیئے گئے دائرہ کا نصف قطر کیا ہوگا؟

حل: مربع کا احاطہ = تار کا طول

= (27.5 x 4) سمر = 110 سمر

مان لیجیے اس دائرہ کا نصف قطر 'r' ہے۔ تب دائرے کا محیط تار کو دائرہ کی شکل دینے پر وہ دائرہ کے محیط کو ظاہر کرے گا جو 110 سمر ہوگا۔

$$= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times r \text{ cm}$$

$$= \frac{44}{7} r \text{ cm}$$

$$\therefore \quad 110 = \frac{44}{7} r$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{110 \times 7}{44} \text{ cm}$$

$$= 17.5 \text{ cm}$$

مثال: 12 دائرہ کا محیط 22 سمر ہے۔ رقبہ معلوم کیجیے۔ اور نصف دائرے کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔

حل: مان لیجیے دائرہ کا نصف قطر 'r' ہے۔

تب محیط = $2\pi r$

SCERT TELANGANA

$\therefore \quad 2\pi r = 22$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$

$r = 22 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{2} = 3.5 \text{ cm}$

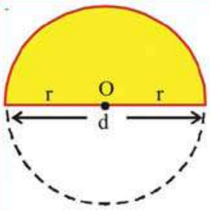
دائرے کا نصف قطر = 3.5cm

دائرے کا رقبہ $\pi r^2 = \left(\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$ مربع سمر

= 38.5 مربع سمر

نصف دائرے کا رقبہ $= \frac{1}{2}\pi r^2$

$= \frac{1}{2} \times 38.5 = 19.25$ مربع سمر



نصف دائرے کا رقبہ کیا ہوگا؟

تصور کیجئے کہ دائرے کا سایہ دار علاقہ، دائرے کو اُس کے قطر پر موڑنے پر حاصل ہوا ہے۔ کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ یہ علاقہ دائرے کے کل رقبے کا نصف ہے؟

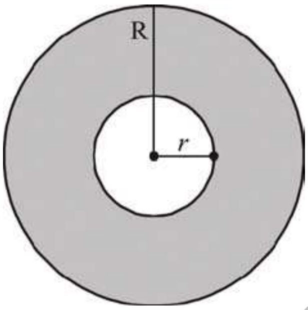
اس کا رقبہ دائرے کے رقبے کا نصف ہوتا ہے۔

$= \frac{1}{2}\pi r^2$

نصف دائرے کا محیط کیا ہوگا؟

9.7 دائروی راستہ کا رقبہ (دائروی حلقہ کا رقبہ)

ایک چمن میں دائروی راستہ بنایا گیا ہے جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔ اس کے بیرونی اور اندرونی دائرے ہم مرکز ہیں۔ اب ہم اس دائروی راستہ کا رقبہ معلوم کریں گے۔



دائروی راستہ کا رقبہ' بیرونی دائرہ کا رقبہ اور اندرونی دائرہ کے رقبہ کا فرق ہوتا ہے۔

اگر ہم بیرونی دائرہ کے نصف قطر کو 'R' اور اندرونی دائرہ کے نصف قطر کو 'r' کہتے ہیں تب

دائروی راستہ کا رقبہ = بیرونی دائرہ کا رقبہ - اندرونی دائرہ کا رقبہ

$= \pi R^2 - \pi r^2$

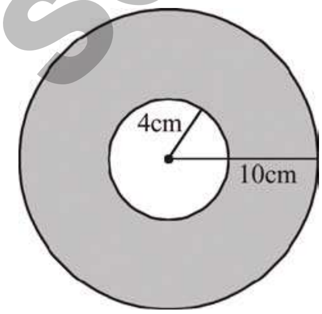
$= \pi (R^2 - r^2)$

چنانچہ

دائروی راستہ کا رقبہ یا حلقہ کا رقبہ $= \pi(R+r)(R-r)$ یا $\pi(R^2 - r^2)$

جہاں R اور r ترتیب وار بیرونی اور اندرونی دائروں کے نصف قطر ہیں۔

مثال 13: متصلہ شکل پر غور کیجیے۔ یہ ایک ہی مرکز پر دو دائرے ظاہر کرتا ہے۔ بڑے دائرہ کا نصف قطر 10 سمر اور چھوٹے دائرہ کا نصف قطر 4 سمر ہے۔ تب معلوم کیجیے



(i) بڑے دائرہ کا رقبہ

(ii) چھوٹے دائرہ کا رقبہ

(iii) دو دائروں کے درمیان کا سایہ دار حصہ کا رقبہ

(اشارہ: $\pi = 3.14$ لیجیے)

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

حل: (i) بڑے دائرہ کا نصف قطر = 10 سمر

πR^2 = بڑے دائرہ کا رقبہ

$= 3.14 \times 10 \times 10 = 314$ مربع سمر

(ii) چھوٹے دائرہ کا نصف قطر = 4 سمر

πr^2 = چھوٹے دائرہ کا رقبہ

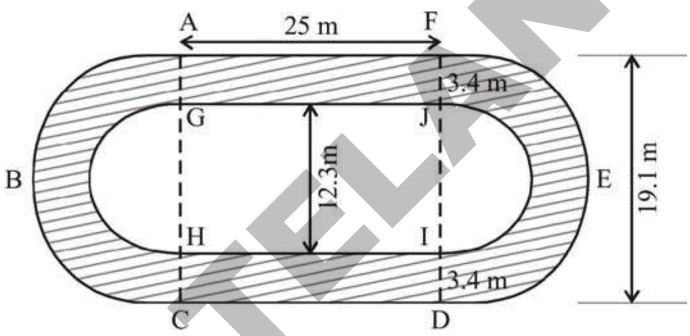
$3.14 \times 4 \times 4 = 50.24$ مربع سمر

(iii) چھوٹے دائرہ کا رقبہ - بڑے دائرہ کا رقبہ = سایہ دار خطے کا رقبہ

$= (314 - 50.24)$ مربع سمر

$= 263.76$ مربع سمر

مثال 14: ذیل میں دی گئی شکل کے سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



SCERT TELANGANA

حل:

مستطیل AGIF کا رقبہ + مستطیل HCDI کا رقبہ + نیم دائروی حلقہ ABCHG کا رقبہ + نیم دائروی حلقہ DEFJI کا رقبہ = سایہ دار رقبہ

مستطیل کا رقبہ $AGJF = 25 \times 3.4 = 85$ مربع میٹر

مستطیل کا رقبہ $HCDI = 25 \times 3.4 = 85$ مربع میٹر

حلقہ کا رقبہ $ABCHG = \frac{\pi}{2}[(R^2 - r^2)] = \frac{22}{2\times 7}[(9.55)^2 - (6.15)^2]$

حلقہ کا رقبہ $DEFJI = \frac{\pi}{2}[(R^2 - r^2)] = \frac{22}{2\times 7}[(9.55)^2 - (6.15)^2]$

$= (25 \times 3.4) + (25 \times 3.4) + \frac{1}{2}\pi[(9.55)^2 - (6.15)^2] + \frac{1}{2}\pi[(9.55)^2 - (6.15)^2]$

$= [85 + 85 + \frac{22}{7} \times 15.7 \times 3.4]$ مربع میٹر

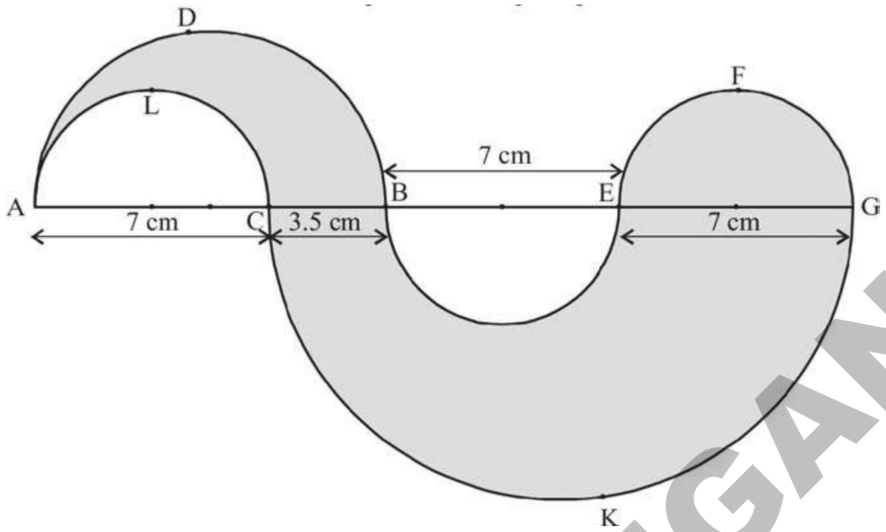
$= (170 + 167.77)$ مربع میٹر

$= 337.77$ مربع میٹر

$R = \frac{19.1}{2} = 9.55$

$r = \frac{12.3}{2} = 6.15$

مثال:15 ذیل میں دی گئی شکل کے سایہ دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



حل: BEGKCB کا رقبہ + EFGE کا رقبہ + ADBCLA کا رقبہ = سایہ دار حصہ کا رقبہ

$$= \frac{1}{2}\times\pi\left[\left(\frac{10.5}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\pi\left(\frac{7}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left[\left(\frac{17.5}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right]\text{cm}^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{35}{4}\times\frac{7}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{49}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{21}{4}\times\frac{49}{4}\right)\text{cm}^2$$

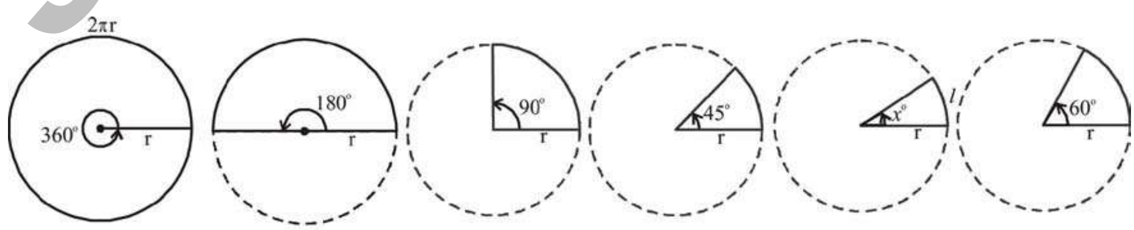
$$= \left(\frac{385}{16}+\frac{77}{4}+\frac{1617}{16}\right)$$ مربع سمر

$$= \left(\frac{2310}{16}\right)$$ مربع سمر

$= 144.375$ مربع سمر

9.8 قوس کا طول

حسب ذیل دائروں پر غور کیجیے اور جدول کو مکمل کیجیے۔

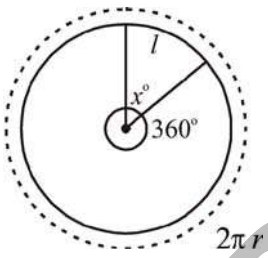


یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

شکل	زاویئے	قوس کا طول	زاویہ اور قوس کے طول میں رشتہ
(i)	360^0	$2\pi r$	$\frac{360^0}{360^0} \times 2\pi r = 2\pi r$
(ii)	180^0	πr	$\frac{180^0}{360^0} \times 2\pi r = \pi r$
(iii)	90^0	$\frac{\pi r}{2}$	________
(iv)	45^0	$\frac{\pi r}{4}$	________
(v)	x^o	l	$\frac{x^0}{360^0} \times 2\pi r = l$
(vi)	60^0	$\frac{\pi r}{3}$	________

SCERT TELANGANA

مندرجہ بالا مشاہدات سے' ایک قطاع کے قوس کا طول l، $\frac{x^o}{360^o} \times 2\pi r$ ہے جہاں 'r' دائرہ کا نصف قطر اور 'x' قطاع کے قوس سے مرکز پر کا زاویہ ہوتا ہے۔



اگر قطاع کے قوس کا طول 'l' ہے۔

$$\frac{2\pi r}{l} = \frac{360^0}{x^0}$$

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$$

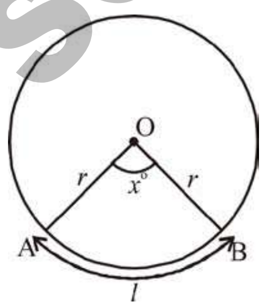
9.9 قطاع کا رقبہ

ہم جانتے ہیں کہ ایک دائرہ کا حصہ جو دو نصف قطر اور ایک قوس سے گھرا ہوتا ہے قطاع کہلاتا ہے۔

نصف قطر 'r' کے ساتھ دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2$

دائرہ کے مرکز پر قطاع کے قوس سے بننے والا زاویہ $= x^0$

قطاع کا رقبہ اور اس کا زاویہ راست تناسب میں ہیں۔



∴ قطاع کا رقبہ : دائرہ کا رقبہ $= x^0 : 360^0$

قطاع OAB کا رقبہ = دائرے کا رقبہ $\times \frac{x^o}{360^o}$

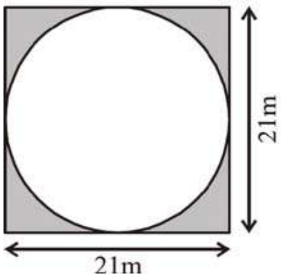
قطاع کا رقبہ $OAB = \frac{x^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \quad [\pi r^2 = \pi r \times \frac{2r}{2}]$

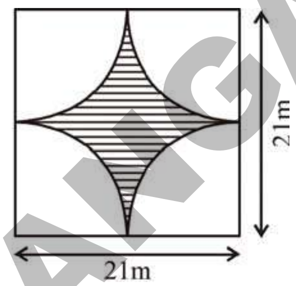
$$= \frac{x^0}{360^0} \times 2\pi r \times \frac{r}{2}$$

$$= l \times \frac{r}{2}$$

$A = \frac{lr}{2}$ جہاں l قوس کا طول ہے

مثال:16 حسب ذیل میں سایہ دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔





حل: (i) {21 میٹر قطر والے دائرہ کا رقبہ} - {21 میٹر ضلع والے مربع کا رقبہ} = سایہ دار خطہ کا رقبہ

اگر دائرہ کا قطر 21 میٹر ہو تب

تب دائرے کا نصف قطر $= \frac{21}{2} = 10.5$ میٹر

سایہ دار حصہ کا رقبہ $= (21 \times 21) - \left(\frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ مربع میٹر

$= 441 - 346.5$

$= 94.5$ مربع میٹر

(ii) {قطاع کا رقبہ 4 x} - {21 میٹر ضلع والے مربع کا رقبہ} =سایہ دار حصہ کا رقبہ

$= (21 \times 21) - \left(4 \times \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ مربع میٹر

(اگر قطر 21 میٹر ہو تب نصف قطر $\frac{21}{2}$ میٹر ہوگا)

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 21-2020

$$= (21 \times 21) - \left(4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$$

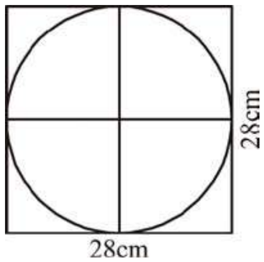
$= (441 - 346.5)$ مربع میٹر

$= 94.5$ مربع میٹر

مشق - 9.2

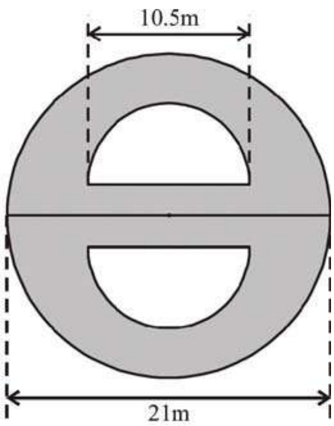
1۔ ایک مستطیلی پلاسٹک شیٹ 25 سم x 36 سم کی ہے۔اس شیٹ سے 3.5 سم قطر والے 56 بٹن بنائے گئے۔ باقی شیٹ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

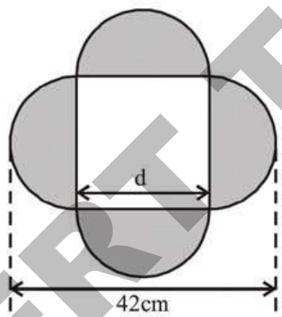
2۔ 28 سم ضلع والے مربع میں بنائے دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



(**اشارہ**: دائرہ کا قطر مربع کے ضلع کے مساوی ہے)

3۔ ذیل کی اشکال میں سایہ دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



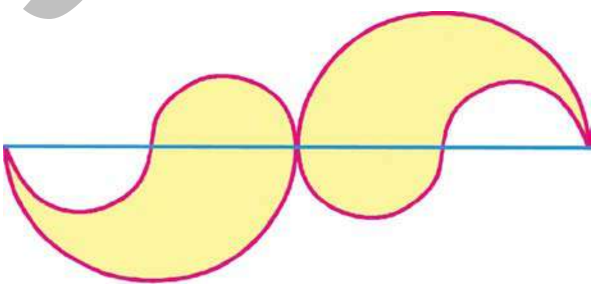


[Hint: $d + \frac{d}{2} + \frac{d}{2} = 42$]

$d = 21$

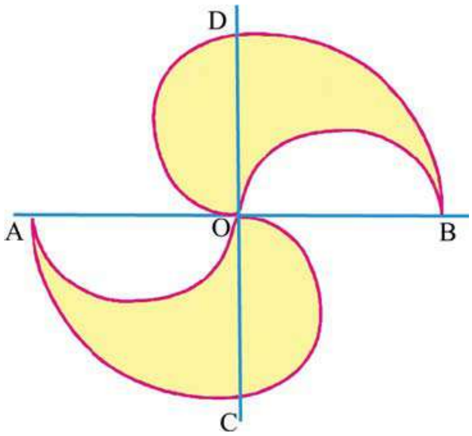
∴ مربع کا ضلع = 21 سم

4۔ متصلہ شکل، مساوی نصف قطر والے چار چھوٹے نیم دائروں اور مساوی نصف قطر والے دو بڑے نیم دائروں پر مشتمل ہے۔(ہر ایک 42 سم)۔سایہ دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

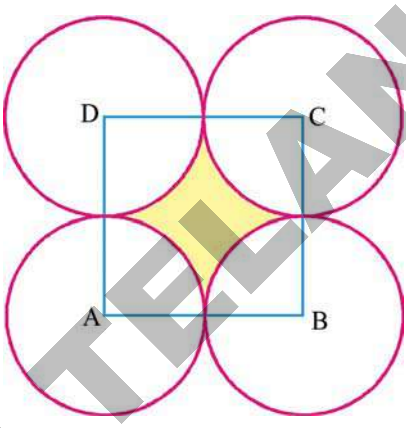


SCERT TELANGANA

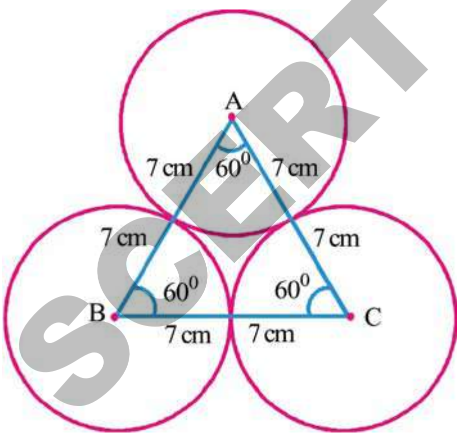
5۔ متصلہ شکل چار نصف دائروں اور دو ربع دائروں پر مشتمل ہے۔ اگر $OA = OB = OC = OD = 14$ سمر ہو تو سایہ دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



6۔ متصلہ شکل میں چار مساوی قطر والے ایسے دائرے بنائے گئے ہیں جو خارجاً مس کرتے ہیں۔ A، B، C اور D ان کے مرکز ہیں۔ ABCD 7 سمر ضلع والا مربع ہے۔ سایہ دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔



7۔ مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ $49\sqrt{3}$ مربع سمر ہے۔ ہر زاوئی نقطہ کو مرکز مانتے ہوئے ایک دائرہ بنایا گیا۔ جس کا نصف قطر مثلث کے ضلع کا نصف ہے جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔ مثلث کے اس حصے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جو دائرہ میں شامل نہیں ہے۔



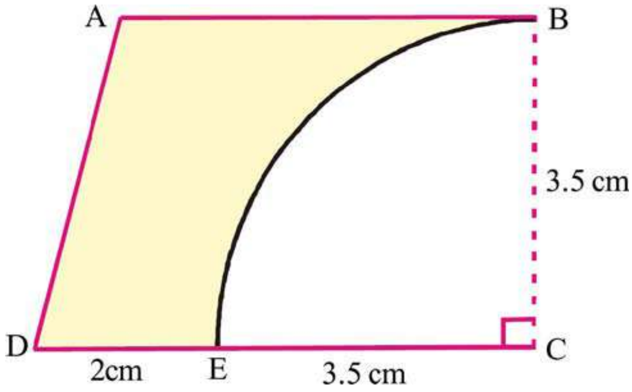
8۔ (i) 'a' نصف قطر والے چار مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں۔ ان کا درمیانی رقبہ معلوم کیجیے۔

(ii) چار مساوی دائرے جو ایک مربع کے چار کناروں سے بیرونی طور پر بنائے گئے ہیں اس طرح ہیں کہ ہر دائرہ دو دوسرے دائروں کو مس کرتا ہے۔ دائروں کے محیط کے درمیان گھری ہوئی جگہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ مربع کا ہر ضلع 14 سمر ہے۔

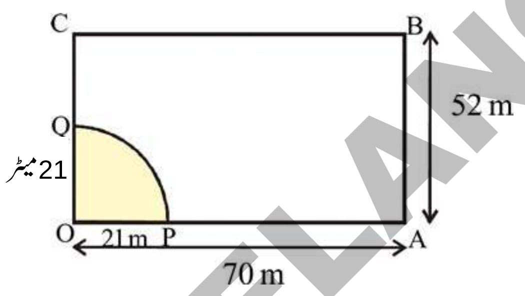
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

9۔ ایک مقوے کے منحرفی ٹکڑے ABCD سے جس میں AB//CD اور $\angle BCD = 90^0$ ہے۔ ربع دائرہ کاٹا گیا۔ دیا گیا ہے کہ AB = BC = 3.5 سمر اور DE = 2 سمر مقوے کے بقیہ حصے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(π کی قدر $\frac{22}{7}$ لیجیے)



10۔ ایک مستطیلی میدان جس کا طول 70 میٹر اور عرض 52 میٹر ہے۔ اندر کے ایک کنارے سے ایک گھوڑے کو گھاس چرنے کے لیے 21 میٹر لمبی رسی سے باندھا گیا ہے۔ کتنے رقبہ پر گھوڑا گھاس چر سکتا ہے؟



ہم نے کیا سیکھا

☆ (ان کا درمیانی فاصلہ) x (متوازی ضلعوں کے طولوں کا مجموعہ) $\frac{1}{2}$ = منحرف کا رقبہ

☆ (وتر پر باقی دو راسوں سے عمودوں کا مجموعہ) x (وتر کا طول) x $\frac{1}{2}$ = چار ضلعی کا رقبہ

☆ وتروں کے حاصل ضرب کا نصف = معین کا رقبہ

☆ جہاں 'r' دائرہ کا نصف قطر ہے πr^2 = دائرہ کا رقبہ

☆ $\pi(R^2 - r^2)$ یا $\pi(R+r)(R-r)$ = دائروی راستہ کا رقبہ یا دائروی حلقہ کا رقبہ

☆ جہاں R، r علی الترتیب بیرونی اور اندرونی دائرہ کے نصف قطر ہیں۔

☆ $\frac{x^0}{360^0} \times \pi r^2$ = قطاع کا رقبہ

☆ جہاں x^0 دائرہ کے مرکز پر قطاع کے قوس سے بننے والا زاویہ اور 'r' کا نصف قطر ہے۔

$$A = \frac{lr}{2}$$

SCERT TELANGANA

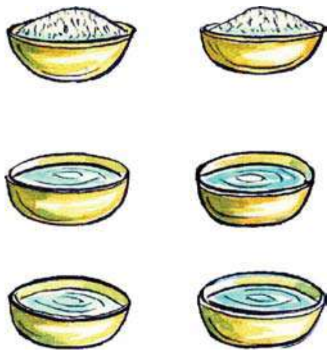
10

راست اور معکوس تناسب

Direct and Inverse Proportions

10.0 تعارف

آیئے ذیل کی صورتحال پر غور کریں۔



گوپی، روزانہ 2 کپ چاول پکانے کے لیے 4 کپ پانی استعمال کرتا ہے۔آج جبکہ اس کے مکان میں کچھ مہمان آئے ہیں اسے 6 کپ چاول پکانا ہوگا۔بتاؤ کہ 6 کپ چاول پکانے کے لیے اسے کتنے کپ پانی چاہیئے؟ کیا آپ اس کی مدد کر سکتے ہیں؟

روزمرہ کی زندگی میں ہمیں بعض دفعہ ایسے مواقع آتے ہیں جبکہ ہمیں کسی ایک شئے کی مقدار میں کمی بیشی کرنے پر دوسری شئے کی مقدار تبدیل کرنی پڑتی ہے۔مثلاً

1) اگر ہمارے اسکول میں زیادہ طلبا شریک ہوں تو دوپہر کے کھانے کے لیے چاول کی مقدار میں کیا تبدیلی ہوگی۔کیا ہمیں زیادہ مقدار میں کھانے کی ضرورت ہوگی؟

2) اگر ہم کسی بینک میں کچھ زیادہ رقم جمع کرائیں تو اس پر سود کی رقم کے بارے میں آپ کیا کہیں گے؟ یقیناً سود کی رقم میں اضافہ ہوگا۔

3) خریدی جانے والی اشیا میں کمی واقع ہو تو جملہ قیمت پر کیا اثر پڑے گا؟ یقینی طور پر جملہ قیمت بھی گھٹ جائے گی۔

4) اگر چائے کی 40 پیکٹوں کا وزن 1.6 کیلوگرام ہو تو ایسی 20 پیکٹوں کا وزن کتنا ہوگا؟ واضح ہے کہ چائے کی 20 پیکٹوں کا وزن کم ہوگا۔

اوپر دی گئی مثالوں میں ہمیں پتہ چلتا ہے کہ کسی ایک شئے کی مقدار میں تبدیلی پر دوسری شئے کی مقدار بھی بدل جاتی ہے۔

یہ کیجیے

ایسی اور 5 مثالیں دیجیے جہاں کے ایک شئے کی مقدار میں تبدیلی پر دوسری شئے کی مقدار بھی بدلتی ہے۔

ہم یہ کیسے معلوم کریں گے کہ گوپی کو کتنے پانی کی ضرورت ہے؟ اس سوال کا جواب معلوم کرنے کے لیے ہمیں بعض تبدیلیوں پر مشاہدہ کرنا پڑے گا۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 21-2020

10.1 راست تناسب

شجرکاری کے ایک موقع پر ماحولیات پر اسکول کی ٹیم کے ذمہ دار نے چاہا کہ پودے لگائے جائیں۔ ذیل میں ماحولیات کے کلب کے ارکان کی تعداد دی گئی ہے۔

جماعت	VI	VII	VIII	IX	X
ماحولیات ٹیم کے طلبا کی تعداد	5	7	10	12	15

ہر ایک طالب علم کو 2 پودے لگانے ہیں۔ بتاؤ کہ ہر کلاس کے لیے کتنے پودوں کی ضرورت ہوگی؟

جماعت	VI	VII	VIII	IX	X
ماحولیات ٹیم کے طلبا کی تعداد	5	7	10	12	15
پودوں کی تعداد	10	14	20	24	30

SCERT TELANGANA

مطلوبہ پودوں کی تعداد کے بارے میں آپ کی کیا رائے ہے؟ پودوں کی تعداد اور طلبا کی تعداد کے درمیان کیا فرق واقع ہوتا ہے؟ کیا دونوں کی تعداد گھٹے گی یا پھر بڑھے گی؟

$$\frac{\text{پودوں کی تعداد}}{\text{طلبا کی تعداد}} = \frac{10}{5} = \frac{14}{7} = \frac{20}{20} = ... = \frac{2}{1} = 2$$

جو کہ ایک مستقل عدد ہے اسے مستقل تناسب کہتے ہیں۔

چونکہ نسبت مساوی ہے اسے راست تناسب بھی کہا جاتا ہے۔

اگر x اور y ایسی دو مقداریں ہیں اس طرح کہ دونوں ایک ساتھ بڑھتی ہیں یا گھٹتی ہیں اور $\frac{x}{y}$ مستقل رہتا ہے۔ (مثلاً k) تب ہم کہتے ہیں کہ x اور y راست تناسب میں ہیں۔ اسے اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔ $x\alpha y$ اور x راست طور پر y کے متناسب ہوتا ہے' پڑھتے ہیں۔

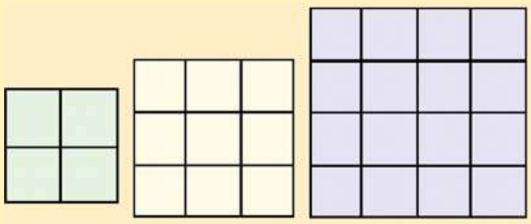
اگر y_1 اور y_2، x_1 اور x_2 کی متعلقہ قیمتیں ہیں تب $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

یہ کیجئے

1) روزمرہ زندگی کی کوئی ایسی تین مثالیں دیجئے جہاں کے راست تناسب حاصل ہوتا ہے۔

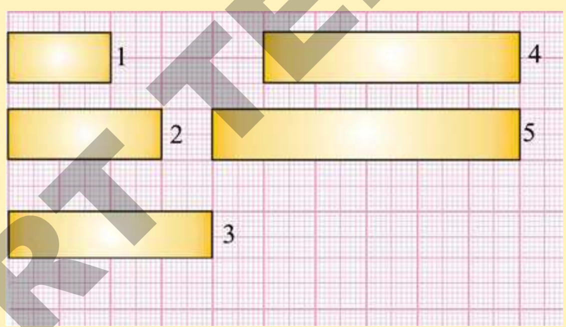
2) 2 سمر، 3 سمر، 4 سمر اور 5 سمر اضلاع کے مختلف مربعوں پر غور کیجئے۔ ان کے رقبے معلوم کیجئے اور دیے گئے جدولوں کو پر کیجئے۔

ضلع سمر میں	رقبہ مربع سمر میں
2	
3	
4	
5	



آپ نے مشاہدہ کیا دیکھا؟ کسی مربع کے ضلع کی تبدیلی پر کیا اس کا رقبہ بھی بدل جاتا ہے؟ ایک مربع کا رقبہ معلوم کیجئے جس کا ضلع دیا گیا ہو۔ کیا نسبت وہی رہے گی؟ ظاہر ہے وہی قیمت نہیں ہوگی۔ لہذا یہ تبدیلی راست تناسب نہیں ہے۔

3) ذیل میں ترسیمی کاغذ پر مساوی عرض رکھنے والے مستطیل دیئے گئے ہیں ہر ایک مستطیل کا رقبہ معلوم کیجئے اور ذیل کی خانہ پری کیجئے۔



مستطیل					
طول (سمر میں)					
رقبہ (مربع سمر میں)					

کیا رقبہ طول کے راست متناسب میں ہوتا ہے۔

4) ایک ترسیمی کاغذ پر مختلف طول اور مختلف عرض کے چند مستطیل بنائیے۔ ہر ایک کا رقبہ معلوم کیجئے۔ عرض اور رقبہ کے تعلق سے آپ کیا نتیجہ اخذ کرتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

مثال:1 اگر 65 چائے کی پیکٹوں کی قیمت ` 2600 ہے تو 75 پیکٹوں کی قیمت کیا ہوگی؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ اگر چائے کی پیکٹوں کی تعداد بڑھتی ہے تو قیمت بھی بڑھ جائے گی لہذا چائے کی پیکٹوں کی قیمت ان کی تعداد کے ساتھ راست طور پر تبدیل ہوگی۔

پیکٹوں کی تعداد (x)	65	75
قیمت (y)	2600	؟

یہاں $x_1 = 65$ $y_1 = 2600$ $x_2 = 75$ $y_2 = ?$

قیمتیں رکھنے پر $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ لہٰذا $\frac{65}{2600} = \frac{75}{y_2} \Rightarrow y_2 = \frac{75 \times 2600}{65} =$ ` 3000

لہٰذا ایسی 75 پیکٹوں کی قیمت ` 3000 ہوگی۔

مثال:2 ذیل میں کسی قریبی ریلوے اسٹیشن کے پاس کار پارکنگ کے چارجس دیئے گئے ہیں۔

گھنٹے (x)	پارکنگ فیس (y)
4 گھنٹے	` 60
8 گھنٹے	` 100
12 گھنٹے	` 140
24 گھنٹے	` 180

جانچ کرکے بتایئے کہ پارکنگ کے چارجس اور پارکنگ کے گھنٹے راست تناسب میں ہیں یا نہیں؟

حل: ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دونوں قیمتیں بتدریج بڑھ رہی ہیں۔ کیا یہ دونوں راست تناسب میں ہیں؟ x/y کی قیمت کیا ہوگی۔ اگر یہ قیمت مستقل ہے تو دونوں راست تناسب میں ہوں گی۔ ورنہ دونوں راست تناسب میں نہیں ہوں گی۔ آیئے جانچ کرکے دیکھتے ہیں۔

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{60}, \frac{8}{100}, \frac{12}{140}, \frac{24}{180}$$

آپ آسانی سے پہچان سکیں گے کہ یہ نسبتیں مساوی نہیں ہیں لہٰذا یہ قیمتیں راست تناسب میں نہیں ہوں گی۔

مثال:3 8 میٹر لمبے ایک کھمبے کا سایہ 10 میٹر ہے۔ اسی وقت کسی درخت کا سایہ 40 میٹر ہو تو یہ کتنا اونچا ہوگا؟

SCERT TELANGANA

حل: سایہ کا طول کھمبے کی بلندی کے ساتھ راست طور پر بدلتا ہے۔

لہٰذا $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ جہاں $x_1=8m$ $y_1=10m$ $x_2=?$ اور $y_2=40m$

قیمتیں درج پر $\frac{8}{10}=\frac{x_2}{40}\Rightarrow x_2=\frac{8\times 40}{10}=32m$

لہٰذا درخت کی بلندی 32 میٹر ہے۔

مثال 4: اگر ایک پائپ سے 50 لیٹر کی گنجائش رکھنے والے ایک حوض کو پانچ گھنٹوں میں بھرا جاتا ہے تو بتاؤ کہ 75 لیٹر کی گنجائش رکھنے والے حوض کو بھرنے کتنی دیر لگے گی۔

حل: حوض میں پانی کا حجم $\propto$ مطلوبہ وقت کے

لہٰذا $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ جہاں $x_1=50l$ $y_1=5hr$ $x_2=75l$ اور $y_2=?$

$$\frac{50}{5}=\frac{75}{y^2}\Rightarrow y^2=\frac{75\times 5}{50}=\frac{\cancel{375}^{15}}{\cancel{50}_{2}}=7\frac{1}{2}hr$$

75 لیٹر گنجائش والے حوض کو بھرنے کے لئے $7\frac{1}{2}$ گھنٹے کا وقت درکار رہوگا

مثال 5: 10 میٹر کپڑے کی قیمت ` 1600 ہو تو 24.5 کپڑے کی قیمت کیا ہوگی؟

حل: قیمت کپڑے کے طول کے ساتھ راست تناسب میں ہوتی ہے۔لہٰذا $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ جہاں، $x_1=20$ میٹر $y_1=$ ` 1600

$x_2=24.5$ میٹر اور $y_2=?$

قیمت درج کرنے پر $\frac{20}{1600}=\frac{24.5}{y_2}\Rightarrow y_2=\frac{1600\times 24.5}{20}=₹1960$

لہٰذا 24.5 میٹر کپڑے کی قیمت 1960 روپے ہوگی۔

ایسا کیجیے

دیئے ہوئے نقشہ میں فاصلہ کی پیائش کیجیے اوراس کی مدد سے

(i) وجئے واڑہ اوروشا کھا پٹنم کے درمیان کا فاصلہ معلوم کیجیے۔

(ii) تروپتی اورورنگل کے درمیان کا فاصلہ محسوب کیجیے۔(پیمانہ دیا گیا ہے)

پیمانہ اسکیل یہ بتاتا ہے کہ نقشہ بناتے وقت دوشہروں کے درمیانی فاصلہ کو کیسے کم کیا جاتا ہے۔

اسکیل: 1 سم = 300 کلومیٹر

اسکیل کونسبت میں تبدیل کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔یا : 1 cm : 30000000cm

سنٹی میٹر کو مشترک اکائی کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔

SCERT TELANGANA

مشق - 10.1

1) 5 میٹر کپڑے کی قیمت 210 روپے ہوتی ہے۔ (i) 2 میٹر کپڑے کی قیمت معلوم کیجیے (ii) 4 میٹر (iii) 10 میٹر (iv) 13 میٹر کپڑے کی قیمت کیا ہوگی۔

2) خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

سیبوں کی تعداد	1	4	7	12	20
سیبوں کی تعداد روپیوں میں	8	....	....	....	....

3) دھان کے 48 تھیلوں کی قیمت 16800 روپے ہے تو بتاؤ کہ 36 تھیلوں کی قیمت کیا ہوگی۔

4) 4 ارکان پر مشتمل ایک خاندان کا ماہانہ خرچ 2800 روپے ہے تو بتاؤ کہ 3 ارکان کے خاندان کا ماہانہ خرچ کیا ہوگا۔

5) 28 میٹر لمبے ایک پانی کے جہاز کی بلندی 12 میٹر ہے اگر کسی اور جہاز کی بلندی 9 میٹر ہو تو اس کی لمبائی کیا ہوگی۔

6) 5 میٹر 60 سم عمودی کھمبے کا سایہ 3 میٹر 20 سم ہے۔ تو بتاؤ کہ

(i) 10 میٹر 50 سم اونچے ایک اور کھمبے کا سایہ کتنا لمبا ہوگا۔

(ii) اگر کسی کھمبے کا سایہ 5 میٹر لانبا ہو تو اس کی اونچائی معلوم کیجیے۔

7) سامان سے لدا ہوا ایک ٹرک 25 منٹ میں 14 کیلومیٹر کا فاصلہ طئے کرتا ہے تو بتاؤ کہ اسی رفتار سے 5 گھنٹوں میں یہ کتنا دور جائے گا۔

8) ایک موٹے کاغذ کے 12 شیٹ 40 گرام وزنی ہیں تو محسوب کرو کہ 2/3 16 کیلوگرام وزن میں کتنے شیٹ آئیں گے۔؟

9) ایک ٹرین 75 کیلومیٹر فی گھنٹہ کی یکساں رفتار سے حرکت کرتی ہے

(i) 20 منٹ میں یہ کتنا فاصلہ طئے کرے گی؟

(ii) 250 کیلومیٹر فاصلہ طئے کرنے کے لیے اسے کتنا وقت لگے گا؟

10) ایک مائکرو چپ کا اسکیل 40:1 ہے منصوبہ میں اس کی لمبائی 18 سم ہے تو بتاؤ کہ مائکرو چپ کی اصل لمبائی کیا ہوگی۔

11) ڈاکٹروں اور وکلاء کی عمروں کا مجموعی اوسط 40 ہے۔ اگر ڈاکٹروں کی عمر کا اوسط 35 اور وکلاء کی عمر کا اوسط 50 ہے تب ڈاکٹروں اور وکلاء کی تعداد کی نسبت معلوم کیجیے۔

منصوبہ کام

1) ہندوستان کا نقشہ لیجیے اور اسی نقشے کا اسکیل استعمال کیجیے اور کوئی دو شہروں کے درمیان نقشے کے اسکیل کا فاصلہ معلوم کیجیے؟ ان شہروں کا اصل فاصلہ کیا ہوگا۔؟

2) 5 افراد کے لیے حلوہ تیار کرنے 250 گرام روا، 300 گرام شکر، 200 گرام گھی، 500 ملی لیٹر پانی درکار ہے۔ تناسب کے ذریعہ آپ کی جماعت کے طلبا کے لیے حلوہ تیار کرنے اشیا کی مقدار میں کیا تبدیلی آئے گی؟

SCERT TELANGANA

10.2 معکوس تناسب

کسی کوریئر کمپنی کو بعض پارسل ان کے مقامات پر پہنچانا ہے۔کمپنی کی جانب سے 12 دنوں کیلئے 36 افراد مامور کیئے جاتے ہیں۔اگر صرف 18 افراد ہوں تو اس کام کیلئے 24 دن لگیں گے۔آپ یہ بات نوٹ کریں کہ افراد کی تعداد آدھی کردینے پر درکار وقت دوگنا ہو جائے گا۔

اگر کمپنی 72 افراد سے کام لیتی ہے تو بتاؤ کہ کیا آدھا وقت ہی لگے گا؟

ہاں! اتنا ہی وقت لگے گا۔آیئے خاکہ میں دیکھتے ہیں۔

افراد کی تعداد	36	18	9	72	108
درکار وقت	12	24	48	6	4

(اوپر: ÷2، ÷4، ×2، ×3 — نیچے: ×2، ×4، ÷2، ÷3)

اگر کوئی کمپنی یہ پارسلس ایک ہی دن میں پہنچا دینا چاہتی ہے تو کتنے افراد کی ضرورت ہوگی؟

دو مقداریں کچھ اس طرح بدلتی ہیں کہ ایک کے بڑھنے پر دوسری اسی تناسب میں گھٹ جاتی ہے۔اس تناسب کو معکوس تناسب کہتے ہیں۔اوپر کی مثال میں افراد کی تعداد اور دنوں کی تعداد معکوس تناسب میں پائی جاتی ہیں۔علامتی طور پر اسے ایسا لکھا جاتا ہے۔

$$\text{درکار دن} \propto \frac{1}{\text{افراد کی تعداد}}$$

اگر x اور y معکوس تناسب میں ہیں تب $x \propto \frac{1}{y}$

$x = \frac{k}{y}$ جہاں k کو تناسبی مستقل کہا جاتا ہے

اور $xy = k$

اگر y_1 اور y_2، x_1 اور x_2 کی متعلقہ قیمتیں ہیں تب

$x_1y_1 = x_2y_2 (= k)$ یا $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$

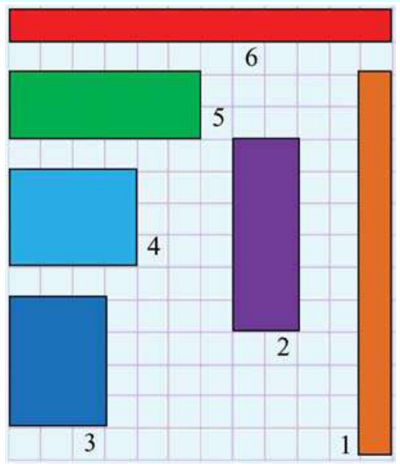
SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

یہ کیجیے

1) روزمرہ زندگی کے کوئی ایسی تین مثالیں دیجیے جہاں معکوس تناسب پایا جاتا ہو

2) دیئے گئے مربعی کاغذ پر 12 متصل کے استعمال سے مختلف ابعاد کے مختلف مستطیل بنائیے۔ ایسے مستطیلوں کے طول اور عرض محسوب کیجیے اور دیئے گئے جدول میں لکھیے۔



مستطیلوں کی تعداد	طول (سنٹی میٹر میں)	عرض (سنٹی میٹر میں)	رقبہ (مربع سنٹی میٹر میں)
1	l1......	b1......	....
2	l2......	b2......	....
3	l3......	b3......	....
4	l4......	b4......	....
5	l5......	b5......	....
6	l6......	b6......	....

آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟ طول کے بڑھنے پر عرض گھٹتا ہے اور اس کے برعکس بھی ہوتا ہے۔ (ایک مستقل رقبہ کے لیے)

کیا طول اور عرض ایک دوسرے کے معکوس تناسب میں ہیں؟

مثال:6 اگر 36 ورکرس ایک دیوار 12 دن میں تعمیر کرتے ہیں تو 16 ورکرس اسے کتنے دن میں تعمیر کریں گے؟

حل: اگر ورکرس کی تعداد کم کی جاتی ہے تو تعمیر کی مدت میں اسی تناسب سے اضافہ ہوگا۔ لہٰذا ورکرس کی تعداد دنوں کی تعداد کے معکوس تناسب میں ہوگی۔

لہٰذا یہاں $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ جہاں $x_1 = 36$ ورکرس، دن $y_1 = 12$

ورکرس $x_2 = 16$ اور دن $y_2 = ?$

ورکرس کی تعداد	دنوں کی تعداد
36 ↓	12 ↑
16	y_2

قیمتیں درج کرنے پر $\frac{36}{16} = \frac{y_2}{12} \Rightarrow y_2 = \frac{12 \times 36}{16} = 27$

لہٰذا 16 ورکرس 27 دنوں میں اس دیوار کو تعمیر کریں گے۔

چونکہ ورکرس کی تعداد گھٹا دی گئی ہے

$36 \div x = 16 \Rightarrow x = \frac{36}{16}$

لہٰذا دنوں کی تعداد اسی تناسب میں بڑھ جائے گی

یعنی $x \times 12 = \frac{36}{16} \times 12$

$=27$ دن

SCERT TELANGANA

سوچئے، بحث کیجئے، اور لکھئے

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہر دو بدل تناسب میں ہوتا ہے۔

ایک کتاب میں 100 صفحات ہیں۔ بتائیے کہ پڑھے گئے صفحات اور وہ صفحات جنہیں نہ پڑھا گیا ہو ایک دوسرے سے کس طرح تعلق رکھتے ہیں۔

پڑھے گئے صفحات کی تعداد (x)	10	20	30	40	50
وہ صفحات جنہیں چھوڑ دیا گیا (y)	90	80	70	50	30

پڑھے گئے صفحات کی تعداد بتدریج بڑھتی ہو تو باقی چھوڑ دیئے گئے صفحات کی تعداد کیسے تبدیل ہوگی۔ کیا یہ تبدیلی معکوس تناسب میں ہوگی؟ وضاحت کیجیے۔

مشق - 10.2

1۔ ذیل کے جدولوں کا مشاہدہ کیجیے اور معلوم کیجیے کہ کونسے دو متغیر یات (x اور y) معکوس تناسب میں ہیں۔

(i)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8

(ii)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15

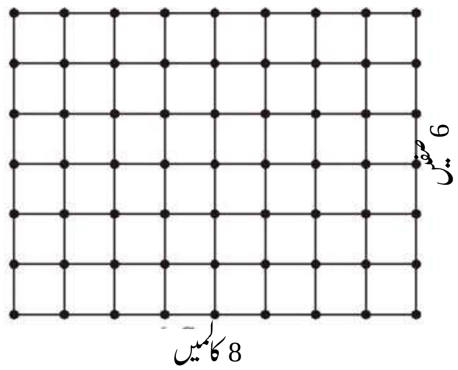
(iii)

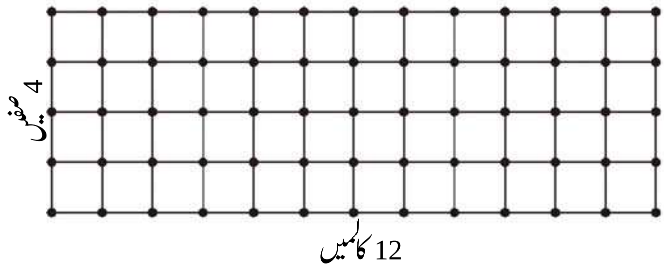
x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	25

.2 کتابوں کی خریدی کے لیے ایک مدرسہ کی جانب سے 6000 ` خرچ کیئے جائیں گے۔ اسی آنکڑے کو استعمال کرتے ہوئے حسب ذیل جدول کی خانہ پری کیجئے۔

ہر ایک کتاب کی قیمت (روپیوں میں)	40	50		75	
کتابوں کی تعداد جنہیں خریدنا ہے	150		100		75

.3 ایک مربع کی شکل کا ایک کاغذ لیتے ہوئے ذیل کے جدولوں کے مطابق مختلف قطاروں میں 48 ڈبے جمائیے۔





SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

صفوں کی تعداد (R)	2	3	4	6	8
کالموں کی تعداد (C)	---	---	12	8	---

آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟ R میں اضافہ ہونے پر C گھٹتا ہے۔

(i) کیا $R_1 : R_2 = C_2 : C_1$

(ii) کیا $R_3 : R_4 = C_4 : C_3$

(iii) کیا R اور C ایک دوسرے کے ساتھ معکوس تناسب میں ہیں؟

(iv) اسی عمل کو 36 مربعوں کے ساتھ کیجئے

کلاس پراجکٹ:

☆ ایک ہفتہ کے دوران اپنی جماعت کے حاضر اور غیر حاضر بچوں کا ایک جدول بنائیے۔

☆ اپنے ساتھیوں کے ساتھ گفتگو کیجئے اور مشاہدات کو اپنے ریکارڈ میں نوٹ کیجئے۔

ہفتے کے دن	حاضر طلبا کی تعداد (x)	غیر حاضر طلبا کی تعداد (y)	$x . y$
پیر			
منگل			
چہارشنبہ			
جمعرات			
جمعہ			
ہفتہ			

آیئے چند سوالات حل کریں۔

مثال 7: ایک ہاسٹل میں 100 طلبا کے لیے 40 دن کا راشن دستیاب ہے۔ بتاؤ کہ 4 دن کے بعد ہاسٹل میں مزید 12 طلبا شامل ہوجانے پر یہ راشن کتنے دن چلے گا۔

حل: طلبا کی تعداد بڑھ جانے پر راشن اسی تناسب سے کم دنوں تک چلے گا۔ لہٰذا طلبا کی تعداد اور راشن دونوں معکوس تناسب میں ہوں گے۔

	کتنے دن کا راشن موجود ہے	طلبا کی تعداد
	40	100
4 دن بعد	36 ↓	100 ↑
	x	120

اب سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ اگر 100 طلبا کے لیے 36 دنوں کا راشن ہے تو یہی راشن 120 طلبا کے لیے کتنے دن چلے گا؟

SCERT TELANGANA

چونکہ طلبا کی تعداد میں اضافہ ہو رہا ہے

$$100 \times x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{100}$$

دنوں کی تعداد اسی تناسب میں گھٹ جائے گی

یعنی $36 \div x$

$$= 36 \div \frac{120}{100}$$

$$\Rightarrow 36 \times \frac{120}{100} = 30$$ دن

$$\frac{36}{x} = \frac{120}{100}$$

$$x = \frac{\overset{3}{\cancel{36}} \times 10\cancel{0}}{\cancel{12}\cancel{0}} = 30$$

مثال 8: 60 کیلومیٹر فی گھنٹے کی رفتار سے ایک کار 4 گھنٹوں میں اپنی منزل پر پہنچ جاتی ہے۔ اگر اس کی رفتار 80 کیلومیٹر فی گھنٹہ ہو تو یہ کتنے وقت میں منزل پر پہنچے گی۔

حل: رفتار بڑھنے پر، اسی تناسب سے درکار وقت میں کمی آئے گی۔ اس لئے درکار وقت، گاڑی کی رفتار کے معکوس تناسب میں ہوگا، جبکہ فاصلہ مستقل ہو

پہلا طریقہ

رفتار	وقت
60 ↓	4 ↑
80	x

$$\frac{60}{80} = \frac{x}{4}$$

$$60 \times 4 = 80 \times x$$

$$x = \frac{60 \times 4}{80} = 3$$ گھنٹے

یا

دوسرا طریقہ

رفتار	وقت
$x \times$ 60	4 $\div x$
80	y

$$60 \times x = 80 \qquad 4 \div x = y$$

$$x = \frac{80}{60}$$

$$4 \div \frac{80}{60} = y$$

$$y = \frac{4 \times 60}{80} = 3$$ گھنٹے

مثال 9: پانی کے ایک ٹینک کو ایک گھنٹہ 20 منٹ میں بھرنے کیلئے 6 پمپ درکار رہوں گے۔ اگر صرف 5 پمپ ہی استعمال کیئے جائیں تو کتنا وقت لگے گا؟

حل: فرض کیجئے کہ ٹینک کو بھرنے کیلئے x منٹ لگیں گے تب ذیل کا جدول حاصل ہوگا۔

5	6	پمپوں کی تعداد
x	80	وقت (منٹوں میں)

پمپس کی تعداد کم ہو تو ٹینک بھرنے کے لیے زیادہ وقت لگے گا۔

SCERT TELANGANA

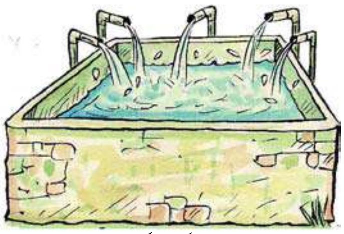
لہٰذا یہ صورت معکوس تناسب کی صورت ہے

اس لئے $[x_1 y_1 = x_2 y_2]$ $80 \times 6 = x \times 5$

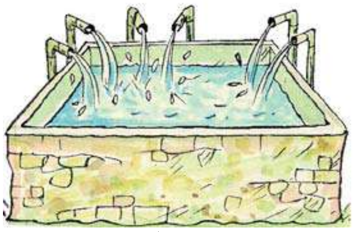
یا $\frac{80 \times 6}{5} = x$

یا $x = 96$ منٹ

لہٰذا 5 پمپ استعمال کرتے ہوئے ٹینک کو 96 منٹ یا ایک گھنٹہ 36 منٹ میں بھرا جا سکتا ہے۔



5 پائپ ایک ٹینک میں



6 پائپ ایک ٹینک میں

مشق - 10.3

1) احمد کے پاس اتنی رقم ہے کہ وہ 8 روپے فی کیلو کے حساب سے 5 کیلو آلو خرید سکے۔ اگر آلو کی قیمت 10 روپے فی کیلو ہو جائے تو اتنی ہی رقم میں کتنے کیلو آلو خریدے جا سکیں گے؟

2) ایک کیمپ میں 500 افراد کے لیے 70 دنوں کے اجناس کا ذخیرہ ہے۔ اگر کیمپ میں مزید 200 لوگ آ جانے پر یہ ذخیرہ کتنے دنوں افراد کے لیے کافی ہوگا؟

3) 36 افراد ایک کام 12 دنوں میں کر سکتے ہیں تو بتاؤ کہ 9 افراد اس کام کو کتنے دنوں میں کریں گے؟

4) ایک ٹانکی کو 5 پائپوں کے ذریعے 80 منٹ میں بھرا جا سکتا ہے۔ اُسی سائز کے 8 پائپوں سے اس ٹانکی کو بھرنے کے لئے کتنا وقت درکار ہوگا۔

5) ایک جہاز 16 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک مقررہ فاصلہ 10 گھنٹوں میں طئے کرتا ہے اسی فاصلہ کو اگر 8 گھنٹوں میں طے کرنا ہو تو رفتار میں کتنا اضافہ چاہئے؟

6) 5 پمپس کی مدد سے ایک ٹینک کو بھرنے کے لئے ڈیڑھ گھنٹے درکار ہیں۔ اسی ٹینک کو آدھے گھنٹے میں بھرنے کے لئے ایسے کتنے پمپس درکار ہوں گے؟

7) اگر 15 ورکرس ایک دیوار 48 گھنٹے میں تعمیر کرتے ہیں تو بتایئے کہ اسی دیوار کو 30 گھنٹوں میں تعمیر کرنے کے لیے کتنے ورکرس چاہئے؟

8) ایک اسکول میں ہر ایک گھنٹہ 45 منٹ کے حساب سے 8 گھنٹے رکھے گئے ہیں۔ اگر اس اسکول میں کسی دن 6 گھنٹہ چلائے جائیں تو ہر گھنٹہ کا وقت کتنا ہوگا؟ (اگر اسکول کے کام کا وقت وہی ہو)

9) x کے بدلنے پر اگر z راست طور پر تبدیل ہوتا ہے اور y کے بدلنے پر معکوس طور پر بدلتا ہے تو x میں 12 فیصد کے اضافہ اور y میں 20

SCERT TELANGANA

فیصد کی کمی سے z کی قیمت میں کتنا فیصد اضافہ ہوگا۔

10) اگر $(x+1)$ افراد ایک کام کو $(x+1)$ دن میں کرتے ہیں تو بتاؤ کہ $(x+2)$ افراد اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں گے؟

11) 24 میٹر محیط کے ایک مستطیل کی لمبائی میں ایک میٹر کے اضافہ سے اس کے عرض اور رقبہ میں بھی اسی تناسب میں تبدیلی آئے گی۔ ان معلومات کے ساتھ ذیل کے جدول کی قیمتوں کو استعمال کرتے ہوئے بتائیے کہ طول میں تبدیلی کے ساتھ عرض اور رقبہ کس طرح بدلتا ہے۔ آپ نے کیا دیکھا؟ اپنے مشاہدات نوٹ بک میں درج کیجئے۔

لمبائی (سمر میں)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
چوڑائی (سمر میں)	11	10	....	....	....	....	....	....	....
رقبہ (مربع سمر میں)	11	20	....	....	....	....	....	....	....

10.3 مرکب تناسب

بعض دفعہ کسی ایک مقدار میں تبدیلی 2 یا زائد دیگر مقداروں میں تبدیلی پر منحصر ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں پہلی مقدار کی نسبت کا دوسری دو مقداروں کی مرکب نسبت سے تقابل کیا جاتا ہے۔

(i) ایک مقدار دوسری دو مقداروں کے ساتھ راست متناسب میں ہوسکتی ہے۔

(ii) کوئی ایک مقدار دوسری دو مقداروں کے ساتھ معکوس تناسب میں ہوسکتی ہے۔

(iii) کوئی ایک مقدار کوئی دوسری دو مقداروں میں سے ایک مقدار کے ساتھ راست تناسب میں اور باقی مقدار کے ساتھ معکوس تناسب میں پائی جاسکتی ہے۔

مثال 10: 35 طلبا کے لیے 24 دنوں کے میس چارجس 6300 ` ہیں۔ تو بتاؤ کہ 25 طلبا کے لیے 18 دنوں کے میس چارجس کیا ہوں گے۔

حل: ہمارے پاس تین مقداریں ہیں یعنی میس چارجس، طلبا کی تعداد اور دنوں کی تعداد

میس چارجس (روپیوں میں)	طلبا کی تعداد	دنوں کی تعداد
6300	35	24
? (x)	25	18
$6300 : x$	$35 : 25 = 7 : 5$	$24 : 18 = 4 : 3$

میس چارجس طلبا کی تعداد کے راست تناسب میں ہوں گے۔

طلبا کی تعداد $\propto$ میس چارجس

$$6300 : x = 7 : 5$$

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

یہی میس چارجس دنوں کی تعداد کے بھی راست تناسب میں ہوں گے۔

دنوں کی تعداد $\propto$ میس چارجس

$6300 : x = 4 : 3$

چونکہ میس چارجس دونوں دیگر قیمتوں یعنی طلبا کی تعداد اور دنوں کی تعداد پر منحصر ہوتے ہیں۔لہذا ان دو متغیر مقداروں کی مرکب نسبت لینا ہوگا۔

میس چارجس راست تناسب میں ہیں۔طلبا کی تعداد اور دنوں کی تعداد کی مرکب تناسب سے

$6300 : x =$ 7 : 5 اور 4 : 3 کی مرکب نسبت

$$6300 : x = 7 \times 4 : 5 \times 3$$

$$6300 : x = 28 : 15$$

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$$28 \times x = 15 \times 6300$$

$$x = \frac{15 \times 6300}{28}$$

$$x = ₹\ 3375.$$

لہٰذا مطلوبہ میس چارجس 3375 `

مثال 11: 24 ورکرس روزانہ 6 گھنٹے کام کرتے ہوئے ایک کام کو 14 دنوں میں تکمیل کر سکتے ہیں۔اگر ہر ایک ورکر روزانہ 7 گھنٹے کام کرتا ہو تو بتاؤ کہ 8 دنوں میں اس کام کی تکمیل کے لیے کتنے ورکرس لگیں گے۔

حل: یہاں پر تین مقداریں پائی جاتی ہیں یعنی ورکرس ایک دن میں گھنٹوں کی تعداد اور دنوں کی تعداد

ورکرس کی تعداد	گھنٹوں کی تعداد فی دن	دنوں کی تعداد
24	6	14
? (x)	7	8
$24 : x$	$6 : 7$	$14 : 8 = 7 : 4$

ورکرس کی تعداد ایک دن میں گھنٹوں کی تعداد کی معکوس تناسب میں پائی جاتی ہے۔

$$\text{ورکرس کی تعداد} \propto \frac{1}{\text{گھنٹوں کی تعداد فی دن}}$$

SCERT TELANGANA

$24 : x = 7 : 6$ کی معکوس نسبت یعنی $6 : 7$ کے

$24 : x$ راست متناسب ہوگا $6 : 7$ کے

ایک بار پھر دنوں کی تعداد ورکرس کی تعداد کی معکوس تناسب میں پائی جاتی ہے

ورکرس کی تعداد $\propto$ $\dfrac{1}{\text{دنوں کی تعداد}}$

$24 : x = 4 : 7$ کی معکوس نسبت یعنی $7 : 4$ کے

چونکہ ورکرس کی تعداد دو متغیر مقداروں یعنی دنوں کی تعداد اور فی دن گھنٹوں کی تعداد پر منحصر ہوتی ہے لہٰذا

دن میں گھنٹوں کی تعداد کی معکوس نسبت کی مرکب نسبت اور دنوں کی تعداد کی معکوس نسبت کے $\propto$ ورکرس کی تعداد

$6 : 7$ اور $7 : 4$ کے کی مرکب نسبت $= 24 : x$

$24 : x = 7 \times 4 : 6 \times 7$

$24 : x = 4 : 6$

$24 : x = 2 : 3$

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$2 \times x = 24 : 3$

$x = 36$

اس طرح مطلوبہ ورکرس کی تعداد=36

حل کا ایک اور طریقہ

$\dfrac{24}{x} = \dfrac{7}{6} \times \dfrac{4}{7}$

$\dfrac{24}{x} = \dfrac{2}{3}$

$2 \times x = 24 \times 3$

$x = \dfrac{72}{2} = 36$

مثال:12 12 پینٹرس 180 میٹر طویل وال پینٹنگ کو 3 دن میں تکمیل کرتے ہیں تو بتاؤ کہ 5 دنوں میں ایسی 200 میٹر طویل وال پینٹنگ کی تکمیل کے لیے کتنے پینٹرس درکار ہوں گے۔

حل: یہاں پینٹرس کی تعداد دیوار کی لمبائی کے راست تناسب میں اور دنوں کی تعداد کی معکوس تناسب میں پائی جاتی ہے۔

پینٹرس کی تعداد	دیوار کی لمبائی (میٹر)	دنوں کی تعداد
12	180	3
x	200	5
$12 : x$	$180 : 200 = 9 : 10$	$12 : x$

پینٹروں کی تعداد راست متناسب ہیں دیوار کے طول کے

$12 : x = 9 : 10$

ورکرس کی تعداد $\propto$ $\dfrac{1}{\text{دنوں کی تعداد}}$ ....(1) اور

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

SCERT TELANGANA

$3:5=12:x$ کی معکوس نسبت کے

$$12:x=5:3------(2)$$

مساوات (1) اور (2) سے

$9:10=12:x$ اور $5:3$ کی مرکب نسبت کے

$$12:x \;=\; 9\times 5:10\times 3$$

$$12:x \;=\; 45:30=3:2$$

$$12:x=3:2$$

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$$3\times x=12\times 2$$

$$x=\frac{24}{3}=8$$

$$\frac{12}{x}=\frac{9}{10}\times\frac{5}{3}$$

$$\frac{12}{x}=\frac{3}{2}$$

$$12\times 2=3\times x$$

$$x=\frac{\overset{4}{\cancel{12}}\times 2}{\cancel{3}}=8$$

مطلوبہ پینٹروں کی تعداد = 8

مشق - 10.4

1) 480 روپئے کے چاول 20 دنوں تک 8 افراد کے لیے کافی ہوں گے۔ بتاؤ کہ 15 دن کے لیے 12 افراد کو کتنے روپیوں کا چاول لگے گا؟

2) 10 افراد 75 کیلومیٹر طویل ایک سڑک 5 دنوں میں بچھا سکتے ہیں۔ بتاؤ کہ 45 کیلومیٹر طویل سڑک 15 افراد کتنے دنوں میں بچھائیں گے؟

3) 24 افراد روازانہ 8 گھنٹے کام کرتے ہوئے کسی کام کو 15 دن میں مکمل کر سکتے ہیں تو بتایئے کہ 20 افراد روزانہ 9 گھنٹے کام کرتے ہوئے اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں گے؟

4) 175 افراد 3150 میٹر طویل ایک کنال 36 دنوں میں کھود سکتے ہیں۔ بتایئے کہ 3900 میٹر لمبی کنال کی 24 دنوں میں کھدائی کے لیے کتنے افراد درکار ہوں گے؟

5) ایک کتاب کے مسودہ کو 14 ٹائپسٹ روزانہ 6 گھنٹے کام کرتے ہوئے 12 دنوں میں ٹائپ کر سکتے ہیں۔ اگر روزانہ 7 گھنٹے کام کیا جائے تو 4 ٹائپسٹ اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں گے؟

SCERT TELANGANA

ہم نے کیا سیکھا

☆ اگر x اور y راست تناسب میں ہوں تو دو مقداریں اسی نسبت میں تبدیل ہوں گی۔

یعنی اگر $\frac{x}{y} = k$ یا $x = ky$ ہم اس کو $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ یا $x_1:y_2=x_2:y_1$ کی شکل میں لکھ سکتے ہیں جہاں y_1 اور y_2، بالترتیب x_1 اور x_2 کی متعلقہ مقداریں ہیں۔

☆ لہٰذا کوئی دو مقداروں x اور y کو اس وقت معکوس تناسب میں کہا جائے گا جبکہ ان کے درمیان $xy=k$ کی نسبت سے تعلق پایا جاتا ہو۔ اگر y_1 اور y_2 بالترتیب x_1 اور x_2 کی متعلقہ مقداریں ہیں تو k کو تناسبی مستقل کہا جائے گا۔

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ یا } x_1y_1 = x_2y_2 (= k)$$

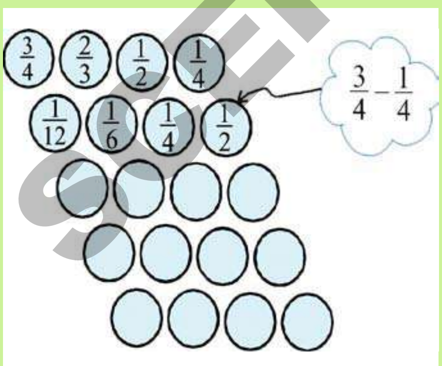
☆ اگر کوئی ایک مقدار دوسری مقدار کے گھٹنے (بڑھنے) سے بڑھتی (گھٹتی) ہے تو کہا جاتا ہے کہ وہ مقداریں اسی تناسب میں پائی جاتی ہیں۔ اسے ایسا بھی کہا جائے گا کہ ایک مقدار دوسری مقدار کی معکوس تناسب میں تبدیل ہوتی ہے۔ پہلی مقدار کی نسبت $(x_1 : x_2)$ مساوی ہوتی ہے دوسری مقدار کی معکوس نسبت $(y_1 : y_2)$ کے۔ چونکہ دونوں نسبتیں مساوی ہیں، ہم اس معکوس تبدیلی کو تناسب کہتے ہیں اور اسے معکوس تناسب کہا جاتا ہے۔

☆ بعض دفعہ کوئی ایک مقدار، کوئی ایک یا دو مقداروں پر اسی تناسب میں منحصر ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں ہم پہلی مقدار کی نسبت کو دوسری دو مقداروں کی مرکب نسبت سے جوڑتے ہیں۔

کسروں سے عمل ڈیفّی

مشغلہ اعداد کا ایسا کھیل ہے جس میں اعداد کو ترتیب وار تفریق (difference) کرتے ہیں۔ یہ مشغلہ تفریق کی مہارت کے فروغ کے لیئے مشق فراہم کرتا ہے۔

ہدایت



مرحلہ - 1 : دائروں کی ترتیب بنایئے جیسا کہ شکل میں بتایا گیا ہے کوئی چار کسروں کو منتخب کیجئے۔ اور ان کو اوپر کی صف میں موجود دائروں میں لکھیے۔

مرحلہ - 2 : دوسری صف میں موجود پہلے تین دائروں میں ہر دائرے کے اوپر دائیں اور بائیں جانب پائے جانے والے دائروں میں موجود اعداد کا فرق لکھیے اور ہمیشہ اس بات کا خیال رکھیں کہ بڑے سے چھوٹا عدد تفریق کیا جائے۔ دوسری صف کے بچے ہوئے چوتھے دائرے میں اوپر کی صف کے پہلے اور آخری دائرے میں موجود اعداد کا فرق لکھیئے۔ اور یہاں پر بھی لحاظ رکھا جائے کہ بڑے عدد سے چھوٹا عدد تفریق کیا جائے۔

مرحلہ - 3 : مرحلہ - 2 کو دہرایئے اور نیچے کے دائروں کو پر کیجئے۔ جب آپ کو تمام صف میں صفر حاصل ہو تب عمل کو روک دیجئے۔

مرحلہ - 4 : مرحلہ 1، 2 اور مرحلہ 3 کو کئی مرتبہ دہرایئے اور ہر مرتبہ الگ الگ اعداد کا انتخاب کیجئے۔ پہلی صف میں ان اعداد $\frac{2}{7}, \frac{4}{5}, \frac{3}{2}, \frac{5}{6}$ کو لے کر عملِ ڈیفّی کیجئے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

الجبرائی عبارتیں

11

Algebraic Expressions

11.0 تعارف

ان عبارتوں پر غور کیجئے

(i) $3+8-9$ (ii) $\frac{1}{3}xy$ (iii) 0 (iv) $3x+5$ (v) $4xy+7$ (vi) $15+0-19$ (vii) $\frac{3x}{y}(y\neq 0)$

(i), (iii) اور (vi) ہندسی عبارتیں ہیں جبکہ (ii), (iv) اور (v) الجبری عبارتیں ہیں۔ کیا آپ دونوں طرح کی عبارتوں میں فرق محسوس کر سکتے ہیں؟

کیا آپ ایسی ہی کئی اور عبارتیں بنا سکتے ہیں؟ جیسا کہ آپ جانتے ہیں الجبرا کی یہ عبارتیں متغیر مقداروں اور مستقل اعداد سے مل کے بنتی ہیں۔ عبارت $3x+5$ میں x متغیر کہلاتا ہے جبکہ 3,5 مستقل ہیں۔ $3x$ الجبرا کا رکن اور 5 ہندسی رکن کہلاتا ہے۔ عبارت $4x+7$، متغیرات x اور y کے علاوہ اعداد 4 اور 7 سے مل کر بنی ہے۔

اب $3xy$ ایک ہی رکن ہے جبکہ $2xy+pq-3$ میں تین ارکان ہیں۔

لہٰذا آپ جانتے ہیں کہ ارکان متغیرات اور مستقل سے مل کر تشکیل پاتے ہیں۔

عبارت کی تشکیل کے لیے ارکان کو جمع یا تفریق کیا جاتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ عبارت $3x+5$ کی قیمت کوئی ایک عدد ہو سکتا ہے۔ اگر $x=2$ ہو تو عبارت کی قیمت $3(2)+5=6+5=11$

x کی مختلف قیمتوں کے لیے $3x+5$ کی قیمتیں بھی مختلف ہوں گی۔

یہ کیجئے

1) ذیل کی عبارتوں میں ارکان کی تعداد بتائیے

$5xy^2$, $5xy^3-9x$, $3xy+4y-8$, $9x^2+2x+pq+q$

2) x کی مختلف قیمتوں کے لیے $3x+5$ کی قیمت کیا ہوگی۔

آیئے الجبرا کی کچھ اور عبارتوں $5xy^2$, $5xy^3-9x$, $3xy+4y-8$ وغیرہ پر غور کریں۔ یہ واضح ہے کہ $5xy^2$ ایک رکنی عبارت ہے۔ $5xy^3-9x$ دو رکنی عبارت ہے اور $3xy+4y-8$ تین رکنی عبارت ہے۔

جیسا کہ آپ واقف ہیں ایک رکنی عبارت $5xy^2$ کا درجہ 3 ہے۔

اس کے علاوہ $5xy^3-9x$ میں دو رکنی عبارت کا درجہ 4 ہے۔

اسی طرح سہ رکنی عبارت $3xy+4y-8$ کا درجہ 2 ہے۔

> کسی ایک رکنی میں تمام متغیرات کے قوت نماؤں کا حاصل جمع اس ایک رکنی کا درجہ ہوگا۔

> ایک عبارت میں سب سے زیادہ درجہ رکھنے والے رکن کا درجہ اس عبارت کا درجہ کہلاتا ہے۔

SCERT TELANGANA

ایسی عبارتیں جن میں ایک، دو اور تین ارکان ہوتے ہیں بالترتیب ایک رکنی، دو رکنی اور سہ رکنی کہلاتے ہیں۔ عام طور پر ایسی عبارت جس میں ایک یا زائد ارکان غیر صفری عددی سر کے ساتھ ہوتے ہیں کثیر رکنی کہلاتی ہے۔

11.1: مشابہہ اور غیر مشابہہ ارکان

حسب ذیل ارکان کا مشاہدہ کیجیے۔

$2x,\ 3x^2,\ 4x,\ -5x,\ 7x^3$

ان میں $2x$، $4x$ اور $-5x$ ایک ہی متغیر رکھتے ہیں اور ان کا عددی سر بھی یکساں ہے۔ انہیں مشابہہ ارکان کہتے ہیں۔ مشابہہ ارکان میں عددی سروں کا یکساں ہونا ضروری نہیں۔ بتائیے کہ $8p$ اور $8q$ مشابہہ کیوں نہیں ہیں؟ $8p$ اور $8pq$ بھی مشابہہ کیوں نہیں ہیں؟ $8p$ اور $8p^2$ مشابہہ کیوں نہیں ہیں؟

یہ کیجیے

1) حسب ذیل سے مشابہہ ارکان تلاش کیجیے۔

$ax^2y,\ 2x,\ 5y^2,\ 9x^2,\ 6x,\ 7xy,\ 18y^2$

2) $5pq^2$ کے 3 مشابہہ رکن لکھیے۔

11.2: الجبرئی عبارتوں کا حاصل جمع اور حاصل تفریق لکھئے۔

مثال 1: $5x^2 + 3xy + 2y^2$ اور $2y^2 - xy + 4x^2$ کو جمع کیجیے۔

حل: عبارتوں کو ایک دوسرے کے نیچے اس طرح لکھئے کہ مشابہہ ارکان ترتیب وار ہوں پھر انہیں جمع کیجیے۔

$$\begin{array}{rrrrr} & 5x^2 & + \ 3xy & + \ 2y^2 \\ + & 4x^2 & - \ xy & + \ 2y^2 \\ \hline & 9x^2 & + \ 2xy & + \ 4y^2 \\ \hline \end{array}$$

سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

1) شیلا کہتی ہے کہ $2pq$ اور $4pq$ کا مجموعہ $8p^2q^2$ ہوگا۔ کیا وہ صحیح ہے؟ وضاحت کیجیے۔

2) رحمٰن نے $4x$ اور $7y$ کو جمع کر کے $11xy$ لکھا۔ کیا آپ رحمٰن سے متفق ہیں؟

مثال 2: $2xy + 9x^2$ کو $12xy + 4x^2 - 3y^2$ سے تفریق کیجیے

حل: مشابہہ ارکان کو کالم واری طور پر لکھ کر تفریق کی جانے والی عبارت کو اس عبارت کے نیچے لکھئے جس میں سے اسے تفریق کرنا ہے۔

$$\begin{array}{l} 12xy + 4x^2 - 3y^2 \\ \ \ 2xy + 9x^2 \\ (-) \quad\ (-) \\ \hline 10xy - 5x^2 - 3y^2 \\ \hline \end{array}$$

تفریق کی جانے والی عبارت کے ارکان کی علامت تبدیل کر کے جمع کا عمل کیجیے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

(یادرکھیۓ کہ کسی عدد کو تفریق کرنا ایسا ہی جیسے اس کے جمعی معکوس کو جمع کرنا۔لہٰذا 3- کوتفریق کرنے کا مطلب یہ ہے کہ 3+ کو جمع کیا جائے۔
اسی طرح $9x^2$ کو تفریق کرنا ایسا ہی جیسا $-9x^2$ کو جمع کرنا اور $-3xy$ کو تفریق کرنے کا عمل $+3xy$ کو جمع کرنے جیسا ہوگا۔)

یہ کیجیۓ

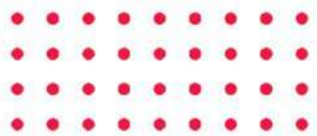
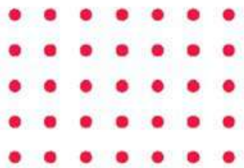
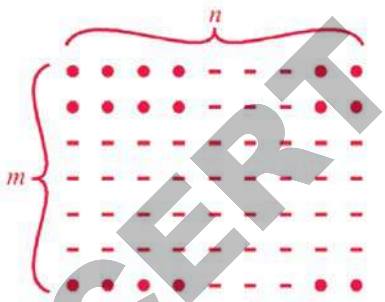
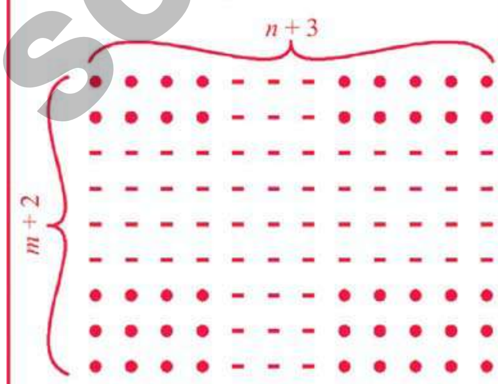
1) اگر $A = 2y^2+3x-x^2$, $B = 3x^2-y^2$ اور $C = 5x^2-3xy$ تب

(i) A + B (ii) A - B (iii) B + C (iv) B - C (v) A + B + C

(vi) A + B - C معلوم کیجیۓ۔

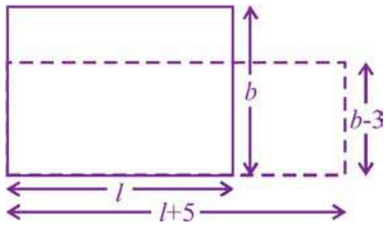
11.3: الجبرئی عبارتوں کا حاصل ضرب

تعارف: نیچے دیئے ہوئے نقاط کے نمونوں کو دیکھیے

نقاط کے نمونے	نقاط کی کل تعداد	
	4×9	
	5×7	
	$m \times n$	نقاط کی جملہ تعداد معلوم کرنے کے لیے صفوں کی تعداد کو کالموں کی تعداد سے ضرب دینا ہوگا۔
	$(m+2) \times (n+3)$	یہاں پر صفوں کی تعداد میں 2 کا اضافہ کیا گیا یعنی (m+2) اور کالموں کی تعداد میں 3 کا اضافہ یعنی (n+3)

SCERT TELANGANA

(ii) کیا آپ ایسی مثال پر غور کر سکتے ہیں جہاں کے الجبرائی کے دو عبارتوں کو ضرب دینا ہوگا۔



آمنہ کہتی ہے کہ ہم ایک مستطیل کے رقبے پر غور کریں گے۔ مستطیل کا رقبہ $l \times b$ ہوگا جہاں l طول اور b عرض کہلاتا ہے۔ اگر کسی مستطیل کے طول میں 5 اکائیوں کا اضافہ یعنی (l + 5) اکائیاں اور عرض میں 3 اکائیوں کی کمی یعنی (b - 3) اکائیاں کردی جائے تو اس مستطیل کا رقبہ $(l+5)\times(b-3)$ مربع اکائیاں ہوگا۔

کسی مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ہمیں الجبریٔ عبارت $l\times b$ کی قیمت معلوم کرنی ہوگی۔ ویسے ہی جیسے $(l+5)\times(b-3)$

(iii) کیا آپ کسی مکعب نما کے حجم کا اندازہ کرسکتے ہیں؟ (کسی مستطیلی ڈبے کا حجم اس کے طول اور عرض اور بلندی کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

(iv) سریتا کہتی ہے کہ جب ہم بعض چیزیں خریدتے ہیں تو ہمیں ضرب کا عمل کرنا پڑتا ہے۔ مثلاً اگر ایک درجن موز کی قیمت p ` ہو اور پکنک کے موقع پر اسکول کے طلبا کے لیے z درجن موز چاہئیں تو ہمیں $p\times z$ ` ادا کرنا ہوگا۔

فرض کیجئے کہ ایک درجن موز کی قیمت میں 2 ` کی کمی اور مطلوبہ موز میں 4 درجن کم کردیے جائیں تو موز کی قیمت فی درجن (p - 2) ہوگی۔

موز کی تعداد = z - 4 درجن ہے لہٰذا ہمیں $(p-2)\times(z-4)$ ` ادا کرنے ہوں گے۔

کوشش کیجیے:

کیا آپ ایسی اور دو مثالیں پیش کر سکتے ہیں جہاں کہ ہم کو الجبریٔ عبارتوں کو ضرب دینا پڑتا ہے۔

(اشارہ: رفتار اور وقت پر غور کیجئے)

☆ ادا کیا جانے والا سود اصل رقم اور شرح سود وغیرہ پر بھی غور کیا جاسکتا ہے۔)

مندرجہ بالا تمام مثالوں میں ہمیں دو یا زائد مقداروں کو ضرب دینا ہوگا۔ اگر مقداریں الجبرا کی عبارتوں کی شکل میں دی جائیں تو ان کا حاصل ضرب بھی محسوب کرنا پڑے گا جس کا مطلب ہے کہ ہمیں یہ معلوم ہو کہ ان کا حاصل ضرب کیسے محسوب کیا جاتا ہے۔ آیئے اس عمل کو ہم صحیح طریقہ سے انجام دیں۔ ابتدا میں ہم دو ایک رکنیوں کا حاصل ضرب معلوم کریں گے۔

SCERT TELANGANA

11.4: ایک رکنی کا ایک رکنی سے ضرب

11.4.1 دو اک رکنیوں کا ضرب

ہم جانتے ہیں کہ

$$4 \times x = x + x + x + x = 4x$$

$$4 \times (3x) = 3x + 3x + 3x + 3x = 12x$$

اب حسب ذیل حاصل ضرب پر غور کیجئے

(i) $x \times 3y = x \times 3 \times y = 3 \times x \times y = 3xy$

(ii) $5x \times 3y = 5 \times x \times 3 \times y = 5 \times 3 \times x \times y = 15xy$

(iii) $5x \times (-3y) = 5 \times x \times (-3) \times y$

$= 5 \times (-3) \times x \times y = -15xy$

(iv) $5x \times 4x^2 = (5 \times 4) \times (x \times x^2)$

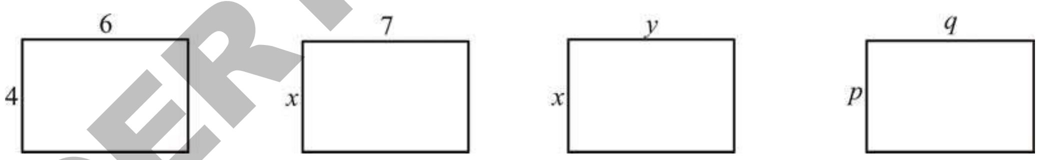
$= 20 \times x^3 = 20x^3$

(v) $5x \times (-4xyz) = (5 \times -4) \times (x \times xyz)$

$= -20 \times (x \times x \times yz) = -20x^2yz$

الجبرا کے ارکان کا حاصل ضرب معلوم کرنے کے لیے ایک ہی اساس رکھنے والے ارکان کے قوت نما جمع کیئے جاتے ہیں یہاں ہم کو قوت نما کے اصول استعمال کرنا ہوتا ہے۔

حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے اور خانہ پری کیجئے۔



رقبہ = 6 x 4=24 مربع اکائیاں   رقبہ x x 7 = ...   رقبہ x x y = ...   رقبہ ..... x ..... = ...

حسب ذیل حاصل ضرب پر غور کیجئے

1. $7x \times 5y = (7 \times 5) \times (x \times y) = 35xy$
2. $3x \times (-2y) = \{3 \times (-2)\} \times (x \times y) = -6xy$
3. $(-4x) \times (-6y) = (-4) \times (-6) \times (x \times y) = 24xy$
4. $3x \times 5x^2 = (3 \times 5) \times (x \times x^2) = 15x^3$
5. $(-2x^2) \times (-4x^2) = (-2) \times (-4) \times x^2 \times x^2 = 8x^4$

SCERT TELANGANA

نوٹ:
(i) دو مثبت حقیقی اعداد کا حاصل ضرب مثبت حقیقی عدد ہوتا ہے۔
(ii) دو منفی حقیقی اعداد کا حاصل ضرب مثبت حقیقی عدد ہوتا ہے۔
(iii) ایک مثبت اور ایک منفی حقیقی عدد ضرب دیئے جائیں تو حاصل ضرب منفی حقیقی عدد ہوتا ہے۔

یہ کیجیے

1. جدول مکمل کیجئے

پہلی اک رکنی	دوسری اک رکنی	دو اک رکنیوں کا حاصل ضرب
$2x$	$-3y$	$2x \times (-3y) = -6xy$
$-4y^2$	$-2y$	....
$3abc$	$5bcd$	....
mn	$-4m$	....
$-3mq$	$-3nq$	....

2. جانچ کیجئے کہ جب کوئی دو ایک رکنیوں کو ضرب دیا جاتا ہے تو کیا ایک رکنی ہی حاصل ہوتا ہے؟
3. دو ایک رکنیوں کا حاصل ضرب ایک رکنی ہوتا ہے؟ آپ اس کی جانچ کر سکتے ہیں۔

11.4.2: تین یا زائد ایک رکنیوں کو ضرب دینے کا طریقہ

حسب ذیل مثالوں پر غور کیجئے۔

مثال 3: $5x$، $6y$ اور $7z$ کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

پہلا طریقہ

$$5x \times 6y \times 7z = (5x \times 6y) \times 7z = 30xy \times 7z = 210xy$$

دوسرا طریقہ

$$5x \times 6y \times 7z = 5 \times x \times 6 \times y \times 7 \times z = 5 \times 6 \times 7 \times x \times y \times z = 210\,xyz$$

مثال 4: $3x^2y \times 4xy^2 \times 7x^3y^3$ معلوم کیجئے

حل:

$$= 3 \times 4 \times 7 \times (x^2y) \times (xy^2) \times (x^3y^3)$$
$$= 84 \times x^2 \times y \times x \times y^2 \times x^3 \times y^3$$
$$= 84 \times (x^2 \times x \times x^3) \times (y \times y^2 \times y^3)$$
$$= 84 \times x^6 \times y^6 = 84x^6y^6.$$

مثال 5: $3x, -4xy, 2x^2, 3y^2, 5xy^2$ کا حاصل ضرب معلوم کیجئے

حل:

$$3x \times (-4xy) \times 2x^2 \times 3y^2 \times 5x^3y^2$$
$$= [3 \times (-4) \times 2 \times 3 \times 5] \times (x \times x \times x^2 \times x^3) \times (y \times y^2 \times y^2)$$
$$= -360x^7y^5.$$

کیا آپ نے غور کیا ہے کہ کتنے بھی ایک رکنیوں کا حاصل ضرب ایک رکنی ہوگا۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مشق - 11.1

1. حسب ذیل جوڑیوں کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

(i) $6, 7k$ (ii) $-3l, -2m$ (iii) $-5t^2, -3t^2$ (iv) $6n, 3m$ (v) $-5p^2, -2p$

2. حسب ذیل حاصل ضرب کے جدول کو مکمل کیجئے۔

X	$5x$	$-2y^2$	$3x^2$	$6xy$	$3y^2$	$-3xy^2$	$4xy^2$	x^2y^2
$3x$	$15x^2$	....	....	....	....	....	....	....
$4y$	....	....	....	....	....	....	....	....
$-2x^2$	$-10x^3$	$4x^2y^2$	....	....	....	....	....	....
$6xy$	....	....	....	....	....	....	....	....
$2y^2$	....	....	....	....	....	....	....	....
$3x^2y$	....	....	....	....	....	....	....	....
$2xy^2$	....	....	....	....	....	....	....	....
$5x^2y^2$	....	....	....	....	....	....	....	....

3. دیئے گئے طول، عرض اور بلندی کی مدد سے مستطیل نما بکسوں کا حجم معلوم کر کے حسب ذیل جدول میں درج کیجئے۔

سلسلہ نشان	طول	عرض	بلندی	حجم $(v) = l \times b \times h$
(i)	$3x$	$4x^2$	5	$v = 3x \times 4x^2 \times 5 = 60x^3$
(ii)	$3a^2$	4	$5c$	$v =$ ....
(iii)	$3m$	$4n$	$2m^2$	$v =$ ....
(iv)	$6kl$	$3l^2$	$2k^2$	$v =$ ....
(v)	$3pr$	$2qr$	$4pq$	$v =$ ....

4) حسب ذیل ایک رکنیوں کے حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

(i) xy, x^2y, xy, x (ii) a, b, ab, a^3b, ab^3 (iii) kl, lm, km, klm

(iv) pq, pqr, r (v) $-3a, 4ab, -6c, d$

5) اگر $A = xy$، $B = yz$ اور $C = zx$ تب $ABC =$

6) اگر $P = 4x^2$, $T = 5x$ اور $R = 5y$ تب $\frac{PTR}{100} =$ ....

7) چند ایک رکنیوں کو اپنے طور پر لکھ کر ان کے حاصل ضرب معلوم کیجئے

SCERT TELANGANA

11.5: دو یا سہ رکنی کو ایک رکنی سے ضرب دینے کا عمل

11.5.1 دو رکنی کو ایک رکنی سے ضرب دینے کا عمل

ایک رکنی $5x$ کو دو رکنی $6y+3$ سے ضرب دینے پر
ضرب کے عمل میں یہ مرحلہ واری حسابات شامل ہوں گے:

مرحلہ	ہدایات	طریقہ کار
.1	ایک رکنی اور دو رکنی کا حاصل ضرب، ضرب کی علامت کو استعمال کرتے ہوئے لکھئے	$5x \times (6y+3)$
.2	**تقلیبی قانون کو استعمال کریں:** دو رکنی کے پہلے رکن کو ایک رکنی سے ضرب دیکر دو رکنی کے دوسرے رکن کو ایک رکنی سے ضرب دیجئے اور حاصل ضربوں کو جمع کیجیے۔	$(5x \times 6y)+(5x \times 3)$
.3	مختصر کیجیے	$30xy+15x$

اس طرح سے $5x$ اور $6y+3$ کا حاصل ضرب

$$5x(6y+3) = 5x \times (6y+3)$$
$$= (5x \times 6y) + (5x \times 3)$$
$$= 30xy + 15x$$

مثال:6 $(-4xy)\ (2x-y)$ کا حاصل ضرب معلوم کیجیے

حل:

$$(-4xy)(2x-y) = (-4xy) \times (2x-y)$$
$$= (-4xy) \times 2x + (-4xy) \times (-y)$$
$$= -8x^2y + 4xy^2$$

مثال:7 $(3m - 2n^2)\ (-7mn)$ کا حاصل ضرب معلوم کیجیے

حل:

$$(3m-2n^2)(-7mn) = (3m-2n^2) \times (-7mn)$$
$$= (-7mn) \times (3m-2n^2) \quad \text{تقلیبی خاصیت}$$
$$= ((-7mn) \times 3m) - ((-7mn) \times 2n^2)$$
$$= -21m^2n + 14mn^3$$

یہ کیجیے

.1 حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

(i) $3x(4ax+8by)$ (ii) $4a2b(a-3b)$ (iii) $(p+3q^2)\,pq$

(iv) $(m^3+n^3)\,5mn^2$

.2 کسی ایک رکنی اور دو رکنی کے حاصل ضرب میں زیادہ سے زیادہ ارکان کی تعداد کیا ہوگی۔

SCERT TELANGANA

11.5.2 سہ رکنی سے ایک رکنی کا ضرب

ایک رکنی کے اور سہ رکنیوں کے حاصل ضرب میں کتنے ارکان ہوں گے۔

ایک رکنی $2x$ اور سہ رکنی $3x + 4y - 6$ کے حاصل ضرب پر غور کیجیے۔

ان کا حاصل ضرب = $= 2x \times (3x + 4y - 6)$

(تقلیبی قانون)= $= (2x \times 3x) + (2x \times 4y) + (2x \times (-6))$

$= 6x^2 + 8xy - 12x$

مشق - 11.2

1. جدول مکمل کیجیے

سلسلہ نشان	پہلی عبارت	دوسری عبارت	حاصل ضرب
1	$5q$	$p+q-2r$	$5q(p+q-2r)=5pq+5q^2-10qr$
2	$kl+lm+mn$	$3k$	....
3	ab^2	$a+b^2+c^3$	....
4	$x-2y+3z$	xyz	....
5	$a^2bc+b^2cd-abd^2$	$a^2b^2c^2$	....

2. مختصر کیجیے $4y(3y+4)$

3. مختصر کیجیے $x(2x^2-7x+3)$ اور (i) $x=1$ (ii) $x=0$ اور قدر معلوم کیجیے۔

4. حاصل ضرب کو جمع کیجیے $a(a - b), b(b - c), c(c - a)$

5. حاصل ضرب کو جمع کیجیے $x(x + y - r), y(x - y + r), z(x - y - z)$

6. $2x(5x - y)$ کے حاصل ضرب کو $3x(x + 2y)$ کے حاصل ضرب سے تفریق کیجیے۔

7. $3k(5k - l + 3m)$ کو $6k(2k + 3l - 2m)$ تفریق کیجیے۔

8. $a^2(a - b + c) + b^2(a + b - c) - c^2(a - b - c)$ کو مختصر کیجیے۔

11.6: کسی دو رکنی کو دو رکنی یا سہ رکنی سے ضرب

11.6.1: کسی دو رکنی کو دوسرے دو رکنی سے ضرب دینے کا طریقہ

دی گئیں دو، دو رکنیوں پر غور کیجیے۔ $3x - 2y$ اور $5x + 6y$

آیئے اب ہم ان دونوں دو رکنیوں کا حاصل ضرب معلوم کریں گے۔

SCERT TELANGANA

ضرب دینے کا طریقہ کار

اقدام	ہدایات	طریقہ کار
1.	دوٗ دورکنیوں کو حاصل ضرب کی شکل میں لکھئے	$(\underline{5x}+\underline{6y})(3x-2y)$
2.	تقلیبی قانون استعمال کیجئے : پہلے دو رکنی کے پہلے رکن کودوسرے دو رکنی سے ضرب دیجئے' پہلے دو رکنی کے دوسرے رکن کو دوسرے دورکنی سے ضرب دے کر حاصل ضربوں کوجمع کردیجئے۔	$\underline{5x}(3x-2y)+\underline{6y}(3x-2y)$ $=(5x\times3x)-(5x\times2y)+(6y\times3x)-(6y\times2y)$
3.	مختصر کیجئے۔	$(5x\times3x)-(5x\times2y)+(6y\times3x)-(6y\times2y)$ $=15x^2-10xy+18xy-12y^2$
4.	ایک جیسے ارکان کوجمع کیجئے۔	$15x^2+8xy-12y^2$

اس طرح $5x + 6y$ اور $3x - 2y$ کا حاصل ضرب

$= (5x + 6y)(3x - 2y)$

$= 5x(3x - 2y) + 6y(3x - 2y)$ تقسیمی خاصیت کے استعمال پر

$= (5x \times 3x) - (5x \times 2y) + (6y\times3x)-(6y\times2y)$

$=15x^2 - 10xy + 18xy - 12y^2$

$= 15x^2+8xy - 12y^2$

1. حاصل ضرب محسوب کیجئے

(i) $(a-b)(2a+4b)$ (ii) $(3x+2y)(3y-4x)$

(iii) $(2m-l)(2l-m)$ (iv) $(k+3m)(3m-k)$

2. دوٗ دورکنیوں کے حاصل ضرب میں ارکان کی تعداد کیا ہوگی۔

11.6.2: ایک رکنی کو سہ رکنی سے ضرب دینے کا عمل

دو رکنی $2x+3y$ اور سہ رکنی $3x+4y-5z$ پر غور کیجئے۔

اب ان دونوں کو ضرب کرتے ہیں۔ $2x+3y$ اور $3x+4y-5z$

SCERT TELANGANA

ضرب دینے کا طریقہ کار

اقدام	ہدایات	طریقہ کار
1.	ضرب کی علامت استعمال کرتے ہوئے دو رکنیوں اور سہ رکنیوں کو حاصل ضرب کے طور پر لکھئے	$(2x+3y)\ (3x+4y-5z)$
2.	تقلیبی قانون کا استعمال: دو رکنی کے پہلے رکن کو سہ رکنی سے ضرب دیجئے اور دو رکنی کے دوسرے رکن کو سہ رکنی سے ضرب دیجئے ور پھر دونوں حاصل ضربوں کو جمع کیجئے۔	$2x(3x+4y-5z)+3y(3x+4y-5z)$
3.	مختصر کیجئے	$(2x\times3x)+(2x\times4y)-(2x\times5z)\ +$ $(3y\times3x)+(3y\times4y)-(3y\times5z)$
4.	ایک جیسے ارکان کو جمع کیجئے	$6x^2\ +8xy-10xz+9xy+12y^2\ -15yz$ $6x^2+17xy-10xz+12y^2-15yz$

دو رکنی اور سہ رکنی کے حاصل ضربوں میں زیادہ سے زیادہ کتنے ارکان حاصل ہوتے ہیں۔

لہٰذا $(2x+3y)$ اور $(3x+4y-5z)$ کا حاصل ضرب

$= (2x+3y)(3x+4y-5z)$

$= 2x(3x+4y-5z)+3y(3x+4y-5z)$ تقلیبی خاصیت کے استعمال پر

$= (2x\times3x)+(2x\times4y)-(2x\times5z)+\ (3y\times3x)+(3y\times4y)-(3y\times5z)$

$=6x^2 +8xy - 10xz + 9xy+12y^2- 15yz$

$= 6x^2+17\ xy - 10xz +12y^2 - 15yz$

مشق - 11.3

.1 ایک رکنی کو ضرب دیجئے

(i) $2a-9$ and $3a+4$ (ii) $x-2y$ and $2x-y$

(iii) $kl+lm$ and $k-l$ (iv) m^2-n^2 and $m+n$

.2 حاصل ضرب معلوم کیجئے

(i) $(x+y)(2x-5y+3xy)$ (ii) $(a-2b+3c)(ab^2-a^2b)$

(iii) $(mn-kl+km)(kl-lm)$ (iv) $(p^3+q^3)(p-5q+6r)$

.3 مختصر کیجئے

(i) $(x-2y)(y-3x)+(x+y)(x-3y)-(y-3x)(4x-5y)$

SCERT TELANGANA

(ii) $(m+n)(m^2-mn+n^2)$

(iii) $(a-2b+5c)(a-b)-(a-b-c)(2a+3c)+(6a+b)(2c-3a-5b)$

(iv) $(pq-qr+pr)(pq+qr)-(pr+pq)(p+q-r)$

4. اگر a,b,c مثبت حقیقی اعداد اس طرح ہیں کہ $\frac{-a+b+c}{a}=\frac{a-b+c}{b}=\frac{a+b-c}{c}$ تب $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ کی قدر معلوم کیجئے

11.7: متماثلہ کیا ہے؟

مساوات $a(a-2)=a^2-2a$ پر غور کیجئے۔

a کی کسی بھی قیمت کے لیے مساوات کے دونوں طرف کی قیمتیں محسوب کیجئے

اگر $a=5$

$$\text{LHS} = 5(5-2) = 5\times3 = 15$$

$$\text{RHS} = 5^2-2(5) = 25-10 = 15$$

لہٰذا دی گئی مساوات $\text{LHS} = \text{RHS}$ ، $a=-2$ کے لیے بھی صحیح ہے۔

$$\text{LHS} = (-2)(-2-2) = (-2)\times(-4) = 8$$

$$\text{RHS} = (-2)^2-2(-2) = 4+4 = 8$$

ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ مساوات a کی کسی بھی قیمت کے لیے صحیح ہے۔ لہٰذا اس مساوات کو متماثلہ کہا جاتا ہے۔

مساوات $a(a+1)=6$ پر غور کیجئے۔

یہ مساوات $a=2$ اور $a=-3$ کے لیے تو صحیح ہے لیکن دیگر قیمتوں کے لیے صحیح نہیں ہوگی۔ اس طرح اس مساوات $a(a+1)=6$ کو متماثلہ نہیں کہا جائے گا۔

کسی مساوات کو اس وقت متماثلہ کہیں گے جبکہ اس کی قیمت اس کے متغیرات کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہو۔

کوئی مساوات کسی متغیر کی بعض قیمتوں کے لیے صحیح ہوسکتی ہے جبکہ ایک متماثلہ متغیرات تمام قیمتوں کے لیے درست ہونی چاہئے۔

لہذا ایک متماثلہ کو آفاقی اعتبار سے صحیح مساوات کہا جاسکتا ہے۔

ہم متماثلہ کی علامت کے طور پر علامت $\equiv$ استعمال کرتے ہیں (اس علامت کو ہرطرح سے مساوی ہے پڑھا جاتا ہے)

11.8: بعض اہم متماثلات

اکثر و بیشتر ہم کو متماثلات استعمال کرنا پڑتا ہے۔ یہ متماثلات حسابی ''مسئلے'' حل کرنے میں بہت مددگار ہوتی ہیں۔ جب انہیں ضرب میں استعمال کیا جاتا ہے تو خصوصی حاصل ضرب کہا جاتا ہے۔ انہیں میں سے اب ہم تین اہم متماثلات کا مطالعہ کریں گے جو کہ دو رکنیوں کا حاصل ضرب ہیں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

غور کیجئے $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

اب

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$= a(a+b) + b(a+b)$$

چونکہ $ab=ba$

$$= a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad \text{(I)}$$

اب $a = 2$، $b = 3$ قیمتیں درج کرنے پر $(a+b)^2 = (2+3)^2 = 5^2 = 25 = \text{(LHS)}$

$a^2+2ab+b^2 = 22 + 2(2)(3) + 32 = 4 + 12 + 9 = 25 = \text{(RHS)}$

مندرجہ بالا میں LHS اور RHS کا مشاہدہ کیجئے۔ LHS اور RHS کی عبارتوں کی قیمت مساوی ہے۔

متماثلہ نمبر ایک کی تصدیق کسی مثبت حقیقی عدد، منفی حقیقی عدد کے علاوہ کسی کسر سے کیجئے۔

یہ کیجئے

حسب ذیل متماثلات کی جانچ کیجئے

(i) $(a-b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$

(ii) $(a+b)(a-b) \equiv a^2 - b^2$

(iii) $(a+b+c)^2 \equiv a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

ایک اور متماثلہ پر غور کریں۔

$$(x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab,$$
$$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b)$$
$$= x^2 + bx + ax + ab$$
$$= x^2 + (a+b)x + ab$$

یہ کیجیے

اب $x = 2$، $a = 1$ اور $b = 3$ لیجئے اور پھر اس متماثلہ کی جانچ کیجئے۔

☆ آپ نے کیا دیکھا؟ کیا LHS = RHS؟

☆ اوپر کی متماثلہ میں جانچ کے لیے x، a اور b کی مختلف قیمتیں لیجئے۔

☆ کیا a اور b کی تمام قیمتوں کے لیے LHS = RHS؟

SCERT TELANGANA

یہ کیجیے

☆ غور کیجیے $(x + p)(x + q) = x^2 + (p + q)x + pq$

(i) p کی جگہ پر q لکھئے اور مشاہدہ کیجیے۔

(ii) q کی جگہ پر p لکھئے اور مشاہدہ کیجیے۔

11.9: متماثلات کا اطلاق

مثال 8: $(3x + 4y)^2$ کی قدر معلوم کیجیے۔

حل: $(3x + 4y)^2$ دو، دورکنیوں کا حاصل ضرب ہے جہاں $(3x + 4y)$ اور $(3x + 4y)$ دونوں ارکان مساوی ہیں۔ کسی دورکنی کو دو رکنی سے ضرب دے کر اسے پھیلایا جاسکتا ہے۔ اس حاصل ضرب میں $a = 3x$ اور $b=4y$ ہے۔ $3x$ اور $4y$ کی جگہ بالترتیب a اور b درج کرنے پر ہم حاصل ضرب کا نتیجہ حاصل کرسکتے ہیں۔

جہاں $a = 3x$ اور $b = 4y$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

اس طرح $(3x + 4y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2$

$= 9x^2 + 24xy + 16y^2$

مثال 9: 204^2 کی قدر معلوم کیجیے۔

جہاں $a = 200$ اور $b = 4$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$204^2 = (200 + 4)^2$

$= (200)^2 + 2(200)(4) + 4^2$

$= 40000 + 1600 + 16$

$= 41616$

یہ کیجیے قدر معلوم کیجیے

(i) $(5m + 7n)^2$ (ii) $(6kl + 7mn)^2$ (iii) $(5a^2 + 6b^2)^2$ (iv) 302^2

(v) 807^2 (vi) 704^2

(vii) متماثل کی جانچ کیجیے: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ جہاں $a = 3m$ اور $b = 5n$

مثال 10: $(3m - 5n)^2$ کی قدر معلوم کیجیے۔

جہاں $a = 3m$ اور $b = 5n$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(3m - 5n)^2 = (3m)^2 - 2(3m)(5n) + (5n)^2$

$= 9m^2 - 30mn + 25n^2$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال:11 196^2 کی قدر معلوم کیجیے۔

جہاں $a = 200$ اور $b = 4$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$196^2 = (200 - 4)^2$$
$$= 200^2 - 2(200)(4) + 4^2$$
$$= 40000 - 1600 + 16$$
$$= 38416$$

یہ کیجیے قدر معلوم کیجیے

(i) $(9m - 2n)^2$ (ii) $(6pq - 7rs)^2$ (iii) $(5x^2 - 6y^2)^2$
(iv) 292^2 (v) 897^2 (vi) 794^2

مثال:12 $(4x + 5y)(4x - 5y)$ کی قدر معلوم کیجیے۔

جہاں $a = 4x$ اور $b = 5y$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$$(4x + 5y)(4x - 5y) = (4x)^2 - (5y)^2$$
$$= 16x^2 - 25y^2$$

مثال:13 407×393 کی قدر معلوم کیجیے۔

جہاں $a = 400$ اور $b = 7$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$$407 \times 393 = (400 + 7)(400 - 7)$$
$$= 400^2 - 7^2$$
$$= 160000 - 49$$
$$= 159951$$

مثال:14 $987^2 - 13^2$ کی قدر معلوم کیجیے۔

جہاں $a = 987$ اور $b = 13$
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$987^2 - 13^2 = (987 + 13)(987 - 13)$$
$$= 1000 \times 974 = 974000$$

یہ کیجیے قدر معلوم کیجیے

(i) $(6m + 7n)(6m - 7n)$ (ii) $(5a + 10b)(5a - 10b)$
(iii) $(3x^2 + 4y^2)(3x^2 - 4y^2)$ (iv) 106×94 (v) 592×608 (vi) $92^2 - 8^2$
(vii) $984^2 - 16^2$

مثال:15 302×308 کی قدر معلوم کیجیے۔

جہاں $x = 300$، $a = 2$ اور $b = 8$
$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$302 \times 308 = (300 + 2)(300 + 8)$$
$$= 300^2 + (2 + 8)(300) + (2)(8)$$
$$= 90000 + (10 \times 300) + 16$$
$$= 90000 + 3000 + 16 = 93016$$

SCERT TELANGANA

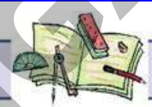
جہاں $x = 100$، $a = -7$ اور $b = 4$
$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

مثال 16: 93×104 کی قدر معلوم کیجئے۔

$$93 \times 104 = (100 + (-7))(100 + 4)$$
$$93 \times 104 = (100 - 7)(100 + 4)$$
$$= 100^2 + (-7 + 4)(100) + (-7)(4)$$
$$= 10000 + (-3)(100) + (-28)$$
$$= 10000 - 300 - 28$$
$$= 10000 - 328 = 9672$$

آپ نے کیا؟ متماثلات استعمال کرتے ہوئے حاصل ضرب محسوب کرنا راست طور پر ضرب دے کر ایسا کرنے سے زیادہ آسان ہے۔

مشق - 11.4



.1 ایک موزوں متماثلہ منتخب کرتے ہوئے حسب ذیل حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

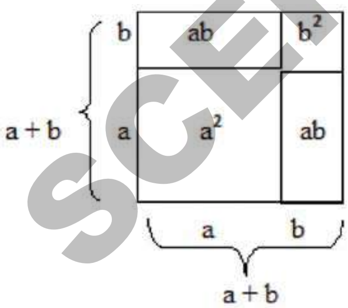
(i) $(3k + 4l)(3k + 4l)$ (ii) $(ax^2 + by^2)(ax^2 + by^2)$
(iii) $(7d - 9e)(7d - 9e)$ (iv) $(m^2 - n^2)(m^2 + n^2)$
(v) $(3t + 9s)(3t - 9s)$ (vi) $(kl - mn)(kl + mn)$
(vii) $(6x + 5)(6x + 6)$ (viii) $(2b - a)(2b + c)$

.2 موزوں متماثلات استعمال کرتے ہوئے حسب ذیل کی قیمت محسوب کیجئے۔

(i) 304^2 (ii) 509^2 (iii) 992^2 (iv) 799^2
(v) 304×296 (vi) 83×77 (vii) 109×108 (viii) 204×206

11.10 متماثلات کی جامیٹری کے ذریعہ جانچ

11.10.1: متماثلہ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ کی جامیٹری کے طریقہ سے تصدیق کا طریقہ



حسب ذیل مربع پر غور کیجئے۔

ایک ایسے مربع کا مشاہدہ کیجئے جس کا ضلع $(a + b)$ ہے۔

کیا رقبہ = ضلع کا مربع = $(a + b)^2$

دیئے گئے خاکہ کے مطابق مربع کو چار حصوں میں تقسیم کرو۔

بالترتیب a اور b ضلعوں کے ساتھ یہ مربع دو مربعوں اور a اور b کے اضلاع کے دو مستطیلوں پر مشتمل ہے۔ یہ واضح ہے کہ دیئے ہوئے مربع کا رقبہ تقسیم کردہ چار حصوں کے رقبوں کے حاصل جمع کے مساوی ہے۔

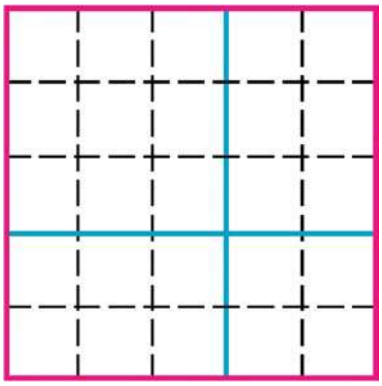
SCERT TELANGANA

دیئے ہوئے مربع کا رقبہ = ضلع a کے مربع کا رقبہ + ضلع b کے مربع کا رقبہ + a اور b کے اضلاع کے مستطیل کا رقبہ + a اور b کے اضلاع کے مستطیل کا رقبہ

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$$



مثال 17: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ متماثلہ کی جانچ جامیٹری کے طریقہ سے کیجئے۔ $a=3$ اور $b=2$ لیجئے۔

حل: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ضلع $a+b$ کی لمبائی کا ایک مربع بنایئے یعنی $3+2$

LHS کل مربع کا رقبہ

$$= (3+2)^2 = 5^2 = 25$$

RHS = تین اکائیوں کے ضلع کے مربع کا رقبہ

+ دو اکائیوں کے ضلع کے مربع کا رقبہ

+2، 3 اکائیوں والے اضلاع کے مستطیل کا رقبہ

+3، 2 والے اکائیوں والے اضلاع کے مستطیل کا رقبہ

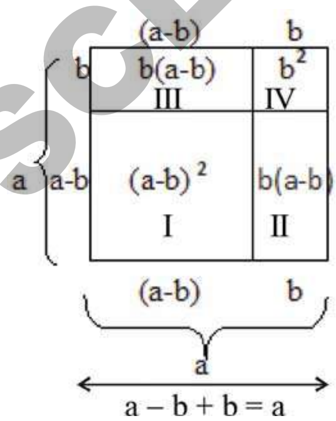
$$= 3^2 + 2^2 + 3 \times 2 + 3 \times 2$$

$$= 9 + 4 + 6 + 6 = 25$$

L.H.S. = R.H.S.

$\therefore$ متماثلہ کی تصدیق ہوئی

11.10.2: متماثلہ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ کی جامیٹری کے طریقہ سے تصدیق کیجئے



ضلع کا طول a رکھنے والے مربع پر غور کیجئے۔

☆ مربع کا رقبہ = ضلع x ضلع

☆ مربع کو چار حصوں میں تقسیم کیا گیا۔

☆ دو مربعے جن کے اضلاع کی لمبائی $a - b$ اور b ہے۔ اور دو مستطیل جن کے طول اور عرض بالترتیب $a - b$ اور b ہیں۔

SCERT TELANGANA

دی ہوئی شکل کا رقبہ = ضلع کا طول a کے مربع کا رقبہ

- خاکہ دو II کا رقبہ

- خاکہ تین III کا رقبہ

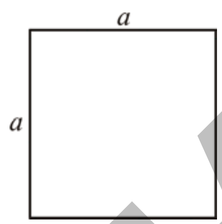
- خاکہ چار IV کا رقبہ

$$
\begin{aligned}
(a-b)^2 &= a^2 - b\,(a-b) - b\,(a-b) - b^2 \\
&= a^2 - ab + b^2 - ab + b^2 - b^2 \\
&= a^2 - 2ab + b^2
\end{aligned}
$$

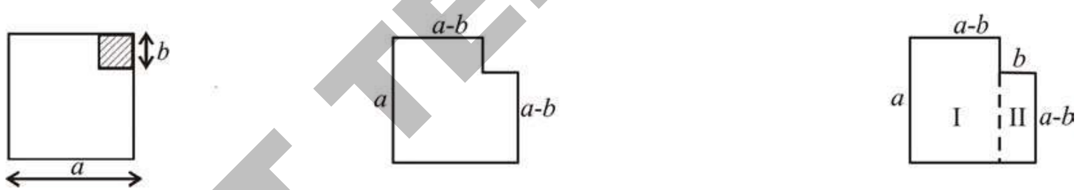
11.10.3: متماثلہ $(a + b)(a + b) = a^2 - b^2$ کی جامیٹری کے طریقہ سے جانچ

$a^2 - b^2$ = ضلع a کے مربع کا رقبہ - ضلع b کے مربع کا رقبہ

ذیل کے مربع پر غور کیجیے۔



ضلع b رکھنے والے مربع کو کاٹئے $(b < a)$



لہٰذا $a^2 - b^2$ = I شکل کا رقبہ + II شکل کا رقبہ

$$
\begin{aligned}
&= a\,(a-b) + b\,(a-b) \\
&= (a-b)\,(a+b) \\
a^2 - b^2 &\equiv (a-b)\,(a+b)
\end{aligned}
$$

مشق - 11.5

.1 حسب ذیل کو استعمال کرتے ہوئے $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ متماثلہ کی جامیٹری کے طریقہ سے تصدیق کیجیے۔

(i) $a = 2$ اکائی $b = 4$ اکائی

(ii) $a = 3$ اکائی $b = 1$ اکائی

(iii) $a = 5$ اکائی $b = 2$ اکائی

SCERT TELANGANA

2. حسب ذیل کو استعمال کرتے ہوئے $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ متماثلہ کی جامیٹری کے طریقہ سے تصدیق کیجیے۔

(i) $a = 3$ اکائی $b = 1$ اکائی

(ii) $a = 5$ اکائی $b = 2$ اکائی

3. حسب ذیل کو استعمال کرتے ہوئے $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ متماثلہ کی جامیٹری کے طریقہ سے تصدیق کیجیے۔

(i) $a = 3$ اکائی $b = 2$ اکائی

(ii) $a = 2$ اکائی $b = 1$ اکائی

ہم نے کیا سیکھا

1) کئی موقعوں پر ہم کو الجبرا ٔ کی عبارتوں کا حاصل ضرب معلوم کرنے کی ضرورت ہوتی ہے: مثال کے طور پر مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے جس کے اضلاع کی لمبائی الجبرا ٔ کی عبارتوں میں ہو۔

2) ایک' ایک رکنی کو کسی دوسرے ایک رکنی سے ضرب دینے پر ایک رکنی ہی حاصل ہوتا ہے۔

3) دو رکنی (یا سہ رکنی) سے کسی کثیر رکنی کو ضرب دینے کے دوران ہم ہر رکن کو ہر رکن سے ضرب دیتے ہیں۔ یاد رکھیئے کہ ایسے ضربی عمل کے دوران ہم کو حاصل ضرب میں ایک جیسے ارکان حاصل ہوتے ہیں جنہیں جمع کرنا پڑتا ہے۔

4) ایک متماثلہ ایک ایسی مساوات ہے جو متغیرات کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہوتی ہے جبکہ ایک مساوات اس کے متغیرات کی بعض قیمتوں کے لیے ہی صحیح ہوتی ہے۔ ایک مساوات ایک متماثلہ نہیں ہوسکتی۔

5) متماثلات ذیل میں دی گئی ہیں۔

I. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

II. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

III. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

IV. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

6) اوپر دی گئیں متماثلات مربعوں اور الجبرا ٔ کی عبارتوں کو محسوب کرنے میں مددگار ہوتی ہیں۔ ان سے اعداد کے حاصل ضرب معلوم کرنے کے مختلف طریقے بھی اپنائے جاسکتے ہیں۔

--------☆☆☆-------

SCERT TELANGANA

12

اجزائے ضربی

Factorisation

12.0 تعارف:

عدد 42 پر غور کیجیے۔ عدد 42 'کو دو اعداد کے حاصل ضرب میں لکھنے کی کوشش کیجیے۔

$$42 = 1 \times 42$$
$$= 2 \times 21$$
$$= 3 \times 14$$
$$= 6 \times 7$$

اسی لیے عدد 42 کے اجزائے ضربی 1، 2، 3، 6، 7، 14، 21 اور 42 ہیں۔ ان تمام اجزائے ضربی میں کون سے مفرد اعداد ہیں۔

کیا آپ 42 کو دو مفرد اعداد کے حاصل ضرب میں لکھ سکتے ہیں؟ کوشش کیجیے۔

اکبر نے اس طرح کیا	صبا نے اس طرح کیا	رفیع نے اس طرح کیا
$42 = 6 \times 7$ $= 2 \times 3 \times 7$	$42 = 3 \times 14$ $= 2 \times 3 \times 7$	$42 = 2 \times 21$ $= 2 \times 3 \times 7$

آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟ ہر موقع پر ہم دیکھتے ہیں کہ 7×3×2 ہی مفرد اجزائے کا حاصل ضرب ہے۔

اب ایک اور عدد 70 لیجیے۔

$$70 = 1 \times 70$$
$$= 2 \times 35$$
$$= 5 \times 14$$
$$= 7 \times 10$$

عدد 70 کو 7×5×2 مفرد اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جا سکتا ہے۔

اجزائے ضربی کی وہ شکل جہاں تمام اجزاء مفرد ہوتے ہیں مفرد اجزائے ضربی کا حاصل ضرب کہلاتا ہے۔

کوشش کیجیے

دیے گئے اعداد کو مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں لکھیے۔

(i) 48 **(ii) 72** **(iii) 96**

جیسا کہ ہم نے اعداد کے لیے اجزاء معلوم کیے اسی طرح ہم الجبرئی عبارتوں کو بھی مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس باب میں ہم مختلف الجبرئی عبارت کے اجزائے ضربی کے بارے میں پڑھیں گے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

12.1 الجبرئی عبارتوں کے اجزائے ضربی

ذیل میں دی گئی مثالوں پے غور کیجیے۔

$7yz = 7(yz)$ ⟶ (7اور yzاجزاء ہیں)

$= 7y(z)$ ⟶ (7yاور zاجزاء ہیں)

$= 7z(y)$ ⟶ (yاور 7zاجزاء ہیں)

$= 7 \times y \times z$ ⟶ (7'yاور zاجزاء ہیں)

دیے گئے اجزا میں 7,y,z نا قابل تخفیف اجزاء ہیں دی گئی الجبرئی عبارت میں "مفرد" کے لیے دوسرا لفظ "نا قابل تخفیف" استعمال کیا گیا ہے اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ $7\times y\times z$ کی تخفیفی شکل 7yz ہے۔اس بات کو نوٹ کیجیے کہ $7y(z)$ یا $7z(y)$ دی گئی عبارت کی تخفیفی شکل نہیں ہے۔

> 7yz کا جز ضربی 1 ہے چونکہ $1\times 7\times y\times z$ ۔ حقیقتاً 1 ہر رکن کا جز ضربی ہے لیکن جب تک اس کی ضرورت نہ ہوا لگ نہیں بتایا جاتا۔

آیئے اب ہم اس عبارت پر غور کرتے ہیں $7y(z+3)$ ۔اس عبارت کو ہم اس طرح بھی $7y(z+3) = 7\times y\times(z+3)$ لکھ سکتے ہیں۔یہاں 7'yاور $(z+3)$ غیر تخفیفی اجزاء ہیں

یہ کیجیے

ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $8x^2yz$ (ii) $2xy(x+y)$ (iii) $3x+y^3z$

12.2 اجزائے ضربی کی ضرورت

جب ایک الجبرئی عبارت تحویل ہوتی ہے تو اسے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جا سکتا ہے دی ہوئی عبارت پر غور کیجیے۔

23a+23b+23c' اسے اس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

23(a+b+c) یہاں پر تخفیفی اجزاء 23 اور (a+b+c) ہیں' 23 ایک عددی جز ہے اور (a+b+c) الجبری اجزاء ہیں۔

دی ہوئی عبارتوں پر غور کیجیے۔

(i) $x^2y + y^2x + xy$ (ii) $(4x^2 - 1) \div (2x - 1)$

پہلی عبارت میں $x^2y + y^2x + xy = xy(x + y + 1)$

اس لیے اوپر دی ہوئی عبارت مختصر شکل میں لکھی گئی ہے۔

دوسری عبارت میں $(4x^2-1) \div (2x-1)$

$$\frac{(4x^2-1)}{2x-1} = \frac{(2x)^2-1^2}{2x-1}$$
$$= \frac{(2x-1)(2x+1)}{2x-1}$$
$$= 2x+1$$

اوپر کی تصریحات میں ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ اجزائے ضربی الجبرئی عبارتوں کو مختصر کرنے میں اور الجبرئی عبارت کی تقسیم میں مددگار ہے۔
اب ہم الجبرائی عبارتوں کی تقسیم کے کچھ مزید طریقوں پر بحث کریں گے۔

12.3 مشترک اجزائے ضربی کے طریقے

آیئے $(3x+12)$ کے اجزائے ضربی معلوم کریں

اجزاء کے تخفیفی حاصل ضرب کے ہر رکن کو اس طرح لکھ سکتے ہیں

$$3x+12 = (3 \times x) + (2 \times 2 \times 3)$$

ان دو اعداد کے مشترک جز کون سے ہیں؟

دونوں عبارتوں کے مشترک اجزاء 3 ہے تب

$$3 \times [x + (2 \times 2)] = 3 \times (x+4) = 3(x+4)$$

عبارت $(3x+12)$ ‘مساوی ہے $3(x+4)$

عبارت $(3x+12)$ کے اجزائے ضربی $(x+4)$ اور 3 ہیں اور یہ بھی نوٹ کریں کے یہ اجزائے ضربی تخفیفی ہیں۔

اب ہم دوسری عبارت 6ab+12b کے اجزائے ضربی معلوم کریں گے۔

$$6ab+12b = (\underline{2 \times 3} \times a \times \underline{b}) + (2 \times \underline{2 \times 3 \times b})$$
$$= \underline{2 \times 3 \times b} \times (a+2) \quad = 6b(a+2)$$
$$\therefore\ 6ab + 12b = 6b(a+2)$$

نوٹ کیجیے کہ 6ab اور 12ab کا عادِ اعظم مشترک 6ab ہے

مثال 1: اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $6xy+9y^2$ (ii) $25a^2b+35ab^2$

حل: (i) $6xy+9y^2$

$6xy = 2 \times 3 \times x \times y$ اور $9y^2 = 3 \times 3 \times y \times y$

دونوں ارکان کے مشترک اجزائے ضربی 3 اور y ہیں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

ایک عبارت کی جزوی شکل کو ایک ہی لہٰذا $6xy+9y^2$

$= (2\times \underline{3}\times x\times \underline{y}) + (3\times \underline{3\times y}\times y)$ (3y کو مشترک جز ضربی لیا گیا)

$= \underline{3\times y}\times [(2\times x)+(3\times y)]$

$\therefore 6xy + 9y^2 = 3y(2x+3y)$

(ii) $25a^2b+35ab^2 = (5\times \underline{5}\times a\times \underline{a\times b}) + (\underline{5}\times 7\times \underline{a\times b}\times b)$

$= \underline{5\times a\times b}\times [(5\times a)+(7\times b)]$

$= 5ab(5a+7b)$

$\therefore 25a^2b+35ab^2 = 5ab(5a+7b)$

مثال 2: اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

$3x^2+6x^2y+9xy^2$

$3x^2+6x^2y+9xy^2 = (\underline{3\times x}\times x) + (2\times \underline{3\times x}\times x\times y) + (3\times \underline{3\times x}\times y\times y)$

$= \underline{3\times x}[x+(2\times x\times y)+(3\times y\times y)]$

$= 3x(x+2xy+3y^2)$ (3x کو مشترک جز لینے پر)

$\therefore 3x^2+6x^2y+9xy^2 = 3x(x+2xy+3y^2)$

یہ کیجیے

ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $9a^2-6a$ (ii) $15a^3b-35ab^3$ (iii) $7lm-21lmn$

12.4 ارکان کو گروپ میں لکھتے ہوئے اجزائے ضربی معلوم کرنا

دی ہوئی عبارت کا مشاہدہ کیجیے $ax+bx+ay+by$ آپ کو معلوم ہوگا کہ پہلے دو ارکان کے مشترک جز x آخری دو ارکان کے مشترک جز y ہیں لیکن ان میں ایک مشترک جز نہیں ہے جو دونوں ارکان میں موجود ہو ہم ایسے ہی چند عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کریں گے۔

$(ax+bx)+(ay+by) = x(a+b)+y(a+b)$ (ہر گروپ میں سے مشترک اجزاء نکالنے پر)

$= (a+b)(x+y)$ (ہر گروپ میں سے مشترک اجزاء نکالنے پر)

عبارت $ax+bx+ay+by$ کو اُس کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کے طور پر ظاہر کریں گے $(a+b)$ اور $(x+y)$ یہ ایسے اجزاء ہیں جو نا قابل تخفیف ہیں۔ گروپنگ کے دوسرے طریقے سے بھی ہم اوپر دی ہوئی عبارت کے اجزائے ضربی حسب ذیل طریقے سے بھی معلوم کر سکتے ہیں

$ax+ay+bx+by = (ax+ay)+(bx+by)$

$= a(x+y)+b(x+y)$

$= (x+y)(a+b)$

ہم یہ مشاہدہ کرتے ہیں کہ سوائے ترتیب کے اجزاء مساوی ہوتے ہیں

SCERT TELANGANA

یہ کیجیے

ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $5xy+5x+4y+4$ (ii) $3ab+3a+2b+2$

مثال 3: $6ab+b^2-2bc+12ac$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل مرحلہ 1: جانچئے کہ کیا تمام ارکان میں کوئی مشترک جز ضربی ہے۔

یقیناً نہیں

مرحلہ 2: دوبارہ گروپنگ کرنے پر ہمیں پہلے دو ارکان یہ حاصل ہوں گے

$$6ab-b^2 = b(6a-b) \text{ ——— } I$$

نوٹ کیجیے کہ عبارت کے آخری دو ارکان کی ترتیب کو بدلنے کی ضرورت ہے جیسا کہ $12ac-12bc$

اس لیے $$12ac-2bc = 2c(6a-b) \text{ ——— } II$$

مرحلہ 3: I اور II کو ملانے پر

$$6ab-b^2-2bc+12ac = b(6a-b)+2c(6a-b)$$

$= (6a-b)(b+2c)$ (مشترک جز $(6a-b)$ نکالنے پر)

اسی لیے $6ab+b^2-2bc+12ac$ کے اجزاء $(6a-b)$ اور $(b+2c)$ ہیں۔

مشق 12.1

1۔ دیے گئے ارکان کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $8x, 24$ (ii) $3a, 21ab$ (iii) $7xy, 35x^2y^3$ (iv) $4m^2, 6m^2, 8m^3$

(v) $15p, 20qr, 25rp$ (vi) $4x^2, 6xy, 8y^2x$ (vii) $12x^2y, 18xy^2$

2۔ دیئے گئے عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $5x^2-25xy$ (ii) $9a^2-6ax$ (iii) $7p^2+49pq$

(iv) $36a^2b-60a^2bc$ (v) $3a^2bc+6ab^2c+9abc^2$

(vi) $4p^2+5pq-6pq^2$ (vii) $ut+at^2$

3۔ ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $3ax-6xy+8by-4bx$ (ii) $x^3+2x^2+5x+10$

(iii) $m^2-mn+4m-4n$ (iv) $a^3-a^2b^2-ab+b^3$ (v) $p^2q-pr^2-pq+r^2$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

12.5 مماثلت (ضابطوں) کے استعمال سے اجزائے ضربی معلوم کرنا

ہم جانتے ہیں کہ یہ

$$(a+b)^2 \equiv a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2 \equiv a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b) \equiv a^2-b^2$$

الجبرئی مماثلات (ضابطے) ہیں۔

ہم ان متماثلات کو اجزائے ضربی معلوم کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ اگر دی گئی عبارت متماثلات کے دائیں جانب (RHS) کی شکل میں ہوتو ہم اُس مخصوص مماثلہ کے استعمال سے دی گئی عبارت کے اجزاء معلوم کرسکتے ہیں۔ آیئے چند مثالوں کا مشاہدہ کرتے ہیں:

مثال 4: $(x^2+10x+25)$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: دی گئی عبارت تین ارکان پر مشتمل ہے۔ پہلا رکن اور تیسرا رکن کامل مربع ہے جو x^2 اور 25 ، $(5)^2$ اور عبارت کا درمیانی رکن بھی مثبت علامت رکھتا ہے۔ یہ اشارہ کرتا ہے کہ دی ہوئی عبارت کو $a^2+2ab+b^2$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

اس لیے $x^2+10x+25=(x)^2+2(x)(5)+(5)^2$

ہم تقابل کرسکتے ہیں کہ $a^2+2ab+b^2$ کو پلٹانے پر متماثلہ کی مساوات کا بائیں جانب (LHS) کے مساوی ہوتا ہے۔ یعنی $(a+b)^2$ کے۔

لہٰذا $x^2+10x+25=(x+5)^2=(x+5)(x+5)$

مثال 5: $(16z^2+48z+36)$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: دی گئی عبارت کو مشترک اعداد کے اجزائے ضربی کے طور پر نکالنے پر

$$16z^2-48z+36=(4\times 4z^2)-(4\times 12z)+(4\times 9)=4(4z^2-12z+9)$$

نوٹ کیجیے $12z=2(2z)3$ اور $4z^2=(2z)^2; 9=(3)^2$

$$4z^2-12z+9=(2z)^2-2(2z)3+(3)^2 \quad (\because a^2-2ab+b^2=(a-b)^2)$$

تقابل کرنے پر $16z^2-48z+36=4(4z^2-12z+9)=4(2z-3)^2$

$$=4(2z-3)(2z-3)$$

مثال 6: $25p^2-49q^2$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ دی ہوئی عبارت دو کامل اعداد کے مربعوں کا فرق ہے اس لئے عبارت کی شکل (a^2-b^2) ہوگی۔

چنانچہ متماثلہ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$25p^2-49q^2=(5p)^2-(7q)^2$$
$$=(5p+7q)(5p-7q)$$

لہٰذا $25p^2-49q^2=(5p+7q)(5p-7q)$ $[a^2-b^2=(a+b)(a-b)]$

SCERT TELANGANA

مثال 7: $48a^2 - 243b^2$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: ہم دیکھتے ہیں کہ دی ہوئی عبارت میں دونوں ارکان کامل مربع نہیں ہیں۔ لیکن دونوں کا مشترک جز 3 ہے جیسا کہ

$$48a^2 - 243b^2 = 3\,[16a^2 - 81b^2]$$

$$= 3\,[(4a)^2 - (9b)^2] \quad \text{دوبارہ} \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$= 3\,[\,(4a + 9b)\,(4a - 9b)]$$

$$= 3\,(4a + 9b)\,(4a - 9b)$$

مثال 8: $x^2 + 2xy + y^2 - 4z$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: $(x + y)^2$ کی شکل میں لکھنے پر دی ہوئی عبارت کے پہلے تین ارکان حاصل ہوں گے اور چوتھا رکن ایک کامل مربع ہے۔

چناچہ $x^2 + 2xy + y^2 - 4z^2 = (x + y)^2 - (2z)^2$

$$= [(x + y) + 2z]\,[(x + y) - 2z]$$

$$= (x + y + 2z)\,(x + y - 2z)$$

$$\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)\,(a-b)}$$

مثال 9: $p^4 - 256$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل:

$$p^4 = (p^2)^2 \quad \text{اور} \quad 256 = (16)^2$$

$$p^4 - 256 = (p^2)^2 - (16)^2$$

$$= (p^2 - 16)\,(p^2 + 16)$$

$$= (p+4)\,(p-4)\,(p^2 + 16) \quad \because \boxed{p^2 - 16 = (p+4)\,(p-4)}$$

12.6 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

دی گئی عبارتوں کا مشاہدہ کیجیے $x^2 + 12x + 35, x^2 + 6x - 27, a^2 - 6a + 8, 3y^2 + 9y + 6$ وغیرہ، پہلے استعمال کی ہوئی مماثلات سے ہم ان دی گئی عبارتوں کے اجزائے ضربی نہیں معلوم کر سکتے کیونکہ مستقل ارکان کامل مربع نہیں ہیں۔

غور کیجیے $x^2 + 12x + 35$

یہ تمام ارکان اجزائے ضربی کے لیے گروپ نہیں کیے جا سکتے آیئے درمیانی رکن اور مستقل رکن کو استعمال کرتے ہوئے گروپ بنانے کی کوشش کریں، تاکہ دی گئی عبارت اس متماثلہ $x^2 + (a+b)x + ab$ کی شکل میں ہو۔

مستقل رکن کو دو اجزاء کے حاصل ضرب کے تمام ممکنہ طریقوں سے لکھنے پر

$35 =$	1×35	$1 + 35 = 36$
	$(-1) \times (-35)$	$-1 - 35 = -36$
	5×7	$5 + 7 = 12$
	$(-5) \times (-7)$	$-5 - 7 = -12$

کونسے ارکان کی جوڑی کا مجموعہ درمانی رکن کا ضریب بن جاتا ہے؟ یہ یقیناً 5+7=12 ہوگا۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

SCERT TELANGANA

$$\therefore\ x^2+12x+35 = x^2+(5+7)x+35$$
$$= x^2+5x+7x+35 \quad (\because\ 12x = 5x + 7x)$$
$$= x(x+5)+7(x+5)$$ دونوں کے مشترک اجزاءکوعلحدہ طور پر باہر نکالنے پر
$$= (x+5)(x+7)$$ مشترک جزضربی (x+5) کو باہر نکالنے پر

اوپر دی ہوئی تشریح سے ہم یہ نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ $x^2+(a+b)x+ab$ اس شکل کی عبارت کو $(x+a)(x+b)$ میں تحویل کیا جاسکتا ہے۔

مثال 10: $m^2-4m-21$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: دی گئی عبارت $m^2-4m-21$ کو متماثلہ $x^2+(a+b)x+ab$ سے تقابل کرنے پر

$ab=-21$, اور $a+b=-4$. اسلئے $(-7)+3=-4$ اور $(-7)(3)=-21$

$$m^2-4m-21 = m^2-7m+3m-21$$
$$= m(m-7)+3(m-7)$$
$$= (m-7)(m+3)$$
لہذا $m^2-4m-21=(m-7)(m+3)$

21 کے اجزائے ضربی اور حاصل جمع	
$-1\times 21=-21$	$-1+21=20$
$1\times(-21)=-21$	$1-21=-20$
$-7\times 3=-21$	$-7+3=-4$
$-3\times 7=-21$	$-3+7=4$

مثال 11: $4x^2+20x-96$ کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: ہم یہ دیکھتے ہیں کہ تمام ارکان کا مشترک جز ضربی 4 ہے۔

اسلئے $4x^2+20x-96 = 4[x^2+5x-24]$

اس عبارت پر غور کیجیے $x^2+5x-24$

$$= x^2+8x-3x-24$$
$$= x(x+8)-3(x+8)$$
$$= (x+8)(x-3)$$
لہٰذا $4x^2+20x-96 = 4(x+8)(x-3)$

$-1\times 24=-24$	$-1+24=23$
$1\times(-24)=-24$	$1-24=-23$
$-8\times 3=-24$	$3-8=-5$
$-3\times 8=-24$	$-3+8=5$

مشق 12.2

1۔ ذیل میں دی گئی عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $a^2+10a+25$ (ii) $l^2-16l+64$ (iii) $36x^2+96xy+64y^2$

(iv) $25x^2+9y^2-30xy$ (v) $25m^2-40mn+16n^2$

(vi) $81x^2-198xy+121y^2$ (vii) $(x+y)^2-4xy$ [اشارہ: پہلے $(x+y)^2$ کو پھیلایئے]

(viii) $l^4+4l^2m^2+4m^4$

SCERT TELANGANA

2۔ ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $x^2 - 36$ (ii) $49x^2 - 25y^2$ (iii) $m^2 - 121$
(iv) $81 - 64x^2$ (v) $x^2y^2 - 64$ (vi) $6x^2 - 54$
(vii) $x^2 - 81$ (viii) $2x - 32x^5$ (ix) $81x^4 - 121x^2$
(x) $(p^2 - 2pq + q^2) - r^2$ (xi) $(x + y)^2 - (x - y)^2$

3۔ عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $lx^2 + mx$ (ii) $7y^2 + 35Z^2$ (iii) $3x^4 + 6x^3y + 9x^2Z$
(iv) $x^2 - ax - bx + ab$ (v) $3ax - 6ay - 8by + 4bx$ (vi) $mn + m + n + 1$
(vii) $6ab - b^2 + 12ac - 2bc$ (viii) $p^2q - pr^2 - pq + r^2$ (ix) $x(y+z) - 5(y+z)$

4۔ ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $x^4 - y^4$ (ii) $a^4 - (b+c)^4$ (iii) $l^2 - (m - n)^2$
(iv) $49x^2 - \frac{16}{25}$ (v) $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$ (vi) $4(a+b)^2 - 9(a - b)^2$

5۔ ذیل میں دی گئی عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(i) $a^2 + 10a + 24$ (ii) $x^2 + 9x + 18$ (iii) $p^2 - 10q + 21$ (iv) $x^2 - 4x - 32$

12.7 الجبرئی عبارت کی تقسیم

ہم جانتے ہیں کے عملِ تقسیم، عملِ ضرب کا معکوس ہے
آیئے غور کریں

$$3x \times 5x^3 = 15x^4$$

$15x^4 \div 5x^3 = 3x$ اور $15x^4 \div 3x = 5x^3$

اسی طرح سے $6a(a+5) = (6a^2 + 30a)$ تب

$$(6a^2 + 30a) \div 6a = a + 5$$

اور اس کے ساتھ ساتھ $(6a^2 + 30a) \div (a+5) = 6a.$

12.8 ایک رکنی سے ایک رُکنی کی تقسیم

$24x^3 \div 3x$

$$\therefore 24x^3 \div 3x$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times x \times x \times x}{3 \times x}$$

$$= \frac{(3 \times x)(2 \times 2 \times 2 \times x \times x)}{(3 \times x)} = 8x^2$$

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

مثال 12: ذیل کی تقسیم کیجیے

(i) $70x^4 \div 14x^2$ (ii) $4x^3y^3z^3 \div 12xyz$

حل:

(i) $70x^4 \div 14x^2 = \dfrac{2\times5\times7\times x\times x\times x\times x}{2\times7\times x\times x}$

$= \dfrac{5\times x\times x}{1}$

$= 5x^2$

(ii) $4x^3y^3z^3 \div 12xyz = \dfrac{4\times x\times x\times x\times y\times y\times y\times z\times z\times z}{12\times x\times y\times z}$

$= \dfrac{1}{3}x^2y^2z^2$

12.9 ایک رُکنی سے دی گئی عبارت کی تقسیم

سہ رُکنی تقسیم پر غور کیجیے

$6x^4 + 10x^3 + 8x^2$ کو $2x^3$ سے تقسیم کیجیے۔

$6x^4 + 10x^3 + 8x^2 = [2 \times 3 \times x \times x \times x \times x] + [2 \times 5 \times x \times x \times x] + [2 \times 2 \times 2 \times x \times x]$

$= (2x^2)(3x^2) + (2x^2)(5x) + 2x^2(4)$

$= 2x^2 [3x^2 + 5x + 4]$

نوٹ کیجیے کہ یہاں $2x^2$ مشترک جز ضربی ہے

$(6x^4 + 10x^3 + 8x^2) \div 2x^2$

$= \dfrac{6x^4+10x^3+8x^2}{2x^2} = \dfrac{2x^2(3x^2+5x+4)}{2x^2}$

$= (3x^2 + 5x + 4)$

دوسرے طریقے تقسیم میں عبارت کے ہر رکن کو ایک رکنی سے تقسیم کیا جاتا ہے

$(6x^4 + 10x^3 + 8x^2) \div 2x^2$

$= \dfrac{6x^4}{2x^2} + \dfrac{10x^3}{2x^2} + \dfrac{8x^2}{2x^2}$

$= 3x^2 + 5x + 4$

'یہاں ہم عبارت کے ہر رُکن کو شمار کنندا اور ایک رُکنی کو نسب نما میں لکھ کر تقسیم کرتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

مثال13: $30(a^2bc + ab^2c + abc^2)$ کو $6abc$ سے تقسیم کیجیے۔

$30(a^2bc + ab^2c + abc^2)$

$= 2 \times 3 \times 5 [(a \times a \times b \times c) + (a \times b \times b \times c) + (a \times b \times c \times c)]$

$= 2 \times 3 \times 5 \times a \times b \times c\ (a + b + c)$

$30(a^2bc + ab^2c + abc^2) \div 6abc$

$= \dfrac{2 \times 3 \times 5 \times abc(a+b+c)}{2 \times 3 \times abc}$

$= 5(a + b + c)$

اس طرح $30(a^2bc + ab^2c + abc^2) \div 6abc$

$= \dfrac{30a^2bc}{6abc} + \dfrac{30ab^2c}{6abc} + \dfrac{30abc^2}{6abc}$

$= 5a + 5b + 5c$

$= 5(a + b + c)$

12.10 الجبرئی عبارت سے الجبرئی عبارت کی تقسیم

عبارت $3a^2 + 21a \div a + 7$ پر غور کیجیے۔

$3a^2 + 21a$ کے اجزائے ضربی معلوم کریں اور ان کی نسب نما سے جانچ کریں

$(3a^2 + 21a) \div (a+7) = \dfrac{3a^2 + 21a}{a+7}$

$= \dfrac{3a(a+7)}{a+7} = 3a$

$= 3a$

مثال14: $39y^3(50y^2 - 98)$ کو $26y^2(5y + 7)$ سے تقسیم کیجیے۔

$39y^3(50y^2 - 98) = 3 \times 13 \times y \times y \times y \times [2(25y^2 - 49)]$

$= 2 \times 3 \times 13 \times y \times y \times y \times [(5y)^2 - (7)^2]$ $\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$

$= 2 \times 3 \times 13 \times y \times y \times y \times [(5y + 7)(5y - 7)]$

$= 2 \times 3 \times 13 \times y \times y \times y \times (5y + 7)(5y - 7)$

اور $26y^2(5y + 7) = 2 \times 13 \times y \times y \times ((5y + 7)$

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

$$\therefore \quad [39y^3(50y^2-98)] \div [26y^2(5y+7)]$$

$$= \frac{[2\times3\times13\times y\times y\times y(5y+7)(5y-7)]}{[2\times13\times y\times y\times(5y+7)]}$$

$$= 3y(5y-7)$$

مثال 15: $m^2-14m-32$ کو $m+3$ سے تقسیم کیجیے۔

حل: $m^2-14m-32 = m^2-16m+2m-32$

$$= m(m-16)+2(m-16)$$

$$= (m-16)(m+2)$$

$$(m^2-14m-32) \div m+2 = (m-16)(m+2) \div (m+2)$$

$$= (m-16)$$

مثال 16: $42(a^4-13a^3+36a^2)$ کو $7a(a-4)$ سے تقسیم کیجیے۔

حل: $42(a^4-13a^3+36a^2) = 2\times3\times7\times a\times a\times(a^2-13a+36)$

$$= 2\times3\times7\times a\times a\times(a^2-9a-4a+36)$$

$$= 2\times3\times7\times a\times a\times[a(a-9)-4(a-9)]$$

$$= 2\times3\times7\times a\times a\times[(a-9)(a-4)]$$

$$= 2\times3\times7\times a\times a\times(a-9)(a-4)$$

$$42(a^4-13a^3+36a^2) \div 7a(a-4) = 2\times3\times7\times a\times a\times(a-9)(a-4) \div 7a(a-4)$$

$$= 6a(a-9)$$

مثال 17: $x(3x^2-108)$ کو $3x(x-6)$ سے تقسیم کیجیے۔

حل: $x(3x^2-108) = x\times[3(x^2-36)]$

$$= x\times[3(x^2-6^2)]$$

$$= x\times[3(x+6)(x-6)]$$

$$= 3\times x\times[(x+6)(x-6)]$$

$$x(3x^2-108) \div 3x(x-6) = 3\times x\times[(x+6)(x-6)] \div 3x(x-6)$$

$$= (x+6)$$

SCERT TELANGANA

مشق 12.3

1۔ ذیل کی تقسیم کیجیے۔

(i) $48a^3$ by $6a$ (ii) $14x^3$ by $42x^2$

(iii) $72a^3b^4c^5$ by $8ab^2c^3$ (iv) $11xy^2z^3$ by $55xyz$ (v) $-54l^4m^3n^2$ by $9l^2m^2n^2$

2۔ دی گئی کثیر رکنیوں کو یک رُکنی سے تقسیم کیجیے۔

(i) $(3x^2 - 2x) \div x$ (ii) $(5a^3b - 7ab^3) \div ab$

(iii) $(25x^5 - 15x^4) \div 5x^3$ (iv) $(4l^5 - 6l^4 + 8l^3) \div 2l^2$

(v) $15\,(a^3b^2c^2 - a^2b^3c^2 + a^2b^2c^3) \div 3abc$ (vi) $(3p^3 - 9p^2q - 6pq^2) \div (-3p)$

(vii) $(\frac{2}{3}a^2b^2c^2 + \frac{4}{3}ab^2c^2) \div \frac{1}{2}abc$

3۔ مندرجہ ذیل کو تقسیم کیجیے۔

(i) $(49x - 63) \div 7$ (ii) $12x\,(8x - 20) \div 4(2x - 5)$

(iii) $11a^3b^3(7c - 35) \div 3a^2b^2(c - 5)$

(iv) $54lmn\,(l + m)\,(m + n)\,(n + l) \div 81mn\,(l + m)\,(n + l)$

(v) $36\,(x + 4)\,(x^2 + 7x + 10) \div 9\,(x + 4)$ (vi) $a\,(a + 1)\,(a + 2)\,(a + 3) \div a\,(a + 3)$

4۔ عبارتوں کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے اور ہدایت کے مطابق تقسیم کیجیے۔

(i) $(x^2 + 7x + 12) \div (x + 3)$ (ii) $(x^2 - 8x + 12) \div (x - 6)$

(iii) $(p^2 + 5p + 4) \div (p + 1)$ (iv) $15ab\,(a^2 - 7a + 10) \div 3b\,(a - 2)$

(v) $15lm\,(2p^2 - 2q^2) \div 3l\,(p + q)$ (vi) $26z^3(32z^2 - 18) \div 13z^2(4z - 3)$

سوچے اور تبادلہ خیال کیجیے

مختلف عمل رکھنے والی الجبرئی عبارتوں کے سوالات کو چند طلبا نے حل کیا جس کو ذیل میں دیا گیا ہے۔ کیا آپ ان کی غلطیوں کی نشاندہی کر سکتے ہیں ؟ ہر سوال کا صحیح جواب معلوم کیجیے۔

$3x + 4x + x + 2x = 90$

1۔ ذیل میں دی گئی مساوات کو عائشہ نے اس طرح حل کیا؟ $9x = 90$ لہٰذا $x = 10$

اس سوال کے حل کی درستگی سے متعلق آپ کیا کہیں گے؟

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہاں اس سوال کے حل میں عائشہ نے غلطی کی؟

SCERT TELANGANA

2۔ ابراہیم نے اس طرح حل کیا۔

$x = -4,\ 7x = 7 - 4 = -3$

3۔ ریاض اور زیبا نے چند الجبرئی عبارتوں کو ذیل کے طریقوں سے ضرب دیا؟ تصدیق کیجیے کہ کس کا طریقہ درست ہے؟

ریاض کا طریقہ	زیبا کا طریقہ
(i) $3(x-4) = 3x - 4$	$3(x-4) = 3x - 12$
(ii) $(2x)^2 = 2x^2$	$(2x)^2 = 4x^2$
(iii) $(2a-3)(a+2) = 2a^2+a-6$	$(2a-3)(a+2) = 2a^2+a-6$
(iv) $(x+8)^2 = x^2 - 64$	$(x+8)^2 = x^2 + 16x + 64$

4۔ علی نے اس طرح تقسیم کیا $(a+5) \div 5 = a+1$

علی کے دوست اکبر نے اس طرح کیا $(a+5) \div 5 = a$

اور ان دونوں کے دوست ماجد نے اس طرح حل کیا $(a+5) \div 5 = \frac{a}{5} + 1$

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ان میں سے کس نے صحیح طریقہ سے تقسیم کیا؟ ثابت کیجیے

مشق 12.4

ذیل کے حسابی بیانات میں پائی جانے والی غلطیوں کی نشاندہی کیجیے اور انہیں درست کیجیے۔

(i) $3(x-9) = 3x - 9$ (ii) $x(3x+2) = 3x^2 + 2$

(iii) $2x + 3x = 5x^2$ (iv) $2x + x + 3x = sx$

(v) $4p + 3p + 2p + p - 9p = 0$ (vi) $3x + 2y = 6xy$

(vii) $(3x)^2 + 4x + 7 = 3x^2 + 4x + 7$ (viii) $(2x)^2 + 5x = 4x + 5x = 9x$

(ix) $(2a+3)^2 = 2a^2 + 6a + 9$

(x) ذیل کی عبارتوں میں $x = -3$ درج کیجیے۔

(a) $x^2 + 7x + 12 = (-3)^2 + 7(-3) + 12 = 9 + 4 + 12 = 25$

(b) $x^2 - 5x + 6 = (-3)^2 - 5(-3) + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$

(c) $x^2 + 5x = (-3)^2 + 5(-3) + 6 = -9 - 15 = -24$

SCERT TELANGANA

(xi) $(x-4)^2 = x^2 - 16$

(xii) $(x+7)^2 = x^2 + 49$

(xiii) $(3a+4b)(a-b) = 3a^2 - 4a^2$

(xiv) $(x+4)(x+2) = x^2 + 8$

(xv) $(x-4)(x-2) = x^2 - 8$

(xvi) $5x^3 \div 5x^3 = 0$

(xvii) $2x^3 + 1 \div 2x^3 = 1$

(xviii) $3x + 2 \div 3x = \frac{2}{3x}$

(xix) $3x + 5 \div 3 = 5$

(xx) $\frac{4x+3}{3} = x + 1$

1۔ اجزائے ضربی کا طریقہ ایک ایسا عمل ہے جس میں کسی عبارت کو اس کے جز ضربی کے حاصلِ ضرب میں لکھا جاتا ہے۔

2۔ ایک جز ضربی جس کو مزید اجزاء کے حاصل ضرب میں نہیں لکھا جا سکتا "نا قابل تخفیف" جز ضربی کہا جاتا ہے۔

3۔ ایک عبارت کو مماثلات:

$a^2+2ab+b^2$ ؛ $a^2-2ab+b^2$ ؛ a^2-b^2 اور $x^2+(a+b)x+ab$

کے اجزائے ضربی میں تحویل کیا جا سکتا ہے۔

4۔ اگر دی گئی عبارت $x^2+(a+b)x+ab$ کی شکل میں ہو تو اس کے اجزائے ضربی $(x+a)(x+b)$ ہوں گے۔

5۔ عمل تقسیم، عمل ضرب کا معکوس ہوتا ہے۔ یہ تصور الجبرئی عبارتوں کی تقسیم کے لیے درست ہے۔

گولڈ بیک کا اقتباس

گولڈ بیک نے اپنے مشاہدات کی بنا پر یہ معلوم کیا کہ ہر طاق عدد، مفرد لگتا ہے یا مفرد اعداد کا مجموعہ ہوتا ہے یا ایک طاق عدد اور اس کے مربع کے دُگنا کا مجموعہ ہوتا ہے۔

لہٰذا 21=19+2 یا 21=13+8 یا 21=3+18

یہ بیان کیا گیا ہیکہ عدد 9000 تک صرف ایک عدد ایسا ہے جو نا تو خود مفرد ہے اور نا مفرد عدد اور اس کے مربع کے دُگنے کا مجموعہ ہوتا ہے۔ 5993=12×641 اور 5777=53×109

جو کہ نہ ہی مفرد ہے نہ ہی مفرد کا مجموعہ ہیں اور نہ ہی مربع کا دُگنا

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

13 سہ ابعادی (3D) اشکال کی دوابعادی (2D) اشکال میں منظر کشی

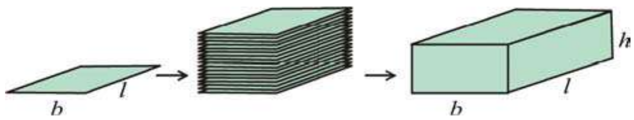
Visualising 3D in 2D

SCERT TELANGANA

13.0 تعارف:

ہم سہ ابعادی دنیا میں زندگی گزار رہے ہیں۔ ہمارے اطراف واکناف پائی جانے والی اشیا سہ ابعادی ہوتی ہیں۔ ہم مشاہدے کے ذریعہ دو ابعادی اشکال اور سہ ابعادی اشکال میں فرق محسوس کر سکتے ہیں۔ دیوار پر چسپاں کیے گیے پوسٹر کو دیکھیے' اس کی سطح مستطیلی ہے یہ کتنے ابعاد رکھتا ہے؟ اس کے دو ابعاد ہیں وہ طول اور عرض ہیں' کتاب کا مشاہدہ کیجیے اس کی شکل کیسی ہے؟ یہ مکعب نما کی شکل میں ہے۔اس کے 3 ابعاد ہیں۔اس میں طول اور عرض کے علاوہ بلندی ہے۔

مثلث' مربع' مستطیل دوابعادی مسطح اشکال ہیں۔جبکہ مکعب' مکعب نما سہ ابعادی اشکال ہیں دوابعادی اجسام کو ایک دوسرے پر ترتیب دینے پر یہ تھوڑی سی جگہ گھیرتے ہیں اور سہ ابعادی اجسام میں تبدیل ہوجاتے ہیں جیسا کہ متصلہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔اس میں حجم بھی پایا جاتا ہے۔



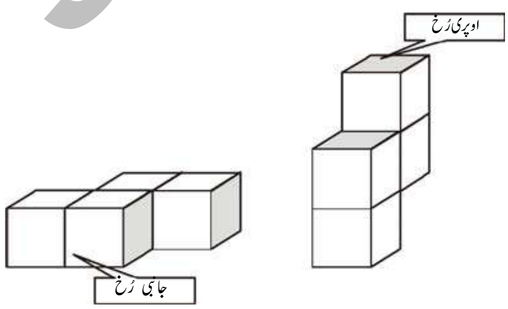
یہ کیجیے

1۔ چند سہ ابعادی اجسام کے نام لکھیے۔
2۔ چند دوابعادی اجسام کی مثالیں دیجیے۔
3۔ اپنی نوٹ بک میں ایک پتنگ اُتاریئے۔کیا یہ دوابعادی جسم ہے یا سہ ابعادی جسم؟
4۔ چند ایسے اجسام کی شناخت کیجیے جو مکعب اور مکعب نما کی شکل میں ہوتی ہیں۔
5۔ ایک دائرہ اور ایک کرہ کے کتنے ابعاد ہوتے ہیں؟

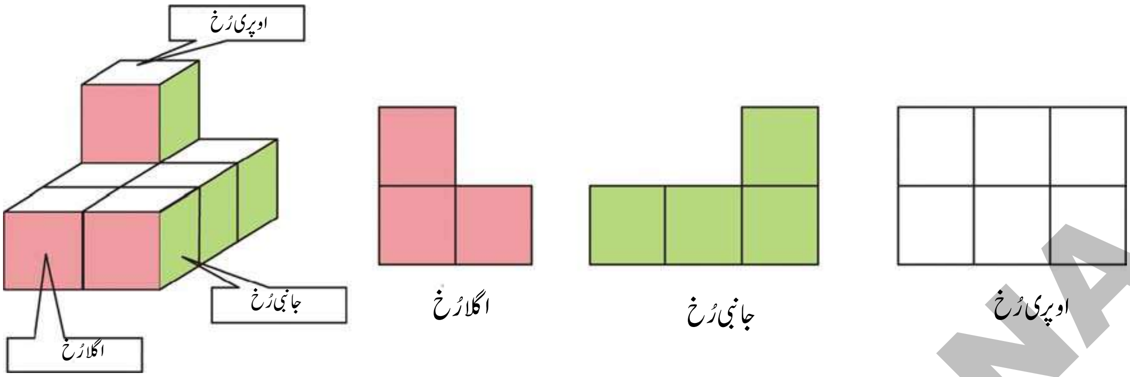
13.1 مکعبوں کے ذریعہ سہ ابعادی اجسام کی تیاری:

حسب ذیل ٹھوس اجسام کا مشاہدہ کیجیے۔یہ دونوں چار اکائی مکعبوں کے ذریعہ تشکیل دیے گیے ہیں۔

اگر ہم ان کا مختلف مقامات سے مشاہدہ کرتے ہوں تب یہ مختلف نظر آتے ہیں۔ لیکن شئے ایک ہی ہے۔



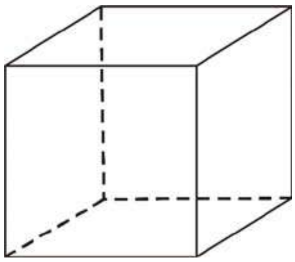
بالکل اسی طرح ایک ٹھوس شئے کومختلف سمتوں سے دیکھنے پروہ مختلف اشکال میں نظرآتی ہے۔مثلاً



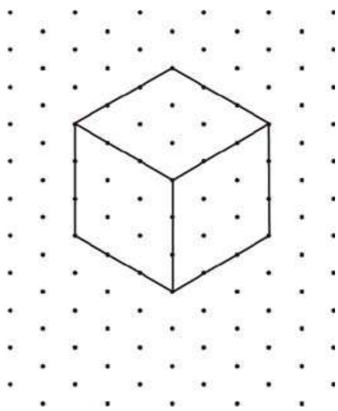
یہ کیجیے۔

اکائی مکعبوں کو مختلف اشکال میں ترتیب دیجیے۔ان کی مختلف سمتوں سے اشکال اتاریئے۔

13.2 : سہ ابعادی اشکال کا دوابعادی پر اظہار



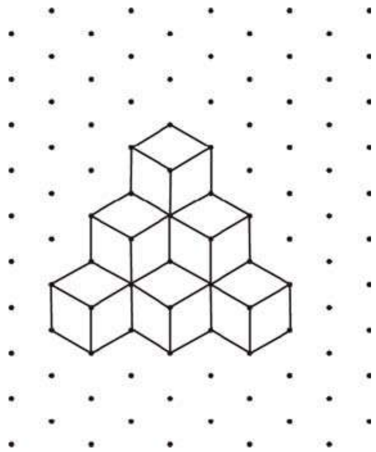
ہم سہ ابعادی اشکال کو کاغذ پر اُتارتے ہیں جو کہ دوابعادی ہوتے ہیں تیسرا ابعاد صرف تخیلی ہوتا ہے۔ہم بخوبی جانتے ہیں کہ سہ ابعادی مکعب نما شئے کو متصلہ شکل کے ذریعہ ظاہر کرتے ہیں مکعب کے تمام کنارے طول میں مساوی ہوتے ہیں لیکن متصلہ شکل میں یہ مساوی نہیں ہیں۔یہ ہماری نظر کے مطابق اُتارا گیا ہے ۔اس مسئلے پر قابو پانے کے لیے ہم ''ہم پیائشی'' نقاط والا کاغذ استعمال کرتے ہیں جس میں ہم سہ ابعادی ٹھوس اشیا کے طول،عرض اور بلندی کی بالکل درست پیائش کرسکتے ہیں۔



SCERT TELANGANA

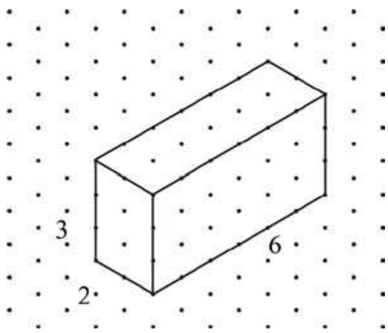
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 21-2020

مثال1: متصلہ شکل میں مکعبوں کی تعداد کی شناخت کیجیے۔



حل: یہاں مکعبوں کی تین تہہ (پرتیں) موجود ہیں اوپر کی تہہ میں صرف ایک مکعب ہے دوسری تہہ میں تین مکعب ہیں (ایک چھپا ہوا ہے) اور نچلی تہہ میں چھ مکعب ہیں (جہاں تین چھپے ہوئے ہیں)۔اس طرح کل مکعبوں کی تعداد =1+3+6 = 10 مکعب

مثال2: متصلہ شکل میں مکعب نما کی پیمائشات معلوم کیجیے۔دومتصلہ نقاط کے درمیان موجود فاصلے کو 1 اکائی تصور کریں۔

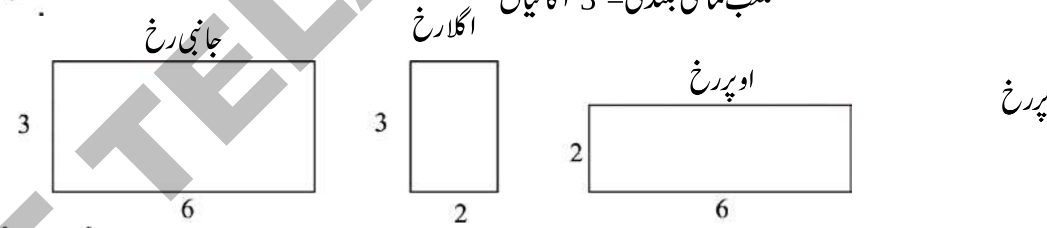


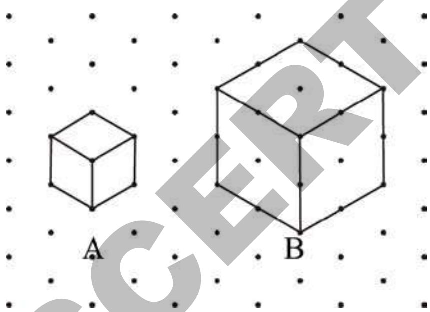
اس کے ساتھ ساتھ جانبی رُخ، اگلا رُخ اوراوپری رُخ کو اُتاریئے اور انکی پیمائش کیجیے۔

حل: مکعب نما کا طول = 6' اکائیاں

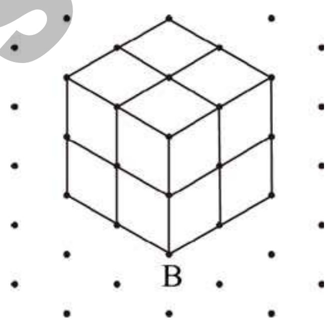
مکعب نما کا عرض = 2' اکائیاں

مکعب نما کی بلندی= 3' اکائیاں





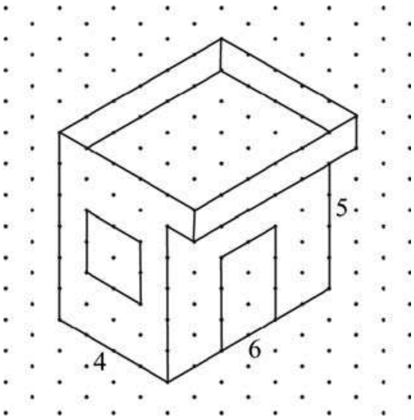
مثال3: متصلہ شکل کو دیکھیے۔مکعب'A' اور مکعب'B' میں اکائی مکعبوں کی تعداد معلوم کیجیے۔اور انکی نسبت معلوم کیجیے۔



حل: 'A' میں صرف ایک اکائی مکعب ہے۔شکل'B' میں تمام اضلاع کے متوازی خطوط کھینچ کر اب ہم اس کو دو اکائی مکعبوں میں تقسیم کریں گے اور شمار کریں گے۔

اس طرح'B' میں اکائی مکعبوں کی تعداد = 8، A اور B کے اکائی مکعبوں کی نسبت = 1:8

SCERT TELANGANA



مثال4: متصلہ شکل میں ایک ''ہم پیمائشی نقاط' والے کاغذ پر ایک مکان کا نقشہ دیا گیا ہے مکان کے طول، عرض اور بلندی کی پیمائش کیجیے چھت کو آگے تک بڑھایا گیا ہے۔ چھت کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: مکان کا طول = 6 'اکائیاں

مکان کا عرض = 4 'اکائیاں

مکان کی بلندی = 5 'اکائیاں

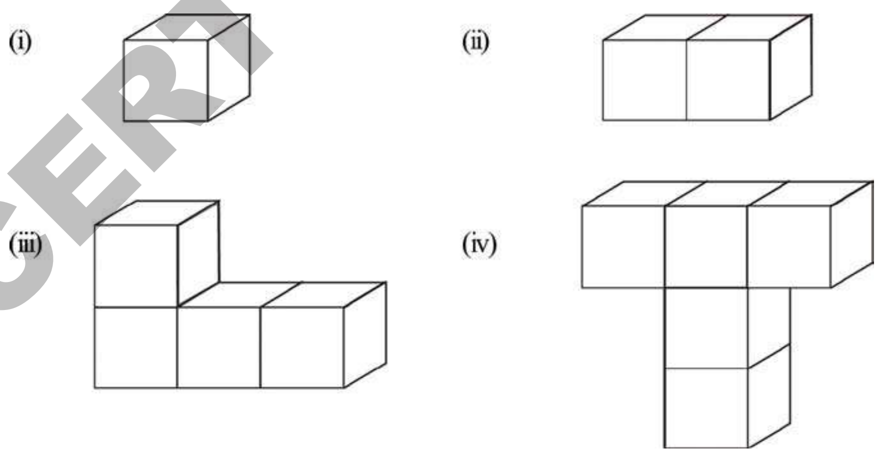
چھت کو '1' اکائی آگے بڑھایا گیا۔

چھت کے ابعاد = 5 x 6 اکائیاں

چھت کا رقبہ = 5 x 6 = 30 مربع اکائیاں

مشق 13.1

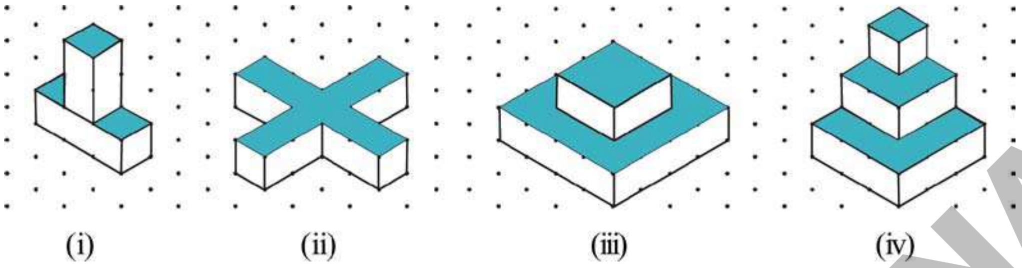
1۔ حسب ذیل سہ ابعادی اشکال کو "ہم پیمائشی نقاط" والے کاغذ پر اُتاریئے۔



2۔ ایک مکعب نما تو ''ہم پیمائشی نقاط' والے کاغذ پر اتاریئے جس کی پیمائشات 5 'اکائیاں x 3 'اکائیاں x 2 'اکائیاں ہیں۔

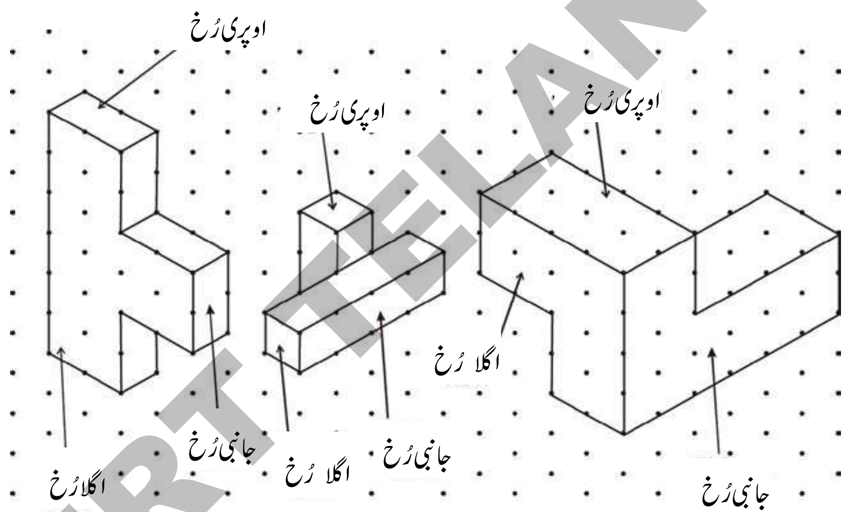
SCERT TELANGANA

3۔ حسب ذیل سہ ابعادی اشکال میں اکائی مکعبوں کی تعداد معلوم کیجیے۔



4۔ سوال نمبر 3 میں دی گئیں اشکال میں سائے دار خطّے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

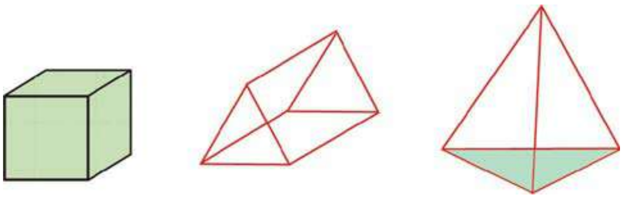
5۔ دو متصلہ نقاط کے درمیانی فاصلہ کو 1 اکائی لیتے ہوئے حسب ذیل سہ ابعادی اشکال کے - اگلے رُخ، جانبی رُخ اور اوپری رُخ اُتاریے۔



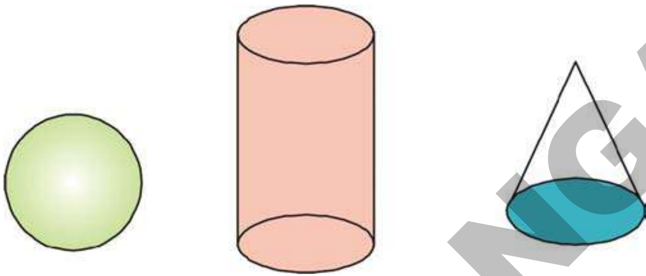
13.3 : مختلف جیومٹریائی ٹھوس اجسام

ہم اپنے اطراف و اکناف مختلف ٹھوس اجسام دیکھتے ہیں ان میں چند ٹھوس اجسام منحنی رُخ والے اور چند مسطح رُخ والے۔ سہ ابعادی اجسام جیسے صندوق، کتاب، پانسہ وغیرہ مسطح رُخ کے ہوتے ہیں۔ چند سہ ابعادی اجسام جیسے گینڈ، پائپ، وغیرہ منحنی رُخ والے ہوتے ہیں اس خصوصیت کی بنیاد پر ہم سہ ابعادی ٹھوس اجسام کی درجہ بندی کثیر پہلوئی (polyhedra) اور غیر کثیر پہلوئی (non-polyhedra) میں کرتے ہیں۔

حسب ذیل اجسام کا مشاہدہ کیجیے۔



کیا مندرجہ بالا ٹھوس کے رُخ منحنی ہیں؟ نہیں! تمام اجسام کے رُخ مسطح ہیں۔اس قسم کے تمام کثیرالاضلاع اجسام کثیر پہلوئی (polyhedra) کہلاتے ہیں۔(polyhedra کا واحد polyhedron ہے)۔



اوپر دیے گیے اجسام کے رُخ منحنی ہیں۔اس قسم کے ٹھوس اجسام (Non-polyhedron) کہلاتے ہیں۔

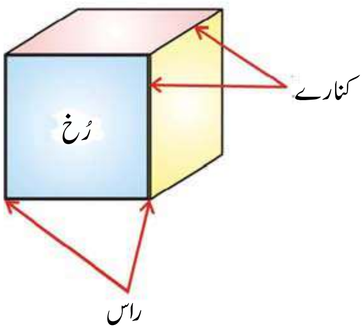
کوشش کیجیے

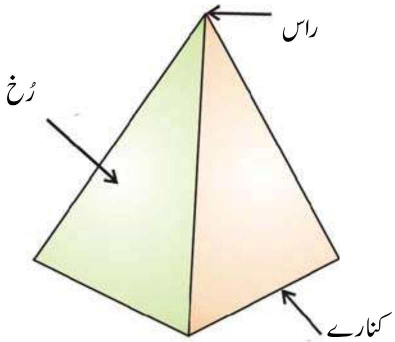
1۔ کوئی تین اشیا کے نام لکھیے جو کثیر پہلوئی (polyhedra) کی مثالیں ہیں۔

2۔ کوئی تین اشیا کے نام لکھیے جو غیر کثیر پہلوئی (Non-polyhedra) کی مثالیں ہیں۔

13.4 : سہ ابعادی اجسام کے رُخ، کنارے اور راس

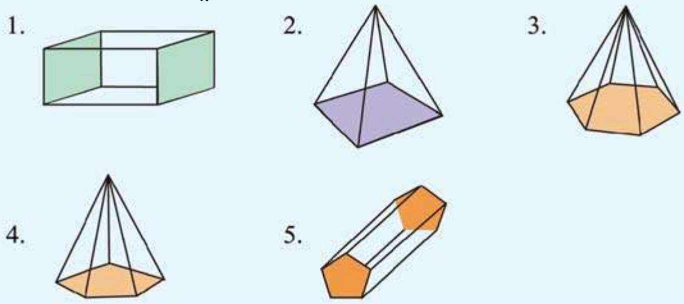
اپنے رہائشی کمرہ کی دیواروں، کھڑکیوں، دروازوں، فرش، چھت وغیرہ کا مشاہدہ کیجیے اور میز، صندوق وغیرہ کا بھی مشاہدہ کیجیے ان کے رُخ مسطح ہوتے ہیں۔ مسطح رُخ ایک دوسرے سے ان کے کناروں پر ملتے ہیں۔دو یا دو سے زائد کنارے، کونوں پر ملتے ہیں۔اس کا ہر ایک کونا راس کہلاتا ہے۔ایک مکعب لیجیے اور اس بات کا مشاہدہ کیجیے کہ اُس کے رُخ کہاں ملتے ہیں؟ اور اس کے کنارے کہاں ملتے ہیں۔





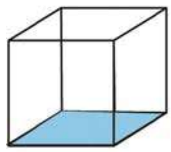
SCERT TELANGANA

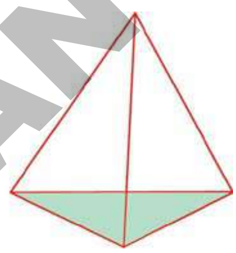
یہ کیجیے
دی گئیں اشکال کے کنارے، رُخ اور راس کی نشاندہی کیجیے۔



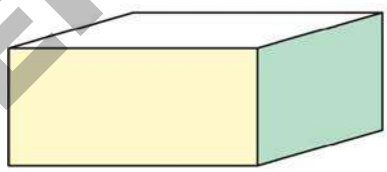
13.5 منتظم کثیر پہلوئی ٹھوس (Regular Polyhedron)

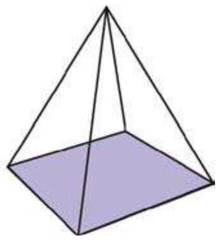
ذیل کی اشکال کے کنارے، رُخ اور راس کا مشاہدہ کیجیے۔


مکعب


مثلثی مخروط (چار پہلوئی ٹھوس)

اوپر دیے گیے دونوں اجسام میں، ان کے تمام رُخ ایک دوسرے کے مماثل ہیں۔ ان کے تمام کنارے مماثل ہیں اور ان کے ہر راس پر ملنے والے کناروں کی تعداد مساوی ہے۔ اس طرح تمام ٹھوس اجسام منتظم کثیر پہلوئی ٹھوس کہلاتے ہیں۔ اب ذیل کی اشکال کا مشاہدہ کیجیے!


مکعب نما


مربعی مخروط

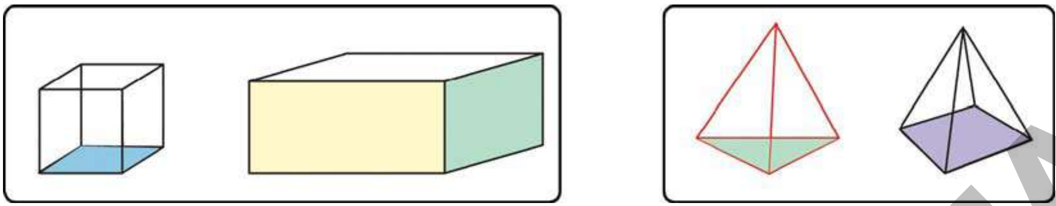
مکعب نما ایک غیر منتظم کثیر پہلوئی ٹھوس ہے کیونکہ اس کے تمام رُخ مماثل نہیں ہیں اور مربعی مخروط میں ایک راس چار کناروں سے مل کر بنا ہے اور ایک راس تین کناروں سے مل کر بنا ہے۔ اس کے ساتھ ساتھ مربعی مخروط کے تمام رُخ متماثل نہیں ہیں لہٰذہ مربعی مخروط بھی ایک غیر منتظم کثیر پہلوئی ٹھوس ہے۔ اس طرح کے ٹھوس اجسام غیر منتظم کثیر پہلوئی ٹھوس کہلاتے ہیں۔

لہٰذہ کثیر پہلوئی ٹھوس اجسام کی درجہ بندی منتظم کثیر پہلوئی ٹھوس اور غیر منتظم کثیر پہلوئی ٹھوس میں کی جاسکتی ہے۔

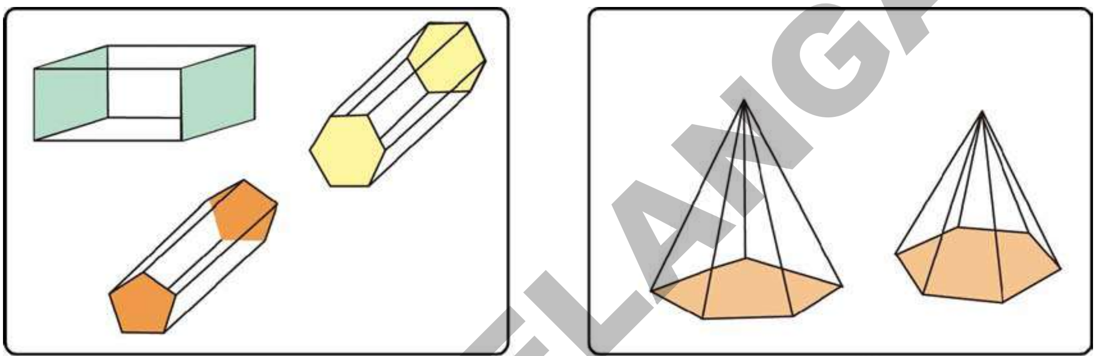
SCERT TELANGANA

13.5.1: منشوراہرام اورمخروط ضلعے

حسب ذیل اجسام کا مشاہدہ کیجیے۔



پہلے صندوق میں موجود اجسام کے اوپری رُخ اور قاعدے کے رُخ یکساں ہیں' دوسرے صندوق میں موجود اجسام کے قاعدے کے رُخ یکساں ہیں لیکن اوپر ایک مشترک راس ہے۔ آیئے اب ہم اس طرح چند مزید اجسام کا مشاہدہ کریں گے۔



(a) (b)

شکل (a) میں ہر جسم کے دو متوازی اور مماثل کثیر ضلعی رُخ ہیں اور اس کے طرفی رُخ مستطیل ہیں (یا متوازی الاضلاع) شکل (b) میں قاعدہ کثیر ضلعی ہے اور طرفی رُخ مثلثی ہیں یہ ایک مشترک راس پر ملتے ہیں ٹھوس اجسام جن میں دو متوازی اور مماثل کثیر ضلعی رُخ مستطیل نما متوازی الاضلاع ہوں منشور کہلاتے ہیں۔

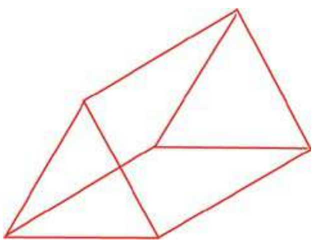
ایک ٹھوس مجسم جس کا قاعدہ کثیر ضلعی اور اس کے طرفی رُخ مثلث ہوں اہرام کہلاتا ہے۔ مماثل کثیر ضلعی رُخ اور قاعدے کی شکل کی بنیاد پر ہم انھیں "منشور" یا "اہرام" سے موسوم کرتے ہیں۔

A۔ مثلثی منشور

متصلہ شکل میں متماثل اور متوازی رُخ کس وضع کے ہیں اور اس کے طرفی رُخ کی وضع کیسی ہے؟ اس کے دو مماثل اور متوازی رُخ مثلث ہیں اور اس کے طرفی رُخ متوازی الاضلاع ہیں۔ یہ مثلثی منشور کہلاتا ہے

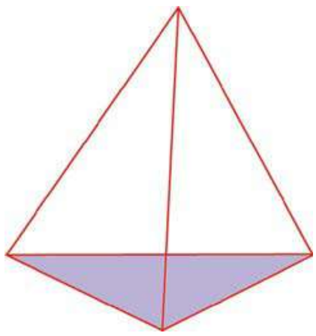
اگر اس کا قاعدہ مربع ہو تو یہ مربعی منشور کہلاتا ہے۔

اگر اس کا قاعدہ مخمس ہو تب یہ مخمسی منشور کہلاتا ہے۔



یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

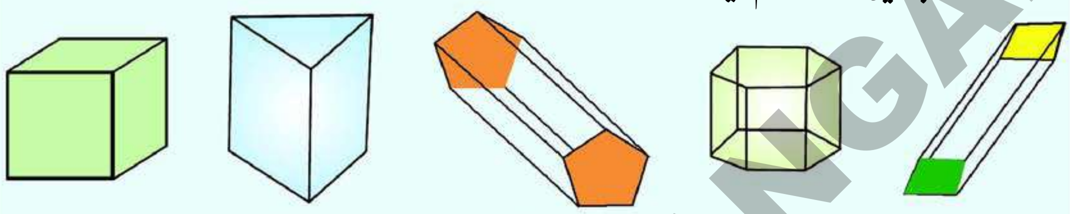
B۔ مثلثی اہرام



ایسا اہرام جس کا قاعدہ مثلث ہو مثلثی اہرام کہلاتا ہے۔اور چار سطحی جسم (tetrahydron) کہلاتا ہے (tetra کا مطلب چار پہلو یا رُخ والا جسم) اگر کسی اہرام کا قاعدہ مربعی ہو تب وہ مربعی اہرام کہلاتا ہے۔ اگر کسی اہرام کا قاعدہ مخمس ہو تب وہ مخمسی اہرام کہلاتا ہے۔

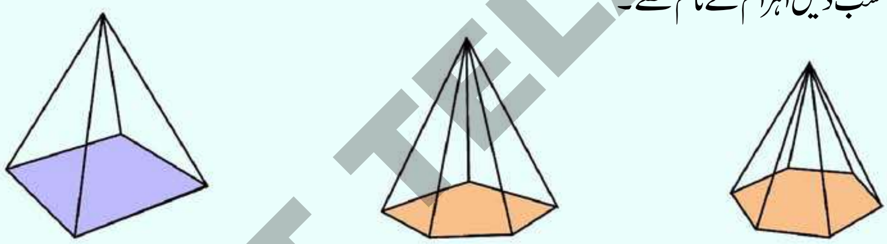
یہ کیجیے۔

1۔ حسب ذیل منشور کے نام لکھیے۔



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2۔ حسب ذیل اہرام کے نام لکھئے۔



(i) (ii) (iii)

3۔ ذیل کے جدول کی خانہ پُری کیجیے۔

قاعدے کے اضلاع کی تعداد	منشور کا نام	اہرام کا نام
منشور/اہرام		
3اضلاع		
4اضلاع		
5اضلاع		
6اضلاع		
8اضلاع		

4۔ منشور اور اہرام کے درمیان فرق کی وضاحت کیجیے۔

SCERT TELANGANA

سوچئے، تبادلہ خیال کیجیے اور لکھئے

ایک منتظم اہرام کے قاعدے کے کثیر اضلاع کی تعداد کو لامتناہی بڑھانے پر وہ اہرام کونسی شکل اختیار کر لیتا ہے۔

13.6 : کثیر ضلعی کے کنارے، رُخ اور راس

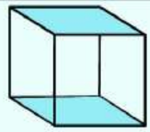
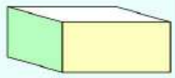
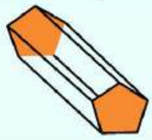
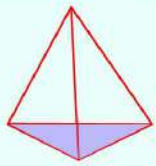
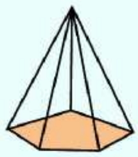
ہم کثیر ضلعی کے رُخ، کنارے اور راس کی تعداد کی گنتی کریں گے۔

رُخوں کی تعداد = 5

کناروں کی تعداد = 9

راسوں کی تعداد = 6

مشاہدہ کیجیے اور جدول کو مکمل کیجیے۔

جسم کا خاکہ	جسم کا نام	رُخوں کی تعداد (f)	راسوں کی تعداد (v)	کناروں کی تعداد (c)	F+V	E+2
	مکعب	6	8	12	6+8=12	12+2=14
	مکعب نما					
	خمسی منشور					
	چار سطحی یا مجسم					
	خمسی ہرم					

مندرجہ بالا آخری دو مشاہدوں سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ:

تمام کثیر ضلعی ٹھوس اجسام کے لیے E+2=F+V ہوں گے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

اس رشتہ کو سب سے پہلے ریاضی داں لیونارڈ یولر نے پیش کیا

اس نے اس کو اس طرح بیان کیا : **F+V = E+2**

یہ رشتہ کثیر ضلعی کے لئے یولر کا رشتہ کہلاتا ہے۔

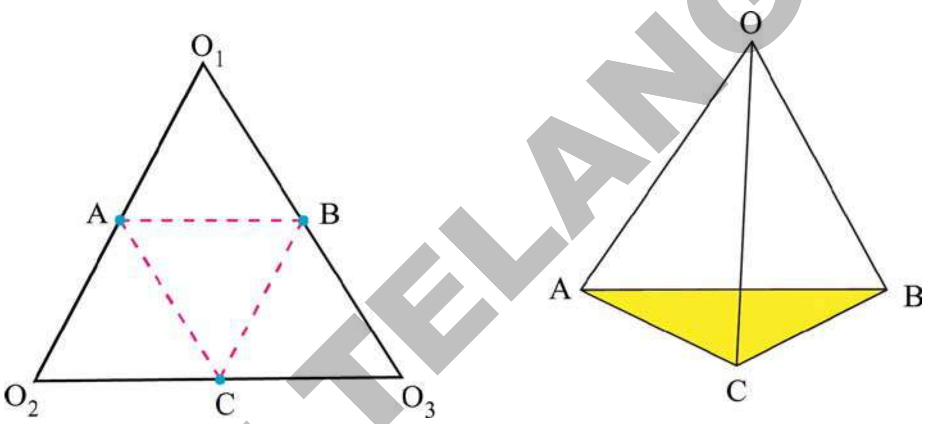
لیونارڈ یولر
(1707-1783)

13.7 : جال کے خاکے

جال دوابعادی میں ایک قسم کے بنیادی خطوط کا ڈھانچہ ہوتا ہے جب جال کو تہہ کیا جاتا ہے تب وہ سہ ابعادی ہو جاتا ہے اس طرح ہم جال نما خاکوں کو استعمال کرتے ہوئے منشور اور اہرام بنا سکتے ہیں۔

حسب ذیل میں مثلثی اہرام کی تشکیل کا مشغلہ دیا گیا ہے مشاہدہ کیجیے۔

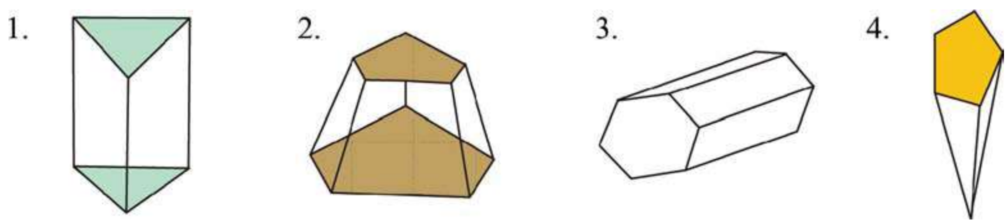
کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجیے اور اس کو مثلث کی شکل میں تراشیئے۔ راس O_1, O_2, O_3 کی نشاندہی کیجیے اور وسطی نقاط کی A, B, C سے نشاندہی کیجیے۔



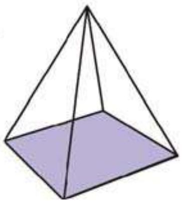
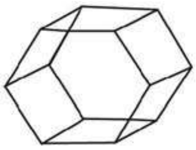
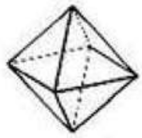
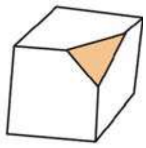
کاغذ کو نقاطی خطوط AB، BC اور CA کے مطابق موڑیئے اور مڑی ہوئی تہہ کو اس طرح اُٹھایئے کہ O_1, O_2, O_3 ایک دوسرے سے مل جائیں (اسکا نام O دیں) اس سے AO_1، AO_2 پر BO_1، BO_3 پر CO_2، CO_3 پر منطبق ہو جائیں گے اس طرح بننے والی شئے اہرام کہلاتی ہے۔ O_1, O_2, O_3 کیا ہرم کے جال نما خاکے ہیں۔

مشق 13.2

1۔ دی گئیں کثیر ضلعی اشکال کے رُخ، راس اور کنارے گنیے کیجیے اور یولر کے ضابطے سے تصدیق کیجیے



SCERT TELANGANA

5.  6.  7.  8. 

2۔ کیا مربعی منشور اور مکعب ایک ہی ہوتے ہیں؟ سمجھائیے۔

3۔ کیا کثیر پہلوئی ٹھوس (Polyhedra) میں 3 مثلثی رُخ ہوسکتے ہیں؟ سمجھائیے۔

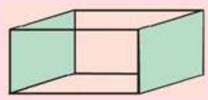
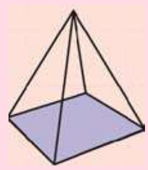
4۔ کیا کثیر پہلوئی ٹھوس (polyhedra) میں 4 مثلثی رُخ ہوسکتے ہیں؟ سمجھائیے۔

5۔ یولر کے ضابطے کو استعمال کرتے ہوئے ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے۔

رُخ	8	5	؟
راس	6	؟	12
کنارے	؟	9	30

6۔ کیا کثیر پہلوئی ٹھوس (polyhedra) میں 10 رُخ، 20 کنارے، اور 15 راس ہوسکتے ہیں؟

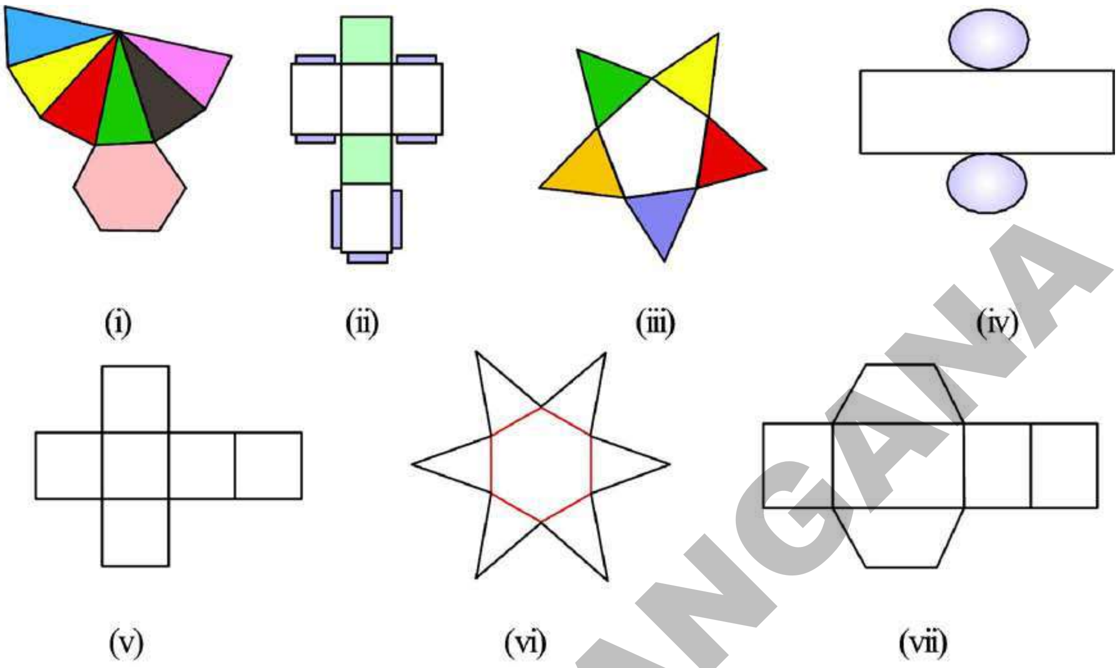
7۔ حسب ذیل جدول کو مکمل کیجیے۔

اجسام	راسوں کی تعداد	کناروں کی تعداد
		
		

SCERT TELANGANA

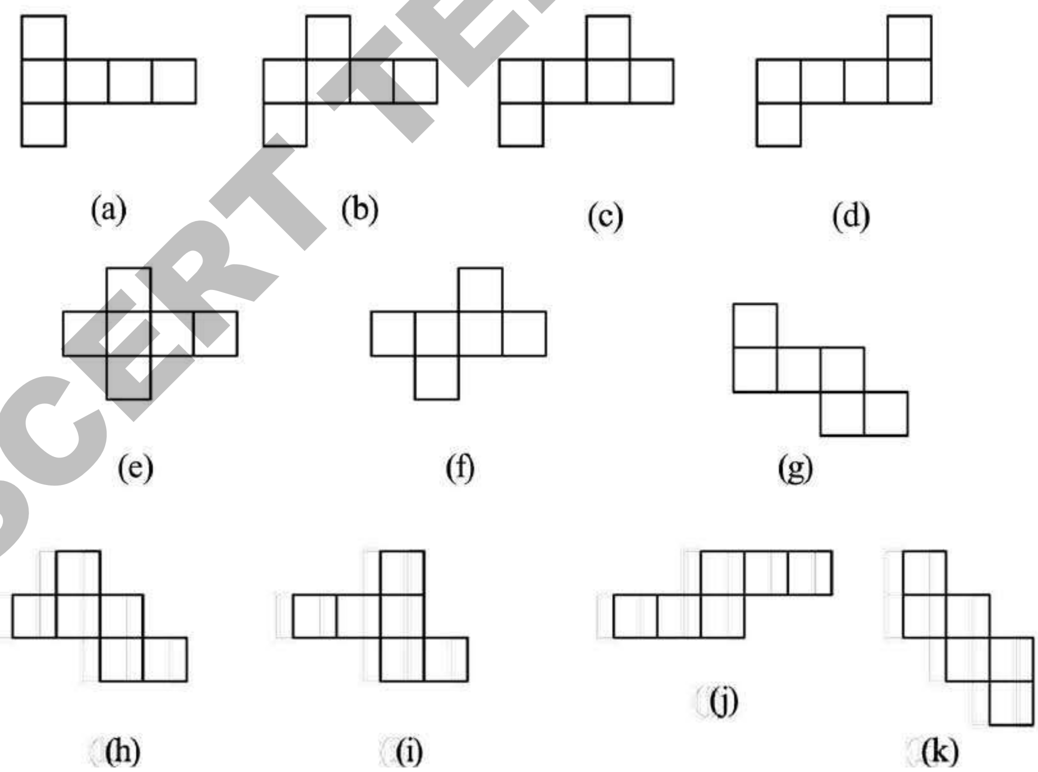
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

8۔ ان ہمہ ابعادی اجسام یا اشکال کے نام لکھیے جو ذیل میں دی گئی جالیوں کی بنائی جاسکتی ہوں۔



9۔ حسب ذیل خاکوں کو مربعی خانوں والی نوٹ بک میں اُتاریئے اور یہ معلوم کیجیے کہ ان میں کون سے خاکے مکعب بناتے ہیں؟

(i)



SCERT TELANGANA

(ii) ذیل کے سوالات کے جوابات دیجیے۔

(a) اس کثیر پہلوئی ٹھوس شکل (Polyhedra) کا نام بتلایئے جس کے 4 رُخ اور 4 راس ہوتے ہیں؟

(b) ٹھوس جسم کا نام بتلایئے جس میں راس نہیں ہوتا؟

(c) اس کثیر پہلوئی ٹھوس شکل (Polyhedra) کا نام بتلایئے جس کے 12 کنارے ہوتے ہیں؟

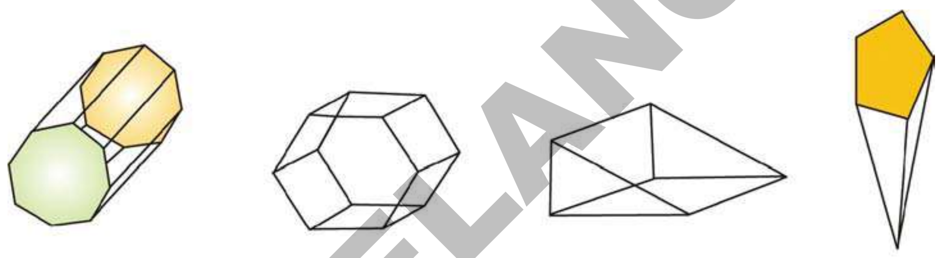
(d) ٹھوس جسم کا نام بتلایئے جس میں سطح نہیں ہوتی؟

(e) ایک مکعب اور ایک مکعب نما میں کیا فرق ہوتا ہے؟

(f) وہ کون سی دو اشکال ہیں جن کے رُخوں، کناروں اور راسوں کی تعداد مساوی ہوتی ہے

(g) اس کثیر پہلوئی ٹھوس شکل (Polyhedra) کا نام بتلایئے جس کے 5 رُخ اور 5 راس ہوتے ہیں؟

(iii) ذیل میں دیے گئے اجسام کے نام لکھیے۔



(a) (b) (c) (d)

ہم نے کیا سیکھا

1۔ ہم پیائشی نقاط والے کاغذ پر ایک سہ ابعادی شکل کو دو ابعادی شکل میں اُتارنا۔

2۔ سہ ابعادی اشکال میں تین رُخ ہوتے ہیں: اوپری رُخ، جانبی رُخ اور اگلا رُخ۔

3۔ کثیر پہلوئی جسم: ہموار سطح والے ٹھوس اجسام کثیر پہلوئی جسم کہلاتے ہیں۔

4۔ منشور: ایسا کثیر پہلوئی ٹھوس جس کا قاعدہ اور اوپری رُخ مماثل (ایک ہی کثیر ضلعی) ہو اور باقی رُخ مستطیلی (متوازی الاضلاع) ہوں تو یہ ٹھوس "منشور" کہلاتا ہے۔

5۔ ہرم: ایسا کثیر پہلوئی ٹھوس جس میں ایک قاعدہ اور ایک راس ہو اور باقی رُخ مثلثی ہوں تو یہ ٹھوس "اہرام" کہلاتا ہے۔

6۔ دو ابعادی جالیوں کے استعمال سے سہ ابعادی اجسام بنائے جا سکتے ہیں۔

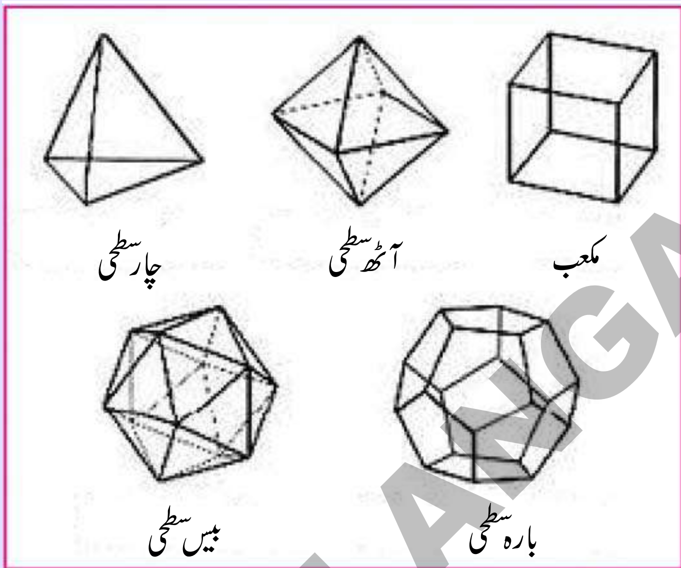
7۔ یولر کا ضابطہ برائے کثیر پہلوئی ٹھوس: **F+V = E+2**

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

کیا آپ جانتے ہیں۔

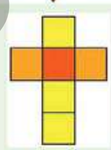
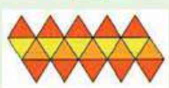
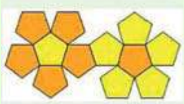
عام طور پر صرف 5 قسم کے منتظم کثیر پہلوئی ٹھوس ہوتے ہیں ان تمام کو جو پیچیدہ ٹھوس ہوتے ہیں افلاطونی ٹھوس (Platonic) کہا جاتا ہے یہ اجسام افلاطون کے نام سے موسوم ہیں۔



مکعب ہی حرف کثیر پہلوئی ٹھوس شکل ہے جو خلاء کو بھرتا ہے۔

SCERT TELANGANA

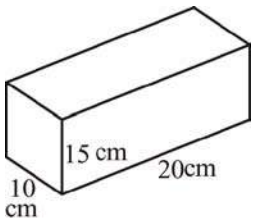
افلاطونی ٹھوس اجسام کی جالی دار شکلیں

کثیر پہلوئی ٹھوس کا نام	کثیر ضلعی کے رُخ کی شکل	جالی دار شکل
چار پہلوئی	چار مثلثات	
آٹھ پہلوئی	آٹھ مثلثات	
مکعب	چھ مربعے	
بیس پہلوئی	بیس مثلثات	
بارہ پہلوئی	بارہ مخمس	

سطحی رقبے اور حجم (مکعب اور مکعب نما)

14 Surface Areas and Volume (Cube and Cuboid)

14.0:تعارف



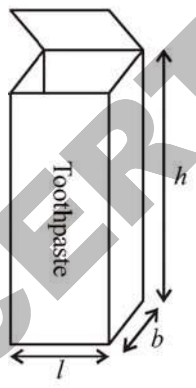
احمد اپنے گفٹ باکس پر گفٹ پیپر چپکانا چاہتا ہے۔اس کے کسی دوست نے بتایا کہ اسے 100 مربع سمر کاغذ خریدنا پڑے گا جبکہ ایک اور دوست نے کہا کہ 200 مربع سمر گفٹ کے کاغذ کی ضرورت ہوگی۔ بتائیے کہ کس کی بات درست ہے؟ احمد کو یہ کیسے پتہ چلے کہ اسے کتنا کاغذ خریدنا ہے۔

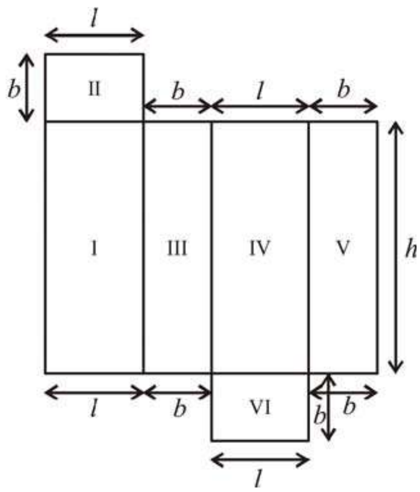
ظاہر ہے کہ گفٹ باکس کی سطح کا رقبہ جتنا ہوگا اتنے ہی کاغذ کی ضرورت ہوگی۔

ایسے موقعوں پر حسابات کرنے کے لیے ہمیں مختلف ٹھوس اشیا کی سطح کے رقبہ کو محسوب کرنا ہوتا ہے۔

14.1 مکعب نما

موٹے کاغذ یا کارڈ بورڈ سے مکعب نما کی شکل کا ایک ڈبہ تیار کیجیے۔اس کے لیے ٹوتھ پیسٹ کا ڈبہ لیا جا سکتا ہے۔شکل میں جیسا کہ بتایا گیا ہے اس ڈبے کو کاٹئے اور اس کی سطحوں کا مشاہدہ کیجیے۔کتنی مساوی سطحیں آپ نے دیکھیں؟





اشکال کو دیکھئے اگر طول l ہو، عرض b ہو جبکہ بلندی h پائی گئی ہو تو آپ مساوی سطحوں کی تین جوڑیوں کو حاصل کر سکتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

اب ہم یہ دیکھتے ہیں کہ مکعب نما کی کل سطحوں کا رقبہ

رقبہ I + رقبہ II + رقبہ III + رقبہ IV + رقبہ V + رقبہ VI

$= h \times l + l \times b + b \times h + l \times h + b \times h + l \times b$

اس طرح کل سطحی رقبہ $= 2\,(h \times l + b \times h + b \times l)$

$= 2\,(lb + bh + hl)$

احمد کے گفٹ باکس کی بلندی 20 سم طول 10 سم اور عرض 15 سم میٹر ہے۔

لہٰذا ڈبے کی تمام سطحوں کا رقبہ مساوی ہے۔

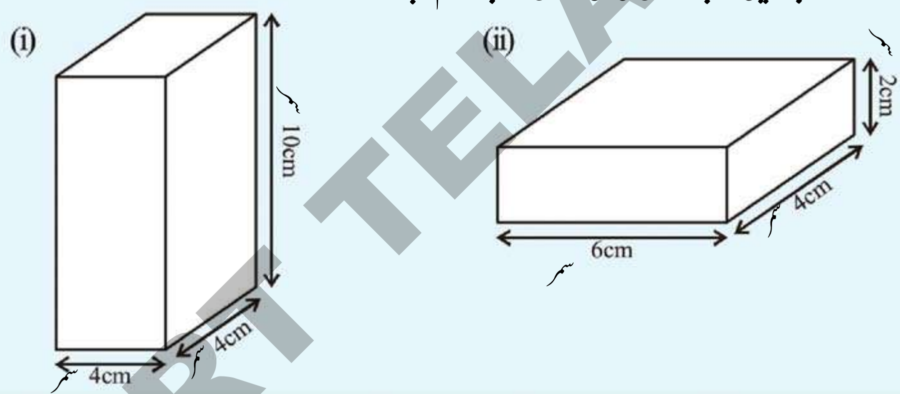
$= 2(20 \times 10 + 10 \times 15 + 15 \times 20)$

$= 2\,(200 + 150 + 300)$

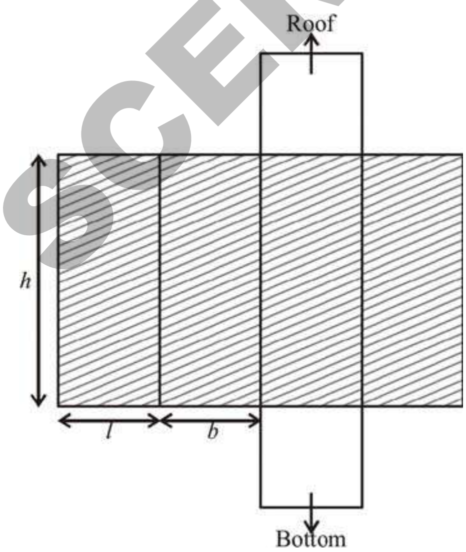
$= 2\,(650) = 1300$ مربع سمر

یہ کیجئے

1. حسب ذیل مکعب نماؤں کی کل سطحوں کا رقبہ معلوم کیجئے۔



14.1.2: پہلوی سطح کا رقبہ



☆ مکعب نما کی پہلوی سطحوں (اوپر اور قاعدہ کی سطحوں کو شامل نہ کرتے ہوئے) کے رقبہ کو پہلوی سطح کا رقبہ کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر آپ کے کمرہ کی چار دیواروں کا رقبہ جس میں آپ رہتے ہیں پہلوی سطح کا رقبہ کہلاتا ہے۔

لہٰذا کسی مکعب نما کی پہلوی سطح کا رقبہ =

$= (l \times h) + (b \times h) + (l \times h) + (b \times h)$

$= 2lh + 2bh$

$= 2h\,(l + b)$

SCERT TELANGANA

کوشش کیجئے

(i) آپ کی جماعت میں استعمال کیا جانے والا ڈسٹر لیجئے جو کہ مکعب نما ہوتا ہے۔اسکیل کی مدد سے اس کے ابعاد معلوم کیجئے اور اس کی سطحوں کا رقبہ محسوب کیجئے۔

(ii) اس ڈسٹر کو ترسیمی کاغذ سے لپیٹ دیجئے اس طرح سے کہ کاغذ ڈسٹر کی سطح کو برابر ڈھانکے۔اس کی سطحوں پر مربعوں کی گنتی کرتے ہوئے اس رقبہ کی جانچ کیجئے جو آپ نے محسوب کیا ہے۔

(iii) اپنے کمرہ جماعت کا طول' عرض اور بلندی کی پیائش کیجئے اور

a) روم کی کل سطح کا رقبہ محسوب کیجئے۔کھڑکیوں اور دروازوں کے رقبوں کو نظر انداز کیجئے۔

b) کمرہ کی پہلوی سطح کا رقبہ معلوم کیجئے۔

c) کمرہ کی تمام سطحوں کا رقبہ معلوم کیجئے جس کی آہک پاشی کرنی ہے۔

سوچئے ، بحث کیجئے

1) کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی مکعب نما کی کل سطح کا رقبہ = پہلوی سطحوں کا رقبہ + 2 x قاعدہ کا رقبہ

2) بتائی گئی اشکال کے مطابق شکل نمبر 1 سے شکل نمبر 2 کے انداز پر رکھنے کی صورت میں کیا مکعب نما کی پہلوی سطحوں کا رقبہ مساوی ہوگا؟

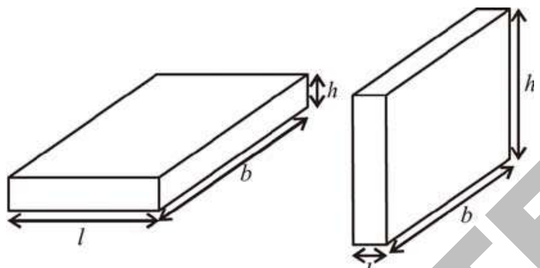


Fig (i) Fig (ii)

3) اگر مکعب نما کے ابعاد $(l = b = h)$ مساوی ہوں تو شکل اتاریئے اور کل سطحوں کے رقبہ اور پہلوی سطحوں کے رقبہ کا ضابطہ تدوین کیجئے۔

14.2: مکعب

گرڈ پیپر پر جس پر مربع بنے ہوئے ہیں شکل نمبر (i) بنائیے اور اسے کاٹ کر علیحدہ کیجئے۔اس کے کناروں کو جیسا کہ شکل (i) میں بتایا گیا ہے موڑیئے اور انہیں (ii) اور (iii) کے مطابق مکعب نما کی شکل میں لائیے۔آپ کو کیسی جسامت حاصل ہوئی؟ اس کے پہلوؤں اور ابعاد کا مطالعہ کیجئے۔

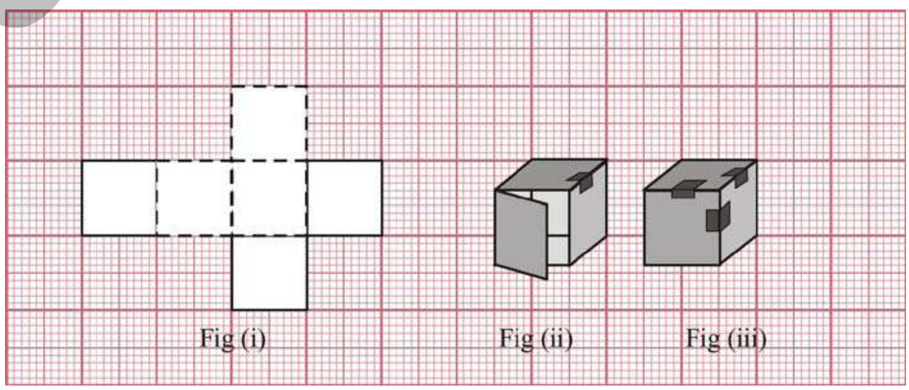
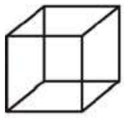


Fig (i) Fig (ii) Fig (iii)

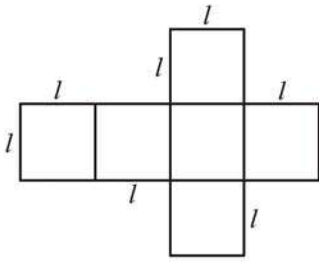
SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

اس مکعب کا اس مکعب نما سے تقابل کر کے دیکھئے جو آپ نے پہلے تیار کیا تھا۔ دونوں میں آپ نے کیا فرق محسوس کیا۔



(i)



(ii)

a) اشکال (iv) اور (v) کا مشاہدہ کیجئے۔ کیا مکعب کی تمام سطحیں مربع ہیں؟ کیا مکعب کی لمبائی، بلندی اور چوڑائی مساوی ہے؟

b) مکعب کے کتنے پہلو ہیں؟ کیا تمام پہلو مساوی ہیں؟

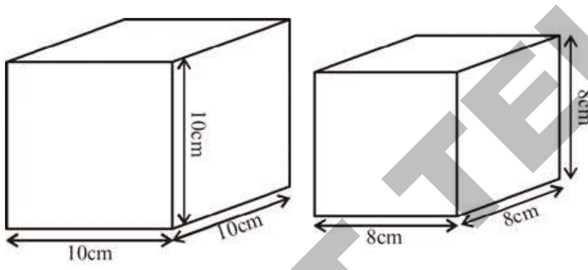
c) اگر مکعب کا ہر ضلع l اکائیاں ہے تو بتاؤ کہ ہر سطح کا رقبہ کیا ہوگا؟ (شکل (v))

d) مکعب کی کل سطح کا رقبہ محسوب کیجئے۔

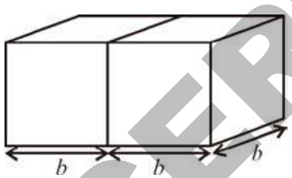
e) مکعب کی پہلوی سطحوں کا رقبہ معلوم کیجئے۔

کوشش کیجئے

(i) نیچے دی گئیں اشکال میں مکعب 'A' کا رقبہ اور مکعب 'B' کی پہلوی سطح کا رقبہ معلوم کیجئے۔

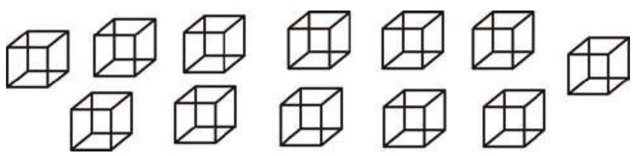


A B



(ii) دو مکعبوں کو جن میں سے ہر ایک کی سطح 'b' اکائیاں ہے ملا لیا گیا جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ بتاؤ کہ اس مکعب نما کی کل سطح کا رقبہ کیا ہوگا۔

(iii) بتائیے کہ آپ 12 مکعبوں کو جن کے ابعاد مساوی ہیں کم سے کم سطح پر مکعب نما کی شکل میں ترتیب دے سکیں گے؟



(iv) ایک مکعب جس کے ابعاد 4 x 4 x 4 ہیں کی سطح کو رنگین کیا گیا ہے۔ اس مکعب کو 64 مساوی مکعبوں میں کاٹا گیا۔ بتاؤ کہ کتنے مکعب (a) 1 سطح پر رنگین ہوئے؟ (b) 2 سطحوں پر رنگین ہوئے؟ (c) 3 سطحوں پر رنگین ہوئے؟ (d) کسی بھی سطح پر رنگین نہیں ہوئے۔

SCERT TELANGANA

مثال:1   ایک مکعب نما کی سطح کا رقبہ معلوم کیجئے جس کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب 15 سمر، 12 سمر اور 10 سمر ہیں۔

مکعب نما کا طول (l) = 15cm

مکعب نما کا عرض (b) = 12cm

مکعب نما کی بلندی (h) = 10cm

مکعب نما کی سطح کا رقبہ = $2(lb + bh + hl)$

= $2(15 \times 12 + 12 \times 10 + 10 \times 15)$ مربع سمر

= $2(180 + 120 + 150)$ مربع سمر

= $2(450)$ مربع سمر

= 900 مربع سمر

مثال:2   اگر ایک مکعب کے کنارے کو دوگنا کر دیا گیا تو بتاؤ کہ اس کی سطح کے کی رقبہ میں کتنے گنا اضافہ ہوگا۔

حل: فرض کیجئے کہ مکعب کے کنارے کا طول x ہے

دوگنا کرنے کے بعد طول = $2x$

اصل مکعب کی سطح کا رقبہ = $6x^2$

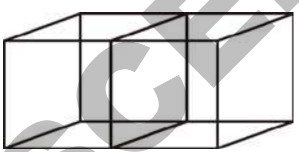
نئے مکعب کی سطح کا رقبہ جس کا کنارہ دوگنا کر دیا گیا = $6(2x)^2 = 24x^2 = 4 \times 6 \times x^2$

نئے مکعب کی سطح کا رقبہ = 4 اصل مکعب کی سطح کا رقبہ

لہٰذا نئے مکعب کی سطح کا رقبہ اصل مکعب کی سطح کے رقبہ کا 4 گنا ہوگا۔

مثال: 3   دو مکعبوں کو جن کے ضلع کی لمبائی 6 سمر ہے جوڑ دیا گیا۔ حاصل شدہ مکعب نما کی سطح کا رقبہ محسوب کیجئے۔

حل: دی گئی شکل کو غور سے دیکھئے جب دو مساوی مکعب جوڑ دیئے گئے ہوں تو حاصل ہونے والے مکعب نما کی 6 سطحیں ہوتی ہیں۔ پہلو کی دو سطحیں دکھائی نہیں دیتیں۔



ہمارے پاس 2 - 12 = 10 مربعی سطحیں ہیں

لہٰذا مکعب نما کی کل سطح کا رقبہ = $10 \times (6)^2$ مربع سمر

= 10×36 مربع سمر = 360 مربع سمر

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

متبادل طریقہ

اگر دو مکعبوں کو جن کا ضلع 6 سم ہے جوڑ دیا جائے تو ایسا مکعب نما حاصل ہوگا جس کا طول' عرض اور بلندی بالترتیب (6+6) سینٹی میٹر' 6 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر یعنی 12 سینٹی میٹر' 6 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہوں گے اس طرح مکعب نما کی کل سطح کا رقبہ

$= 2(lb + bh + lh)$

$= 2(12 \times 6 + 6 \times 6 + 12 \times 6)$ مربع سم

$= 2(72 + 36 + 72)$ مربع سم

$= 2 \times 180$ مربع سم

$= 360$ مربع سم

مثال 4: ایک بند ڈبے کی جس کی لمبائی 60 سم' عرض 40 سم اور بلندی 30 سم ہے۔ بیرونی سطح پر پینٹنگ کرنے کی قیمت 50 پیسے فی 20 مربع سم کے حساب سے کیا ہوگی؟

ڈبے کی لمبائی (l) = 60 سم

ڈبے کی چوڑائی (b) = 40 سم

ڈبے کی بلندی (h) = 30 سم

ڈبے کی کل سطح کا رقبہ $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(60 \times 40 + 40 \times 30 + 60 \times 30)$ مربع سم

$= 2(2400 + 1200 + 1800)$ مربع سم

$= 2 \times 5400$ مربع سم

$= 10800$ مربع سم

پینٹنگ کی لاگت فی 20 مربع سم = 50 پیسے $= ₹\,\frac{50}{100}$

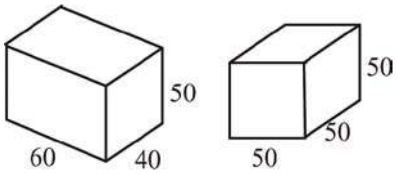
پینٹنگ کی لاگت فی مربع سم $= ₹\,\frac{50}{100} \times \frac{1}{20}$

پینٹنگ کی لاگت 10800 مربع سم کے لئے $= ₹\,\frac{50}{100} \times \frac{1}{20} \times 10{,}800 = ₹\,270$

SCERT TELANGANA

مشق - 14.1

1) یہاں پر دو مکعب نما ڈبوں کی اشکال دی گئی ہیں۔ پہچانیے کہ ان میں کس ڈبے کو بنانے میں خرچ کم ہوگا۔

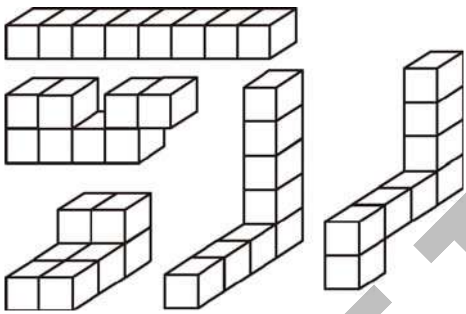


2) اس مکعب کا ضلع معلوم کیجئے جس کی سطح کا رقبہ 600 مربع سمر ہے۔

3) رفیعہ نے اپنی الماری کی سطح کو رنگ کیا۔اس کے ابعاد 1 میٹر x 2 میٹر x 1.5 میٹر ہیں۔اگر قاعدہ کے سوا تمام کو رنگ کرنے کی صورت میں بتایئے کہ اس نے کتنے رقبے پر رنگ کیا۔

4) ایک مکعب نما پر رنگ چڑھانے کی قیمت معلوم کرو جس کے ابعاد 20 سمر x 15 سمر x 12 سمر ہیں اور فی مربع سمر رقبے کے لیے 5 پیسے خرچ آتا ہے۔

14.3: مکعب اور مکعب نما کا حجم



3 ابعادی کوئی شے جتنی جگہ فضا میں گھیرتی ہے اسے اس شے کا حجم کہتے ہیں۔
آپ اپنے اطراف کی چیزوں کے حجم پر غور کیجئے۔مثال کے طور پر کمرہ کا حجم کمرہ میں رکھی ہوئی الماری کے حجم سے زیادہ ہوگا۔اسی طرح پنسل باکس کا حجم اس کے اندر رکھے ہوئے قلم اور ربر سے زیادہ ہوگا۔کیا آپ ان چیزوں کا حجم محسوب کر سکتے ہیں؟
یاد رکھیئے کہ کسی سطح کے رقبہ کو مربع اکائیوں میں لکھا جاتا ہے لیکن بتاؤ کہ حجم کو کیا لکھا جائے گا۔کسی ٹھوس شے کے حجم کی اکائیاں مکعب اکائیاں کہلاتی ہیں چونکہ ایک مکعب سمجھنے کے لیے بہت بہتر ٹھوس شے ہوتی ہے۔(جیسے کہ رقبہ معلوم کرنے کے لیے مربع کی شکل ہوا کرتی ہے)

کسی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے اس سطح کو مربع اکائیوں میں توڑ دیا جاتا ہے۔ایسے ہی کسی ٹھوس شئے کے حجم کے لیے ہمیں فضا کو مکعب اکائیوں میں تقسیم کرنا ہوگا۔ایک اکائی مکعب وہ مکعب ہے جس کے ضلع کی لمبائی اکائی ہوتی ہے۔نوٹ کیجئے کہ دی گئیں اشکال میں ہر ایک ٹکڑے کا حجم جنہیں مختلف طریقوں سے ترتیب دیا گیا ہے 8 مکعب اکائیاں ہیں۔

1 مکعب سمر $= 1\ cm \times 1\ cm \times 1\ cm = 1\ cm^3$

$= 10\ mm \times 10\ mm \times 10\ mm =$ ______________ mm^3

1 مکعب میٹر $= 1\ m \times 1\ m \times 1\ m = 1\ m^3$

$= 100\ cm \times 100cm \times 100cm =$ ______________ cm^3

$= 1\ mm \times 1\ mm \times 1\ mm = 1\ mm^3$

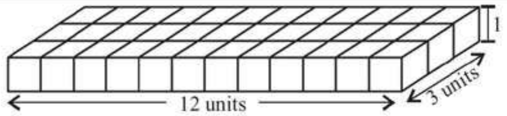
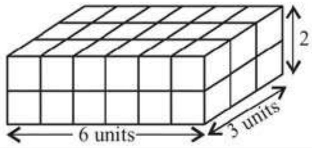
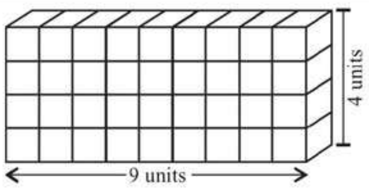
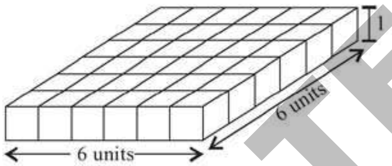
1 مکعب ملی میٹر $= 0.1\ cm \times 0.1\ cm \times 0.1\ cm =$ ______________ cm^3

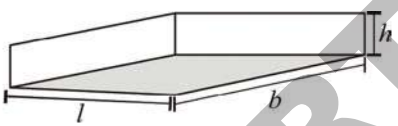
SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

14.3.1 مکعب نما کا حجم

مساوی جسامت کے 36 مکعب لیجیے (یعنی ہر ایک مکعب ضلع مساوی ہو) انہیں اس انداز سے جمائیے کہ وہ مکعب نما دکھائی دیں۔ آپ انہیں مختلف طریقوں سے رکھ سکتے ہیں۔ حسب ذیل جدول کا مطالعہ کیجیے اور خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

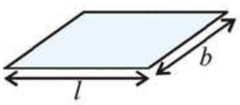
	مکعب نما	طول (l)	عرض (b)	بلندی (h)	$l \times b \times h = V$
(i)		12	3	1	$12 \times 3 \times 1 = 36$
(ii)		...	...	...	...
(iii)		...	...	...	...
(iv)		...	...	...	...

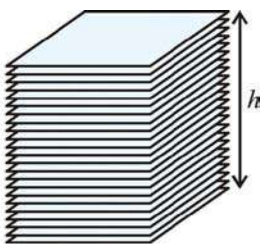


آپ نے کیا دیکھا؟ کیا آپ کو مکعب کے ابعاد اور حجم میں کوئی رشتہ محسوس ہوتا ہے اس مکعب نما کو بنانے چونکہ ہم نے 36 مکعب لیئے ہیں لہٰذا ایسے ہر ایک مکعب نما کا حجم 36 مکعب اکائیاں ہوگا۔ یہ عدد مکعب نما کے طول، عرض اور بلندی کا حاصل ضرب ہے۔ اوپر کی مثال سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکعب نما کا حجم = $l \times b \times h$۔ چونکہ $l \times b$ قاعدہ کا رقبہ ہوتا ہے لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ

مکعب نما کا حجم = قاعدہ کا رقبہ x بلندی

عملی کام



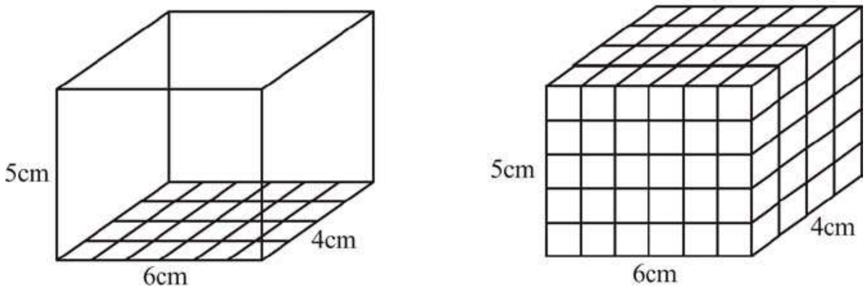


ایک کاغذ کا شیٹ لیجیے اور اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔ اس کاغذ پر ایسے ہی کئی اور کاغذ اس طریقہ سے جمائیے کہ بتائی گئی شکل کے مطابق آپ کو مکعب نما حاصل ہو۔ اس مکعب نما کی بلندی کو ناپیے۔ اب کاغذ کے شیٹ کے رقبہ اور اس مکعب نما کی بلندی کو ضرب دے کر اس کا حجم دریافت کیجیے۔

SCERT TELANGANA

یہ کیجیے

آیئے ایک ایسے مکعب نما کا حجم معلوم کریں جس کا طول عرض بلندی بالترتیب 6 سمر، 4 سمر اور 5 سمر ہے۔



اس مقصد کے لیے اب ہم مکعب نما کے طول کے ساتھ 1 مکعب سمر حجم والے چھوٹے مکعب رکھتے چلے جائیں گے۔ بتایئے کہ اس کے طول میں کتنے مکعب رکھے گئے؟ چونکہ مکعب نما کی لمبائی 6 سمر ہے، 6 ٹکڑے رکھے گئے۔

اسی طرح بتایئے کہ مکعب نما کے عرض سے متصل کتنے ٹکڑے رکھے جائیں گے؟ چونکہ اس کا عرض 4 سمر ہے، 4 ٹکڑے رکھے جائیں گے۔ لہٰذا ایک تہہ پر 4 x 6 چھوٹے مکعب رکھے گئے۔

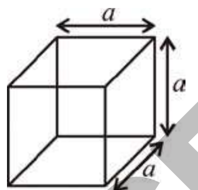
اب بتائیں کہ پورے مکعب نما میں چھوٹے مکعبوں کی کتنی تہیں جمائی گئیں۔ 5 تہیں جمائی گئیں ہیں کیونکہ مکعب نم کی بلندی 5 سمر ہے۔ ہر تہہ میں 4 x 6 مکعب ہوں گے۔

لہٰذا 5 تہوں میں 5 x 4 x 6 مکعب رکھے گئے یعنی طول x عرض x بلندی۔

اس عمل سے پتہ چلا کہ مکعب نما کا حجم کیا ہوگا۔

مکعب نما کا حجم = طول x عرض x بلندی

14.3.2 مکعب کا حجم



مکعب ایسا مکعب نما ہوتا ہے جس کی لمبائی، چوڑائی اور موٹائی تینوں مساوی ہوتے ہیں۔

اس طرح مکعب کا حجم = ضلع x ضلع x ضلع

= (ضلع)^3 = a^3

جہاں a مکعب کا ایک ضلع ہے

مکعب کا طول	مکعب کا حجم
10mm = 1cm	1000 mm^3 = 1cm^3
10cm = 1dm	1000 c m^3 = 1dm^3
10dm = 1m	1000 d m^3 = 1 m^3
100cm = 1m	1000000 c m^3 = m^3
1000m = 1km	1000000000 m^3 = 1km^3

عام طور پر ہم مائعات کے حجم کی پیمائش ملی لیٹر یا لیٹر میں کرتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

$1\ cm^3 = 1\ ml$

$1000\ cm^3 = 1\ l$

$1\ m^3 = 1000000\ cm^3 = 1000\ l$

$= 1\ kl$ کلومیٹر

مثال:5 لکڑی کے ٹکڑے کا حجم معلوم کیجئے جس کی لمبائی 20 سم، عرض 10 سم اور بلندی 8 سم ہے۔

حل: لکڑی کا ٹکڑا دراصل ایک مکعب نما اور اس کا حجم = $l \times b \times h$

جہاں طول (l) = 20 سم، عرض (b) = 10 سم اور بلندی (h) = 8 سم

لکڑی کے ٹکڑے کا حجم = 20 سم x 10 سم x 8 سم = 1600 مکعب سم

مثال:6 پانی کے حوض کی لمبائی 1.4 میٹر ہے۔ اس کی چوڑائی 1 میٹر اور اونچائی 0.7 میٹر ہے اس حوض کا حجم لیٹروں میں معلوم کیجئے۔

حل: حوض کا طول (l) = 1.4 میٹر = 140 سم

عرض (b) = 1 میٹر = 100 سم

اونچائی (h) = 0.7 میٹر = 70 سم

حوض کا حجم = $l \times b \times h$

$= (140 \times 100 \times 70)$ مکعب سم

$= \dfrac{140 \times 100 \times 70}{1000}$

$= 980$ لیٹر

یہ کیجئے

مکعب نما کا مجسم بنانے کے لیے 64 اکائی مکعبوں کو جس انداز میں چاہیں ترتیب دیں ہر ترتیب کی سطح کا رقبہ معلوم کریں۔ کیا اس مکعب نما کا حجم اور سطحی رقبہ مساوی ہوگا۔

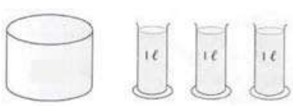
کیا آپ جانتے ہیں

گنجائش: حجم اور گنجائش کے الفاظ میں کوئی زیادہ فرق نہیں۔

a) کوئی شئے فضا میں جتنی جگہ گھیرتی ہے اس جگہ کو حجم کہتے ہیں۔

b) گنجائش وہ حجم ہے جو کسی برتن میں سمایا جاتا ہے۔

اگر پانی کے ایک ڈبے میں 100 مکعب سم پانی ہے تو کہا جاتا ہے کہ اس ڈبے کی گنجائش 100 مکعب سم ہے۔ گنجائش کو لیٹروں میں بھی بولا جاتا ہے۔



حجم گنجائش

SCERT TELANGANA

مثال:7 اس مکعب نما کا حجم معلوم کیجیے جس کا عرض اس کے طول کا نصف ہے اور بلندی طول کی دگنی ہے۔

حل: مکعب نما کی لمبائی x اکائیاں

لہٰذا اس کا عرض = $\frac{x}{2}$ اکائیاں

اور مکعب نما کی بلندی = $2x$ اکائیاں

لہٰذا مکعب نما کا حجم = طول x عرض x بلندی

= $(x \times \frac{x}{2} \times 2x)$ مکعب اکائیاں

= x^3 مکعب اکائیاں

مثال:8 ایک ڈبہ 1.8 میٹر لمبا 80 سمر چوڑا ہے جبکہ اس کی بلندی 60 سمر ہے۔ دوسری طرف اس ڈبے میں صابن اس طرح رکھے گئے کہ کوئی جگہ نہ چھوٹے صابن کے ابعاد 6 سمر x4.5 سمر x40 ملی میٹر ہیں۔ بتائیے کہ ایسے ہر ایک ڈبے میں کتنے صابن رکھے جاسکیں گے؟

حل: ڈبے کا طول (l) = 1.8 میٹر = 180 سمر

ڈبے کا عرض (b) = 80 سمر

ڈبے کی بلندی (h) = 60 سمر

ڈبے کا حجم = $l \times b \times h$

= 180 x 80 x 60 مربع سمر

= 864000 مربع سمر

صابن کی لمبائی = 6 سمر

صابن کی چوڑائی = 4.5 سمر

صابن کی موٹائی = 40 ملی میٹر = 4 سینٹی میٹر

ایک صابن کا حجم = $6 \times 4.5 \times 4\ cm^3$

= $108.0\ cm^3$

∴ صابنوں کی مطلوبہ تعداد = $\frac{\text{ڈبے کا حجم}}{\text{ایک صابن کا حجم}}$

= $\frac{864000}{108} = 8000$

لہٰذا دیئے ہوئے ڈبے میں 8000 صابن رکھے جاسکیں گے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

مثال:9 لکڑی کے مکعب نما سے، جس کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب 21 سمر، 9 سمر اور 8 سمر ہے۔ 3 سمر ضلع کے کتنے مکعب کاٹے جاسکیں گے اور کتنی لکڑی بچ رہے گی۔

حل: مکعب نما کا طول (l) = 21 سمر

مکعب نما کا عرض (b) = 9 سمر

مکعب نما کی بلندی (h) = 8 سمر

مکعب نما کا حجم = $21 \times 9 \times 8 = 1512$ مکعب سمر

طول واری کاٹے جانے والے مکعبوں کی تعداد = $\frac{21}{3} = 7$

عرض واری کاٹے جانے والے مکعبوں کی تعداد = $\frac{9}{3} = 3$

بلندی میں کاٹے جانے والے مکعبوں کی تعداد = $\frac{8}{3} = 2.6$

بلندی میں ہم صرف 2 مکعب ہی کاٹ سکتے ہیں جبکہ باقی لکڑی ضائع ہوجائے گی۔

لہٰذا کاٹے جانے والے مکعبوں کی تعداد = $7 \times 3 \times 2$

= 42 مکعب سمر

ہر ایک مکعب کا حجم = $3 \times 3 \times 3 = 27cm^3$ مکعب سمر

تمام مکعبوں کا حجم = 27×42

= 1134 مکعب سمر

$\therefore$ ضائع ہونے والی لکڑی کا حجم = $1512 - 1134 = 378$

مثال:10 مکعب نما کی شکل کے ایک حوض میں 60 لیٹر فی منٹ کی شرح سے پانی بھرا جا رہا ہے۔ اگر حوض کی گنجائش 108 مکعب میٹر ہو تو بتاؤ کہ حوض بھرنے کے لیے کتنا وقت درکار ہوگا؟

حل: حوض کا حجم = $108m^3 = 108 \times 1000$ لیٹر

حوض میں 60 لیٹر فی منٹ کی شرح سے پانی بھرا جا رہا ہے

$\therefore$ مطلوبہ وقت = $\frac{108 \times 1000}{60}$ منٹ

= $\frac{108 \times 1000}{60 \times 60}$ شمیمہ $= 30$ گھنٹے

SCERT TELANGANA

مثال: 11 4000 افراد پر مشتمل ایک گاؤں کو روزانہ فی کس 150 لیٹر پانی کی ضرورت ہے۔ اس گاؤں میں 20 میٹر، 15 میٹر اور 6 میٹر ابعاد کا ایک حوض ہے۔ حوض کو ایک دفعہ بھر دینے پر یہ گاؤں کی کتنے دن کی ضرورت پوری کرے گا۔

حل: حوض کا حجم = $20m \times 15m \times 6m$

= $1800m^3 = 1800000$ لیٹر

روزانہ فی کس مطلوبہ پانی = 150 لیٹر

پوری آبادی کے لیے ایک دن میں مطلوبہ پانی کا حجم = 150 x 4000

دنوں کی تعداد = $\dfrac{\text{حوض کا حجم}}{\text{فی دن مطلوبہ پانی کا حجم}}$

= $\dfrac{1800000}{150 \times 4000} = 3$ دن

مشق - 14.2

1) مکعب نما کا حجم معلوم کیجیے جس کے ابعاد ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

	طول	عرض	بلندی
(i)	8.2 m	5.3 m	2.6 m
(ii)	5.0 m	4.0 m	3.5 m
(iii)	4.5 m	2.0 m	2.5 m

2) اندرونی ابعاد دیئے گئے ہیں ان ذخیروں کی گنجائش کیا ہوگی۔ حجم کو مکعب میٹروں اور لیٹروں میں محسوب کیجئے۔

	طول	عرض	بلندی
(i)	3 m 20 cm	2 m 90 cm	1 m 50 cm
(ii)	2 m 50 cm	1 m 60 cm	1 m 30 cm
(iii)	7 m 30 cm	3 m 60 cm	1 m 40 cm

3) کسی مکعب کے طول کو نصف کر دیا جائے تو اس کا حجم کتنا ہوگا؟ کیا حجم میں کمی ہوگی؟ اگر آپ کا جواب ہاں میں ہو تو کتنی کمی ہوگی؟

SCERT TELANGANA

(4 ذیل میں دیئے گئے ہر ایک مکعب کا حجم معلوم کیجئے۔

(i) 6.4 سنٹی میٹر (ii) 1.3 میٹر (iii) 1.6 میٹر

(5 8 میٹر، 6 میٹر اونچی اور 22.5 سینٹی میٹر موٹی دیوار تعمیر کرنے کے لیے 25 سمر، 11.25 سمر اور 6 سمر ابعاد رکھنے والی کتنی اینٹوں کی ضرورت ہوگی؟

(6 ایک مکعب نما کا طول 25 سمر، عرض 15 سمر اور بلندی 8 سمر ہے۔ اس مکعب نما کے حجم اور اس مکعب کے حجم کا فرق معلوم کیجئے جس کا ضلع 16 سمر ہے؟

(7 ایک لکڑی کا ڈبہ اس طرح تراشا گیا کہ اس کی موٹائی 1 سمر ہے۔ بیرونی ابعاد 7 x 4 x 5 سمر ہیں۔ بتاؤ کہ کتنی لکڑی استعمال کی گئی؟

(8 20 سمر، 18 سمر اور 16 سمر کے ابعاد رکھنے والے لکڑی کے مکعب نما سے 4 سمر ضلع کے کتنے مکعب بنائے جاسکیں گے؟

(9 ایک مکعب نما کے ابعاد 12 سمر x 9 سمر x 6 سمر ہیں۔ اس میں سے 4 سمر x 3 سمر x 2 سمر ابعاد رکھنے والے کتنے مکعب نما کاٹے جاسکیں گے؟

(10 ایک برتن مکعب نما کی شکل کا ہے۔ جس کا طول 30 سمر اور عرض 25 سمر ہے۔ بتاؤ کہ اس کی بلندی کیا ہوگی جبکہ اس میں 4.5 لیٹر پانی کی گنجائش ہے؟

ہم نے کیا سیکھا

(1 اگر l، b، h مکعب نما کے ابعاد ہوں تو

(i) اس کی پہلوی سطحوں کا رقبہ $2h(l+b)$ ہوگا

(ii) کل سطح کا رقبہ $2(lb+bh+hl)$ ہوگا

(2 اگر مکعب کے ضلع کا طول a ہو تو

(i مکعب کی پہلوی سطح کا رقبہ $4a^2$ ہوگا

(ii مکعب کا کل سطحی رقبہ $= 6a^2$

(iii مکعب نما کا حجم $= l \times b \times h$

(iv مکعب کا حجم = ضلع x ضلع x ضلع = a^3

(3
$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ m}l$

$1\, l = 1000 \text{ cm}^3$

$1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3 = 1000\, l$

$= 1 \text{ k}l$ کلو لیٹر

SCERT TELANGANA

15 اعداد کا کھیل
Playing with Numbers

15.0 تعارف

فرض کیجئے کہ آپ نے ایک صبح ایک ایسی دنیا میں آنکھ کھولی جہاں اعداد کا کوئی وجود ہی نہ ہو۔ غور کیجئے کہ آپ کا دن کیسے گزرے گا؟ آپ کے پاس کیلنڈر ہی نہیں ہوگا کہ آپ کو پتہ چلے کہ آج مہینے کا کونسا دن ہے؟ ٹیلیفون نمبرات نہ ہوں تو آپ اپنے دوستوں سے بات ہی نہیں کر سکیں گے! ہاں یہ ضرور ہوگا کہ مکانات پر نمبر نہ ہونے سے اجنبی لوگ آپ کے مکان پر آتے رہیں گے اور آپ کو دق کرتے رہیں گے! یہ تو چند ایک مثالیں ہوئیں۔ ایسے حالات کا تصور کیجئے کہ نمبرات کے بغیر آپ کی روزمرہ زندگی کا کیا ہوگا؟ آپ کا خیال صحیح ہے۔ اگر گھڑیاں نہ ہوں تو آپ مدرسہ کو دیر سے پہنچے گے اور اپنے پسندیدہ سیریلس' کارٹونس دیکھنے سے قاصر رہیں گے۔ ہاں! ایک اور بات اعداد کے بغیر کرکٹ اور فٹبال وغیرہ سب گول ہو جائیں گے۔ لہٰذا اعداد کے بغیر تصور ہی محال ہے۔ اگر ہم کسی شے کی قیمت جاننا چاہیں یا پھر اپنے دوستوں میں کوئی چیز مساوی طور پر تقسیم کرنا چاہیں تو کیسے کر پائیں گے؟ کیا آپ اندازہ کر سکتے ہیں کہ ان کاموں کے لیے کونسے بنیادی افعال کرنے پڑتے ہیں؟ یہ تمام کام انجام دینے کے لیے ہمیں اعداد کی ضرورت ہے اور تقسیم وغیرہ کے عمل کے قواعد ملحوظ رکھنا پڑتا ہے۔ تقسیم کے قواعد سے ہمیں یہ معلوم ہوتا ہے کہ کونسا عدد دوسرے عدد سے قابل تقسیم ہے اور کونسا عدد نہیں۔ ایسے ہی بعض بنیادی اُصول وضوابط کے ذریعہ آیئے اعداد کا کھیل کھیلیں۔

15.1 اعداد کی تقسیم پزیری کے اُصول

بعض اعداد لیجئے اور جانچئے کہ وہ 2 سے تقسیم ہوتے ہیں یا نہیں یہ بھی دیکھئے کہ وہ 3 اور آگے کے بعض دوسرے اعداد سے بھی تقسیم کئے جاسکتے ہیں اس طرح 7 تک کرتے چلے جائیے۔

فرض کیجئے کہ عدد 'a'، 'b' کو مکمل طور پر تقسیم کرتا ہے تو کہتے ہیں کہ 'b'، 'a' سے قابل تقسیم ہے۔

اس باب میں تقسیم کے ایسے ہی قوانین اور ان کی ضرورت پر غور کیا جائے گا۔ سب سے پہلے اعداد میں ہندسوں کے مقام اور اجزا کا مطالعہ کریں گے۔

15.1.1 کسی ہندسہ کا مقام

ایک عدد 645 لیجئے اور اسے پھیلائیے $645 = 600 + 40 + 5 = 6 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$ دیئے ہوئے عدد میں 6 کا ہندسی مقام 600 اور 4 کا ہندسی مقام 40 ہے۔ کہا جائے گا کہ اس عدد میں 100 چھ مرتبہ واقع ہو رہا ہے 10 چار مرتبہ ہے اور اکائی پانچ مرتبہ واقع ہوتا ہے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21
SCERT TELANGANA

یہ کیجئے

دیئے ہوئے اعداد میں خط کشیدہ ہندسوں کی مقامی قدر لکھئے۔

(i) $\underline{2}9879$ (ii) $103\underline{4}4$ (iii) $9\underline{8}725$

15.1.2 اعداد کا توسیعی طریقہ

ہم جانتے ہیں کسی عدد کو توسیعی طریقہ سے کس طرح لکھا جاتا ہے۔اس کے علاوہ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ 10 کی قوت نما کے طریقہ سے انہیں کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ
$10^0 = 1$

مثال کے طور پر

معیاری طریقہ		توسیعی طریقہ		قوت نما میں اظہار
68 =60+8	=	$(10 \times 6) + 8$	=	$(10^1 \times 6) + (10^0 \times 8)$
72=70+2	=	$(10 \times 7) + 2$	=	$(10^1 \times 7) + (10^0 \times 2)$

ایک دو ہندسی عدد $10a + b$ پر غور کیجئے جہاں a دہائی کے مقام پر اور b اکائیوں کے مقام پر پایا جاتا ہے۔اوپر کے طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے اس عدد کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔ $(10\times a)+b=(10^1\times a)+(1\times b)$ جہاں $(a\neq 0)$

آیئے ایک دوسرے عدد 658 پر غور کریں۔یہ ایک تین ہندسی عدد ہے اسے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

معیاری طریقہ	توسیعی طریقہ	قوت نما میں اظہار
$658 = 600 + 50 + 8$	$= 100 \times 6 + 10 \times 5 + 1 \times 8$	$= 10^2 \times 6 + 10^1 \times 5 + 1 \times 8$
$759 = 700 + 50 + 9$	$= 100\times 7 + 10\times 5 + 1\times 9$	$= 10^2 \times 7 + 10^1\times 5 + 1\times 9$

عام طور پر ایک تین ہندسی عدد جو a، b اور c پر مشتمل ہوتا ہے یوں لکھا جاتا ہے۔۔

$$10^2 a + 10^1 b + c = 100\times a + 10\times b + c = 100a + 10b + c$$ جہاں $(a\neq 0)$

ایک عدد کو اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$3456 = 3000 + 400 + 50 + 6 \quad = 1000 \times 3 + 100 \times 4 + 10 \times 5 + 6$$
$$= 10^3 \times 3 + 10^2 \times 4 + 10^1 \times 5 + 6$$

اسی طرح ایک چار ہندسی عدد کو جو a، b، c اور d پر مشتمل ہوتا ہے اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$1000a + 100b + 10c + d = 1000 \times a + 100 \times b + 10 \times c + d$$
$$= 10^3 a + 10^2 b + 10^1 c + d.$$
جہاں $(a\neq 0)$

SCERT TELANGANA

یہ کیجئے

.1 حسب ذیل اعداد کو توسیعی شکل میں لکھئے۔

(i) 65 (ii) 74 (iii) 153 (iv) 612

.2 حسب ذیل اعداد کو معیاری شکل میں لکھئے۔

(i) $10 \times 9 + 4$ (ii) $100 \times 7 + 10 \times 4 + 3$

.3 خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

(i) $100 \times 3 + 10 \times$ ____ $+ 7 = 357$

(ii) $100 \times 4 + 10 \times 5 + 1 =$ ________

(iii) $100 \times$ _____ $+ 10 \times 3 + 7 = 737$

(iv) $100 \times$ ____ $+ 10 \times q + r = pqr$

(v) $100 \times x + 10 \times y + z =$ ___________

15.1.3 اجزائے ضربی اور اعداد کے ضریب

$1 \times 36 = 36$	$4 \times 9 = 36$
$2 \times 18 = 36$	$6 \times 6 = 36$
$3 \times 12 = 36$	

بتایئے کہ 36 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟

36 کے اجزائے ضربی 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، 36 ہیں بتایئے

کہ 36 کا سب سے بڑا جز ضربی کیا ہے؟

ہم کہتے ہیں کہ ہر جز ضربی عدد سے چھوٹا یا اس کے برابر ہوتا ہے۔ کسی عدد کا سب سے بڑا جز ضربی خود وہی عدد ہوتا ہے۔

.'. ہم کہیں گے کہ کوئی عدد خود اپنا ہی جز ضربی ہوتا ہے جبکہ 1 تمام اعداد کا جز ضربی ہوتا ہے۔

$$7 \times 1 = 7 , 9 \times 1 = 9$$

اگر کسی عدد کے 1 اور خود اسی عدد کے سوا دوسرے اجزائے ضربی نہ ہوں تو ایسے اعداد کو آپ کیا کہیں گے؟

ایسے اعداد **''مفرد اعداد''** کہلاتے ہیں۔ مثلاً: .....2, 3, 5, 7, 11, 13 وغیرہ

11، 23، 4567، 89 چار اعداد کے ایسے دلچسپ سیٹ ہیں جو کہ مفرد اعداد ہیں اور سلسلہ وار اعداد سے بنتے ہیں۔

جانچیئے کہ 191، 911، 199، 919، 991 مفرد اعداد ہیں یا نہیں؟

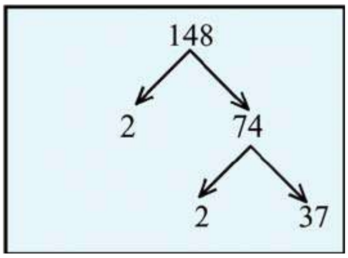
828180797877767574737271706968676665646362616059585756555453525150494847464544

4342414039383736353433323130292827262524232221201918171615141312111098765 4321

ہمیں یہ عدد 82 سے شروع کر کے 1 تک پیچھے کی جانب کے تمام اعداد لکھتے جانے پر حاصل ہوگا۔ یہ عدد ایک مفرد عدد ہے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21



148 کے مفرد اعداد اجزائے ضربی لکھئے۔

$$148 = 2 \times 74 = 2 \times 2 \times 37 = 2^2 \times 37^1$$

148 کے اجزا اس کے مفرد اجزا (اجزا کے قوت نما + 1) کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

یعنی $(2 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 2 = 6$

$1, 2, 4, 37, 74, 148.$ ہیں

اگر کسی عدد کو اس کے مفرد اجزا کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھنا مطلوب ہو تو اسے اس طرح لکھا جائے گا۔ $N = 2^a \times 3^b \times 5^c$ ......

N کے اجزا ..... $(a + 1)(b + a)(c + 1)$

6 کے اولین 5 ضریب کیا ہوں گے۔

$$6 \times 1 = 6, \quad 6 \times 2 = 12, \quad 6 \times 3 = 18, \quad 6 \times 4 = 24, \quad 6 \times 5 = 30$$

6, 12, 18, 24, 30، 6 کے اولین 5 ضریب ہیں۔

ہم اس طرح اس کے کتنے ضریب لکھ سکتے ہیں؟ لامتناہی ضریب

لہٰذا کہا جائے گا کہ کسی عدد کے لامتناہی ضریب ہوتے ہیں۔

یہ کیجئے

1. حسب ذیل اعداد کے اجزائے ضربی لکھئے۔

(a) 24 (b) 15 (c) 21 (d) 27
(e) 12 (f) 20 (g) 18 (h) 23 (i) 36

2. حسب ذیل کے اولین 5 ضریب لکھئے

(a) 5 (b) 8 (c) 9

3. حسب ذیل کے مفرد اجزائے ضربی لکھئے۔

(a) 72 (b) 158 (c) 243

15.1.4 10 سے قابل تقسیم اعداد

10 کے چند ضریب لکھئے : .... ,10, 20, 30, 40, 50, 60

ان تمام اعداد میں اکائی کے مقام پر '0' واقع ہوتا ہے۔

کیا آپ یہ کہہ سکتے ہیں کہ 10 کے تمام ضریب اکائی کے مقام پر '0' رکھتے ہیں؟ ہاں!

∴ اگر کسی عدد کے اکائی کے مقام پر '0' ہو تو ایسا ہر عدد 10 سے تقسیم ہوگا۔

آیئے اس اُصول پر غور کریں

SCERT TELANGANA

اگر ہم ایک تین ہندسی عدد لیں جہاں 'a' سیکڑے کے مقام پر 'b' دہائی کے مقام پر اور 'c' اکائی کے مقام پر ہو تو اس عدد کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$100a + 10b + c = 10(10a + b) + c$$

(10a+b)10' کا ضریب ہوگا۔ اگر 'c' '10' کا ضریب ہو تو یہ عدد 10 سے تقسیم ہوگا۔ یہ اس وقت ہی ممکن ہے جبکہ $c = 0$

یہ کیجئے

1. جانچ کیجیے کہ حسب ذیل اعداد 10 سے تقسیم ہوں گے یا نہیں

(a) 3860 (b) 234 (c) 1200 (d) 10^3 (e) 10 + 280 + 20

2. جانچ کیجیے کہ دیئے ہوئے اعداد 10 سے تقسیم ہوتے ہیں یا نہیں۔

(a) 10^{10} (b) 2^{10} (c) $10^3 + 10^1$

کوشش کیجیے

(1 56Z÷10 اس تقسیم میں اگر 6 باقی بچتا ہے۔ بتایئے کہ Z کی قیمت کیا ہوسکتی ہے۔

15.1.5 5 سے تقسیم ہونے والے اعداد

5 کے ضریب .... 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 اس طرح ہیں۔ ان اعداد میں اکائی کے مقام پر 0 یا 5 ہوتا ہے۔ اگر اکائی کے مقام پر 0 یا 5 ہو تو ایسا ہر عدد 5 سے تقسیم ہوگا۔

اس قاعدہ پر غور کیجیے۔

اگر ہم کوئی تین ہندسی عدد $100a+10b+c$ لیں جہاں 'a' سینکڑے کے مقام 'b' دہائی کے مقام اور 'c' اکائی کے مقام پر ہو تو اس عدد کو یوں $100a + 10b + c = 5(20a + 2b) + c = 5(20a + 2b)$ لکھا جاسکتا ہے۔

$5(20a + 2b)$ ' 5 کا ضریب ہے۔ کوئی عدد 5 سے اسی وقت تقسیم ہوگا جبکہ اکائی کے مقام پر $c = 0$ یا $c = 5$

کوشش کیجیے

(1 جانچ کر بتایئے کہ ذیل کے اعداد 5 سے تقسیم ہوں گے یا نہیں۔

(a) 205 (b) 4560 (c) 402 (d) 105 (e) 235785

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

اگر 34A‘ 5 سے قابل تقسیم ہو تو A کی قیمت کیا ہو سکتی ہے؟

دیئے گئے عدد میں اکائی کے مقام پر A ہے اس کی قیمت 0 یا 5 ہونے پر ہی دیا ہوا عدد 5 سے تقسیم ہوگا۔

اس لئے $A = 0$ یا 5

کوشش کیجئے

(1 اگر $4B \div 5$ ہو تو باقی 1 رہتا ہے۔ B کی قیمت معلوم کرو۔

(2 اگر $76C \div 5$ ہو تو باقی 2 رہتا ہے۔ C کی قیمت کیا ہوگی۔

(3 اگر کوئی عدد 10 سے قابل تقسیم ہو تو یہ عدد 5 سے بھی قابل تقسیم ہوگا۔ کیا یہ بیان صحیح ہے۔ وجہ بیان کیجیے۔

(4 اگر کوئی عدد 5 سے تقسیم ہوتا ہو تو یہ 10 سے بھی تقسیم ہوگا۔ یہ بیان صحیح ہے یا غلط۔ وجوہات بیان کیجیے۔

15.1.6 2 سے قابل تقسیم اعداد

2 کے اضعاف لیجئے یعنی ....,2, 4, 6 وغیرہ

ان اعداد میں اکائی کا ہندسہ 0, 2, 4, 6, 8 پر ختم ہوتا ہے۔

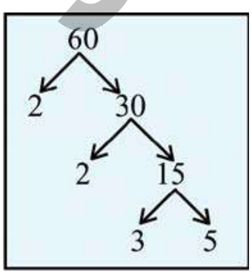
اگر دیئے ہوئے عدد میں اکائی کے مقام پر 0, 2, 4, 6, یا 8 (جفت اعداد) ہوں تب دیا ہوا عدد 2 سے تقسیم ہوگا۔ دوسری صورت میں 2 سے تقسیم نہیں ہوگا۔

آیئے اس اصول کی وجوہات دیکھتے ہیں۔

اگر ہم کوئی تین ہندسی عدد $100 \times a + 10 \times b + c$ لیں جہاں پر سیکڑے کے مقام پر a‘ دہائی کے مقام پر b اور اکائی کے مقام c رکھا گیا ہے تب اس عدد کو یوں لکھا جائے گا $100a + 10b + c = 5(50a + 5b) + c = 5(50a + 5b)$ اور یہ 2 کے ضریب ہوں گے۔ اگر کوئی دیا ہوا عدد 2 سے تقسیم ہوتا ہو تو ضروری ہے کہ اکائی کے مقام پر 8 یا 6‘ 4‘ 2‘ 0 $=c$ (جفت عدد) ہونا چاہئے۔

سوچئے، بحث کیجئے اور حل کیجئے

(1 ایک عدد کے اکائی کے مقام کو معلوم کیجئے جسے 5 اور 2 سے تقسیم کرنے پر بالترتیب 3 اور 1 باقی بچتا ہے۔



مثال 1: 60 کے اجزائے ضربی کی تعداد لکھئے اور اسکی جانچ کیجیے۔

حل: 60 کو $2^2 \times 3^1 \times 5^1$ صورت میں مفرد اجزا کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جائے گا۔

$\therefore$ اجزا کی تعداد $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1)$

$= 3 \times 2 \times 2 = 12$

یہ اجزا 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 ہیں

SCERT TELANGANA

مشق - 15.1

(1 تقسیم پزیری کے اصول کو استعمال کرتے ہوئے بتایئے کہ ذیل میں دیئے ہوئے اعداد 2، 5، 10 سے (ہاں یا نہیں میں لکھئے) تقسیم ہوتے ہیں یا نہیں؟ آپ نے کیا مشاہدہ کیا۔

عدد	2 سے قابل تقسیم	5 سے قابل تقسیم	10 سے قابل تقسیم
524	ہاں	نہیں	نہیں
1200			
535			
836			
780			
3005			
4820			
48630			

(2 تقسیم پزیری کے اصول کی مدد سے بتایئے کہ ذیل کے کونسے اعداد 2 سے تقسیم ہوں گے۔

(a) 2144 (b) 1258 (c) 4336 (d) 633 (e) 1352

(3 تقسیم پزیری کے اصول کے ذریعہ محسوب کیجئے کہ کونسے اعداد 5 سے تقسیم ہوں گے۔

(a) 438750 (b) 179015 (c) 125 (d) 639210 (e) 17852

(4 بتایئے کہ ذیل کے اعداد 10 سے تقسیم ہوں گے یا نہیں؟ تقسیم پزیری کے اصول استعمال کریں۔

(a) 54450 (b) 10800 (c) 7138965 (d) 7016930 (e) 10101010

(5 ذیل کے اعداد کے اجزا لکھئے۔

(a) 18 (b) 24 (c) 45 (d) 90 (e) 105

(6 کوئی 5 اعداد لکھئے جو 2، 5 اور 10 سے تقسیم ہوتے ہیں۔

(7 34A، 2 سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہے اور جب اسے 5 سے تقسیم کیا گیا تو باقی 1 رہتا ہے۔ A کی قیمت کیا ہوگی۔

15.1.7 3 اور 9 سے تقسیم کے اُصول

378 پر غور کیجئے۔ اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔ $= 300 + 70 + 8$

$= 100 \times 3 + 10 \times 7 + 8$

یہاں 3 کو مشترکہ جز ضربی کے طور پر لکھا نہیں جاسکتا۔ $= (99 + 1)\,3 + (9 + 1)\,7 + 8$

SCERT TELANGANA

عدد کو اس انداز سے لکھنا ہوگا۔

$$378 = 99 \times 3 + 9 \times 7 + (3 + 7 + 8)$$
$$= 99 \times 3 + 3 \times 3 \times 7 + (3 + 7 + 8)$$
$$= 3\,(99 + 21) + (3 + 7 + 8)$$

.2 $3(99 + 21)$ ‘ 3 کا ضریب ہے۔لہٰذا یہ عدد 3 ہی سے تقسیم ہوسکتا ہے جبکہ $(3 + 7 + 8)$ کا مجموعہ 3 کا ضریب ہے۔

حل: **9 سے تقسیم کا اُصول**

378 کو لکھا جاسکتا ہے

$$378 = 300 + 70 + 8$$
$$= 100 \times 3 + 10 \times 7 + 8$$
$$= (99 + 1)\,3 + (9 + 1)7 + 8$$
$$= 99 \times 3 + 9 \times 7 + (3 + 7 + 8)$$
$$= 9\,(11 \times 3 + 1 \times 7) + (3 + 7 + 8)$$
$$= 9\,(33 + 7) + (3 + 7 + 8)$$

$9\,(33 + 7)$ ‘ 9 کا ضریب ہے۔اگر دیا ہوا عدد 9 سے تقسیم ہوتا ہو تو $(3 + 7 + 8)$ ہندسوں کا حاصل جمع بھی 9 کا ضریب ہوگا۔

آیئے اس اصول کو سمجھتے ہیں۔

اگر ہم تین ہندسی عدد $100a + 10b + c$ ‘جہاں a سیکڑے کے مقام پر b دہائی کے مقام پر اور c اکائی کے مقام پر لکھا گیا ہے۔

$$100a + 10b + c = (99 + 1)a + (9 + 1) + c = 99a + 9b + (a + b + c)$$
$$= 9(11a + b) + (a + b + c) \rightarrow \text{دیئے گئے اعداد کا مجموعہ}$$

ہندسوں کا حاصل جمع

$9(11a + b)$ ‘ 3 اور 9 کا ضریب ہے۔ یہ عدد 3 یا 9 سے قابل تقسیم ہے۔ایسی ہی صورت میں کہ ہندسوں کا مجموعہ $(a + b + c)$ ‘9 یا 3 کا ضریب ہو یا $(a + b + c)$ ‘ 3 یا 9 سے قابل تقسیم ہو۔

کیا‘تقسیم کا یہ اُصول تین ہندسوں سے زائد والے اعداد کے لیے بھی قابل اطلاق ہوگا؟

کسی پانچ ہندسی اعداد اور چھ ہندسی اعداد سے جانچ کیجئے۔

آپ نے دیکھا ہوگا کہ 2 ‘5 اور 10 سے کسی عدد کے قابل تقسیم ہونا‘ اس عدد کے اکائی کے ہندسہ پر منحصر ہے لیکن 3 اور 9 سے تقسیم کا عمل ان کے ہندسوں پر بھی منحصر ہوتا ہے۔

یہ کیجئے

1) جانچ کیجئے کہ ذیل کے اعداد 3 یا 9 یا پھر دونوں ہی سے قابل تقسیم ہیں یا نہیں؟

(a) 3663 (b) 186 (c) 342 (d) 18871
(e) 120 (f) 3789 (g) 4542 (h) 5779782

SCERT TELANGANA

مثال:2 3 سے تقسیم کرنے پر عدد 24P میں 1 باقی رہتا ہے اور 5 سے تقسیم کرنے پر باقی 2 بچتا ہے۔ P کی قیمت معلوم کرو۔

حل: اگر 24P کو 5 سے تقسیم کیا جائے تو 2 باقی رہتا ہے تب P یا تو 2 ہوگا یا 7۔

اگر P = 2، دیئے ہوئے عدد کو 3 سے تقسیم کرنے پر باقی 2 رہتا ہے۔ اگر P کی قیمت 7 ہو تو دیئے ہوئے عدد کو 3 سے تقسیم کرنے پر باقی 1 بچتا ہے۔

اس طرح P = 7

مشق - 15.2

(1   اگر 345A7 کو 3 سے تقسیم کیا جائے تو A کے مقام پر ہندسہ کیا ہوگا۔

(2   2791A، 9 سے قابل تقسیم ہے تو A کے مقام کا ہندسہ محسوب کیجئے۔

(3   چند ایک اعداد لکھئے جو 2، 3، 5، 9، 10 سے قابل تقسیم ہوں۔

(4   2A8، 2 سے قابل تقسیم عدد ہے تو A کی قیمت کیا ہوگی۔

(5   50B، 5 سے قابل تقسیم عدد ہے تو B کی قیمت معلوم کرو۔

(6   عدد 2P، 2 اور 3 سے قابل تقسیم عدد ہے۔ P کے مقام پر عدد کیا ہوگا۔

(7   54Z کو 5 سے تقسیم کرنے پر باقی 2 بچا رہتا ہے اور 3 سے تقسیم کرنے پر باقی 1 بچا رہتا ہے تو Z کی قیمت معلوم کرو۔

(8   27Q کو 5 سے تقسیم کرنے پر 3 اور 2 سے تقسیم کرنے پر 1 باقی رہتا تو بتاؤ کہ 3 سے تقسیم کرنے پر باقی کتنا بچے گا۔

15.1.8   6 سے تقسیم کے قواعد

6 کے ضریب 24 پر غور کیجئے۔

واضح رہے کہ یہ 6 سے قابل تقسیم ہے۔

کیا 24، 6 کے اجزا سے بھی تقسیم ہوگا یعنی 2 اور 3۔

24 میں اکائی کے مقام پر 4 ہے جو کہ 2 سے تقسیم ہوتا ہے۔

24 کے ہندسوں کا حاصل جمع 6 = 4 + 2 ہے جو کہ 3 سے بھی قابل تقسیم ہے۔ اب 6 کے بعض دیگر ضربیوں سے اس بات کی توثیق کی گئی۔ ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ اگر کوئی عدد 6 سے تقسیم ہوتا ہو تو وہ عدد 6 کے اجزا یعنی 2 اور 3 سے بھی تقسیم ہوگا۔

اس کے متبادل بیان کی بھی جانچ کیجئے۔

ایک عدد جو کہ 2 سے تقسیم ہوگا، 2 اس کا مفرد جز ضربی ہوگا۔ اگر یہ عدد 3 سے تقسیم ہوتا ہو تو 3 بھی مفرد جز ضربی ہے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

لہٰذا اگر کوئی عدد 2 اور 3 سے قابل تقسیم ہو تو 2 اور 3 کو مفرد اجزا کہا جائے گا اور ان کا حاصل ضرب بھی دیئے ہوئے عدد کا جز ضربی ہوگا۔

دوسرے الفاظ میں کوئی عدد اگر 6 سے قابل تقسیم ہو تو یہ عدد اس کے اجزا یعنی 2 اور 3 سے بھی تقسیم ہوگا۔

یہ کیجئے

1) جانچیے آیا دیئے ہوئے اعداد 6 سے قابل تقسیم ہیں؟

(a) 1632 (b) 456 (c) 1008 (d) 789 (e) 369 (f) 258

2) بتایئے کہ دیئے ہوئے اعداد 6 سے قابل تقسیم ہوں گے یا نہیں؟

(a) $458 + 676$ (b) 6^3 (c) $6^2 + 6^3$ (d) $2^2 \times 3^2$

15.1.9: 4 اور 8 سے تقسیم پذیری کے اُصول

a) چار ہندسوں پر مشتمل ایک عدد مثلاً $1000a+100b+10c+d = 4(250a+25b) + (10c+d)$ $4(250a+25b)$ 4 کا ضریب ہے۔ دیا ہوا عدد 4 سے قابل تقسیم ہے۔اسی صورت میں کہ $10c+d$ ‘4 سے تقسیم ہوتا ہو۔

دیئے ہوئے عدد کے آخری دو ہندسوں سے بننے والا عدد اگر 4 سے تقسیم ہوتا ہو یا پھر آخری دو ہندسے 0 ہوں تو دیا ہوا عدد 4 سے تقسیم ہوگا۔

ایک عدد ایسا لیجئے جس میں 4 سے زائد ہندسے ہوں اور اسے توسیعی شکل میں لکھیئے۔کیا ہم اس عدد کو اکائی کے ہندسے اور دہائی کے ہندسے کے علاوہ 4 کے ضریب کے طور پر لکھ سکتے ہیں؟

4 سے زائد ہندسوں کے کسی ایک ہندسہ کی جانچ کیجئے کہ 4 سے تقسیم ہونے کا عمل اس کے آخری دو ہندسوں پر منحصر ہوتا ہے یا نہیں۔

b) ایک چار ہندسی عدد $1000 \times a + 100 \times b + 10 \times c + d$ لیجئے

$$1000a + 100b + 10c + d = 8(125a) + c\,(100b + 10c + d)$$

$8(125a)$ ہمیشہ 8 سے تقسیم ہوگا۔لہٰذا دیا ہوا عدد بھی 8 ہی سے تقسیم ہوگا جبکہ $(100b + 10c + d)$ ‘8 سے قابل تقسیم ہو۔

دیئے ہوئے عدد میں آخری کے تین ہندسوں سے بننے والا عدد 8 سے قابل تقسیم ہو یا آخر کے تین ہندسے 0 ہوں تب یہ عدد 8 سے تقسیم ہوگا۔

ایک ایسا عدد لیجئے جس میں 4 سے زائد ہندسے ہوں اور اسے توسیعی شکل میں لکھیں۔ہم اس عدد کو اکائی کے ہندسے‘ دہائی کے ہندسے اور سینکڑے کے ہندسے کے علاوہ 8 کے ضریب کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔

ایک اور زائد از 4 ہندسی عدد سے اس قاعدہ کی جانچ کیجئے آیا 8 سے تقسیم پذیری کا انحصار اس کے آخری تین ہندسوں پر ہوتا ہے یا نہیں؟

کیا آپ ان ہندسوں 1,2,3,4,5,6,7,8,9 کو اس طرح ترتیب دے سکتے ہیں کہ پہلے دو ہندسوں سے بننے والا عدد 2 سے قابل تقسیم ہو‘ پہلے 3 ہندسوں سے بننے والا عدد 3 سے قابل تقسیم ہو اور اسی طرح پہلے 4 ہندسوں سے بننے والا عدد 4 سے قابل تقسیم ہو اسی طرح جاری رکھتے ہوئے آخر کار 9 ہندسوں سے بننے والا عدد 9 سے قابل تقسیم ہو۔

حل: ہندسوں کی ترتیب سے بننے والا عدد 123654987 دلچسپ ہے۔جانچیے اور تصدیق کیجئے۔

SCERT TELANGANA

مثال:3 جانچ کیجئے کہ 6582، 4 سے تقسیم پذیر ہے یا نہیں؟

حل: آخری دو ہندسوں سے بننے والا عدد 82 ہوگا جو کہ 4 سے قابل تقسیم نہیں ہے۔ لہٰذا دیا ہوا عدد 4 سے تقسیم نہیں ہوگا۔

مثال:4 جانچ کیجئے کہ 28765432، 8 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں؟

حل: دیئے ہوئے عدد کے آخری تین ہندسوں سے بننے والا عدد 432 ہے جو کہ 8 سے تقسیم ہوتا ہے۔ لہٰذا دیا ہوا عدد بھی 8 سے تقسیم ہوگا۔

اگر کوئی عدد 8 سے قابل تقسیم ہو تو یہ عدد 4 سے بھی تقسیم ہوگا لیکن 4 سے تقسیم ہونے والا عدد ضروری نہیں کہ 8 سے بھی تقسیم ہو۔ 8 کے تمام ضریب 4 سے تقسیم ہوں گے لیکن 4 کے تمام ضربیوں کا 8 سے بھی تقسیم ہونا ضروری نہیں۔

یہ کیجئے

1) جانچ کیجئے کہ دیئے ہوئے اعداد 4 یا 8 یا پھر دونوں 4 اور 8 سے تقسیم ہوتے ہیں یا نہیں؟

(a) 464 (b) 782 (c) 3688 (d) 100

(e) 1000 (f) 387856 (g) 4^4 (h) 8^3

کوشش کیجئے

1) جانچئے کہ دیئے ہوئے اعداد 4 یا 8 سے یا پھر دونوں ہی اعداد 4 اور 8 سے تقسیم ہوں گے یا نہیں؟

(a) $4^2 \times 8^2$ (b) 10^3 (c) $10^5 + 10^4 + 10^3$ (d) $4^3 + 4^2 + 4^1 - 2^2$

15.1.10 7 سے تقسیم پذیری کے اُصول

ایک تین ہندسی عدد $100 \times a + 10 \times b + c$ لیجئے اسے $100a + 10b + c = 98a + 7b + (2a + 3b + c)$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

یہاں پر 7 ایک مشترک جزِ ضربی نہیں ہے۔ لہٰذا اسے اس طرح لکھا جائے کہ 7 ایک مشترک جز بن جائے۔

$$= 7(14a + b) + (2a + 3b + c)$$

$7(14a + b)$، 7 کا ضریب ہوگا۔ دیا ہوا عدد 7 سے اسی وقت قابل تقسیم ہوگا جبکہ $(2a + 3b + c)$، 7 سے قابل تقسیم ہے۔

مثال:5 جانچ کیجئے کہ 364، 7 سے تقسیم ہوگا یا نہیں؟

حل: جہاں $a = 3$، $b = 6$، $c = 4$، $(2a + 3b + c)$ $= 2 \times 3 + 3 \times 4 + 6$

$= 6 + 18 + 4 \quad = \quad 28$ (جو کہ 7 سے قابل تقسیم ہے)

اس لئے دیا گیا عدد 7 سے قابل تقسیم ہے

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

یہ کیجئے

(1 جانچ کریں کہ دیئے ہوئے اعداد 7 سے تقسیم ہوں گے۔

(a) 322 (b) 588 (c) 952 (d) 553 (e) 448

کوشش کیجئے

(1 چار ہندسی ایک عدد لیتے ہوئے 7 سے تقسیم پذیری کی جانچ کیجئے۔

(2 اپنے قاعدہ کی 3192 سے جو کہ 7 کا ضریب ہے جانچ کیجئے۔

15.1.11 11 سے تقسیم پذیری کا اُصول

5 ہندسوں پر مشتمل ایک عدد $10000a + 1000b + 100c + 10d + e$ ہے

یہاں پر 11 کو مشترکہ جزِ ضربی کے طور پر نہیں لیا جا سکتا۔ لہٰذا اسے توسیعی طریقہ سے لکھنا ہوگا۔

$= (9999 + 1)\,a + (1001 - 1)\,b + (99 + 1)\,c + (11 - 1)\,d + e$

$= 9999a + 1001\,b + 99c + 11d + a - b + c - d + e$

$= 11\,(909a + 91b + 9c + d) + (a + c + e) - (b + d)$

$11\,(909a + 91b + 9c + d)$ 11 سے قابل تقسیم ہوگا

لہٰذا دیا ہوا عدد 11 سے اسی صورت میں تقسیم ہوگا جبکہ $(a + b + c) - (b + d)$، 11 سے تقسیم پذیر ہو۔

یعنی $(a + c + e) - (b + d)$، 11 یا 0 کا ضریب ہو۔

دیئے ہوئے عدد میں طاق مقامات $(a + c + e)$ کے ہندسوں کے حاصل جمع اور جفت مقامات $(b + d)$ کے ہندسوں کے حاصل جمع کا فرق 11 یا 0 کا ضریب ہوتا ہو تو دیا ہوا عدد 11 سے تقسیم ہوگا۔

ذیل کے جدول پر غور کیجئے۔

عدد	طاق مقامات کا حاصل جمع (بائیں سے)	جفت مقامات کا حاصل جمع (بائیں سے)	فرق
308	3 + 8 = 11	0	11 – 0 = 11
1331	1 + 3 = 4	3 + 1 = 4	4 – 4 = 0
61809	6 + 8 + 9 = 23	1 + 0 = 1	23 – 1 = 22

مندرجہ بالا جدول میں یہ واضح ہے کہ ہر صورت میں فرق 0 ہے یا 11 سے قابل تقسیم ہے۔ لہٰذا یہ تمام اعداد 11 سے تقسیم ہوں گے۔

SCERT TELANGANA

ایک عدد 5081 لیجیے۔اس میں (طاق مقامات کا حاصل جمع)،(جفت مقامات کا حاصل جمع) کا فرق 12 = (0+1)-(5+8)، 11 سے قابل تقسیم نہیں ہے۔لہٰذا 5081، 11 سے قابل تقسیم نہیں ہے۔

یہ کیجیے

1) جانچیے کہ دیئے ہوئے اعداد 11 سے تقسیم پذیر ہیں یا نہیں؟

(i) 4867216 (ii) 12221 (iii) 100001

ایک تین ہندسی عدد 123 پر غور کیجیے۔

اس عدد کو ایک سے متصل دوسری بار ایسا لکھئے کہ 123123 حاصل ہو۔

بتائیے کہ بائیں طرف سے طاق مقامات کے ہندسوں کا حاصل جمع کیا ہے۔ 6 = 2 + 3 + 1

داہنے طرف سے جفت مقامات کے ہندسوں کا حاصل جمع کیا ہے؟ 6 = 3 + 1 + 2

ان دونوں اعداد کا فرق کیا ہے؟ صفر۔لہٰذا 123123، 11 سے قابل تقسیم ہے۔

کوئی تین ہندسی عدد لیجیے اور پھر اسے ایک کے بازو دیگر دو مرتبہ لکھئے۔کیا یہ 11 سے تقسیم پذیر ہوگا۔

کوشش کیجیے

1) جانچیے کہ 789789، 11 سے تقسیم ہوگا کہ نہیں۔

2) 348348348348، 11 سے تقسیم پذیر ہے یا نہیں۔

3) ایک عدد ایسا لیجیے کہ دہراتے ہوئے وقت الٹی سمت سے اعداد لکھنا شروع کیجیے مثلاً 135531، پہچانئے تو بھلا کہ یہ عدد 11 سے تقسیم ہوگا یا نہیں۔

4) جانچ کر بتائیے کہ 1234321، 11 سے تقسیم ہوگا؟

مشق - 15.3

1) تصدیق کیجیے کہ دیئے ہوئے اعداد 6 سے تقسیم ہوں گے یا نہیں؟

(a) 273432 (b) 100533 (c) 784076 (d) 24684

2) جانچیے کہ ذیل کے اعداد 4 سے تقسیم ہوتے ہیں کہ نہیں؟

(a) 3024 (b) 1000 (c) 412 (d) 56240

3) بتائیے کہ یہ اعداد 8 سے تقسیم ہوں گے؟

(a) 4808 (b) 1324 (c) 1000 (d) 76728

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

4) ذیل کے اعداد کے لیے 7 سے تقسیم پذیری کی جانچ کریں۔

(a) 427 (b) 3514 (c) 861 (d) 4676

5) نیچے کے اعداد کے لیے 11 سے تقسیم پذیری کی جانچ کیجئے۔

(a) 786764 (b) 536393 (c) 110011 (d) 1210121
(e) 758043 (f) 8338472 (g) 54678 (h) 13431
(i) 423423 (j) 168861

6) اگر ایک عدد 8 سے قابل تقسیم ہوتو وہ عدد 4 سے بھی تقسیم ہوگا۔ سمجھائیے۔

7) ایک تین رکنی عدد 4A3 میں ایک اور تین ہندسی عدد 984 جمع کیا گیا۔ اس طرح کہ چار ہندسی عدد 13B7 حاصل ہوا۔ یہ عدد 11 سے تقسیم ہوگا۔ (A + B) کی قیمت محسوب کیجئے۔

15.2 تقسیم پذیری کے چند اور قوانین

(a) اعداد کی تقسیم پذیری کے تعلق سے آیئے مزید چند ایک قواعد کا مطالعہ کریں۔

24 کے جز ضربی مثلاً 12 پر غور کیجئے

12 کے اجزائے ضربی 1, 2, 3, 4, 6, 12 ہوتے ہیں۔

آیئے جانچیں کہ 24 ، 2, 3, 4, 6 تقسیم ہوتا ہے یا نہیں؟ ہم کہہ سکتے ہیں کہ 24 ' 12 کے تمام اجزائے ضربی سے تقسیم ہوگا۔

لہٰذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک عدد a کسی دوسرے عدد b سے قابل تقسیم ہو تو یہ عدد اس عدد b کے تمام اجزائے ضربی سے بھی تقسیم ہوگا

(b) 80 کے عدد پر غور کیجئے۔ یہ 4 اور 5 سے قابل تقسیم ہے۔ لہٰذا یہ عدد 20 = 5 x 4 سے بھی قابل تقسیم ہوگا۔

جہاں 4 اور 5 ایک دوسرے کے سلسلہ کے مفرد اعداد ہیں۔ (4 اور 5 کے لیے کوئی مشترک اجزائے ضربی نہیں ہیں)

اسی طرح 60 ' 3 اور 5 سے قابل تقسیم ہے۔ اسی طرح 3 اور 5 میں مشترک اجزا نہیں ہیں۔ 60 ' 15 = 5 x 3 سے بھی قابل تقسیم ہے۔

اگر a اور b میں کوئی مشترک اجزا نہ ہوں تو دیا ہوا عدد جو کہ a اور b سے تقسیم ہوتا ہے $a \times b$ سے بھی تقسیم ہوگا۔

(اس قاعدہ کو ایسی مثال سے جانچئے جہاں a اور b سلسلہ وار مفرد اعداد ہوں)

(c) دو اعداد 16 اور 20 لیجئے۔ یہ دونوں اعداد 4 سے قابل تقسیم ہیں۔ عدد 36 = 20 + 16 بھی 4 سے قابل تقسیم ہوگا۔

اس قاعدہ کو 16 اور 20 کے دیگر مشترک اجزا سے جانچئے۔

دیگر اعداد کی جوڑیوں سے بھی اس کی تصدیق کیجئے۔

اگر کوئی اعداد کسی ایک عدد سے قابل تقسیم ہیں تو ان کا حاصل جمع بھی اسی عدد سے قابل تقسیم ہوگا۔

(d) دو اعداد 35 اور 20 لیجئے۔ یہ دونوں 5 سے قابل تقسیم ہیں۔ کیا ان کا فرق 15 = 20 - 35 بھی 5 سے قابل تقسیم ہوگا؟ اس قانون کو دیگر اعداد کی جوڑیوں سے بھی جانچ کر دیکھئے۔

اگر کوئی اعداد کسی ایک عدد سے تقسیم پذیر ہوں تو ان کا فرق بھی اس عدد سے قابل تقسیم ہوگا۔

SCERT TELANGANA

یہ کیجئے

(1 اعداد کی بعض مختلف جوڑیاں لیجئے اور اوپر بتائے گئے قوانین کی جانچ کیجئے۔

(2 144 ‘ 12 سے قابل تقسیم ہے۔کیا یہ عدد 12 کے اجزا سے بھی تقسیم پذیر ہوگا؟ تصدیق کیجئے۔

(3 جانچئے تو بھلا $2^3 + 2^4 + 2^5$ کیا 2 سے قابل تقسیم ہے؟ وضاحت کیجئے۔

(4 جانچ کر بتایئے کہ $3^3 - 3^2$ ، 3 سے تقسیم پذیر ہے؟ اپنے جواب کو سمجھایئے۔

ایک عدد پر غور کیجئے جو تین سلسلہ وار اعداد جیسے 120 = 6 x 5 x 4 کا حاصل ضرب ہے۔ یہ عدد 3 سے قابل تقسیم ہے۔ان تین سلسلہ وار اعداد میں ایک عدد 3 کا ضریب ہے۔اسی طرح اگر ہم کسی تین سلسلہ وار اعداد کا حاصل ضرب لیں تو ان میں سے ایک 3 کا ضریب ہوگا۔لہٰذا تین سلسلہ وار اعداد کا حاصل ضرب ہمیشہ 3 سے قابل تقسیم ہوتا ہے۔

کوشش کیجئے

(1 جانچئے کہ 1578 x 1577 x 1576 ‘ 3 سے قابل تقسیم ہے یا نہیں؟

بڑے اعداد کے لیے 7 سے تقسیم پذیری:

تین ہندسی اعداد کے لیے ہم نے 7 سے تقسیم پذیری کا مطالعہ کیا ہے۔اگر کسی عدد کے ہندسے 3 سے زائد ہیں تو ایسے اعداد کی 7 سے تقسیم پذیری کو آسان بنائیں گے۔

عدد 7538876849 ‘ کی 7 سے تقسیم پذیری کی جانچ کیجئے۔

مرحلہ 1: اس عدد میں دائیں سے بائیں تین ہندسی اعداد کے گروپ بنائیں۔اگر بائیں کے گروپ میں 3 سے کم ہندسے ہوں تب بھی اسے ایک گروپ مانیں۔

7	538	876	849
D	C	B	A

مرحلہ 2: متبادل مقامات میں گروپس کو جمع کیجئے۔یعنی A + C اور B + D۔

$$\begin{array}{r} 849 \\ +\ 538 \\ \hline 1387 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 876 \\ +\ 7 \\ \hline 883 \\ \hline \end{array}$$

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مرحلہ 3: 883 کو 1387 سے تفریق کیجئے اور جیسے کہ پہلے کیا گیا حاصل ہونے والے تین ہندسی عدد کے لیے 7 سے تقسیم پذیری کی جانچ کیجئے۔

$$\begin{array}{r} 1387 \\ -\ 883 \\ \hline 504 \\ \hline \end{array}$$

7 سے تقسیم پذیری کے قاعدہ کے تحت ہم جانتے ہیں کہ 504، 7 سے تقسیم ہوتا ہے۔
لہٰذا دیا گیا عدد بھی 7 سے تقسیم ہوگا۔

کوشش کیجئے

(1 اوپر دیئے ہوئے طریقہ کی جانچ کرتے ہوئے بتائیے کہ 10 ہندسی عدد لیتے ہوئے 11 سے تقسیم پذیری اس طریقہ سے قابل اطلاق ہے۔

تقسیم پذیری کے قوانین استعمال کرتے ہوئے ہم کسی دیئے ہوئے عدد میں چھوڑ دیئے گئے بعض ہندسوں کو معلوم کر سکتے ہیں۔ فرض کیجئے کہ ایک عدد 84763A9، 3 سے قابل تقسیم ہے۔ اس عدد میں ہم ہندسوں کے حاصل جمع کا اندازہ اس طرح کریں گے۔

$8 + 4 + 7 + 6 + 3 + A + 9 = 37 + A$، 3 سے تقسیم پذیری جانچنے کیلئے A کی قیمت 2 یا 5 یا 8 ہونی چاہئے۔

مشق - 15.4

(1 جانچئے کہ آیا 25110، 45 سے قابل تقسیم ہے۔

(2 جانچئے کہ 61479، 81 سے تقسیم ہوتا ہے۔

(3 جانچئے کہ 864، 36 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں؟ تصدیق کیجئے کہ 864، 36 کے تمام اجزائے ضربی سے بھی تقسیم پذیر ہے۔

(4 کیا 756، 42 سے تقسیم ہوگا؟ جانچ کر بتائیں کہ 756، 42 کے تمام اجزا سے بھی تقسیم ہوتا ہے۔

(5 2156، 11 اور 7 سے تقسیم ہوگا کہ نہیں؟ کیا 2156، 11 اور 7 کے حاصل ضرب سے تقسیم ہوگا۔

(6 آیا 1435، 5 اور 7 سے تقسیم ہوگا؟ جانچئے کہ 1435، 5 اور 7 کے حاصل ضرب سے تقسیم پذیر ہے یا نہیں۔

(7 کیا 456 اور 618، 6 سے تقسیم ہوں گے؟ یہ بھی جانچئے کہ 6، 456 اور 618 کے حاصل جمع کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔

(8 کیا 876 اور 345 کو 3 تقسیم کرے گا؟ اس بات کی بھی جانچ کیجئے کہ 3، 876 اور 345 کے فرق کو تقسیم کرتا ہے۔

(9 جانچ کر محسوب کیجئے کہ $2^2 + 2^3 + 2^4$ 2 یا 4 یا پھر 2 اور 4 دونوں ہی سے تقسیم پذیر ہے۔

SCERT TELANGANA

(10 جانچیئے کہ 32^2، 4یا 8یا پھر 4اور 8دونوں سے تقسیم ہوگا۔

(11 اگر A679B ایک پانچ ہندسی عدد ہے تو بتاؤ کہ یہ عدد 72 سے تقسیم ہوتا ہے۔ A اور B کی قیمتیں بھی محسوب کرو۔

15.3 تقسیم پذیری کے قوانین پر مسئلے

احمد اور ندیم اعداد کا کھیل کھیل رہے ہیں۔ ان کے درمیان گفتگو ذیل میں دی گئی ہے۔

ندیم کہتا ہے کہ وہ احمد سے ایک سوال کرنا چاہتا ہے۔

ندیم: کوئی دو ہندسی عدد سوچ لو۔

احمد: ٹھیک ہے۔ میں نے سوچ لیا (اس نے 75 کا تصور کیا)

ندیم: ہندسوں کی جگہ بدل دو (تا کہ نیا عدد حاصل ہو)

احمد: ٹھیک ہے

ندیم: اس عدد کو اپنے پہلے کے عدد میں جمع کر لو

احمد: ٹھیک ہے (میں نے کر لیا)

ندیم: اب اپنے جواب کو 11 سے تقسیم کرو۔ آپ کو باقی 0 حاصل ہوگا۔

احمد: ہاں! لیکن آپ نے کیسا پہچانا

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ایسا کس طرح ہوتا ہے؟

آیئے اب ندیم کے طریقہ کو سمجھنے کی کوشش کریں۔

فرض کیجئے کہ احمد نے ایک عدد $10a + b$ سوچ لیا تھا (اس طرح کہ a دہوں کے مقام پر اور b اکائی کے مقام پر علاوہ ازیں $a \neq 0$)

اس عدد کو $10 \times a + b = 10a + b$ لکھا جا سکتا ہے اور ہندسوں کے مقام کو تبدیل کرنے پر اسے $10b + a$ حاصل ہوگا۔

جب وہ دو اعداد کو جمع کرے گا تو اسے $(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)$ حاصل ہوگا۔

ان دونوں اعداد کا مجموعہ ہمیشہ 11 کا ضریب ہوگا۔ نوٹ کیجئے کہ ندیم دونوں اعداد کے حاصل جمع کو 11 سے تقسیم کرتا ہے تو خارج قسمت $(a + b)$ حاصل ہوتا ہے جو کہ دونوں ہندسوں a اور b کا حاصل جمع ہے۔

آپ کسی اور دو ہندسی عدد کے ساتھ اس بات کی جانچ کر سکتے ہیں۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

یہ کیجیے

(1 اگر اعداد ذیل کے مطابق سوچ لیئے جائیں تو ان کی جانچ کیجیے۔

(i) 37 (ii) 60 (iii) 18 (iv) 89

(2 کرکٹ کی ایک ٹیم میں 11 کھلاڑی ہیں۔ سلکشن بورڈ نے کھلاڑیوں کے لیے $10x+y$ ٹی۔شرٹس خریدے پھر انہوں نے $10y+x$ ٹی۔شرٹس خریدے۔ اس طرح تمام ٹی۔شرٹس کھلاڑیوں میں تقسیم کردیئے گئے۔ اگر تمام 11 کھلاڑیوں میں ہر ایک کو مساوی ٹی۔شرٹس تقسیم کیئے جائیں تو کتنی ٹی۔شرٹس بچ رہیں گی اور یہ بھی بتاؤ کہ ہر ایک کو کتنی ٹی۔شرٹس ملیں گی۔

سوچئے، بحث کیجئے اور حل کیجئے

ایک' دو ہندسی عدد فرض کر لیجئے اور ہندسوں کی جگہوں کو تبدیل کر کے نئے عدد یاد رکھیئے۔ بڑے عدد سے چھوٹے عدد کو تفریق کیجئے۔ کیا یہ فرق 9 سے ہمیشہ تقسیم ہوتا ہے؟

یہ کیجیے

(1 ایک باسکٹ میں $10a + b$ میوے ہیں۔ (جہاں $a \neq 0$ اور $a > b$) ان میں سے $10b + a$ خراب ہوگئے۔ باقی میووں کو 9 افراد میں مساوی طور پر تقسیم کردیا گیا۔ بتایئے کہ مساوی تقسیم کے بعد کتنے میوے بچ رہ گئے؟ ہر ایک کو کتنے میوے ملیں گے؟

15.4: تین ہندسی اعداد سے مشغلہ

ندیم: کوئی تین ہندسی عدد سوچ لیجئے

احمد: ٹھیک ہے (اس نے 157 سوچ لیا)

ندیم: ہندسوں کو تبدیل کرتے ہوئے چھوٹے عدد کو بڑے عدد سے تفریق کردیجئے۔

احمد: ٹھیک ہے۔

ندیم: اپنے جواب کو 9 یا 11 سے تقسیم کیجئے۔ مجھے یقین ہے کہ باقی کچھ بھی نہیں بچے گا۔

احمد: ہاں! آپ نے کیسا پہچانا؟
صحیح ہے! ندیم کو یہ کیسے معلوم ہوا؟

تین ہندسی اعداد کے لیے بھی ہم وہی طریقہ اپنائیں گے جس میں $100a + 10b + c$ لکھا جاتا ہے۔ ہندسوں کے مقام کو تبدیل کرنے پر ہمیں $100c + 10b + a$ حاصل ہوگا۔

SCERT TELANGANA

اگر $(a > c)$ دونوں اعداد کا فرق

$$(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99a - 99c = 99(a - c) = 9 \times 11 \times (c - a)$$

اگر $(c > a)$ دونوں اعداد کا فرق

$$(100c + 10b + a) - (100a + 10b + a) = 99c - 99a = 99(c - a) = 9 \times 11 \times (c - a)$$

اگر $a = c$ تب فرق 0 ہوگا۔

ہر صورت میں جو عدد حاصل ہوگا وہ 99 کا ضریب ہوگا۔ لہٰذا وہ عدد دونوں ہی اعداد 9 اور 11 سے تقسیم ہوگا اور خارج قسمت

$(c - a)$ یا $(a - c)$

یہ کیجئے

1) اوپر دیئے ہوئے طریقہ کو ذیل کے اعداد سے آزمائیے

(i) 657 (ii) 473 (iii) 167 (iv) 135

کوشش کیجئے

ایک، تین ہندسی عدد لے کر ہندسوں کی جگہ تبدیل کرتے ہوئے تین نئے اعداد (ABC,BCA,CAB) بنائیے۔ اب ان تینوں کو جمع کیجئے۔ کن کن اعداد کے لیے ان تینوں اعداد کا مجموعہ قابل تقسیم ہوگا۔

15.5: خالی جگہوں پر ہندسے پہچاننے کا مسئلہ

اعداد کے ایسے مسئلے بھی پہچانے جا سکتے ہیں جن میں ہندسوں کی جگہ حروف حسابی حاصل جمع کی شکل میں لکھے جاتے ہیں اور سوال یہ ہوتا ہے کہ کونسا حرف کس ہندسے کی جگہ لکھا گیا ہے۔ آیئے اس سلسلہ میں ہم حاصل جمع اور حاصل ضرب کی پہیلیاں پہچانیں۔

ان پہیلیوں کی تین شرائط ہیں

1) ایک حرف صرف ایک ہی ہندسہ کو ظاہر کرے گا۔ اسی طرح ایک ہندسہ ایک ہی حرف کے لیے ہوگا۔

2) سب سے بڑے مقام کا ہندسہ 0 نہیں ہونا چاہئے۔

3) پہیلی کا صرف ایک ہی جواب ہو۔

مثال 4: دیئے ہوئے حاصل جمع میں A کو پہچانئے۔

```
   17A
 + 2A4
 -----
   407
 -----
```

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

حل: مشاہدہ سے $A + 4 = 7$ لکھا جاسکتا ہے۔

لہٰذا $A = 3$

$173 + 234 = 407$

یا

$$\begin{array}{l} 100 + 70 + A \\ 200 + 10A + 4 \\ \hline 300 + 70 + 11A + 4 = 407 \\ 11A = 33 \\ A = 3 \end{array}$$

مثال: 5 $Y + Y + Y = MY$ کے حاصل جمع میں M اور Y کی قیمتیں کیا ہوں گی؟

حل:

$$Y + Y + Y = MY$$

$$3Y = 10M + Y$$

$$2Y = 10M$$

$M = \frac{Y}{5}$ یعنی Y، 5 سے قابل تقسیم ہے، جہاں $Y = 0$ یا 5

دیئے گئے بیان کے مطابق

اگر $Y = 0,\ Y + Y + Y = 0 + 0 + 0 = 0,\ M = 0$

اگر $M = 1, Y = 5$ $Y = 5,\ Y + Y + Y = 5 + 5 + 5 = 15, MY = 15$

مثال: 6 اگر $A2 - 15 = 54$ میں A2 اور 5A دو ہندسی اعداد ہو تب 'A' کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل: $2 - 5 = a$ ممکن ہے

تب $12 - 5 = 7$

اس لئے $A = 7$

یا

$$(10A + 2) - (10 + 5) = 50 + A$$

$$10A - 13 = 50 + A$$

$$9A = 63$$

$$A = 7$$

مثال: 7 اگر $5A1 - 23A = 325$ میں SA1 اور 23A تین اعداد ہوں تب 'A' کی قدر معلوم کیجیے۔

حل:

$1 - A = 5$?

یعنی $11 - A = 5,$

اس طرح $A = 6$

$$\begin{aligned} (500 + 10A + 1) - (200 + 30 + A) &= 325 \\ 501 - 230 + 10A - A &= 325 \\ 271 + 9A &= 325 \\ 271 + 9A &= 325 \\ 271 - 271 + 9A &= 325 - 271 \\ 9A &= 54 \\ A &= 6 \end{aligned}$$

SCERT TELANGANA

مثال 8: اگر 1A x A = 9A میں 9A اور 9A دو ہندسی اعداد ہوں تب 'A' کی قدر معلوم کرو۔

حل:

$$(10+A)A = (90+A)$$
$$10A+A^2 = 90+A$$
$$A^2+9A-90 = 0$$
$$A^2+2.A\left(\frac{9}{2}\right)+\left(\frac{9}{2}\right)^2-\left(\frac{9}{2}\right)^2-90 = 0$$
$$\left(A+\frac{9}{2}\right)^2-\frac{81}{4}-90 = 0$$
$$\left(A+\frac{9}{2}\right)^2=\frac{441}{4}$$
$$A+\frac{9}{2}=\frac{21}{2}$$
$$A=\frac{12}{2}=6$$

یا $A \times A = A$ کے لئے

1, 5, 6 مربعوں کے جدول سے

$1\times1=1,$
$5\times5=25,$
$6\times6=36,$
اگر $A=6,$
$16\times6=96$

مثال 9: اگر BA x B3 = 57A میں B3 دو ہندسی اعداد ہوں اور 57A ایک تین ہندسی عدد A‘ B کی قدریں معلوم کیجیے۔

حل: اس مثال میں ہم اندازہ کریں گے کہ مکرر مشق کے طریقہ کے ذریعہ ضرب کے جدولوں کی مدد سے ہندسوں کا مقام کیا ہوگا۔

اکائی کے مقام میں A x 3 = A ۔ A = 0 یا 5 کے لیے حاصل ضرب میں اکائی کا ہندسہ وہی رہے گا۔ لہٰذا A‘ 0 یا 5 ہوگا۔ اگر دہے کے مقام پر 1 لیا جائے تو دو ہندسی عدد کی زیادہ سے زیادہ قیمت 19 ہوگی اور حاصل ضرب 19 x 19 = 361 ہوگا۔ یہ عدد 500 سے چھوٹا ہے۔ علاوہ ازیں دہائی کے مقام پر 3 لینے سے دونوں ہی دو ہندسی عددوں کی کم سے کم قیمت 30 x 30 = 900 ہوگی جو کہ 500 سے بڑا ہے۔ لہٰذا دہے کے مقام پر 2 کا ہندسہ آئے گا تب 25 x 23 = 575 یا 20 x 23 = 460

لہٰذا مطلوبہ عدد 25 x 23 = 575

یہ کیجیے

1) اگر 21358AB‘ 99 سے قابل تقسیم ہے تو A اور B کی قیمتیں محسوب کرو۔

2) 4AB8 میں A اور B کی قیمتیں کیا ہوں گی۔ (A, B ہندسے ہیں) جو کہ 2‘ 3‘ 4‘ 6‘ 8 اور 9 سے تقسیم پذیر ہے۔

مثال 10: دیئے ہوئے ضرب کے عمل میں حروف کی قیمت محسوب کرو۔

$$\begin{array}{r} AB \\ \times\ 5 \\ \hline CAB \end{array}$$

حل: اگر ہم B = 0 یا 1 یا 5 لیں تب 0 x 5 = 0، 1 x 5 = 5، 5 x 5 = 25

اگر B = 0، تب A0 x 5 = CA0

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

اگر ہم A = 5 لیں تب 50 x 5 =250 CAB = 250

کوشش کیجیے

1. اگر YE x ME = TTT تب Y + E + M + T حروف کے مقام پر کونسے ہندسے آئیں گے
(اشارہ: TTT = 100T + 10T + T = T (111) = T (37 x 3))

2. اگر 88 اشیا کی قیمت A733B ہو تو A اور B کی قیمتیں کیا ہوں گی۔

مشق - 15.5

1. حسب ذیل حاصل جمع میں وہ ہندسے معلوم کیجیے جنہیں چھوڑ دیا گیا ہے۔

(a)
```
   111
+    A
+   77
------
   197
```
(b)
```
   222
+    8
+   BB
------
   285
```
(c)
```
   AAA
+    7
+   AA
------
   373
```
(d)
```
  2222
+   99
+    9
   AAA
------
  299A
```
(e)
```
    BB
+    6
   AAA
------
   461
```

2. حسب ذیل میں A کی قیمت معلوم کیجیے۔

(a) 7A – 16 = A9 (b) 107 – A9 = 1A (c) A36 – 1A4 = 742

3. حسب ذیل میں حروف کی جگہ پر کونسے ہندسے آنا چاہیے

(a)
```
   D E
 ×   3
------
 F D E
```
(b)
```
   G H
 ×   6
------
 C G H
```

4. حروف کے مقام پر موزوں ہندسے لکھئے۔

(a) 73K ÷ 8 = 9L (b) 1MN ÷ 3 = MN

5. اگر ABB x 999 = ABC123 (جہاں A, B, C اعداد ہیں) تب A, B, C کی قدر معلوم کیجیے

15.6: باقی بچنے والے اعداد کے ہندسی مقامات لیتے ہوئے تقسیم پذیری

اس طریقہ میں دیئے ہوئے عدد سے اس کے ہندسوں کے مقامات کو تقسیم کرتے ہوئے ہم باقی بچنے والے اعداد لیں گے۔ اگر ہم کسی عدد کے ہندسوں کے مقامات کو 7 سے تقسیم کریں تو ہمیں باقی بچنے والے اعداد ذیل کے مطابق حاصل ہوں گے۔

1000 ÷ 7 (باقی 6۔ اسے اس طرح سے 1-=6-7 لیا جاسکتا ہے)

100÷7 (باقی 2)

10÷7 (باقی 3)

1÷7 (باقی 1)

SCERT TELANGANA

مقامی قیمت	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
باقی بچنے والے اعداد کو 7 سے تقسیم کریں	3	2	1	−2	−3	−1	2	3	1

فرض کیجئے کہ ہمیں یہ جانچنا ہے کہ 562499، 7 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں۔

ہندسہ	5	6	2	4	9	9
مقامی قدر	5×10^5	6×10^4	2×10^3	4×10^2	9×10^1	9×10^0
باقی بچنے والے اعداد کو 7 سے تقسیم کریں	$5\times(-2)$	$6\times(-3)$	$2\times(-1)$	4×2	9×3	9×1

اعداد اور ہندسی قدر کے باقی بچنے والے اعداد کے حاصل ضرب کا مجموعہ

$-10 -18 -2 + 8 + 27 + 9 = -30 + 44 = 14$ (7 سے تقسیم پذیر ہے) لہٰذا 562499، 7 سے تقسیم پذیر ہے۔

کوشش کیجئے

(1 اوپر دیئے ہوئے طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے جانچئے کہ 7810364، 4 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں؟

(2 اوپر ہی کے طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے بتائیے کہ 963451، 6 سے تقسیم ہوگا کہ نہیں؟

15.7: تقسیم پذیری کے قوانین پر مزید اور مسئلے

مثال:11 کیا ہر وہ عدد جس کے ہندسوں کو اس کے اکائی کے ہندسہ کے ساتھ جوڑ کر الٹے سلسلہ میں لکھنے پر حاصل ہونے والا عدد 11 سے تقسیم ہوگا؟

حل: فرض کیجئے کہ ایسا ہی ایک جفت عدد 12344321 ہے۔ طاق مقامات کے ہندسے 2 + 4 + 3 + 1 ہیں جبکہ جفت مقامات کے ہندسے 1 + 3 + 4 + 2 ہیں۔ ان کا فرق 0 ہے۔ لہٰذا یہ عدد 11 سے تقسیم ہوگا۔

مثال:12 کیا $10^{1000}-1$، 9 اور 11 دونوں ہی سے قابل تقسیم ہے۔

حل: اسے $10^{1000}-1$ یعنی 99....999 (1000 مرتبہ) لکھتے ہیں۔ جس کے تمام مقامات پر 9 کا آنکڑا ہے۔ لہٰذا یہ 9 سے تقسیم ہوگا اور 1000 ہندسے ہیں۔ جفت مقامات کے ہندسوں کا حاصل جمع اور طاق مقامات کے ہندسوں کا حاصل جمع مساوی ہے۔ ان کا فرق 0 ہوتا ہے۔ لہٰذا دیا ہوا عدد 11 سے تقسیم ہوگا۔

سوچئے، بحث کیجئے اور حل کیجئے

(1 کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ $10^{2n}-1$، 9 اور 11 دونوں ہی سے قابل تقسیم ہے؟ سمجھائیے۔

(2 کیا $10^{2n+1}-1$، 11 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں؟ وجہ بتائیے۔

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

مثال:13 کوئی دو ہندسی عدد تین مرتبہ اس طرح لکھیے کہ 6 ہندسی عدد بن جائے۔ جانچیے کہ آیا یہ 3 سے تقسیم ہوگا؟

حل: آیئے دو ہندسی عدد 47 لیتے ہیں۔ اسے تین مرتبہ لکھنے پر یہ عدد 6 ہندسی عدد بن جاتا ہے۔ یعنی 474747۔

474747 کو 47(10101) لکھا جائے گا۔ 10101، 3 سے تقسیم ہوتا ہے چونکہ $3 = 1 + 1 + 1$ تین سے تقسیم ہوتا ہے۔ لہٰذا 474747، 3 سے تقسیم ہوگا۔

مثال:14 تین ہندسی ایک عدد لیجیے اور اسے دو مرتبہ اس طرح لکھئے کہ ایک 6 ہندسی عدد بن جائے۔ جانچیے کہ نیا عدد 7 اور 11 دونوں سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں؟

حل: آیئے تین ہندسی عدد 345 لیتے ہیں۔ اسے دو مرتبہ لکھنے پر یہ 6 ہندسی عدد بن جاتا ہے یعنی 345345۔

حسب ذیل طریقہ سے بھی لکھا جاسکتا ہے۔ 345345

$$345345 = 345000 + 345 = 345\ (1000 + 1)$$

$$= 345\ 91001)$$

$$= 345\ (7 \times 11 \times 13)$$

لہٰذا 345345، 7, 11 اور 13 سے قابل تقسیم ہے۔

کوشش کیجئے

1) جانچ کر بتائیے کہ 456456456456، 7، 11 اور 13 سے تقسیم ہوتا ہے؟

مثال:15 ایک ایسا تین ہندسی عدد لیجیے جس کے تمام ہندسے وہی ہوں اور اسے اس کے ہندسوں کے حاصل جمع سے تقسیم کیجیے۔ آپ نے کیا دیکھا؟

حل: 444 کے ہندسوں کے حاصل جمع کا عدد $4 + 4 + 4 = 12$

اب 444 کو 12 سے تقسیم کرو۔ $444 \div 12 = 37$ اس عمل کو 333، 666 وغیرہ سے آزماؤ۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ ان اعداد کا خارج قسمت 37 ہی رہے گا۔

مثال:16 کیا $2^3 + 3^3$، (2+3) سے قابل تقسیم ہے یا نہیں؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$2^3 + 3^3 = (2+3)(2^2 - 2 \times 3 + 3^2)$ یہ (2+3) کا ضریب ہے۔

لہٰذا $2^3 + 3^3$، (2+3) سے قابل تقسیم ہے۔

سوچئے، بحث کیجئے اور حل کیجئے

1) تصدیق کیجیے کہ $a^5 + b^5$، $(a + b)$ سے قابل تقسیم ہے۔ اس مقصد کے لیے a اور b کی جگہ مختلف طبعی اعداد لیجیے؟

2) کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ $(a^{2n+1} + b^{2n+1})$، $(a + b)$ سے قابل تقسیم ہے؟

SCERT TELANGANA

15.8: سلسلہ وار اعداد کا حاصل جمع معلوم کرنے کا طریقہ

ہم 1 سے لے کر 100 تک سلسلہ وار اعداد کا حاصل جمع اصل جمع کے عمل کے بغیر کر سکتے ہیں۔

$$1 + 2 + 3 + ... + 50 + 51 + ... + 98 + 99 + 100$$
$$= (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) ....(50 + 51)$$
$$= 101 + 101 + 101 + ... 50$$ یہاں جوڑیاں $= 50 \times 101 = 5050$

اسے اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے $\frac{100 \times 101}{2} = 5050$

اگر اعداد کی تعداد 48 ہو تو حاصل جمع کیا ہوگا؟ آپ نے کیا دیکھا؟

اگر اعداد n ہوں تو ان اعداد کا حاصل جمع کیا ہوگا۔

مثال:17 ان حقیقی اعداد کا حاصل جمع معلوم کرو جو 5 سے تقسیم پذیر ہیں۔ 50 تا 85 کے اعداد لیئے جائیں۔

حل: 50 تا 85 کے کامل اعداد جو کہ 5 سے قابل تقسیم ہیں کا حاصل جمع =

5 سے تقسیم ہونے والے کامل اعداد 1 تا 85 کا حاصل جمع) - (5 سے تقسیم ہونے والے 1 تا 49 کے اعداد کا حاصل جمع)

$$= (5 + 10 + ... + 85) - (5 + 10 + ... + 45)$$
$$= 5(1 + 2 + ... + 17) - 5(1 + 2 + ... + 9)$$
$$= 5 \times \left(\frac{17 \times \cancel{18}^{9}}{\cancel{2}}\right) - 5 \times \left(\frac{9 \times \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}}\right)$$
$$= 5 \times 9 \times 17 - 5 \times 9 \times 5$$
$$= 5 \times 9 \times (17 - 5)$$
$$= 5 \times 9 \times 12 = 540$$

مثال:18 2 یا 3 سے قابل تقسیم ایک تا 100 صحیح اعداد کا حاصل جمع محسوب کرو۔

حل: اعداد 1 تا 100 جو کہ 2 سے قابل تقسیم ہیں 2، 4، ....98، 100 ہوں گے۔ 1 تا 100، 3 سے تقسیم ہونے والے اعداد 3، 6، ...96، 99 ہوں گے۔

اوپر دیئے گئے اعداد کے دونوں سلسلوں میں بعض اعداد دو مرتبہ واقع ہوئے ہیں۔ ایسے اعداد 6 کے ضریب ہیں۔ یعنی 2 اور 3 کا ذو اضعاف اقل (LCM) ہے۔

1 تا 100، 2 سے تقسیم ہونے والے صحیح اعداد کا حاصل جمع =

(1 تا 100، 2 سے تقسیم ہونے والے صحیح اعداد کا حاصل جمع) + (1 تا 100، 3 سے تقسیم ہونے والے اعداد کا حاصل جمع) - (1 تا 100، 6 سے تقسیم ہونے والے صحیح اعداد کا حاصل جمع)

SCERT TELANGANA

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لئے ہے 2020-21

$$= (2+4+....+100)+(3+6+....+99)-(6+12+...96)$$
$$= 2(1+2+....+50)+3(1+2+...+33)-6(1+2+....+16)$$
$$= 2\times\left(\frac{50\times(50+1)}{2}\right)+3\times\left(\frac{33\times(33+1)}{2}\right)-6\times\left(\frac{16\times(16+1)}{2}\right)$$
$$= \not{2}\times\left(\frac{50\times 51}{\not{2}}\right)+3\times\left(\frac{33\times \not{34}^{17}}{\not{2}}\right)-6\times\left(\frac{^{8}\not{16}\times 17}{\not{2}}\right)$$
$$= 2550+1683-816$$
$$= 4233-816 = 3417$$

مشق - 15.6

(1   1 تا 100 اعداد میں، 5 سے تقسیم ہونے والے صحیح اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔

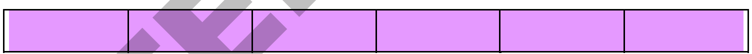
(2   11 تا 50 اعداد میں، 2 سے تقسیم ہونے والے صحیح اعداد کا حاصل جمع محسوب کیجئے۔

(3   ان صحیح اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجئے جو 2 اور 3 سے تقسیم ہوتے ہیں اور 1 تا 50 پائے جاتے ہیں۔

(4 $(n^3 - n)$، 3 سے قابل تقسیم ہے۔ وجوہات بتائیے۔

(5   سلسلہ وار اعداد میں n طاق اعداد کا حاصل جمع n سے تقسیم ہوتا ہے۔ سمجھائیے؟

(6   کیا $1^{11}+2^{11}+3^{11}+4^{11}$ ، 5 سے تقسیم ہوگا؟ تشریح کیجئے۔

(7   

دی ہوئی شکل میں مستطیلوں کی تعداد بتائیے۔

(8   راحیل کے والد ہر سال اس کی سالگرہ پر اس کے نام کچھ رقم جمع کرانا چاہتے ہیں۔ پہلی سالگرہ پر 100 روپئے، دوسری پر 300 روپئے، تیسری پر 600، چوتھی پر 1000 روپئے اور اسی طرح ہر سال وہ رقم جمع کراتے ہیں۔ بتائیے کہ راحیل کی پندرھویں سالگرہ پر جمع شدہ رقم کیا ہوگی؟

(9   2 یا 5 سے تقسیم ہونے والے 1 تا 100 صحیح اعداد کا حاصل جمع کیا ہوگا؟

(10   11 تا 1000 ان اعداد کا حاصل جمع معلوم کرو جو 3 سے تقسیم ہوتے ہیں۔

ہم نے کیا سیکھا

(1   تین ہندسی عدد کو توسیعی شکل $100a + 10b + c$ میں لکھنا اور سمجھنا۔ جہاں a,b,c ہندسے ہیں اور $a \neq 0$ ، b,c 0 تا 9 ہو۔

(2   عام طریقہ میں ظاہر کردہ 2 یا 3 ہندسی اعداد کے لیے 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11 سے تقسیم پذیری کی جانچ اور ضوابط۔

(3   2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11 سے تقسیم کے قوانین کے اصول۔

(4   اعداد پر مسئلے پہیلیاں اور مشغلے۔

SCERT TELANGANA

جوابات

1 ناطق اعداد

مشق 1.1

I.

(i) جمعی اکائی　　(ii) تقسیمی قانون

(iii) ضربی اکائی　　(iv) ضربی اکائی

(v) تقلیبی خاصیت بلحاظ جمع　　(vi) بندشی قانون بلحاظ ضرب

(vii) جمعی معکوس قانون　　(viii) ضربی معکوس

(ix) تقسیمی

2. (i) $\frac{3}{5}, \frac{-5}{3}$　　(ii) $-1, 1$　　(iii) 0, وجود نہیں رکھتا　　(iv) $\frac{-7}{9}, \frac{9}{7}$

(v) $1, -1$

3. (i) $\frac{-12}{5}$　　(ii) 0　　(iii) $\frac{9}{11}$　　(iv) $\frac{6}{7}$

(v) $\frac{3}{4}, \frac{1}{3}$　　(vi) 0　　4. $\frac{-28}{55}$

5. تلازمی قانون بلحاظ ضرب، معکوس قانون بلحاظ ضرب، ضربی اکائی، بندشی قانون بلحاظ جمع

7. $\frac{28}{15}$　　8. (i) $\frac{-5}{12}$　　(ii) $\frac{58}{13}$　　(iii) $\frac{45}{7}$

9. $\frac{-7}{8}$　　10. $\frac{53}{6}$

11. تلازمی قانون نہیں ہے لہٰذا $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$

13. (i) طبعی اعداد　　(ii) 0　　(iii) منفی

SCERT TELANGANA

مشق 1.3

1. (i) $\frac{57}{100}$ (ii) $\frac{22}{125}$ (iii) $\frac{100001}{100000}$ (iv) $\frac{201}{8}$

2. (i) 1 (ii) $\frac{19}{33}$ (iii) $\frac{361}{495}$ (iv) $\frac{553}{45}$

3. (i) $\frac{7}{13}$ (ii) $\frac{-7}{5}$

4. $\frac{-62}{65}$ 5. 140 6. $5\frac{1}{10}$m 7. ₹. 1.66

8. $161\frac{1}{5}m^2$ 9. $\frac{3}{4}$ 10. $\frac{16}{9}$m 11. 125

2 واحد متغیر پر خطی مساواتیں

مشق 2.1

1.(i) 2 (ii) −3 (iii) −6 (iv) 6

(v) $\frac{-3}{2}$ (vi) −21 (vii) 27 (viii) 5

(ix) $\frac{7}{3}$ (x) 1 (xi) $\frac{1}{2}$ (xii) 0

(xiii) $\frac{25}{7}$ (xiv) $\frac{21}{16}$ (xv) $\frac{8}{3}$ (xvi) $\frac{13}{6}$

مشق 2.2

1.(i) 67^0 (ii) 17^0 (iii) 125^0 (iv) 19^0

(v) 20^0

2. 5 ,13 3. 43, 15 4. 27, 29

5. 252, 259, 266 6. 20 km 7. 99g, 106g, 95g 8. 113m, 87m

9. 16m, 12m 10. 21m, 21m, 13m

11. 39^0 ,51 12. 20 سال , 28 سال

13. 126 14. 80, 10 15. 60, 48 16. 59 ft, 29.5 ft

17. 186, 187.

SCERT TELANGANA

مشق 2.3

1. 1 2. 2 3. $\frac{11}{4}$ 4. -1

5. $\frac{-9}{5}$ 6. 1 7. 7 8. $\frac{-4}{7}$

9. $\frac{9}{2}$ 10. $\frac{11}{3}$ 11. 1 12. -96

13. 3 14. 8

مشق 2.4

1. 25 2. 7 3. 63 4. 40, 25, 15

5. 12 6. 4, 2 7. 16 8. 10,000

مشق 2.5

1.(i) $\frac{145}{21}$ (ii) 168 (iii) 12 (iv) 25

(v) $\frac{127}{12}$ (vi) 1 (vii) $\frac{9}{2}$ (viii) $\frac{5}{12}$

(ix) $\frac{9}{23}$ (x) -1 (xi) $\frac{-1}{7}$ (xii) $\frac{3}{7}$

2. 30 3. 48,12 4. $\frac{3}{7}$ 5. 50,51,52

6. 25 7. 5 8. 50=42 پیسے کے سکے ؛ 14=ایک روپے کے سکے

9. 30 دن سال 10. 20 کلومیٹر 11. 36

12. ₹860 13. 16

4 قوت نما

مشق 4.1

1.(i) $\frac{1}{64}$ (ii) -128 (iii) $\frac{64}{27}$ (iv) $\frac{1}{81}$

2.(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{15}$ (ii) $(-2)^{14}$ (iii) 5^4 (iv) 5^5 (v) $(-21)^4$

3.(i) $2^4 \times 3$ (ii) $\frac{1}{2}$

SCERT TELANGANA

4.(i) 10 (ii) 40^3 (iii) $\frac{13}{16}$ (iv) $\frac{2}{81}$

(v) $\frac{17}{6}$ (vi) $\frac{16}{81}$ 5. (i) 625 (ii) 625

6.(i) 10 (ii) −10 (iii) 2 7. 3

8. $\frac{4^5}{3^4 \times 5}$ 9. (i) 1 (ii) 72 (iii) −24 (iv) 1

10. $\frac{16}{49}$

مشق 4.2

1.(i) 9.47×10^{-10} (ii) 5.43×10^{11} (iii) 4.83×10^{7} (iv) 9.298×10^{-5}

(v) 5.29×10^{-5}

2.(i) 4,37,000 (ii) 5, 80, 00, 000 (iii) 0.00325 (iv) 37152900

(v) 0.03789 (vi) 0.02436

3.(i) 4×10^{-7} m (ii) 7×10^{-6} mm (iii) 3×10^{8} m/sec (iv) 3.84467×10^{8}

(v) 1.6×10^{-18} کولمب (vi) 1.6×10^{-3} cm (vii) 5×10^{-6} cm

4. 1.0008×10^{2} mm

5.(i) نہیں (ii) نہیں (iii) نہیں (iv) نہیں (v) نہیں

5 نسبت کے استعمال سے مقداروں کا تقابل

مشق 5.1

1.(i) 3:4 (ii) 32:3 (iii) 1:2 2. (i) 168

3. 8 4. 48 5. 20 6. $\frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}$

7. 3:5 8. 1 : 3 or 4 : 7 9. ₹8320

10. $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$، ہاں 11. ₹. 28.5, ₹. 92, ₹. 257.6, ₹. 132, ₹. 88

12. (a) 83 (b) 1992 ارکان 13. 2064 تھیلے 14. 70 سنٹی میٹر

SCERT TELANGANA

مشق 5.2

1. 81.9 کروڑ 2. 2756.25 3. ₹. 7.67 4. 3 × 6cm

5. ₹ 127.50 6. $6\frac{2}{3}\%$ 7. 17%

8. (i) ₹880, 10% (ii) ₹4000, 20% (iii) ₹10,000, 20%,منافع, (iv) ₹392,₹42% (v) ₹315, ₹35

9. ₹2244 10. 1250 11. 40000;12.5% 12. 30,000, نفع فیصد 17.65

13. ₹1334 14. (i) ₹10,000 (ii) ₹3000 (iii) ₹ 200

15. (i)₹47.61 (ii) ₹33.33 16. 13

مشق 5.3

1. (a) ₹268.75 2. 19,950 3. A=8820. CI=820

4. ₹409.5 5. ₹86950; ₹1449.1 6. 81,82,199 7. 1080.50

8. (i) ₹210 9. ₹43.20 10. 5,31,616

11. ₹36659.70 12. بھارتی362.50 13. ₹9500

14. 1297920 15. 103.81

6 جذرالمربع، جذرالمکعب

مشق 6.1

.1 (i) 39 کے مربع میں اکائی عدد "1" ہے۔
(ii) 297 کے مربع میں اکائی عدد 9 ہے۔
(iii) 5125 کے مربع میں اکائی عدد 5 ہے۔
(iv) 7286 کے مربع میں اکائی عدد 6 ہے۔
(v) 8742 کے مربع میں اکائی عدد 4 ہے۔

.2 کامل مربع
(i) 121 (ii) 256

.3 (i) میں اکائی کا ہندسہ 7 ہے اسلئے کامل مربع نہیں۔
(ii) 4592 میں اکائی کا ہندسہ 2 ہے اسلئے وہ کامل مربع نہیں ہے۔
(iii) 2433 میں اکائی کا ہندسہ 3 ہے اس لئے وہ کامل مربع نہیں ہے۔
(iv) 5050 میں اکائی کا ہندسہ 0 ہے اس لئے وہ کامل مربع نہیں ہے۔
(v) 6098 میں اکائی کا ہندسہ 8 ہے اس لئے وہ کامل مربع نہیں ہے۔

4. (i) 431^2 - طاق (ii) 2826^2 - جفت (iii) 8204^2 - جفت
(iv) 17779^2 - طاق (v) 99998^2 - جفت

SCERT TELANGANA

5. (i) 50 (ii) 112 (iii) 214

6. (i) 25 (ii) 81 (iii) 169

مشق 6.2

1. (i) 21 (ii) 28 (iii) 64 (iv) 84

2. 5 3. 6. 120 4. 6 5. 39

6. 51 7. 144, 9 8. 89 9. 4608 m^2

مشق 6.3

1. (i) 33 (ii) 48 (iii) 88 (iv) 78
   (v) 95

2. (i) 1.6 (ii) 4.3 (iii) 8.3 (iv) 9.2

3. 31 4. 67 cm 5. 91 6. 1024

7. 149 8. (i) 10 (ii) 16 (iii) 28

مشق 6.4

1. (i) 512 (ii) 4096 (iii) 9261 (iv) 27000

2. i) 243 - کامل مکعب نہیں ii) 516 - کامل مکعب نہیں
   iii) 729 - ایک کامل مکعب iv) 8000 - ایک کامل مکعب
   v) 2700 - کامل مکعب نہیں

3. 2 4. 17 5. 5 6. 288 7. 2

مشق 6.5

1. (i) 7 (ii) 9 (iii) 11 (iv) 14

1. (i) 16 (ii) 13 (iii) 15 (iv) 18

3. i) کاذب ii) کاذب iii) صادق
   iv) صادق v) کاذب vi) کاذب

7 تعددی تقسیمی جدول اور ترسیم

مشق 7.1

1. ₹.11060.83 2. $\overline{x} = 7$ 3. $\overline{x} = 27$ 4. $\overline{x} = 43$

5. $\overline{x} = 30$ سال 6. 52 سال

7. $\overline{x} = 12$ انحراف کا مجموعہ $\overline{x} = 0$

SCERT TELANGANA

8. 5 | 9. $\bar{x} = 13.67$ ہرصورت میں مساوی ہوگا | 10. 15.3 نشانات

11. $\bar{x} = 30$ | 12. وسطانیہ = 3.4 | 13. $x = 18$

14. بہتاتیہ = 10 | 15. بہتاتیہ = $x - 3$ | 16. بہتاتیہ = 1

17. 12, 16, 16, 16 | 18. 42 | 19. 8 | 20. 20

مشق 7.2

1.

وقفہ جماعت	5-14	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64
تعدد	9	9	9	6	7	5

2.

طلباء کی تعداد	15-19	19-23	23-27	27-31	31-35	35-39	39-43
تعدد	5	7	6	5	5	1	1

3.

وقفہ جماعت	4-11	12-19	20-27	28-35	36-43	44-51	52-59
سرحدیں	3.5-11.5	11.5-19.5	19.5-27.5	27.5-35.5	35.5-43.5	43.5-51.5	51.5-59.5

4.

جماعت کے نشانات	تعدد cu.f	وقفہ جماعت cu.f	کم تر	زیادہ تر
10	6	4-16	6	75
22	14	16-28	20	69
34	20	28-40	40	55
46	21	40-52	61	35
58	9	52-64	70	14
70	5	64-76	75	5

5.

وقفہ جماعت (Marks)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
طلباء (Students)	2	10	4	9	10

6.

وقفہ جماعت (عمریں)	تعدد بچوں کی تعداد	جماعت سرحدیں	گھٹتا ہوا یکجائی تعدد	بڑھتا ہوا یکجائی تعدد
1 - 3	10	0.5 - 3.5	10	59
4 - 6	12	3.5 - 6.5	22	49
7 - 9	15	6.5 - 9.5	37	37
10 - 12	13	9.5 - 12.5	50	22
13 - 15	9	12.5 - 15.5	59	9

SCERT TELANGANA

7.

وقفہ جماعت	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Eu fr	3	8	19	25	30
تعدد	3	5	11	6	5

دیا گیا تعدد، کم تر یکجائی تعدد ہے

8.

وقفہ جماعت	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
G.Cu fr	42	36	23	14	6
تعدد	6	13	9	8	6

8 جومیٹری اشکال کا تفصیلی جائزہ

مشق 8.1

1.(a) صادق (b) کاذب (c) کاذب (d) کاذب

(e) کاذب (f) کاذب (g) کاذب

2. (a) ہاں کوئی دو متماثل اشکال ہمیشہ مساوی ہوتی ہیں

(b) ہاں یکسانیت ہوگی

3. AB = NM; $\angle A = \angle N$

BC = MO; $\angle B = \angle M$

CA = ON; $\angle C = \angle O$

4. (i) صادق (ii) کاذب (iii) صادق (iv) کاذب

(v) صادق

7. 1.5 m, 3m, 4.5m, 6m, 7.5m, 9m

8. 9m

مشق 8.2

(i) 10 (ii) 12 (iii) 14 (iv) 2

(v) B,D,E,W,M,O,J,T,W,P,Z (vi) O,X,M,W,H

9 سادہ اشکال کا رقبہ

مشق 9.1

2. (i) 20 sqcm (ii) 424 sqcm (iii) 384 sqcm

3. 96 sqcm. 4. 96 sqcm 5. (i) 10700 sqm (ii) 10650 sqm

6. (ii) x = 75 cm, 45 cm

7. ₹4050

8. 337.5 sqcm.

SCERT TELANGANA

مشق 9.2

1. (i)316 sqm (ii)616sq cm
2. 616 sqcm.
3. (i) 693 sqcm. (ii) 259.87 cm^2
4. 1386cm^2
5. 308 cm^2
6. 10.5 cm^2
7. 7.8729cm^2
8. (i) $\frac{6}{7}a^2$ (ii)123.5cm^2
9. 6.125 cm^2
10. 346.5 m^2

10 راست اور معکوس تناسب

مشق 10.1

1. ₹. 84, ₹. 168, ₹. 420, ₹. 546
2. 32, 56, 96, 160
3. ₹. 12,600/-
4. ₹. 2,100/-
5. 21 m
6. 6m, 8.75 m
7. 168 km
8. 5000
9. 25 km $\frac{10}{3}$ گھنٹے
10. $\frac{9}{20}$
11. 2 : 1

مشق 10.2

1. (iii)
2. 120, 80

مشق 10.3

1. 4 kg
2. 50 days
3. 48
4. 4
5. 4
6. 15
7. 24
8. 60 منٹ
9. 40%
10. $\frac{(x+1)}{x+2}$

مشق 10.4

1. ₹540
2. 2دن
3. 16دن
4. 325 آدمی
5. 36دن

11 الجبری عبارتیں اور اجزائے ضربی بنانا

مشق 11.1

1. (i) 42K (ii) $6lm$ (iii) $15t^4$ (iv) 18mn
   (v) $10p^3$
3. (i) $60a^2c$
   (ii) $24m^3n$
   (iii) $36\,k^3l^3$
   (iv) $24p^2q^2r^2$
4. i) x^5y^3 ii) a^6b^6 iii) $36k^3l^3m^3$ iv) $24p^2q^2r^2$
   v) $72a^2bcd$
5. $x^2y^2z^2$
6. x^3y

SCERT TELANGANA

مشق 11.2

1. (ii) $3k^2l + 3klm + 3kmn$ (iii) $a^2b^2 + ab^4 + ab^2c^3$

   (iv) $x^2yz - 2xy^2z + 3xyz^2$ (v) $a^4b^3c^3 + a^2b^4c^3d - a^3b^3c^2d^2$

2. $12y^2 + 16y$

3. i) -2 ii) 0

4. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

5. $x^2 - y^2 - z^2 + 2xy - yz + zx - xr + yr$

6. $-7x^2 + 8xy$

7. $-3k^2 + 21kl - 21km$

8. $a^3 + b^3 + c^3 - a^2b + b^2a - b^2c + c^2b + a^2c - c^2a$

مشق 11.3

1. (i) $6a^2 - 19a - 36$ (ii) $2x^2 - 5xy + 2y^2$ (iii) $k^2l - kl^2 - l^2m + klm$

   (iv) $m^3 + m^2n - mn^2 - n^3$

2. (i) $2x^2 - 3xy + 3x^2y + 3xy^2 - 5y^2$

   (ii) $3a^2b^2 - a^3b - 2ab^3 - 3a^2bc + 3ab^2c$

   (iii) $klmn - lm^2n - k^2l^2 + kl^2m + k^2lm - klm^2$

   (iv) $p^4 - 5p^3q + 6p^3r + pq^3 + 6q^3r - 5q^4$

3. i) $10x^2 - 14xy$ ii) $m^3 + n^3$ iii) $-19a^2 - 34ab + 16ac - 3b^2 + 3c^2$

   iv) $p^2q^2 - q^2r^2 + p^2qr + pqr^2 - p^2q - pq^2 - p^2r + pr^2$

4. $8(k+1)^2$

مشق 11.4

1. i) $9k^2 + 24kl + 16l^2$ ii) $a^2x^4 + 2abx^2y^2 + b^2y^4$

   iii) $49d^2 - 126de + 81e^2$ iv) $m^4 - n^4$

   v) $9t^2 - 81s^2$ vi) $k^2l^2 - m^2n^2$

   vii) $36x^2 + 66x + 30$ viii) $4b^2 - 2ab + 2bc - ca$

2. i) 92416 ii) 259081 iii) 9,84,064 iv) 6,38,401

   v) 89,984 vi) 6391 vii) 11,772 viii) 42,024

12 اجزائے ضربی

مشق 12.1

1. (i) 2, 4, 8 (ii) 3, a, 3a (iii) 7, x, y, 7x17y17xy (iv) 2, m $m^2, 2m, 2m^2$

   (v) 5 (vi) 2, x, 2x (vii) 2, 3, 6, x, y, 2x, 2y, 2xy, 3x, 3y, 3xy, 6x, 6y, 6xy

SCERT TELANGANA

2. i) $5x(x-5y)$ (ii) $3a(3a-2x)$ (iii) $7p(p+7q)$

iv) $12a^2b(3-5c)$ (v) $3abc(a+2b+3c)$

vi) $p(4p+5q-6q^2)$ (vii) $t(u+at)$

3. (i) $(3x-4b)(a-2y)$

(ii) $(x^2+5)(x+2)$ (iii) $(m+4)(m-n)$

(iv) $(a^2-b)(a-b^2)$ (v) $(p-1)(pq-r^2)$

مشق 12.2

1. (i) $(a+5)^2$ (ii) $(l-8)^2$ (iii) $(6x+8y)^2$ (iv) $(5x-3y)^2$

(v) $(5m-4n)^2$ (vi) $(9x-11y)^2$ (vii) $(x-y)^2$ (viii) $(l^2+2m^2)^2$

2. (i) $(x+6)(x-6)$ (ii) $(7x+5y)(7x-5y)$ (iii) $(m+11)(m-11)$

(iv) $(9+8x)(9-8x)$ (v) $(xy+8)(xy-8)$ (vi) $6(x+3)(x-3)$

(vii) $(x+9)(x-9)$ (viii) $2x(1+4x^2)(1+2x)(1-2x)$

(ix) $x^2(9x+11)(9x-11)$ (x) $(p-q+r)(p-q-r)$

(xi) $4xy$

3. (i) $x(lx+m)$ (ii) $7(y^2+5z^2)$ (iii) $3x^2(x^2+2xy+3z)$

(iv) $(x-a)(x-b)$ (v) $(3a+4b)(x-2y)$ (vi) $(m+1)(n+1)$

(vii) $(b+2c)(6a-b)$ (viii) $(pq-r^2)(p-1)$ (ix) $(y+z)(x-5)$

4. (i) $(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$ (ii) $(a^2+b^2+c^2+2bc)(a+b+c)(a-b-c)$

(iii) $(l+m-n)(l-m+n)$ (iv) $\left(7x+\frac{4}{5}\right)\left(7x-\frac{4}{5}\right)$

(v) $(x^2-y^2)^2$ (vi) $(5a-b)(5b-a)$

5. (i) $(a+6)(a+4)$ (ii) $(x+6)(x+3)$ (iii) $(p-7)(p-3)$

(iv) $(x-8)(x+4)$ 6. 10 7. 0, 12

مشق 12.3

1. (i) $8a^2$ (ii) $\frac{1}{3}x$ (iii) $9a^2b^2c^2$ (iv) $\frac{1}{5}yz^2$

(v) $-6l^2m$

2. (i) $3x-2$ (ii) $5a^2-7b^2$ (iii) $x(5x-3)$ (iv) $l(2l^2-3l+4)$

SCERT TELANGANA

(v) $5abc(a-b+c)$ (vi) $(2q^2+3pq-p^2)$ (vii) $\frac{4}{3}(abc+2bc)$

3. (i) $7x-9$ (ii) $12x$ (iii) $\frac{77}{3}ab$ (iv) $\frac{24}{4}l(m+n)$

(v) $4(x^2+7x+10)$ (vi) $(a+1)(a+2)$

4. (i) $x+4$ (ii) $x-2$ (iii) $p+4$ (iv) $5a(a-5)$

(v) $10m(p-q)$ (vi) $4z(4z+3)$

مشق 12.4

(i) $3(x-9)=3x-27$ (ii) $x(3x+2)=3x^2+2x$

(iii) $2x+3x=5x$ (iv) $2x+x+3x=6x$

(v) $4p+3p+2p+p-9p=p$ (vi) $3x\times 2y=6xy$

(vii) $(3x)^2+4x+7=9x^2+4x+7$ (viii) $(2x)^2+5x=4x^2+5x$

(ix) $(2a+3)^2=4a^2+12a+9$

(x) (a) $9-21+12=0$ (b) $9+15+6=30$ (c) $9-15=-6$

(xi) $(x-4)^2=x^2-8x+16$ (xii) $(x+7)^2=x^2+14x+49$

(xiii) $(3a+4b)(a-b)=3a^2+ab-4b^2$ (xiv) $(x+4)(x+2)=x^2+6x+8$

(xv) $(x-4)(x-2)=x^2-6x+8$ (xvi) $5x^3\div 5x^3=1$

(xvii) $(2x^3+1)\div 2x^3=1+\frac{1}{2x^3}$ (xviii) $(3x+2)\div 3x=1+\frac{2}{3x}$

(xix) $(3x+5)\div 3x=\frac{5}{3}x$

(xx) $\frac{4x+3}{3}=\frac{4}{3}x+1$

13 سہ ابعادی اشکال کی دوابعادی میں منظر کشی

مشق 13.1

3. (i) 5 (ii) 9 (iii) 20 (iv) 14

4. (i) 3 sq.units (ii) 9 sq.units (iii) 16 sq.units (iv) 14 sq.units

SCERT TELANGANA

مشق 13.2

1.

F	V	E	V + F = E + 2
5	6	9	مطمئن
7	10	15	,,
8	12	18	,,
6	6	10	,,
5	5	8	,,
8	12	18	,,
8	6	12	,,
6	8	12	,,

2. تمام مکعب، مربعی منشور ہوتے ہیں لیکن اسکا برعکس کاذب ہوگا 3. نہیں بناتا 4. ہاں

5. F = 20, V = 6, E = 12, V + F – E = 2 6. نہیں بناتا

7.

V	E
8	12
5	8
6	9

8. (i) مسدسی ہرم (ii) مکعب نما (iii) مخمس ہرم
(iv) استوانہ (v) مکعب (vi) مسدسی ہرم
(vii) منحرف

9. (i) a, b, c, d, e (ii) (a) چار سطحی ٹھوس مجسم (b) کرہ
(c) مکعب نما/مکعب (d) کرہ
(e) مکعب ایک منتظم کثیر پہلوئی ہے جبکہ مکعب نما نہیں
(f) مکعب/مکعب نما (g) مربع احرام

3. (a) ہشت ضلعی منشور (b) مسدسی منشور
(c) مثلثی منشور (d) مخمسی اہرام

14 طرفی رخوں کا رقبہ اور حجم

مشق 14.1

1. A 2. 10cm 3. $9m^2$

4. ₹.72

SCERT TELANGANA

مشق 14.2

1. (i) $112.996\ m^3$ (ii) $70m^3$ (iii) $22.5m^3$
2. (i) $13.92m^3$, 13920 لیٹرس (ii) $5.2\ m^3$, 5200 لیٹرس
   (iii) $36.792\ m^3$, 36792 لیٹرس
3. $\frac{7}{8}$ گنا کمی ہوگی
4. (i) $262.144\ cm^3$ (ii) $2.197m^3$ (iii) $4.096m^3$
5. 6400
6. $1096\ cm^3$
7. $110cm^3$
8. 90
9. 27
10. 6 cm.

15 اعداد کا کھیل

مشق 15.1

1. 2 سے قابل تقسیم 1200, 836, 780, 4820, 48630
   5 سے قابل تقسیم 1200, 535, 780, 3005, 4820, 48630
   10 قابل تقسیم 1200, 780, 4820, 48630
   ہم یہ غور کریں گے کہ جو عدد 10 سے قابل تقسیم ہے وہ 2 اور 5 سے بھی قابل تقسیم ہوگا۔
2. (a), (b), (c), (e) 2 سے قابل تقسیم
3. (a), (b), (c) (d) 5 سے قابل تقسیم
4. (a), (b), (d), (e) 10 قابل تقسیم
5. (a) 6 (b) 8
   (c) 6 (d) 12
6. 10, 20, 30, 40, 50, 60, ...
7. 6

مشق 15.2

1. A = 2 or 5 or 8
2. A = 8
3. 90, 180, 270, 360, 450 etc.
4. ہم یہ غور کریں گے کہ 2 سے قابل تقسیم اعداد 0 سے 9 اکائی کے علاوہ دوسرے پر منحصر نہیں ہوں گے۔
5. 0 or 5
6. 4
7. 7
8. '0'

SCERT TELANGANA

مشق 15.3

1. (a), (d) 6 سے قابل تقسیم
2. (a), (b), (c), (d) 4 سے قابل تقسیم
3. (a), (c), (d) 8 سے قابل تقسیم
4. (a), (b), (c), (d) 7 سے قابل تقسیم
5. (a), (b), (c), (d), (e), (h), (i), (j) 11 سے قابل تقسیم
6. 8 کے ضریب 4 کے بھی ضریب ہوں گے
7. $A = 1, \ B = 9, \ A + B = 10$

مشق 15.4

.1 45 سے قابل تقسیم
.2 81 سے قابل تقسیم
.3 36 اوراس کے تمام اجزا سے بھی سے قابل تقسیم
.4 12 اوراس کے تمام اجزا سے بھی سے قابل تقسیم
.5 11 اور 7، اوران کے حاصل ضرب سے بھی قابل تقسیم
.6 5 اور 7، اوران کے حاصل ضرب سے بھی قابل تقسیم
.7 دونوں اعداداوران کا مجموعہ بھی 6 سے قابل تقسیم
.8 دونوں اعداداوران کے فرق سے بھی تقسیم پذیر
.9 2 اور 4 سے قابل تقسیم ہے
.10 4 اور 8 سے قابل تقسیم
.11 $A = 3, \ B = 2$

SCERT TELANGANA

مشق 15.5

1. (a) $A = 9$ (b) $B = 5$ (c) $A = 3$ (d) $A = 6$, مجموعہ $= 2996$
   (e) $A = 4, B = 1$
2. (a) $A = 5$ (b) $A = 8$ (c) $A = 9$
3. (a) $D = 5, E = 0, F = 1$ (b) $C = 1, G = 2, H = 0$
4. (a) $K = 6, L = 2$ (b) $M = 5, N = 0$
5. $A = 8, B = 7, C = 6$

مشق 15.6

1. 1050

2. 620

3. 216

4. $n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n-1)n(n+1)$ تین متواتر اعداد کا حاصل ضرب

5. n متواتر طاق اعداد کا مجموعہ $\frac{(2n-1)(2n)}{2} = n(2x-1)$ n کا ضریب

6. $(1^{11} + 4^{11}) + (2^{11} - 3^{11})$ 5 سے قابل تقسیم

7. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

8. 1200 روپے

9. 3050

10. 166833-18 = 166815.

SCERT TELANGANA

نصاب

اعدادکانظام (50 گھنٹے) **i. اعداد کا کھیل** **ii. ناطق** **iii. مربعی اعداد، مکعبی اعداد، جذر المربع، مکعب، جذر المکعب**	**(i) اعداد کا کھیل** ☆ (100a + 10b + c) کی عام شکل میں 2اور 3ہندسی اعداد کی تفہیم اور تحریر جہاں a, b, cصرف ہندسے (0-9) ہیں اوران کو مختلف معموں سے جوڑنا (جیسے غائب اعداد کو معلوم کرنا کوئی چار مشمولہ اعمال کے حروفی سوالات سے) ☆ اعداد معمہ کھیل ☆ عام شکل میں ظاہر کردہ دو یا تین ہندسی اعداد کے لئے ,8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 9اور 11سے تقسیم پذیری کی جانچ کی منطقی تفہیم **(ii) ناطق اعداد** ☆ ناطق اعداد کی خصوصیات (تماثلی خصوصیات کوشامل کرتے ہوئے) ☆ عبارتوں کی عام شکل کے استعمال سے خصوصیات کو بیان کرنا خصوصیات کاادراک ☆ عددی خط پر ناطق اعداد کو ظاہر کرنا ☆ دو ناطق اعداد کے درمیان پائے جانے والے ناطق اعداد کا اظہار (طالب علموں کو بتلائیے کہ مکمل اعداد کے کوئی دو غیر یکساں اعداد کے درمیان زیادہ سے زیادہ ناطق اعداد پائے جاتے ہیں) ☆ ناطق اعداد کا اعشاریائی اظہار اوراس کے برعکس (اگر نسب نما 10، 100، --- سے الگ ہوں) ☆ ناطق اعداد پر اعمال کی یکجائی ☆ ناطق اعداد پر عبارتی سوالات (تمام اعمال پر مبنی) ☆ عبارتی سوالات (اعلیٰ منطقی، تمام اعمال بشمول رقبہ وغیرہ) **(iii) مربعی اعداد، مکعبی اعداد، جذر المربع، مکعب، جذر المکعب** ☆ مربعی اعداد اور جذر المربع ☆ تقسیمی اور اجزائے ضربی کے طریقے سے جذر المربع معلوم کرنا (a) چار ہندسی اعداد (b) دو اعشاری مقام سے زیادہ نہ ہو ☆ فیثاغورث کے اعداد (مسئلہ ثلیث) اور فیثاغورث کے مسئلہ کی تصدیق ☆ مکعبی اعداد اور جذر المکعب (تین ہندسی اعداد کے لئے صرف اجزائے ضربی کا طریقہ) ☆ جذر المربع اور جذ المکعب کا اندازہ لگانا۔ مطلوبہ عدد کے قریب تر عدد کو معلوم کرنے کی مشق کرنا۔ ☆ قوسین کے استعمالات ☆ BODMAS اُصول کو استعمال کرتے ہوئے براکٹس کا اختصار

SCERT TELANGANA

الجبراء(20 گھنٹے) i. **قوتیں اور قوت نما** ii. **الجبرئی عبارتیں** iii. **واحد متغیر میں خطی مساواتیں** **20 گھنٹے**	(i) **قوت نما** ☆ صحیح اعداد بطور قوت نما ☆ صحیح عددی قوت معہ قوت نما کے اُصول ☆ معیاری شکل (ii) **الجبرئی عبارتیں** ☆ الجبرئی عبارتوں کا حاصل ضرب (عددی ضریب صحیح عدد ہونا چاہئے) ☆ کچھ عام غلطیاں (مثال $2 + x \neq 2x,\ 7x + y \neq 7xy$) ☆ خصوصیات $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2\ ;\ a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ☆ خصوصیات کی جیومٹری تصدیق ☆ اجزائے ضربی (صرف عام صورتوں میں) میں تحلیل کرنا ☆ مشترک جز ضربی کے ذریعہ اجزائے ضربی میں تحلیل کرنا ☆ گروہی ارکان کے ذریعہ اجزائے ضربی میں تحلیل کرنا ☆ خصوصیات کو استعمال کرتے ہوئے اجزائے ضربی میں تحلیل کرنا ☆ $(x + a)\ (x + a)$ شکل کے جز ضربی ☆ الجبرئی عبارتوں کی تقسیم (iii) **واحد متغیر خطی مساواتیں** ☆ ضرب اور تقسیم کے ذریعہ واحد متغیر خطی مساواتوں کے عبارتی سوالات کو حل کرنا ☆ تناسب کے استعمال سے مقداروں کا تقابل ☆ مرکب نسبت – عبارتی سوالات
تناسب کے استعمال سے **(i) مقداروں کا تقابل** **(ii) راست تناسب، معکوس تناسب**	☆ ٹیکس، ڈسکاؤنٹ، زائد اخرجات، نقصان، نفع اور فیصدی پر اطلاقی سوالات (کشیر زر تبادلہ) ☆ سود مفرد اور سود مرکب میں فرق (3 سال تک کے لئے سالانہ مرکب یا 3 سال تک ششماہی) معیاری طریقے سے سود مرکب کا ضابطہ معلوم کرنا اور سادہ سوالات کو حل کرنے کے لئے اس ضابطہ کا استعمال ☆ راست تغیر سادہ اور راست عبارتی سوالات ☆ معکوس تغیر سادہ اور راست عبارتی سوالات ☆ مخلوط سوالات، راست و معکوس تغیرات پر ☆ وقت اور کام کے سوالات سادہ اور راست عبارتی سوالات ☆ وقت اور فاصلہ – سادہ اور راست عبارتی سوالات

SCERT TELANGANA

جومیٹری(40 گھنٹے) i) چار ضلعی کی بناوٹیں ii) 3-D کا 2-D میں اظہار iii) جومیٹری اشکال کا تفصیلی جائزہ	**(i) چار ضلعی کی بناوٹیں** ☆ چار ضلعی اور ان کی خصوصیات کا اعادہ ☆ چار ضلعی کی بناوٹیں ☆ چار ضلع اور ایک زاویہ ☆ چار ضلع اور تین وتر ☆ دو متصلہ ضلعے اور تین زاویے ☆ تین ضلع اور دو وتر ☆ تین ضلع اور دو مشمولہ زاویے ☆ دو وتروں کے ذریعہ بعض قسم کے چار ضلعی بنانا **(ii) 3-D کا 2-D میں اظہار** ☆ مفروضوں کی مدد سے اشکال کی شناخت کرنا اور ان کے مناسب جوڑ (زیادہ پیچیدہ جیسے گھونسلے، 2D اور 3D اشکال کے جوڑ'' دو سے زائد اشکال نہ ہو) ☆ 2-D کو اتارتے ہوئے 3-D شکل کا ادراک ہم پیمائشی خاکوں کی مدد سے (تسلسل کے ساتھ) ☆ مسطح سطح والی 3D اشکال کا رشتہ ایولرس سے جوڑتے ہوئے سطحوں کناروں، راسوں کو گنتے ہوئے تصدیق کیجئے۔ **(iii) جومیٹری اشکال کا تفصیلی جائزہ** ☆ جومیٹری اشکال کا تفصیلی جائزہ، مماثل اشکال، مشابہہ اشکال، جومیٹری اشکال میں تشاکل بلحاظ مثلثات چار ضلعی اور دائرے
مساحت(15 گھنٹے) (i) سادہ اشکال کا رقبہ (ii) سطحی رقبہ اور حجم	**(i) سادہ اشکال کا رقبہ** ☆ ہیران کے ضابطے کی مدد سے مثلث کا رقبہ (بغیر ثبوت کے) اور چار ضلعی کے رقبے کو معلوم کرنے میں اس کا اطلاق ☆ منحرف کا رقبہ ☆ چار ضلعی اور دوسرے کثیر ضلعی کے رقبے ☆ دائرہ اور دائروی راستوں کا رقبہ **(ii) سطح کا رقبہ اور حجم** ☆ مکعب اور مکعب نما کی سطحوں کا رقبہ ☆ حجم کا تصور، بنیادی اکائی سے حجم کی پیمائش مکعب اور مکعب نما کا حجم ☆ حجم اور گنجائش

SCERT TELANGANA

(i) تعددی جدول اور ترسیمات ☆ غیر گروہی معطیات کا اوسط، وسطانیہ اور بہتا تیہ کا اعادہ ☆ انحرافی طریقے سے اوسط معلوم کرنا ☆ گروہی معطیات کی اہمیت اور احاطہ کار ☆ تعددی تقسیمی جدول کی تیاری ☆ یکجائی تعددی تقسیمی جدول کی تیاری ☆ تعددی ترسیمات (ہسٹوگرام، تعددی کثیر ضلعی، تعددی منحنی یکجائی تعددی منحنی)	معطیات کا استعمال (15 گھنٹے) تعددی جدول اور ترسیمات

SCERT TELANGANA

تعلیمی معیارات

تعلیمی معیارات ایسے واضح بیانات ہوتے ہیں جن میں یہ بتلایا جاتا ہے کہ طلبا کن معلومات کو حاصل کریں گے اور کونسے عمل کرنے کے قابل ہوں گے۔

ذیل میں ان درجات کو پیش کیا گیا ہے جن کی بنیاد پر ہم تعلیمی معیارات تشکیل دیتے ہیں۔

مسئلہ کا حل:

ریاضی کے مسائل کے حل کے لیے تصورات اور طریقہ عمل کو استعمال کرنا۔

a) مسائل کے اقسام:

مسائل کئی قسم کے ہوسکتے ہیں جیسے معنیٰ، عبارتی سوالات، تصویری سوالات، عملی سوالات، مواد، جدول اور ترسیم وغیرہ کا مطالعہ

b) مسئلہ کے حل کے مراحل:

☆ مسئلہ کا مطالعہ

☆ مواد یا معلومات کے تمام اجزا کی شناخت

☆ متعلقہ معلومات کو علیحدہ کرنا

☆ پائے جانے والے تصورات کا فہم

☆ طریقہ عمل کا انتخاب

☆ مسئلہ کو حل کرنا

c) پیچیدگی:

کسی مسئلہ کی پیچیدگی کا انحصار حسب ذیل پر ہوتا ہے۔

☆ منسلک کرنا (جیسا کہ اس قطعہ میں بتایا گیا ہے)

☆ مسئلہ میں کتنے مراحل ہیں۔

☆ مسئلہ میں اعمال کی تعداد

☆ مسئلہ میں موجود عبارتوں کی تعداد

☆ مسئلہ میں طریقہ عمل کی نوعیت

استدلالی ثبوت

☆ مختلف اقدامات کے درمیان استدلال (مشمول ناقابل تبدیل صورت حال)

SCERT TELANGANA

☆ ریاضیاتی عمومیت اورصورت حال کافہم اور تشکیل

☆ طریقۂ عمل کا فہم اور درستگی

☆ منطقی بحث کا جائزہ لینا۔

☆ مہمل دلائل کا فہم

☆ استقرائی و استخراجی طرز کا استعمال

☆ ریاضیاتی استدلال کی جانچ

ترسیل

ریاضیاتی عبارت پڑھنا اور لکھنا

$3+4 = 7, \ 3/4$

☆ ریاضیاتی عبارتوں کو بنانا۔

☆ ریاضیاتی خیالات کو اپنے الفاظ میں واضح کرنا۔ جیسے مربع ایک بند شکل ہے جس کے چار ضلع مساوی ہوتے ہیں اور چاروں زاویہ بھی مساوی ہوتے ہیں۔

☆ ریاضیاتی طرز عمل کو واضح کرنا جیسے دو ہندسی اعداد کو جمع میں پہلے اکائی کے ہندسوں کو جمع کرنا اور بعد میں دہائی کے مقام کے ہندسوں کو ہمیشہ حاصلہ کو مدنظر رکھتے ہوئے جمع کرنا۔

ربط:

☆ ریاضیاتی اعمال میں تصوارت کا لحاظ جیسے جمع اور تفریق میں تعلق ایک کل سے جز کی نسبت اور تقسیم میں تعلق۔ ترتیب اور تشاکل میں تعلق، جگہ اور پیمائش میں تعلق

☆ روزمرہ زندگی میں ریاضی کے اطلاقات

☆ دوسرے مضامین سے ریاضی کا تعلق

☆ ریاضی کے مختلف موضوعات کے تصورات جیسے معطیات کا اظہار وغیرہ

☆ تصورات کو مختلف طریقوں سے جوڑنا

استبصار اور اظہار

☆ جدول میں دیئے گئے معطیات، عددی خط، تصویری، ترسیم، بار گراف، دو ابعادی، سہ ابعادی اشکال اور تصاویر کا مطالعہ اور تشریح کرنا

☆ جدول اور تصاویر کو بنانا۔

SCERT TELANGANA

بچو! یہ ہداتیں آپ کے لیے ہیں۔

☆ درسی کتاب میں دیئے گئے ہر ایک تصور سے آگہی کے لیے Situations یا مثالیں یا سوالات یا کھیل وغیرہ دیے گئے ہیں۔ان سے متعلق تصویریں/ خاکے بھی دیے گئے ہیں۔Situation کو خاکہ/تصویر سے جوڑتے ہوئے تصور کو جاننے کی کوشش کریں۔

☆ تصورات کی تفہیم کے لیے مشغلوں میں حصہ لینے کے دوران پیدا ہونے والے شکوک وشبہات کا ازالہ آپ اپنے معلم سے فوراً کرلیں۔

☆ تصورات کا فہم حاصل ہوا ہے یا نہیں جاننے کے لیے آپ ''یہ کیجیے'' کے تحت دیئے گئے سوالات خود حل کریں۔اگر آپ حل نہ کر پائیں تو نمونہ کے طور پر دیا گیا مسئلہ حل کرتے ہوئے آگہی حاصل کریں۔یا اپنے معلم سے معلوم کریں۔

☆ ''کوشش کیجیے'' عنوان کے تحت دیے گئے سوالات آپ کی سوچ کو ابھارنے میں مدد ومعاون ثابت ہوں گے۔یعنی یہ آپ میں غور وفکر کی صلاحیت کو فروغ دیں گے۔یہ مسائل آپ خود سے حل نہ کر پائیں تو اپنے ساتھیوں کے ساتھ گروہی طور پر حل کرنے کی کوشش کریں' یا معلم سے گفتگو کرتے ہوئے کس طرح حل کیا جائے معلوم کریں۔

☆ ''یہ کیجیے'' اور ''کوشش کیجیے'' کے تحت دیئے گئے سوالات معلم کی نگرانی میں اسکول ہی میں حل کریں۔

☆ ''درسی کتاب میں جہاں کہیں بھی منصوبہ کام دیا گیا ہے۔اسکو گروہی طور پر حل کریں۔لیکن اس سے متعلق رپورٹ آپ کو انفرادی طور پر لکھنا ہوگا۔

☆ تصورات کی تفہیم کے لیے منعقد کیے جانے والے مشغلوں اور مشقوں کے تحت جو سوالات ہیں۔ان سے متعلق ردعمل اگر درسی کتاب میں لکھنا ہوتو وہیں پر لکھیں۔

☆ جس دن جو سوالات حل کرنا ہے ان کی تکمیل اسی روز کرلیں اور اپنے معلم سے تصحیح کروالیں۔

☆ آپ سیکھے ہوئے تصورات سے متعلق مسائل مزید چند حاصل کرکے یا خود سے تیار کرکے اپنے معلم یا ساتھیوں کو دکھائیں سب مل کر ان کو حل کریں۔

☆ ریاضی کے تصورات سے تعلق رکھنے والے کھیل' معمے اور دلچسپی معلومات آپ کی درسی کتاب میں دیے گئے ہیں۔ان کے بارے میں آگہی حاصل کرکے ان جیسے مزید چند مسائل حاصل کرکے ان کو حل کریں۔

☆ درسی کتاب کے ذریعہ سیکھے ہوئے تصورات کو کمرہ جماعت محدود نہ رکھیں بلکہ ان کا استعمال اپنی روزمرہ زندگی میں موقع ومحل کے اعتبار سے کریں۔

☆ ریاضی میں خاص طور پر مسئلہ کا حل' وجوہات بیان کرنا' نتیجہ اخذ کرنا' ریاضی کی زبان میں اظہار' ریاضی کے تصورات کا فہم حاصل کرتے ہوئے مختلف حالات اور روزمرہ زندگی سے جوڑتے ہوئے' حل کرنا وغیرہ جیسی صلاحیتوں کے حاصل ہونا چاہیئے۔

☆ مذکورہ بالا ریاضی کے تصورات کے حصول کے لیے' تصورات کی تفہیم کے تحت اگر آپ کو دشواریاں پیش آتی ہوں تو بروقت معلم کی مدد حاصل کریں۔

SCERT TELANGANA