

## उद्देश्य

दिए गए अल्पतमांक का कागज का स्केल बनाना।

(a) 0.2 cm, (b) 0.5 cm

## उपकरण तथा सामग्री

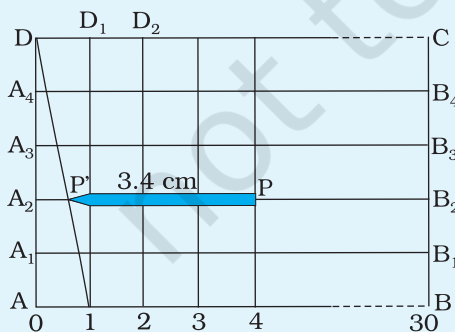
मोटी आइवरी/ड्रॉइंग शीट, सफ़ेद कागज की शीट, पेंसिल, शार्पनर, रबर (इरेज़र), मीटर स्केल (पैमाना), तीक्ष्ण नोंक युक्त काली स्याही का पेन अथवा जेल पेन।

## सिद्धांत

किसी मापक यंत्र की अल्पतमांक उस मापक यंत्र द्वारा मापी जा सकने वाली न्यूनतम माप है। मीटर स्केल में प्रायः 1 mm (या 0.1 cm) की दूरी पर निशान लगे होते हैं, अर्थात् स्केल पर सबसे छोटा भाग 1mm है। इस स्केल से आप 1mm (या 0.1 cm) से अधिक परिशुद्धता से लंबाई नहीं नाप सकते।

एक सरल विधि द्वारा आप बगैर mm के अंशांकन का उपयोग किए, cm के अंतराल को छोटे भागों में बाँटकर, (a) 0.2 cm तथा (b) 0.5 cm अल्पतमांक का स्केल बना सकते हैं।

## कार्यविधि



### (a) 0.2 cm अल्पतमांक का कागज का स्केल बनाना

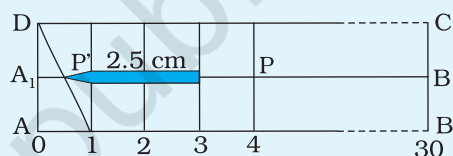
1. सफ़ेद कागज की एक शीट को लंबाई के अनुदिश मोड़िए।
2. इस शीट के ऊपरी आधे भाग में तीक्ष्ण पेंसिल का उपयोग करके 30 cm लंबाई की एक रेखा AB खींचिए [चित्र A1.1(a)]।
3. बाएँ सिरे से प्रारंभ करके A को शून्य चिह्नित कीजिए तथा रेखा AB पर 1.0 cm के अंतराल (दूरी) पर बहुत छोटे बिंदु चिह्नित कीजिए तथा उन्हें 1,2,...,30 के द्वारा नामांकित कीजिए।

**चित्र A1.1(a)** 0.2 cm अल्पतमांक का कागज का स्केल बनाना

4. तीक्ष्ण पेंसिल का उपयोग करके प्रत्येक बिंदु चिह्न की स्थिति पर रेखा AB के लंबवत् लगभग 5.0 cm लंबी ऊर्ध्वाधर रेखाएँ खींचिए।
5. AB के समांतर पाँच तीक्ष्ण क्षैतिज रेखाएँ क्रमशः 1.0 cm, 2.0 cm, 3.0 cm, 4.0 cm तथा 5.0 cm की दूरी पर खींचिए। मान लीजिए कि 5 cm की दूरी पर खींची गई रेखा DC है, जबकि 1 cm, 2 cm, 3 cm तथा 4 cm पर खींची गई रेखाएँ क्रमशः  $A_1 B_2$ ,  $A_2 B_2$ ,  $A_3 B_3$  तथा  $A_4 B_4$  हैं [चित्र A 1.1 (a)] ।
6. बिंदु D को रेखा AB पर 1 cm चिह्नित बिंदु अर्थात् विकर्ण 1-D को बारीक नॉक वाले काली स्याही के पेन से मिलाएँ। यह विकर्ण रेखा AB के समांतर  $A_4$ ,  $A_3$ ,  $A_2$  तथा  $A_1$  पर खींची गई रेखाओं को क्रमशः 0.2 cm, 0.4 cm, 0.6 cm तथा 0.8 cm की लंबाई पर काटता है।
7. 0.2 cm अल्पतमांक के इस स्केल को किसी पेंसिल या बुनने की सलाई की लंबाई मापने के लिए उपयोग करें।

(b) 0.5 cm अल्पतमांक का कागज का स्केल बनाना

- सफेद कागज की शीट के निचले आधे भाग में एक तीक्ष्ण पेंसिल की सहायता से 30 cm लंबी रेखा AB खींचिए [चित्र A1.1(b)]।
- उपरोक्त क्रियाकलाप I.1(a) के चरण 3 से 6 तक को दोहराइए, लेकिन रेखा AB के समांतर 5 cm की जगह 1.0 cm तथा 2.0 cm की दूरी पर केवल दो रेखाएँ खींचिए।



चित्र A1.1(b)

3. विकर्ण 1-D को बारीक नोंक वाले काली स्याही के पेन से मिलाएँ (चित्र A 1.1 (b))।
4. इस स्केल को 0.5cm के अल्पतमांक तक किसी पेंसिल/बुनने की सलाई की लंबाई की मापने के लिए उपयोग करें। 0.5 cm के भिन्नात्मक भाग रेखा A,B, पर मापे जाते हैं।

(c) कागज के स्केल A तथा B का उपयोग करके पेंसिल की लंबाई मापना

- पेंसिल PP' को कागज़ के स्केल A (अल्पतमांक 0.2 cm) की लंबाई के अनुदिश इस प्रकार रखिए कि इसका सिरा P किसी पूरे चिह्न (माना 1.0 cm या 2.0 cm आदि चिह्न) पर हो। दूसरे सिरे P' की स्थिति विकर्ण 1-D पर है। यदि P' विकर्ण से परे चला जाता है तो इसे अगली ऊपर की रेखा पर रखिए जिसमें cm का अंश 0.2 cm बढ़ा है, इत्यादि। इस प्रकार चित्र A 1.1 (a) में पेंसिल की लंबाई = 3 cm + 0.2 × 2 cm = 3.4 cm। ध्यान रखिए कि माप लेते समय आप एक आँख बंद रखते हैं तथा दूसरी आँख सीधे अपेक्षित अंशांकन चिह्न के ऊपर हो। यदि आँख अंशांकन चिह्न से झुकी हुई (तिरछी) है तो माप में त्रुटि होने की संभावना है।
- अल्पतमांक 0.5 cm के कागज़ के स्केल B का उपयोग करके चरण 1 की कार्यवाही को दोहराइए तथा अपने प्रेक्षणों को उचित मात्रकों तथा सार्थक अंकों सहित अंकित कीजिए।

## प्रेक्षण

कागज के स्केल **A** की अल्पतमांक = 0.2 cm

कागज के स्केल **B** की अल्पतमांक = 0.5 cm

## परिणाम

- (i) अल्पतमांक 0.2 cm तथा 0.5 cm के स्केल बना लिए गए तथा
- (ii) उपरोक्त बनाए गए स्केलों से मापी गई पेंसिल की लंबाई है
  - (a) ... cm
  - (b) ... cm

## सावधानियाँ

- (i) अत्यंत तीक्ष्ण पेंसिल उपयोग करनी चाहिए।
- (ii) स्केल को तीक्ष्ण पत्रकर्तक (Paper cutter) से परिसीमा के अनुदिश काटना चाहिए।
- (iii) प्रेक्षण को स्केल की परिशुद्धता दर्शाते हुए अंकित करने चाहिए।
- (iv) लंबाई मापते समय पूर्ण cm का चिह्न वस्तु के एक सिरे से संपाती होना चाहिए तथा दूसरे सिरे को स्केल पर पढ़ना चाहिए।

## त्रुटि के स्रोत

हो सकता है कि अंशांकनों को दर्शाने वाली रेखा जितनी तीक्ष्ण होनी चाहिए उतनी न हो।

## परिचर्चा

1. बनाए गए स्केल से लंबाई के मापन में परिशुद्धता अंशांकनों की परिशुद्धता तथा खींची गई रेखा की मोटाई पर निर्भर है।
2. कुछ व्यक्तिगत त्रुटियाँ होने की संभावना रहती है, जैसे— पेरैलैक्स (लंबन) त्रुटि।

## उद्देश्य

मीटर स्केल का उपयोग करके आघूर्णों के सिद्धांत द्वारा किसी दिए गए पिंड का द्रव्यमान ज्ञात करना।

## उपकरण तथा सामग्री

एकसमान मोटाई का लकड़ी का मीटर स्केल (एकसमान मोटाई तथा चौड़ाई की लकड़ी की एक मीटर लंबी पट्टी का भी प्रयोग किया जा सकता है), अज्ञात द्रव्यमान का एक भार, लकड़ी या धातु की तीक्ष्ण कोर की एक फ़न्नी, बाट पेटी, धागा (30 cm लंबा), एक स्पिरिट लेविल तथा लगभग 20 cm ऊँचाई का एक प्लेटफ़ॉर्म (जैसे कोई लकड़ी या धातु का गुटका (ब्लॉक))।

## सिद्धांत

निश्चित अक्ष के सापेक्ष घूर्णन कर सकने में समर्थ किसी पिंड के लिए, संतुलन की अवस्था में, दक्षिणावर्त आघूर्णों का योग वामावर्त आघूर्णों के योग के बराबर होता है।

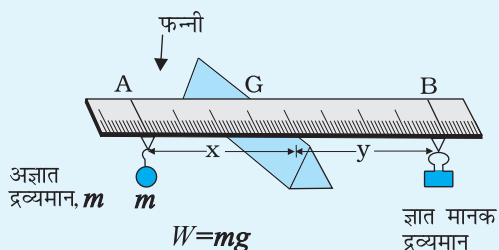
यदि ज्ञात द्रव्यमान  $M_1$  का कोई पिंड गुरुत्व केंद्र से  $l_1$  दूरी पर लटकाया गया है तथा अज्ञात द्रव्यमान  $M_2$  का कोई पिंड गुरुत्व केंद्र से  $l_2$  दूरी पर लटकाया गया है, तो यदि छड़ संतुलन में है, तो  $M_2 l_2 = M_1 l_1$

## कार्यविधि

1. किसी मेज पर ऊपर उठा हुआ एक प्लेटफ़ॉर्म बनाइए। ऐसा करने के लिए आप एक लकड़ी या धातु का गुटका उपयोग कर सकते हैं। तथापि, प्लेटफ़ॉर्म दृढ़ होना चाहिए जिस पर तीक्ष्ण कोर की एक फ़न्नी रखी हो। विकल्प में मेज की ऊपरी सतह से लगभग 20 cm ऊँचाई पर आप किसी प्रयोगशाला स्टैंड पर एक फ़न्नी जड़ सकते हैं। स्पिरिट लेविल की सहायता से फ़न्नी के तल को क्षैतिज कीजिए।
2. मीटर स्केल से अज्ञात द्रव्यमान तथा भारों को लटकाने के लिए धागे के दो लूप बनाइए। लूपों को मीटर स्केल के दोनों किनारों से लगभग 10 cm दूर निविष्ट कीजिए।
3. धागे के लूपों के साथ मीटर स्केल को फ़न्नी पर रखिए तथा संतुलित होने तक इसे समायोजित कीजिए। फ़न्नी के ऊपर स्केल पर दो बिंदु चिह्नित कीजिए जहाँ पर स्केल

संतुलित है। इन दो बिंदुओं को एक सीधी रेखा से मिलाइए। यदि किसी कारणवश फ़न्नी से स्केल गिर भी जाता है तो यह रेखा संतुलन स्थिति का स्थान निर्धारण करने में सहायक होगी। यह रेखा स्केल के गुरुत्व केंद्र से गुज़रती है।

- अज्ञात द्रव्यमान को एक हाथ में लीजिए। भार पेटी से एक ऐसा बाट छाँटिए जिसको दूसरे हाथ में रखने पर उसका द्रव्यमान अज्ञात भार के बराबर लगे।



**चित्र A2.1** किसी दी गई वस्तु का द्रव्यमान ज्ञात करने के लिए प्रायोगिक व्यवस्था

- अज्ञात द्रव्यमान को मीटर स्केल से जुड़े किसी भी लूप से लटकाइए। ज्ञात भार को दूसरे लूप से लटकाइए (चित्र A 2.1)।
- लूप को इधर-उधर हटाकर ज्ञात भार की स्थिति को तब तक समायोजित कीजिए जब तक कि मीटर स्केल तीक्ष्ण फ़न्नी पर संतुलित नहीं हो जाता। सुनिश्चित कीजिए कि संतुलित स्थिति में चरण 3 में स्केल पर खींची गई रेखा फ़न्नी के ठीक ऊपर है।

- चरण 3 में खींची गई रेखा से लूपों की स्थिति की दूरी को मापिए। अपने प्रेक्षणों को अंकित कीजिए।
- थोड़ा छोटा तथा थोड़ा बड़ा द्रव्यमान लेकर इस क्रियाकलाप को कम-से-कम दो बार दोहराइए। प्रत्येक स्थिति में चरण 3 में खींची गई रेखा से अज्ञात द्रव्यमान तथा भार की दूरी को नोट कीजिए।

## प्रेक्षण

### सारणी A 2.1 - गुरुत्व केंद्र की स्थिति = ... cm

| क्रम संख्या | मीटर स्केल को संतुलित करने के लिए धागे के लूप से लटकाया गया भार $M_1$ (g) | भार की फ़न्नी से दूरी $l_1$ (cm) | अज्ञात द्रव्यमान के टोस की फ़न्नी से दूरी $l_2$ (cm) | अज्ञात पिण्ड का द्रव्यमान $M_2$ (g)<br>$= \frac{M_1 l_1}{l_2}$ | अज्ञात पिंड का औसत द्रव्यमान (g) |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| 1           |                                                                           |                                  |                                                      |                                                                |                                  |
| 2           |                                                                           |                                  |                                                      |                                                                |                                  |
| 3           |                                                                           |                                  |                                                      |                                                                |                                  |
| 4           |                                                                           |                                  |                                                      |                                                                |                                  |
| 5           |                                                                           |                                  |                                                      |                                                                |                                  |

## परिकलन तथा परिणाम

मीटर स्केल की संतुलन की अवस्था में फ़न्नी के एक ओर बल आघूर्ण फ़न्नी के दूसरी ओर के बल आघूर्ण के बराबर होगा।

ज्ञात भार के कारण बल आघूर्ण  $= (M_1 l_1) g$

अज्ञात भार के कारण बल आघूर्ण  $= (M_2 l_2) g$

संतुलित अवस्था में

$$M_1 l_1 = M_2 l_2$$

अथवा 
$$M_2 = \frac{M_1 l_1}{l_2}$$

अज्ञात भार का औसत द्रव्यमान  $= \dots g$

## परिणाम

दिए गए पिंड का द्रव्यमान  $= \dots g$  (प्रायोगिक व्यवस्था की सीमा में)

## सावधानियाँ

1. फ़न्नी तीक्ष्ण होनी चाहिए तथा सदैव स्केल की लंबाई के लंबवत् होनी चाहिए।
2. धागे के लूप स्केल की लंबाई के लंबवत् होने चाहिए।
3. लूपों के लिए उपयोग किए गए धागे पतले, हल्के तथा मजबूत होने चाहिए।
4. वायु की धाराओं को न्यूनतम रखना चाहिए।

## त्रुटि के स्रोत

1. लंबाई के अनुदिश मीटर स्केल की मोटाई तथा चौड़ाई में विचरण के कारण हो सकता है कि स्केल की इकाई लंबाई का द्रव्यमान एकसमान न हो।
2. हो सकता है कि स्केल पर चिह्नित की गई रेखा, बाद के समायोजनों में, भारों को संतुलित करते समय फ़न्नी के ठीक ऊपर न रहे।
3. जब भारों को संतुलित किया जाए तो हो सकता है कि लूपों के धागे फ़न्नी के समांतर न रहें जिसके कारण भार भुजा के माप में कुछ त्रुटि आ सकती है।
4. स्केल की यथार्थ संतुलित स्थिति के बारे में निर्णय लेना कठिन हो सकता है। केवल  $1^\circ$  की कोटि का झुकाव भी पिंड के द्रव्यमान की माप को प्रभावित कर सकता है।

## परिचर्चा

1. उस बिंदु को क्या नाम दिया गया है जिस पर स्केल फ़र्नी पर क्षैतिजतः संतुलित हो जाए?
2. इस क्रियाकलाप द्वारा द्रव्यमान की माप की परिशुद्धता को मीटर स्केल का अल्पतमांक कैसे सीमित करता है?
3. जब स्केल पूर्णतया क्षैतिज हो, तो गुरुत्वाकर्षण बलों के कारण मीटर स्केल पर परिणामी बल आघूर्ण कितना होगा?
4. व्याख्या कीजिए कि भौतिक तुला बल आघूर्णों के सिद्धांत पर किस प्रकार कार्य करती है?
5. इस क्रियाकलाप में वायुधाराएँ क्या समस्याएँ उत्पन्न करेंगी?

## सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. प्रयोगशाला में उपलब्ध विभिन्न भारों के द्रव्यमान को उपरोक्त विधि से ज्ञात करके तथा इसकी तुलना इन पर अंकित मानों से करके हम उनकी परिशुद्धता की जाँच कर सकते हैं।
2. किसी मीटर स्केल का उपयोग करके आघूर्णों के सिद्धांत को सत्यापित कीजिए। मीटर स्केल को इसके गुरुत्व केंद्र पर संतुलित करने के पश्चात्,  $M_1$  तथा  $M_2$  द्रव्यमानों को गुरुत्व केंद्र से क्रमशः  $l_1$  तथा  $l_2$  दूरी पर दोनों ओर लटकाइए।  $l_1$  तथा  $l_2$  दूरियों को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि मीटर स्केल क्षैतिज हो जाए। तुलना तथा गणना कीजिए  $M_1 l_1 = M_2 l_2$ ।  $M_1$  तथा  $M_2$  द्रव्यमानों के अन्य संयोजनों के साथ दोहराइए।

## उद्देश्य

उचित पैमाना चुनकर दिए गए आँकड़ों के समुच्चय के लिए ग्राफ़ खींचना तथा मापक युक्तियों की परिशुद्धता की सीमा के कारण त्रुटि रेखाएँ दर्शाना।

## उपकरण तथा सामग्री

ग्राफ़ पेपर, पेंसिल, स्केल तथा आँकड़ों का समुच्चय।

## सिद्धांत

प्रायोगिक रूप से प्राप्त आँकड़ों का ग्राफीय निरूपण हमें एक ऐसी सुविधा प्रदान करता है जिसकी सहायता से हम किसी दिए गए प्रयोग अथवा परिघटना या घटना से संबद्ध सभी प्राचलों में पारस्परिक निर्भरता अथवा किसी निश्चित पैटर्न का अध्ययन कर सकते हैं। ग्राफ़ से हमें प्राप्त आँकड़ों को चित्र द्वारा अभिव्यक्त करने की सुविधा प्राप्त होती है। प्रयोगशाला में किए गए प्रयोगों से एकत्र आँकड़ों का उपयोग हमें प्रायः किसी दिए गए संबंध को प्रतिस्थापित करने अथवा प्राचलों में परस्पर संबंधों का पूर्वानुमान करने के लिए, आवश्यकता होती है जिसके लिए आँकड़ों का ग्राफीय निरूपण अत्यंत सुविधाजनक होता है। अतः यह आवश्यक है कि हमें न केवल दिए गए आँकड़ों के समुच्चय को ग्राफ़ में अंकित करने की विधि का ज्ञान होना चाहिए, वरन् अंकित आँकड़ों को दर्शाने वाले सर्वश्रेष्ठ वक्र खींचने में दक्ष भी होना चाहिए। साथ ही ग्राफ़ की व्याख्या करने तथा वांछित सूचना का पूर्वानुमान करने की निपुणता भी होनी आवश्यक है।

अध्याय I में रैखिक ग्राफ़ खींचने से संबद्ध सभी चरणों तथा ग्राफ़ की प्रवणता ज्ञात करने की विधि पर विस्तार से चर्चा की जा चुकी है। ग्राफ़ खींचने के लिए प्रमुख चरण हैं- अक्षों का निर्धारण (स्वतंत्र एवं निर्भर प्राचलों के संदर्भ में); पैमाने का निर्धारण आँकड़ों के प्रत्येक युग्म को ग्राफ़ पर अंकित करना तथा अंकित बिंदुओं को इस प्रकार जोड़ते हुए ग्राफ़ खींचना कि दिए गए आँकड़ों से संबद्ध अधिक-से-अधिक बिंदु ग्राफ़ में समाविष्ट हो जाएँ। किसी ग्राफ़ की व्याख्या करने में सामान्यतः सम्मिलित होते हैं- वक्र/रेखा की प्रवणता ज्ञात करना; प्राचलों/परिवर्तियों में पारस्परिक संबंधों की व्याख्या/पूर्वानुमान, चल अथवा अचल परिवर्ती के किसी निश्चित मान से संबद्ध अचल/चल परिवर्ती का मान ज्ञात करने के लिए ग्राफ़ को अंतर्वेशित अथवा बहिर्वेशित करना। तथापि अब तक आपने दिए गए आँकड़ों का ग्राफीय

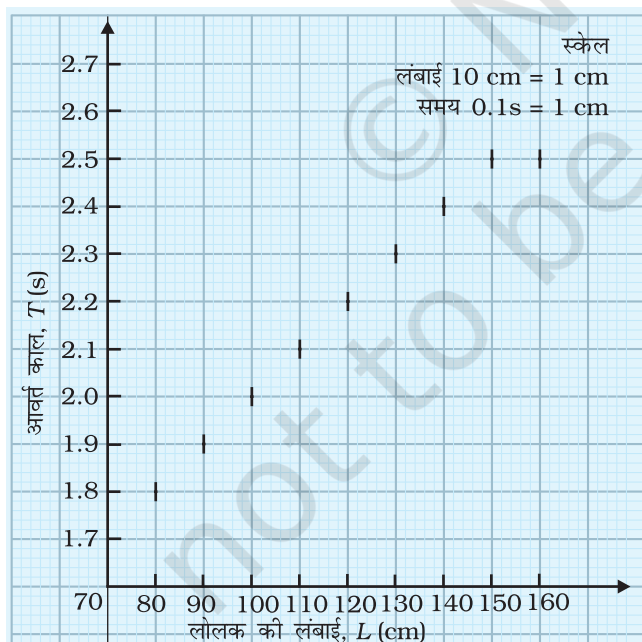
निरूपण करने में मापन में निहित अनिश्चितता अथवा त्रुटि की या तो अवहेलना की है अथवा यह मान लिया है कि मापन परिशुद्ध हैं। आप जानते हैं कि सभी मापनों में कुछ अनिश्चितता अथवा त्रुटि या दोनों ही हो सकते हैं जो मापक यंत्रों/युक्तियों की परिशुद्ध मापन की सीमा अथवा मापन विधि या आँकड़े एकत्र करने की प्रक्रिया के कारण हो सकती है। हम एक ऐसा ग्राफ़ खींच सकते हैं जिसके द्वारा आँकड़ों के किसी दिए गए समुच्चय में मापन की अनिश्चितता त्रुटि की सीमा भी दर्शा सकते हैं। ग्राफ़ में अनिश्चितता/त्रुटि को दर्शाने वाली व्यवस्था को त्रुटि रेखा या **एरर बार** (error bar) कहते हैं। सामान्य रूप में त्रुटि रेखा हमें वास्तविक त्रुटि का ग्राफीय निरूपण करने, मापन में त्रुटि की सांख्यिकीय संभाव्यता परिलक्षित करने अथवा अन्य आँकड़ों की तुलना में किसी प्रतिरूपी आँकड़े से संबद्ध बिंदु को ग्राफ़ द्वारा दर्शाने में सुविधा प्रदान करती है।

आपको दूरी, द्रव्यमान, ताप तथा समय जैसी भौतिक राशियों के मापन की प्रक्रिया में प्रयुक्त मापन युक्तियों के अल्पतमांक के कारण उत्पन्न अनिश्चितता को व्यक्त करना सीखना होगा। उदाहरण के लिए,  $0.001 \text{ cm}$  अल्पतमांक के किसी स्क्रूगेज से मापे गए किसी तार का व्यास  $0.181 \text{ cm} \pm 0.001 \text{ cm}$  के रूप में व्यक्त किया जाता है। उपरोक्त माप में  $\pm 0.001 \text{ cm}$  यह व्यक्त करता है कि तार के व्यास का वास्तविक मान  $0.180 \text{ cm}$  तथा  $0.182 \text{ cm}$  के बीच कहीं भी हो सकता है। तथापि माप में त्रुटि अनेक अन्य कारकों के कारण भी हो सकती है, जैसे—वैयक्तिक त्रुटि, प्रायोगिक त्रुटि आदि। कुछ प्रकरणों में आँकड़ों में त्रुटि मापन के अतिरिक्त अन्य कारकों के कारण भी हो सकती है। उदाहरण के लिए  $x$ -कणों के प्रकीर्णन के प्रयोग में आवेशित कणों के प्रकीर्णन कोण अथवा किसी सामाजिक समस्या के संदर्भ में आबादी के किसी विशिष्ट वर्ग के सदस्यों से एकत्र की गई उनकी राय। इस प्रकार के आँकड़ों में अनिश्चितता का आकलन सांख्यिकी की अनेक प्रविधियों द्वारा किया जाता है जिनके विषय में आप उच्च कक्षाओं में अध्ययन करेंगे। यहाँ हम केवल मापक युक्तियों के अल्पतमांक के कारण मापन में उत्पन्न होने वाली अनिश्चितता पर ही विचार करेंगे। हम इस प्रकार की अनिश्चितता को ग्राफ़ में त्रुटि रेखा द्वारा दर्शाने की विधि भी सीखेंगे।

किसी सरल लोलक की लंबाई,  $L$  तथा आवर्तकाल,  $T$  के बीच ग्राफ़ के उदाहरण पर विचार करें। आवर्त काल के मापन में अनिश्चितता स्टॉप वॉच/घड़ी के अल्पतमांक पर निर्भर करेगी जबकि लोलक की लंबाई में अनिश्चितता का निर्धारण लंबाई मापने के लिए प्रयुक्त युक्ति के अल्पतमांक पर आधारित होगी। एक प्रयोग द्वारा किसी सरल लोलक के आवर्त काल तथा उसकी लंबाई की माप के आँकड़े सारिणी A 3.1 में दिए गए हैं जिनमें समय तथा लंबाई मापन में अनिश्चितता भी दर्शाई गई है।

सारिणी A 3.1 - विभिन्न लंबाई के लोलकों का आवर्तकाल

| क्रम संख्या | लोलक की लंबाई                            |                                                                  | आवर्त काल                                           |                                                                       |                                         |
|-------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
|             | मीटर स्केल द्वारा मापी गई लंबाई $L$ (cm) | $L$ में अनिश्चितता के साथ लंबाई (स्केल का अल्पतमांक 0.1 cm) (cm) | स्टॉप वॉच द्वारा मापित आवर्त काल का औसत समय $T$ (s) | $T$ में अनिश्चितता के साथ आवर्त काल (स्टॉप वॉच का अल्पतमांक 0.1s) (s) | आवर्त काल का वर्ग $T^2$ अनिश्चितता सहित |
| 1           | 80.0                                     | $80 \pm 0.1$                                                     | 1.8                                                 | $1.8 \pm 0.1$                                                         | $3.24 \pm 0.2$                          |
| 2           | 90.0                                     | $90 \pm 0.1$                                                     | 1.9                                                 | $1.9 \pm 0.1$                                                         | $3.61 \pm 0.2$                          |
| 3           | 100.0                                    | $100 \pm 0.1$                                                    | 2.0                                                 | $2.0 \pm 0.1$                                                         | $4.0 \pm 0.2$                           |
| 4           | 110.0                                    | $110 \pm 0.1$                                                    | 2.1                                                 | $2.1 \pm 0.1$                                                         | $4.41 \pm 0.2$                          |
| 5           | 120.0                                    | $120 \pm 0.1$                                                    | 2.2                                                 | $2.2 \pm 0.1$                                                         | $4.84 \pm 0.2$                          |
| 6           | 130.0                                    | $130 \pm 0.1$                                                    | 2.3                                                 | $2.3 \pm 0.1$                                                         | $5.29 \pm 0.2$                          |
| 7           | 140.0                                    | $140 \pm 0.1$                                                    | 2.4                                                 | $2.4 \pm 0.1$                                                         | $5.76 \pm 0.2$                          |
| 8           | 150.0                                    | $150 \pm 0.1$                                                    | 2.4                                                 | $2.4 \pm 0.1$                                                         | $5.76 \pm 0.2$                          |

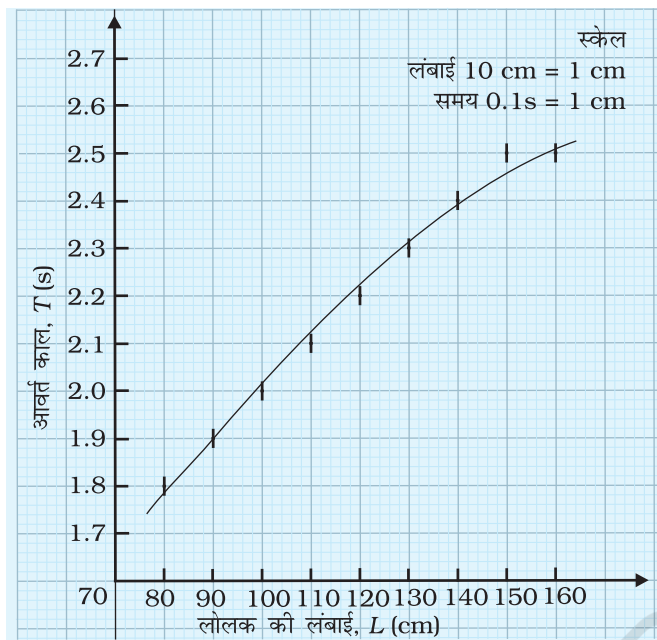


**चित्र A 3.1** दिए गए लोलक के आवर्तकाल में अनिश्चितता के अनुरूप त्रुटि रेखाएँ (लंबाई में अनिश्चितता पैमाने की सीमा के कारण नहीं दर्शाई गई है)

## त्रुटि रेखा युक्त ग्राफ़ का आलेखन

त्रुटि रेखा दर्शाते हुए ग्राफ़ आलेखित करने के प्रमुख चरण इस प्रकार हैं-

1. ग्राफ पेपर पर  $x$  तथा  $y$ - अक्ष खींचकर उचित पैमाने का चुनाव कीजिए। ग्राफ में दिए गए आँकड़ों से संबंधित अनिश्चितता/त्रुटि दर्शाने के लिए पैमाना तय करते समय यह ध्यान रखना चाहिए कि अनिश्चितता/त्रुटि का न्यूनतम मान ग्राफ में कम-से-कम एक खाने द्वारा दिखाया जा सके।
2. ग्राफ में आँकड़ों के प्रत्येक युग्म के लिए निशान अंकित कीजिए। इस चरण में अनिश्चितता/त्रुटि पर विचार न किया जाए।



**चित्र A 3.2** किसी सरल लोलक की लंबाई की त्रुटि रेखाएँ तथा आवर्त काल में परिवर्तन दर्शाने के लिए ग्राफ

- चरण 2 में ग्राफ में अंकित प्रत्येक बिंदु पर  $x$ -अक्ष अथवा  $y$ -अक्ष अथवा दोनों के ही अनुदिश कुछ अनिश्चितता/त्रुटि है। उदाहरण के लिए— हम (80, 1.8) द्वारा व्यक्त आँकड़े से संबद्ध ग्राफ पर अंकित बिंदु पर विचार करें। यदि हम लंबाई मापन में अनिश्चितता पर विचार करें तो लोलक की वास्तविक लंबाई 79.9 cm तथा 80.1 cm के बीच होनी चाहिए। निर्धारित पैमाने के अनुसार आँकड़े में इस अनिश्चितता को ग्राफ में  $x$ -अक्ष के समांतर 0.2 cm लंबी एक ऐसी रेखा द्वारा दर्शाया जा सकता है जिसका मध्यबिंदु 80.0 cm के संपाती हो। इस प्रकार 0.2 cm लंबी रेखा 80.0 cm लंबे लोलक की लंबाई में अनिश्चितता की त्रुटि रेखा है। लोलक की अन्य लंबाइयों के लिए त्रुटि रेखाएँ इसी प्रकार खींची जा सकती हैं।
- चरण 3 में वर्णित विधि का अनुसरण करते हुए आवर्त काल के मापन में अनिश्चितता से संबद्ध त्रुटि रेखाएँ खींचीए। ध्यान रहे इस प्रकरण में त्रुटि रेखाएँ  $y$ -अक्ष के समान्तर होंगी।
- ग्राफ में दोनों अक्षों के अनुदिश अनिश्चितता दर्शाने वाली त्रुटि रेखाएँ खींच लेने के पश्चात् आँकड़ों के प्रत्येक युग्म को ग्राफ में एक बिंदु द्वारा न दर्शा कर  $a +$  अथवा  $< \%$  अथवा  $> \%$  जैसे संकेत द्वारा अंकित किया जाएगा जो अनिश्चितता के परिसर तथा तय किए गए पैमाने पर निर्भर करेगा (चित्र A 3.1)।
- दिए गए दो प्राचलों के मध्य ग्राफ आलेखित करने के लिए एक ऐसे वक्र को खींचकर प्राप्त किया जाता है जो ग्राफ में अंकित बिंदुओं के स्थान पर अधिक-से-अधिक  $+$  के निशानों को मिलाता हो (चित्र A 3.2)।

## परिणाम

आँकड़ों के दिए गए समुच्चय में अद्वितीय बिंदु प्राप्त होते हैं। तथापि, आलेखित करते समय इन आँकड़ों को निर्देशित करने वाला वक्र हो सकता है, इन बिंदुओं से होकर न गुजरे। तथापि, इसे प्रत्येक बिंदु के इधर-उधर त्रुटि रेखाओं द्वारा परिवद्ध क्षेत्रफल से अवश्य गुजरना चाहिए।

## सावधानियाँ

- इस विशेष स्थिति में  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष के प्रतिच्छेदन बिंदु मूल बिंदु  $O(0, 0)$  को निर्देशित करते हैं। तथापि, सदैव ही यह आवश्यक नहीं है कि भौतिक राशियों के मानों को  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष के प्रतिच्छेदन बिंदु पर शून्य की भांति आलेखित करें। आँकड़ों के किसी दिए हुए समुच्चय के लिए ग्राफ पेपर का अधिकतम क्षेत्रफल उपयोग करने का प्रयास कीजिए।

2. ग्राफ़ खींचने के लिए पैमाना तय करते समय यह प्रयास करना चाहिए कि तय किए हुए पैमाने द्वारा अनिश्चितता को ग्राफ़ में कम-से-कम एक छोटे भाग द्वारा दर्शाया जा सके।
3. आँकड़ों के बिंदुओं को ग्राफ़ शीट पर मिलाते समय उन्हें निष्कोणीय रूप में मिलाने के लिए पर्याप्त सतर्कता बरतनी चाहिए। खींची गई रेखा अथवा वक्र पतली होनी चाहिए।
4. प्रत्येक ग्राफ़ को उचित शीर्षक अवश्य दिया जाना चाहिए तथा इसे ग्राफ़ के ऊपर में लिखना चाहिए।

## त्रुटि के स्रोत

1. मूलबिंदु तथा पैमाने का अनुपयुक्त चयन।
2. प्रेक्षण बिंदुओं को ठीक प्रकार अंकित न करना।

### सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

प्रयोग संख्या 6, 9, 10, 11, 14 तथा 15 को करने के दौरान एकत्र आँकड़ों का उपयोग करते हुए प्रत्येक प्रकरण के लिए त्रुटि रेखाएँ दर्शाते हुए ग्राफ़ आलेखित कीजिए।

#### टिप्पणी

क्योंकि इस क्रियाकलाप का उद्देश्य ग्राफ़ खींचते समय उचित पैमाने का चयन करना तथा इसी के साथ-साथ केवल मापक युक्तियों के कारण अनिश्चितता को दर्शाना है, इसलिए क्रियाकलाप में गणनाओं से बचना चाहिए।

प्रस्तावित एकांतर क्रियाकलाप हैं—त्रुटि रेखाओं सहित शीतलन वक्र आलेखित करना (प्रयोग 14) जहाँ ताप तथा समय को थर्मामीटर तथा विराम घड़ी द्वारा आँकड़ों के पूरे समुच्चय के साथ मापा गया है। मापक

यंत्रों की अल्पतमांक तथा  $\frac{\Delta\theta}{\theta}$  और  $\frac{\Delta T}{T}$  मानों के प्रेक्षण दिए गए हैं।

इसके अतिरिक्त उसी वक्र को त्रुटि रेखाओं सहित दो विभिन्न पैमाने उपयोग करके आलेखित करने को कहा जाए तथा उनका उपयोग करके परिचर्चा की जाए।

## उद्देश्य

किसी बेलन (रोलर) को क्षैतिज तल में लुढ़काने के लिए चरम लोटनिक घर्षण बल को मापना।

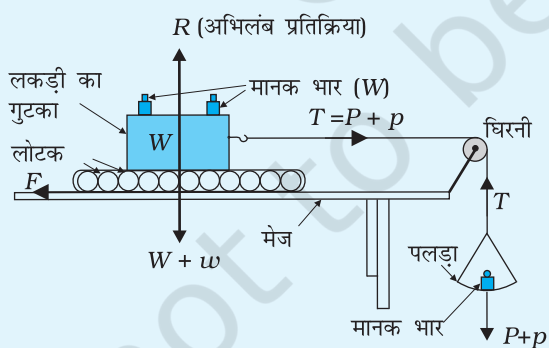
## उपकरण तथा सामग्री

पाश्वर् में हुक लगा लकड़ी का एक गुटका, भारों का सेट (समुच्चय), एक क्षैजित तल जिसके एक सिरे पर घर्षणरहित घिरनी जड़ी हो, पलड़ा, स्प्रिंग बैलेंस (कमानीदार तुला), धागा, स्पिरिट लेविल, बाट पेटी तथा सीसे के छर्रे।

## सिद्धांत

किसी वस्तु को किसी पृष्ठ पर लोटन प्रारंभ कराने के लिए आवश्यक अल्पतम बल लोटनिक घर्षण कहलाता है। लोटनिक घर्षण सर्पी घर्षण से कम होता है।

## कार्यविधि



**चित्र A 4.1** लोटनिक घर्षण का अध्ययन करने के लिए व्यवस्था

1. जाँच कीजिए कि घिरनी लगभग घर्षणहीन है अन्यथा इसमें तेल डालकर घर्षण को कम करके न्यूनतम कीजिए।
2. स्पिरिट लेविल से क्षैतिज पृष्ठ की जाँच कीजिए तथा इस पर चित्र A.4.1 में दर्शाए अनुसार सीसे के छर्रे (lead shots) बिछाइए।
3. लकड़ी के गुटके को तौलिए तथा इसको सीसे के छर्रे की परत के ऊपर रखिए।
4. पलड़े का भार ज्ञात कीजिए। धागे के एक सिरे को पलड़े से बाँधिए तथा पलड़े को घिरनी के ऊपर से लटकने दीजिए।
5. अब लकड़ी के गुटके को सीसे के छर्रे की परत के ऊपर रखिए। धागे के दूसरे सिरे को इसके हुक के साथ बाँधिए।

6. पलड़े में कुछ भार रखकर देखिए कि क्या छरों पर रखा लकड़ी का गुटका गतिशील हो जाता है।
7. यदि गुटका लुढ़कना प्रारंभ नहीं करता है तो बाट पेटी से पलड़े पर कुछ और बाट रखिए। पलड़े पर क्रमशः भार बढ़ाइए जब तक कि गुटका लुढ़कना प्रारंभ न कर दे।
8. पलड़े के भार सहित पलड़े पर कुल भार नोट कीजिए और उन्हें अपनी प्रेक्षण सारिणी में अंकित कीजिए।
9. लकड़ी के गुटके पर 100g का भार रखिए तथा चरणों (7) से (9) को दोहराइए।
10. लकड़ी के गुटके पर बाटों को चरणों में बढ़ाते हुए (7) से (9) तक के चरणों को दोहराइए।

## प्रेक्षण

लकड़ी के गुटके का द्रव्यमान,  $m = \dots \text{g} = \dots \text{kg}$

लकड़ी के गुटके का भार,  $W (mg) = \dots \text{N}$

पलड़े पर भार = (पलड़े का द्रव्यमान + भार)  $\times$  गुरुत्वजनित त्वरण  $g = \dots \text{N}$

**सारणी A 4.1 - अतिरिक्त बाटों के लिए सारिणी**

| क्रम संख्या | लकड़ी के गुटके पर मानक बाट का द्रव्यमान, $W$ (kg) | खींचा जाने वाला कुल भार $P = (W + w) \times$ = अभिलंब प्रतिक्रिया $R$ की (N) | पलड़े पर द्रव्यमान ( $p$ ) (kg) | कुल भार (बल) गुटके तथा मानक भारों को खींचने वाला कुल भार (बल) $(P + p) \text{ g} =$ |
|-------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 1           |                                                   |                                                                              |                                 |                                                                                     |
| 2           |                                                   |                                                                              |                                 |                                                                                     |
| 3           |                                                   |                                                                              |                                 |                                                                                     |
| 4           |                                                   |                                                                              |                                 |                                                                                     |

## परिणाम

यह देखा गया है कि जब खींचे जाने वाला कुल भार बढ़ता है, तो लोटनिक घर्षण (चरम मान) भी बढ़ता है।

## सावधानियाँ

1. धिरनी घर्षण रहित होनी चाहिए। यदि आवश्यक हो, तो इसमें स्नेहक लगाना चाहिए।

2. घिरनी तथा हुक के बीच में धागे का भाग क्षैतिज होना चाहिए।
3. गुटका तथा क्षैतिज तल दोनों के पृष्ठ स्वच्छ, शुष्क तथा चिकने होने चाहिए।
4. पलड़े में बाटों को सावधानीपूर्वक तथा धीरे-से रखना चाहिए।

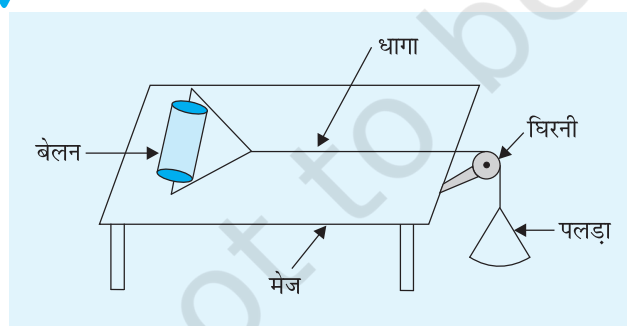
## त्रुटि के स्रोत

1. घिरनी पर घर्षण चरम घर्षण के मान को बढ़ा सकता है।
2. यह संभव है कि समतल पूर्ण रूप से क्षैतिज न हो।

## परिचर्चा

1. धागे के दो खंड, गुटके को जोड़ने वाले तथा घिरनी से होकर पलड़े को जोड़ने वाले, परस्पर ही ऊर्ध्वाधर तल में होने चाहिए।
2. गुटके को खींचने वाला कुल भार (पलड़े सहित) कम-से-कम होना चाहिए जिससे कि निकाय बगैर त्वरण के गति करे।
3. रेत बिछी हुई किसी सड़क पर मोड़ पर मुड़ने से पहले किसी दो पहिए के वाहन चालक को अपनी गति को धीमा क्यों करना पड़ता है? समझाइए।

## सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप



1. लोटनिक घर्षण  $F$  तथा अभिलंब प्रतिक्रिया  $R$  के बीच ग्राफ़ खींच कर लोटनिक घर्षण गुणांक  $\mu_r$  ज्ञात कीजिए।
2. सीसे के छरों तथा उस क्षैतिज तल में जिसमें वह रखी हैं ग्रीज लगाने का क्या प्रभाव होगा।
3. चित्र A.4.2 में दर्शाए गए बेलन की लोटनिक गति का अध्ययन कीजिए तथा इसकी अपने क्रियाकलाप में छरों पर रखे गुटके की गति से तुलना कीजिए।

**चित्र A 5.1** जल के जेट के रूप में प्रक्षेप्य की गति तथा प्रक्षेप्य कोण के परास पर प्रभाव का अध्ययन करने के लिए व्यवस्था

## उद्देश्य

प्रक्षेपण कोण में परिवर्तन के कारण जल के जेट (धारा) के परास में होने वाले परिवर्तन का अध्ययन करना।

## उपकरण तथा सामग्री

PVC या रबड़ का पाइप, एक चंचु (नाजल), दाब के साथ जल का स्रोत (अर्थात्, ऊँचाई पर रखे पानी के टैंक या जल वितरण लाइन से संयोजित नल), मापक फीता, एक बड़ा प्रोट्रेक्टर।

## सिद्धांत

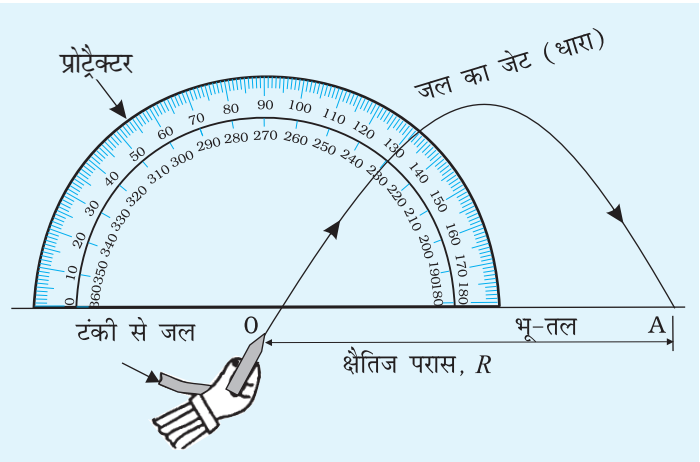
जल की धारा (जेट) में उसके कणों की गति गुरुत्वीय त्वरण ' $g$ ' के प्रभाव में एक प्रक्षेप्य गति है। इसका परास  $R$  होता है

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

जहाँ  $\theta_0$  प्रक्षेपण कोण है तथा  $v_o$  प्रक्षेप्य का वेग है।

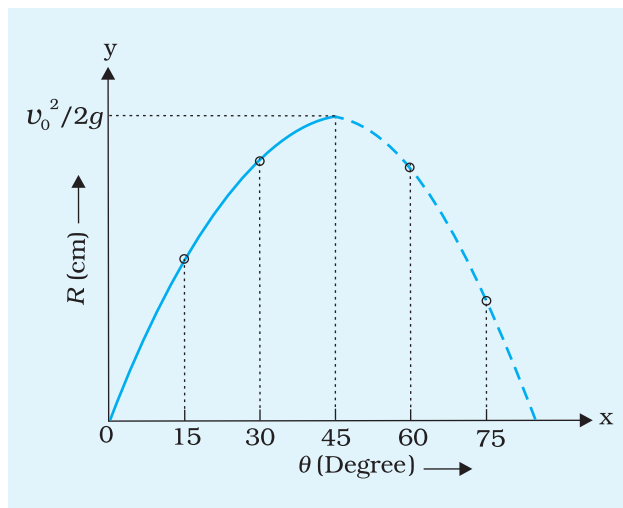
## कार्यविधि

1. एक बड़ा प्रोट्रेक्टर बनाना- लगभग 25cm त्रिज्या का एक वृताकार प्लाई बोर्ड या कार्ड बोर्ड की शीट लीजिए। इसके केंद्र से होती हुई एक लंबी रेखा इसके व्यास को दर्शाते हुए खींचिए। इसे व्यास के अनुदिश काटिए जिससे दो 'D' प्राप्त होंगे। इनमें से एक D पर 0° से प्रारंभ करके 15° के अंतराल पर कोण बनाइए।
2. पाइप के एक सिरे को टोंटी (Tap) में लगाइए। पाइप के दूसरे सिरे पर चंचु (नाजल) लगाकर पानी का जेट प्राप्त कीजिए। सुनिश्चित कीजिए कि पाइप में किसी प्रकार की लीक न हो।



**चित्र A 5.1** जल के जेट के रूप में प्रक्षेप्य की गति तथा प्रक्षेप्य कोण के परास पर प्रभाव का अध्ययन करने के लिए व्यवस्था।

3. चित्र A 5.1 में दर्शाए अनुसार प्रोट्रैक्टर को भूतल पर ऊर्ध्वाधरतः इस प्रकार लगाइए कि इसका अंशांकित फलक आपकी ओर हो।



**चित्र A 5.2** पानी के जेट के परास तथा प्रक्षेपण कोण के बीच ग्राफ।

### प्रेक्षण

मापक टेप की अल्पतमांक = ...cm

#### सारणी A 5.1- परास का मापन

| क्रम संख्या | प्रक्षेपण कोण $\theta_0$ (डिग्री में) | परास R (cm) |
|-------------|---------------------------------------|-------------|
| 1           | 15°                                   |             |
| 2           | 30°                                   |             |
| 3           | 45°                                   |             |
| 4           | 60°                                   |             |
| 5           | 75°                                   |             |

### ग्राफ

प्रक्षेपण कोण (x-अक्ष) तथा परास (y-अक्ष) के बीच ग्राफ खींचिए।

### परिणाम

चित्र A5. 2 में दर्शाए अनुसार पानी के जेट का परास प्रक्षेपण कोण के साथ परिवर्तित होता है। पानी के जेट का परास अधिकतम है जब  $\theta_0 = \dots$

## सावधानियाँ

1. पाइप में किसी प्रकार का लीक (क्षरण) नहीं होना चाहिए। प्रयोग के दौरान जेट से छोड़े गए पानी के दबाव में परिवर्तन नहीं होना चाहिए।
2. पानी का जेट भूतल पर किसी एक बिंदु पर नहीं टकराता लेकिन यह छोटे क्षेत्र में फैल जाता है। इस क्षेत्र के केंद्र को परास मापन के लिए लेना चाहिए।
3. चंचु (नॉजल) संकीर्ण होना चाहिए जिससे कि पानी की पतली धार तथा अधिक परास प्राप्त हो।

## त्रुटि के स्रोत

1. पानी का दाब तथा इसके कारण पानी का प्रक्षेपण वेग, हो सकता है स्थिर न रहे; विशेषकर तब जब पाइप से पानी लीक कर रहा हो।
2. प्रोट्रैक्टर पर अंशांकन एकसमान न हो।

## परिचर्चा

1.  $15^\circ$  तथा  $75^\circ$  प्रक्षेपण कोणों के लिए आपको समान परास क्यों प्राप्त होता है?
2. बड़ा प्रोट्रैक्टर क्यों लिया गया है? क्या लगभग 10 cm त्रिज्या का प्रोट्रैक्टर अधिक मान्य होगा? क्यों?

## स्व-मूल्यांकन

1. क्रियाकलाप में अपेक्षा की जाती है कि प्रक्षेपण वेग को अचर रखने के लिए प्रवेश करने वाले पानी का दाब अपरिवर्ती रहना चाहिए। इसे कैसे प्राप्त किया जा सकता है?
2. यदि प्रक्षेपण वेग को बढ़ा दिया जाए तो परास किस प्रकार परिवर्तित होगा?

### सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. विभिन्न प्रक्षेपण कोणों के लिए पानी द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई में परिवर्तन का अध्ययन कीजिए।
2. जल संभरण टैंक की ऊँचाई को परिवर्तित करने से पानी की धार के परास में होने वाले परिवर्तन का अध्ययन कीजिए।
3. प्लास्टिक की गेंदों को प्रक्षेपित वाली खिलौना बंदूक का उपयोग करके इस क्रियाकलाप को दोहराइए।
4. उपरोक्त क्रियाकलाप में क्षैतिज परास के मापे गए अधिकतम परास के मान का उपयोग करके प्रक्षेपण का वेग परिकलित कीजिए।