



# MATHEMATICS

(ریاضیات)

(311-U)

Time : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 100

[ وقت : 3 گھنٹے ]

[ کل مارکس : 100

Note :

- (i) This Question Paper consists of **two** Sections, viz., 'A' and 'B'.
- (ii) **All** questions from Section 'A' are to be attempted. However, in some questions, internal choice is given.
- (iii) Section 'B' has two options. Candidates are required to attempt questions from one option only.

نوٹ :

- (i) یہ پرچہ دو حصوں پر مشتمل ہے \_\_\_\_\_ حصہ (الف) اور حصہ (ب)
- (ii) حصہ (الف) کے تمام سوالات لازمی ہیں۔ حالانکہ کچھ سوالوں میں اندرونی اختیار دیئے گئے ہیں۔
- (iii) حصہ (ب) میں دو اختیاری (Options) سوالات ہیں۔ آپ کو ان میں سے کسی ایک Option کا جواب دینا ہے۔

## SECTION - A / A-حصہ

1. Find the multiplicative inverse of  $3 - 4i$ . 2  
(3 - 4i) کا ضربی معکوس (multiplicative inverse) معلوم کیجیے۔
2. If  $1, \omega$  and  $\omega^2$  are the cube roots of unity, prove that  $(1 - \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2) = 4$ . 2  
اگر  $1, \omega$  اور  $\omega^2$  وحدت (unity) کے مکعب جذر ہیں تو ثابت کیجیے :  $(1 - \omega + \omega^2)(1 + \omega - \omega^2) = 4$
3. How many 3-digit numbers can be formed with the digits 1, 4, 7, 8 and 9, if the digits are not to be repeated ? 2

OR

If  ${}^{10}C_r = {}^{10}C_{2r+1}$ , find the value of  $r$ .

ہندسوں 1, 4, 7, 8 اور 9 سے کتنے اعداد تشکیل کیے جاسکتے ہیں جبکہ کسی ہندسے کو دوبارہ نہیں استعمال کیا جائے ؟

یا

اگر  ${}^{10}C_r = {}^{10}C_{2r+1}$  تو  $r$  کی قیمت معلوم کیجیے۔



4. Find the area of the triangle, whose vertices are (2, 3), (-2, -3) and (-2, 3). 2

اس مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے جس کی راسیں ہیں : (2, 3), (-2, -3), (-2, 3)

5. Find the sum of the following infinite series. 2

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \dots \dots \infty.$$

مندرجہ ذیل لامتناہی سلسلے کا حاصل جمع معلوم کیجیے :

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \dots \dots \infty$$

6. Prove that : 2

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$

ثابت کیجیے :  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

7. Prove that the  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  defined by  $f(x) = x^2 + 3$  is not an onto function. 2

ثابت کیجیے :  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  جو  $f(x) = x^2 + 3$  کے ذریعے معرف ہے، ایک onto تفاعل نہیں ہے۔

8. Let  $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$  2

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$$

Find : (i)  $(A \cap B)'$   
(ii)  $B - A$

فرض کیجیے :  $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$$

معلوم کیجیے : (i)  $(A \cap B)'$

(ii)  $B - A$

9. For Matrices, 3

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ , verify that  $(AB)' = B'A'$ .

ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  اور ماتریس  $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

کے لیے تصدیق کیجیے :  $(AB)' = B'A'$



10. Using properties of determinants, prove that :

3

$$\begin{vmatrix} a - b - c & 2a & 2a \\ 2b & b - c - a & 2b \\ 2c & 2c & c - a - b \end{vmatrix} = (a + b + c)^3$$

OR

Solve the following system of linear equations, using Cramer's rule :

$$2x + 3y = 5$$

$$3x + 5y = 7$$

مقطعات (Determinants) کی خاصیتیں استعمال کرتے ہوئے ثابت کیجیے :

$$\begin{vmatrix} a - b - c & 2a & 2a \\ 2b & b - c - a & 2b \\ 2c & 2c & c - a - b \end{vmatrix} = (a + b + c)^3$$

یا

کریمر قاعدہ (Cramer's rule) استعمال کرتے ہوئے، مندرجہ ذیل خطی مساواتوں کے نظام کو حل کیجیے :

$$2x + 3y = 5 ; 3x + 5y = 7$$

11. Show that the function defined by

3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ -2, & x = 1 \end{cases}$$

is continuous at  $x=1$ .

OR

If  $y = \sqrt{x+1}$ , find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ -2, & x = 1 \end{cases} \text{ ثابت کیجیے کہ}$$

کے ذریعے معرفت تفاعل  $x=1$  پر مسلسل ہے۔

یا

اگر  $y = \sqrt{x+1}$  تو  $\frac{d^2y}{dx^2}$  معلوم کیجیے۔



12. Check if Rolle's theorem is applicable for the function  $f$  defined by  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $x \in [0, 3]$ . 3

OR

At what points on the curve  $y = x^2 - 4x + 5$  is the tangent perpendicular to the line  $2y + x - 7 = 0$  ?

جانچئے کہ  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $x \in [0, 3]$  کے ذریعے معرفت تفاعل پر رولے کے نظریے (Rolle's Theorem) کا اطلاق ہو سکتا ہے یا نہیں ؟

یا

منحنی  $y = x^2 - 4x + 5$  کے کن نقاط پر کھینچے گئے مماس، خط  $2y + x - 7 = 0$  پر عمود ہیں۔

13. A card is drawn from a well shuffled deck of 52 cards. Find the probability of getting a queen or a heart card. 3

OR

A bag contains 5 red and 7 white balls. Two balls are taken out of the bag, one after the other without replacement. Find the probability that the drawn balls are white balls.

52 تاش کے پتوں کی اچھی طرح سے پھینٹی گئی گڈی سے، کوئی ایک تاش کا پتہ کھینچا گیا۔ اس پتے کے رانی یا پان کا پتہ ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

یا

کسی تھیلے میں 5 لال رنگ کی اور 7 سفید رنگ کی گیندیں ہیں۔ تھیلے میں سے ایک ایک کر کے دو گیندیں بغیر پہلے نکالی گئی گیند کو واپس رکھے ہوئے، نکالی گئیں۔ دونوں نکالی گئیں گیندوں کے سفید ہونے کا احتمال معلوم کیجیے۔

14. Find the 4<sup>th</sup> term in the expansion of  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{11}$ . 4

$\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{11}$  کی توسیعی شکل میں 4<sup>th</sup> رکن معلوم کیجیے۔

15. Find the equation of a circle concentric with the circle  $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$  and double of its radius. 4

اُس دائرہ کی مساوات معلوم کیجیے جو دائرہ  $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$  سے ہم مرکز ہے۔ اور اس کا نصف قطر اس دائرہ کا دوگنا ہے۔

16. Find the equation of the parabola whose focus is (2, 3) and directrix is  $3x + 4y - 1 = 0$ . 4

اس قطع مکانی (Parabola) کی مساوات معلوم کیجیے جس کا فوکس (2, 3) ہے اور مرتب (Directrix)  $3x + 4y - 1 = 0$  ہے۔



17. Show that  $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$ , where  $C_1$  and  $C_2$  are arbitrary constants, is a solution of the differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ . 4

OR

Solve the following differential equation :

$(1 + x^2)dy = (1 + y^2)dx$ , given that  $y = 1$ , when  $x = 0$ .

دکھائیے کہ  $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$ ، جہاں  $C_1$  اور  $C_2$  کوئی بے قاعدہ مستقلے ہیں، تفرقی مساوات :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0 \text{ کا حل ہے۔}$$

یا

مندرجہ ذیل تفرقی مساوات حل کیجیے :

$(1 + x^2)dy = (1 + y^2)dx$  دیا ہے : جب  $x = 0$  تو  $y = 1$

18. Evaluate  $\int_0^3 (x + 1) dx$  as the limit of sums. 4

OR

Find :

$$\int \frac{x + 1}{(x - 2)(x - 3)} dx$$

$\int_0^3 (x + 1) dx$  کی قدر بہ طور حاصل جمع حد (limit of sums) معلوم کیجیے۔

یا

$$\int \frac{x + 1}{(x - 2)(x - 3)} dx \text{ : معلوم کیجیے}$$

19. Find the mean and variance for the following data. 4

Marks	0 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
No. of Students	7	9	25	15	44

مندرجہ ذیل ڈاٹا کے لیے درمیانہ (Mean) اور مقدار تغیر (Variance) معلوم کیجیے :

نمبر	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
طالب علموں کی تعداد	7	9	25	15	44



20. Using matrices, solve the following system of linear equations.

6

$$2x + y - z = 2$$

$$x + 2y - 3z = -1$$

$$5x - y - 2z = -1$$

ماتریس استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل خطی مساواتوں کے نظام کو حل کیجیے :

$$2x + y - z = 2$$

$$x + 2y - 3z = -1$$

$$5x - y - 2z = -1$$

21. If the  $p^{\text{th}}$ ,  $q^{\text{th}}$  and  $r^{\text{th}}$  terms of a G.P. are  $x$ ,  $y$  and  $z$  respectively, then prove that  $x^{q-r} \cdot y^{r-p} \cdot z^{p-q} = 1$ .

6

اگر کسی G.P. کے  $p^{\text{th}}$ ،  $q^{\text{th}}$  اور  $r^{\text{th}}$  ارکان، بالترتیب  $x$ ،  $y$  اور  $z$  ہیں تو ثابت کیجیے :

$$x^{q-r} \cdot y^{r-p} \cdot z^{p-q} = 1$$

22. In a  $\Delta ABC$ , if  $\angle A = \frac{\pi}{3}$ , then prove that  $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$ .

6

OR

Prove that :

$$\cos^3 A \cdot \sin 3A + \sin^3 A \cdot \cos 3A = \frac{3}{4} \sin 4A.$$

مثلاً  $\Delta ABC$  میں، اگر  $\angle A = \frac{\pi}{3}$  تو ثابت کیجیے  $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$

یا

$$\cos^3 A \cdot \sin 3A + \sin^3 A \cdot \cos 3A = \frac{3}{4} \sin 4A : \text{ ثابت کیجیے}$$



23. Using integration, find the area of the region bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ . 6

تکامل (integration) استعمال کرتے ہوئے، منحرف (ellipse)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  سے گھرے ہوئے علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

24. Show that the height of a closed right circular cylinder of given volume and least surface area is equal to its diameter. 6

دکھائیے کہ دیئے ہوئے حجم اور کم ترین سطحی رقبہ والے بند قائم دائری اسطوانے کی اونچائی اس کے قطر کے مساوی ہوتی ہے۔

### SECTION - B/B حصہ

### OPTION - I/I - اختیاری مضمون

### (Vectors and Three-Dimensional Geometry)

(سمتیے اور سہ ابعادی جیومیٹری)

25. Find the angle between the vectors  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$  and  $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ . 2

سمتیوں  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$  اور  $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  کا درمیانی زاویہ معلوم کیجیے۔

26. Find the equation of a plane passing through the point  $(2, 3, -1)$  and parallel to the plane  $2x + 3y + 6z + 7 = 0$ . 3

نقطہ  $(2, 3, -1)$  سے گزرتے ہوئے اور مستوی  $2x + 3y + 6z + 7 = 0$  کے متوازی مستوی کی مساوات معلوم کیجیے۔



27. For the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 2z + 1 = 0$ , find if the point  $(2, -3, 4)$  lies in the interior, exterior or on the sphere. 4

OR

Check whether the points  $A(2, -3, 3)$ ,  $B(1, 2, 4)$  and  $C(3, -8, 2)$  form a triangle or not.

کرہ :  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 2z + 1 = 0$  کے لیے معلوم کیجیے کہ نقطہ  $(2, -3, 4)$ ، اس کرہ کے اندر ہے، کرہ کے باہر یا کرہ پر ہے۔

یا

جانچ کیجیے کہ نقاط  $A(2, -3, 3)$ ،  $B(1, 2, 4)$  اور  $C(3, -8, 2)$  ایک مثلث تشکیل کرتے ہیں یا نہیں۔

28. Find the equation of a line passing through the point  $(1, 2, -5)$  and perpendicular to the plane  $2x - 4y + 5z + 7 = 0$ . Also, find the angle between this line and the line given below : 6

$$\frac{x + 1}{3} = \frac{y + 1}{4} = \frac{z}{3}$$

اس خط کی مساوات معلوم کیجیے جو نقطہ  $(1, 2, -5)$  سے گزرتا ہے اور مستوی  $2x - 4y + 5z + 7 = 0$  پر عمود ہے۔ اس خط اور مندرجہ ذیل خط کا درمیانی زاویہ بھی معلوم کیجیے :  $\frac{x + 1}{3} = \frac{y + 1}{4} = \frac{z}{3}$

اختیاری-II / II - OPTION

( Mathematics For Commerce, Economics and Business )

(ریاضی برائے کامرس، معاشیات اور کاروبار)

25. A man buys 400 shares of a company of par value ₹ 100 each for ₹ 125 per share. If the company declares an annual dividend of 10%, find his gain percent. 2

کسی شخص نے ایک کمپنی کے 400 حصص (shares) خریدے۔ ان کی مساوی قیمت (par value) ₹ 100 فی حصص تھی۔ جنہیں اس نے ₹ 125 فی حصص خریدا۔ اگر کمپنی 10% سالانہ منافع (Dividend) کا اعلان کرتی ہے، تو اس کا منافع فی صد معلوم کیجیے۔



26. A person at the age of 25 years takes an insurance policy of sum assured ₹ 10,00,000 for 30 years term. Calculate the yearly premium assuming the following : 3

Tabular premium = ₹ 40/1000

Rebate for large sum assured = ₹ 2/₹ 1000

Rebate for annual payment = 3%

OR

A washing machine dealer, purchases 5 washing machines @ ₹ 22,000 per unit. On each washing machine he earns ₹ 6000 and pays VAT @10%. What will be the total sale price of such five washing machines and how much VAT he has to pay ?

کسی شخص نے 25 سال کی عمر میں ₹ 10,00,000/- کی بیمہ شدہ رقم پر ایک بیمہ پالیسی 30 سال کی مدت کے لیے لی۔ سالانہ پریمیم کا حساب، مندرجہ ذیل کو فرض کرتے ہوئے لگائیے :

جدول پریمیم = ₹ 40/1000

بڑی رقم بیمہ کرانے پر کٹوتی (Rebate) = ₹ 2/₹ 1000

سالانہ ادائیگی کے لیے کٹوتی = 3%

یا

کسی کپڑے دھونے کی مشین فروخت کرنے والے نے 5 کپڑے دھونے کی مشینیں -/₹ 22,000 فی مشین کی شرح پر خریدیں۔ ہر مشین پر اسے -/₹ 6000 کی آمدنی ہوئی اور اسے 10% کی شرح سے VAT ادا کرنا پڑا۔ ان مشینوں کی کل قیمت فروخت کیا تھی اور اسے کتنا VAT ادا کرنا پڑا؟

27. Using simple average of price - relative method, find the price index for the year 2018 taking year 2012 as base year from the following data. 4

Commodity	A	B	C	D	E	F
Price in 2012 (in ₹)	60	50	60	50	25	20
Price in 2018 (in ₹)	80	60	72	75	37.5	30

قیمت اضافی طریقہ کا سادہ اوسط استعمال کرتے ہوئے، سال 2018 کے لیے قیمت اشاریہ (price index)، مندرجہ ذیل ڈاٹا کی مدد سے، معلوم کیجیے۔ سال 2012 کو اساسی برس مانئے۔

شے	A	B	C	D	E	F
2012 میں قیمت (₹ میں)	60	50	60	50	25	20
2018 میں قیمت (₹ میں)	80	60	72	75	37.5	30



28. A company sells its product at ₹ 60 per unit. Fixed cost for the company is ₹ 18,000 and the variable cost is estimated to be 25% of total revenue. 6

Find :

- (i) The total revenue function  
(ii) The total cost function  
(iii) The break-even point

کوئی کمپنی اپنا سامان - / ₹ 60 فی اکائی فروخت کرتی ہے۔ کمپنی کے لیے متعین لاگت (Fixed cost) - / ₹ 18,000 ہے۔ اور متغیر لاگت (Variable cost) کا تخمینہ کل آمدنی (revenue) کا 25% ہے۔  
معلوم کیجیے :

- (Total Revenue Function) کل آمدنی تفاعل (i)  
(Total Cost Function) کل لاگت تفاعل (ii)  
(Break-even point) وہ نقطہ جہاں نہ نفع ہے نہ نقصان (iii)

- o 0 o -

