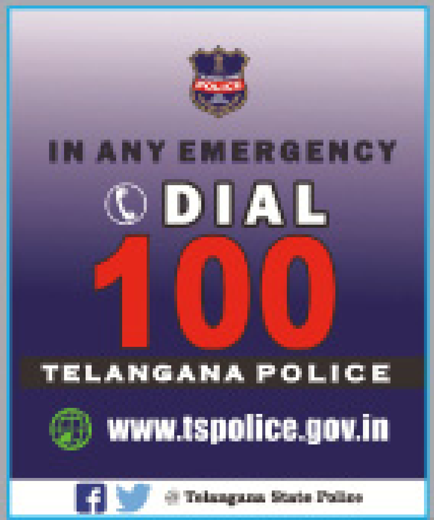
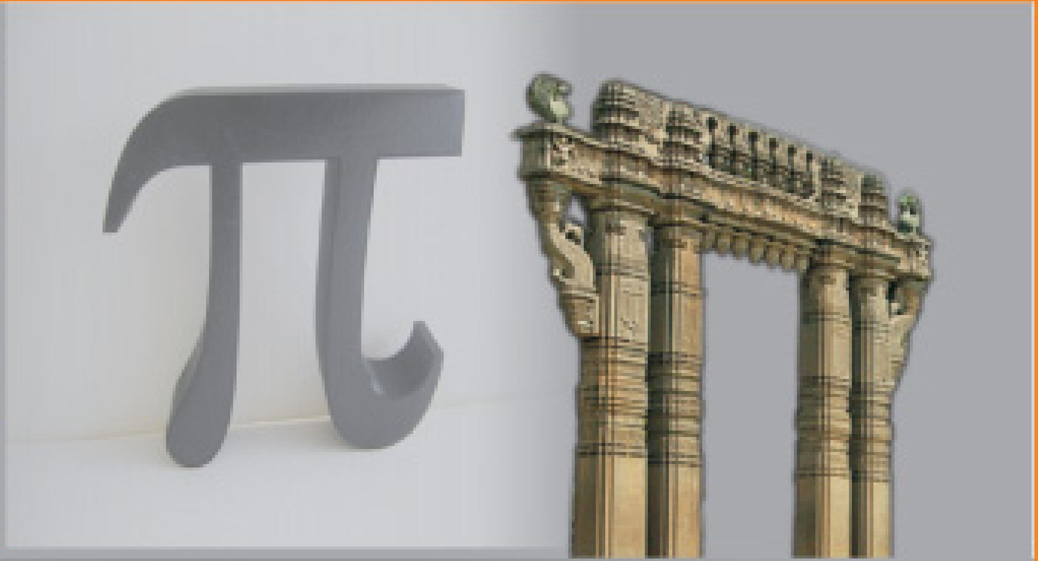
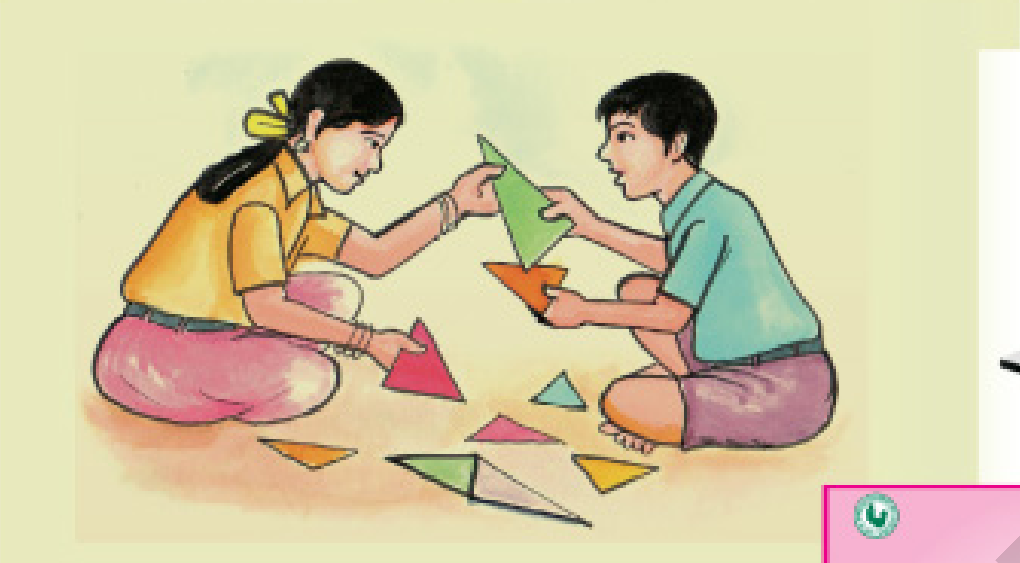
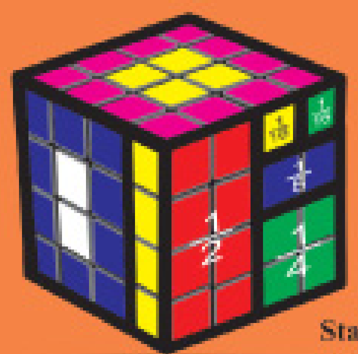
$a(b+c)=ab+ac$









State Council of Educational Research and Training,
Telangana, Hyderabad.

తెలంగాణ రాష్ట్ర ప్రభుత్వం వారిచే ఉచిత పంపిణీ

MATHEMATICS PART-2 CLASS VII

FREE

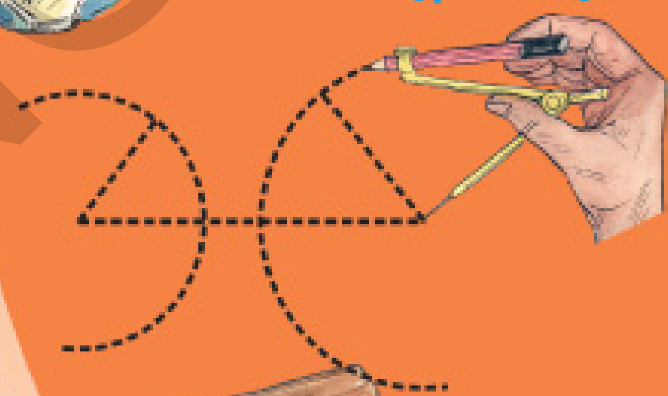
MATHEMATICS

గణితం

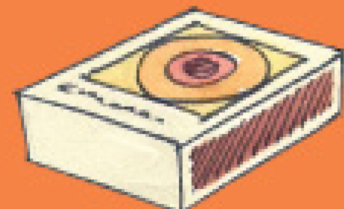
CLASS VII 7వ తరగతి

Part-2 (భాగం-2)

W4X4D9



D4P1C3



Published by
The Government of Telangana, Hyderabad.

Free Distribution by T.S. Government

SCERT, TELANGANA

ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు

గణితం

7వ తరగతి

విద్యార్థులు ఇవన్నీ నేర్చుకుంటారు.....

- పూర్ణ సంఖ్యలపై చతుర్విధ ప్రక్రియల అధారంగా సమస్యలను సాధించగలరు.
- భిన్నాలు మరియు దశాంశ సంఖ్యలపై చతుర్విధ ప్రక్రియల ఆధారంగా నిజజీవితంలోని సమస్యలను సాధించగలరు.
- అతిపెద్ద సంఖ్యల గుణకార, భాగహార ప్రక్రియలను సరళంగా చేసుకొనుటకు ఘాతరూపాలను, ఘాతాంక న్యాయాలను వినియోగించుకొంటారు.
- నిష్పత్తి, శాతాలను ఉపయోగించి నిజజీవితంలో లాభ - నష్టాలు, వడ్డీలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలరు.
- నిజజీవితంలోని సమస్యలను ఏక చరరాశితో కూడిన సమీకరణం ఉపయోగించి సాధించగలరు.
- ఏవైనా రెండు రేఖలు ఖండించుకొన్నప్పుడు ఏర్పడే కోణాల రకాలను వివరించగలరు.
- త్రిభుజం లోని కోణాలు, త్రిభుజానికి చెందిన ఇతర కోణాల గురించి వివరించగలరు. త్రిభుజాల సర్వసమానత్వ నియమాలను వివరించగలరు (భు.భు.భు., భు.కో.భు., కో.భు.కో., లం.క.భు).
- ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజాలను స్కేలు, వృత్తలేఖిని సహాయంతో నిర్మించగలరు.
- సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజం, రాంబస్‌ల వైశాల్యాలను సూత్రాల ఆధారంగా కనుక్కోగలరు. వృత్తపరిధి ఆధారంగా π విలువను అంచనా వేయగలరు.
- నిజజీవితంలోని సందర్భాల నుండి సేకరించిన అవర్గీకృత దత్తాంశానికి సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకంలను కనుక్కోగలరు. కమ్మీ రేఖా చిత్రాలను నిర్మించి దత్తాంశాన్ని వ్యాఖ్యానించగలరు.
- నిజజీవితంలోని వస్తువులలో త్రిమితీయ వస్తువులైన గోళం, ఘనం, దీర్ఘఘనం, స్థూపం, శంకువు వలరూపాలను తయారుచేయగలరు.
- వస్తువులను / ఆకారాలను సౌష్ఠవంగా ఉన్నాయో లేవో సౌష్ఠవ రేఖ, భ్రమణ సౌష్ఠవం,బిందు సౌష్ఠవం ఆధారంగా తెలుపగలరు.

SCERT, TELANGANA

Mathematics
Class VII (Part-2)

TEXTBOOK DEVELOPMENT & PUBLISHING COMMITTEE

Chief Production Officer	:	**Smt.B. Seshu Kumari** Director, SCERT, Hyderabad.
Executive Chief Organiser	:	**Sri. B. Sudhakar,** Director, Govt. Text Book Press, Hyderabad.
Organising Incharge	:	**Dr. Nannuru Upender Reddy** Prof. Curriculum & Text Book Department, SCERT, Hyderabad.
Asst. Organising Incharge	:	**Sri. K. Yadagiri** Lecturer, SCERT, Hyderabad.

QR CODE TEAM

K9W2Y7

Published by:

The Government of Telangana, Hyderabad

Respect the Law
Get the Rights

Grow by Education
Behave Humbly

SCERT, TELANGANA

© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2012
New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

Free distribution by T.S. Government 2022-23

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

SCERT, TELANGANA

Textbook Development Committee

Members

Dr. P. Ramesh, Lecturer, Govt. IASE, Nellore
Sri. M. Ramanjaneyulu, Lecturer, DIET, Vikarabad, Ranga Reddy
Sri. T.V. Rama Kumar, HM, ZPPHS, Mulumudi, Nellore
Sri. P. Ashok, HM, ZPHS, Kumari, Adilabad
Sri. P. Anthony Reddy, HM, St. Peter's High School, R.N.Peta, Nellore
Sri. S. Prasada Babu, PGT, APTWR School, Chandrashekarapuram, Nellore
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda
Sri. G. V. B. Suryanarayana Raju, SA, Municipal High School, Kaspa, Vizianagaram
Sri. S. Narasimha Murthy, SA, ZPHS, Mudivarthipalem, Nellore
Sri. P. Suresh Kumar, SA, GHS, Vijayanagar Colony, Hyderabad
Sri. K.V. Sunder Reddy, SA, ZPHS, Thakkasila, Alampur Mdl., Mababoobnagar
Sri. G. Venkateshwarlu, SA, ZPHS, Vemulakota, Prakasham
Sri. Ch. Ramesh, SA, UPS, Nagaram (M), Guntur.
Sri. P.D.L. Ganapathi Sharma, SA, GHS, Jamisthanpur, Manikeshwar Nagar, Hyderabad

Co-ordinators

Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda

Editors

Smt.B. Seshu Kumari, Director, SCERT, Hyderabad.
Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. P. Adinarayana, Retd., Lecturer, New Science College, Ameerpet, Hyderabad

Chairperson for Position Paper and Mathematics Curriculum and Textbook Development

Professor V. Kannan, Dept. of Mathematics and Statistics, University of Hyderabad

Chief Advisor

Dr. H. K. Dewan , Education Advisor, Vidya Bhavan Society, Udaipur, Rajasthan.

Academic Support Group Members

Smt. Namrita Batra, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Inder Mohan Singh, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Yashwanth Kumar Dave, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Smt. Padma Priya Sherali, Community Mathematics Centre, Rishi Vally School, Chittoor
Kumari. M. Archana, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Sharan Gopal, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. P. Chiranjeevi, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Abbaraju Kishore, Teacher, MPUPS, Chemallamudi, Guntur

Illustration & Design Team

Sri. Prashanth Soni, Artist, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Shakir Ahammed, Operator, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. R. Madhusudhana Rao, Computer Operator, SCERT, A.P., Hyderabad

COVER PAGE DESIGNING

Sri. K. Sudhakara Chary, HM, UPS Neelikurthy, Mdl.Maripeda, Dist. Warangal

SCERT TELANGANA

FOREWORD

State Curriculum Frame Work (SCF-2011) recommends that childrens' life at schools must be linked to their life outside the school. The Right To Education Act (RTE-2009) perceives that every child who enters the school should acquire the necessary skills prescribed at each level upto the age of 14 years. Academic standards were developed in each subject area accordingly to maintain the quality in education. The syllabi and text books developed on the basis of National Curriculum Frame work 2005 and SCF-2011 signify an attempt to implement this basic idea.

Children after completion of Primary Education enter into the Upper Primary stage. This stage is a crucial link for the children to continue their secondary education. We recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by exploring the information passed on to them by the adults. Inculcating creativity and initiating enquiry is possible if we perceive and treat children as participants in learning and not as passive receivers. The children at this stage possess characteristics like curiosity, interest, questioning, reasoning, insisting proof, accepting the challenges etc., Therefore the need for conceptualizing mathematics teaching that allows children to explore concepts as well as develop their own ways of solving problems in a joyful way.

We have begun the process of developing a programme which helps children understand the abstract nature of mathematics while developing in them the ability to construct own concepts. The concepts from the major areas of Mathematics like Number System, Arithmetic, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics are provided at the upper primary stage. Teaching of the topics related to these areas will develop the skills prescribed in academic standards such as problem solving, logical thinking, expressing the facts in mathematical language, representing data in various forms, using mathematics in daily life situations.

The textbooks attempt to enhance this endeavor by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups and activities required for hands on experience in the form of 'Do This' , 'Try This' and 'Projects'. Teachers support is needed in setting of the situations in the classroom. We also tried to include a variety of examples and opportunities for children to set problems. The book attempts to engage the mind of a child actively and provides opportunities to use concepts and develop their own structures rather than struggling with unnecessarily complicated terms and numbers. The chapters are arranged in such a way that they help the Teachers to evaluate every area of learning to comperehend the learning progress of children and in accordance with Continuous Comprehensive Evaluation (CCE).

With an intention to help the students to improve their understanding skills in both the languages i.e. English and Telugu, the Government of Telangana has redesigned this book as bilingual textbook in two parts. Part-1 comprises 1 to 8 lessons and Part-2 comprises 9 to 15 lessons.

I wish to thank the national experts, university teachers, research scholars, NGOs, academicians, writers, graphic designers and printers who are instrumental to bring out this textbook in present form. I hope the teachers will make earnest effort to implement the syllabus in its true spirit and to achieve academic standards at the stage. The process of developing materials is a continuous one and we hope to make this book better. As an organization committed to systematic reform and continuous improvement in quality of its products, SCERT, welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

B. Seshu kumari

DIRECTOR
SCERT, Hyderabad

Place: Hyderabad
Date: 28 January 2012

SCERT, TELANGANA

ముందుమాట

పిల్లల పాఠశాల జీవితం వారిదైనందిన జీవితానికి ముడిపడి ఉండాలని రాష్ట్ర ప్రణాళిక పరిధి పత్రం – 2011 (SCF-2011) సూచిస్తున్నది. పాఠశాలలో చేరిన ప్రతీ విద్యార్థి ఆయా స్థాయిలలో ఆవశ్యక నైపుణ్యాలను సముపార్జించాలని విద్యాహక్కు చట్టం – 2009 నిర్దేశించింది. వీటి దృష్ట్యా, విద్యలో నాణ్యతను సాధించడం కోసం ప్రతి పాఠ్య విషయంలోను విద్యా ప్రమాణాలను రూపొందించారు. జాతీయవిద్యా ప్రణాళిక చట్రం 2005 మౌళిక ఉద్దేశ్యం అమలు యొక్క ప్రాధాన్యతను దృష్టిలో ఉంచుకుని, రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక పరిధి పత్రం 2011 ఆధారంగా గణిత పాఠ్య విషయ ప్రణాళిక మరియు పాఠ్యపుస్తకాలు రూపుదిద్దుకున్నాయి.

పిల్లలు ప్రాథమిక విద్యను పూర్తిచేసుకొని, ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలోకి అడుగిడుతారు. ఈ స్థాయి సెకండరీ విద్యను కొనసాగించడానికి ప్రముఖమైన వారధిగా ఉంటుంది. పిల్లలు స్వేచ్ఛగా పెద్దలతో, సామాగ్రితో, తోటివారితో ప్రతిచర్యలు జరపడం, వివిధ సన్నివేశాలల్లో ప్రక్రియల్లో పరస్పరం సహకరించుకుంటూ పాల్గొనే అవకాశం లభించడం మూలంగా, అన్వేషణతో నూతన జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకోగలరని మనం గుర్తిస్తాం. పిల్లలు కేవలం నిష్క్రియాత్మక గ్రహీతలుగా కాకుండా, అభ్యసనంలో భాగస్వాములు అని భావించినపుడు వారిలో సృజనాత్మకత, చొరవలను పెంపొందించడం సాధ్యమవుతుంది. పిల్లలు ఈ దశలో ఉత్సుకత, ఆసక్తి, ప్రశ్నించేతత్వం, హేతుబద్ధత, ఋజువులను కోరడం, సవాళ్ళను అంగీకరించడం వంటి లక్షణాలను కలిగి ఉంటారు. అందుచేత ఆనందదాయకంగా పిల్లలు వివిధ భావనలను అన్వేషించడానికి తమ సొంత శైలిలో సమస్యా సాధనచేయడానికి వీలుగా గణితశాస్త్ర బోధనను అభివృద్ధి పరచాల్సిన ఆవశ్యకత ఉంది. అమూర్తస్వభావంతో ఉండే గణితంలోని భావనలను పిల్లలు అర్థం చేసికొని, సొంతంగా గణిత జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకొనే సామర్థ్యానికి తోడ్పడే విధానాలను అభివృద్ధి పరచే కార్యక్రమానికి మనం శ్రీకారం చుట్టాం.

గణితంలోని ప్రధాన విషయాలైన సంఖ్యావ్యవస్థ, అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి మరియు సాంఖ్యక శాస్త్రాలను ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో చేర్చారు. ఈ విషయాలకు సంబంధించిన అంశాలను బోధించడం వల్ల సమస్యా పరిష్కారం, తార్కిక ఆలోచనలు, నిత్యసత్యాలను గణిత భాషలో వ్యక్తీకరించడం, సేకరించిన దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడం, వివిధ రూపాల్లో పొందుపరచడం, నిత్యజీవితంలో గణితాన్ని ఉపయోగించడం వంటి నిర్ణీత విద్యా ప్రమాణాలు, నైపుణ్యాలు అభివృద్ధి చెందుతాయి. పుస్తకంలో పొందుపరచిన **ఇవిచేయండి, ప్రయత్నించండి, ప్రకల్పనలు** వంటి అంశాలకు అధిక ప్రాధాన్యత ఇచ్చి పిల్లలు సొంతంగా నేర్చుకునేలా చేయడానికి, జట్లలో ప్రయత్నించడానికి ఈ పాఠ్యపుస్తకం అవకాశం కల్పిస్తోంది.

ఈ పుస్తకం సరళమైన భాష, పదజాలం కలిగి వుండి పిల్లల మేధస్సు, గణిత భావాలను ఉపయోగించుకోవడానికి తద్వారా తామే స్వయంగా గణిత స్వరూపాలను ఏర్పరచుకోవడానికి అవకాశాలను కల్పిస్తుంది. పుస్తకంలో గల వివిధ ఉదాహరణలు పిల్లలు తమకు తామే సొంతంగా సమస్యలను తయారుచేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి. వీటన్నింటినీ సాకారం చేయడానికి తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయులు అవసరమైన సందర్భాలను ఏర్పరచడం, సహాయ సహకారాలు అందించడం అత్యంత అవసరం. మూల్యాంకనం కూడా నేర్చుకోవడంలో భాగంగా పరిగణిస్తూ ప్రతీ అభ్యసన అంశాన్ని నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం ద్వారా అంచనా వేసే విధంగా అధ్యాయాలను పొందుపరిచారు.

విద్యార్థులు రెండు భాషలలో అనగా తెలుగు మరియు ఆంగ్ల భాషలలో అవగాహన నైపుణ్యాలను పెంపొందించు కోగలుగుతారనే ఉద్దేశ్యంతో తెలంగాణ ప్రభుత్వం వారి ఆదేశానుసారంగా ద్విభాషా పుస్తకంగా రెండు భాగాలుగా పున:రూపకల్పన చేయడం జరిగింది. భాగం–1లో 1 నుండి 8 పాఠాలు మరియు భాగం–2లో 9 నుండి 15 పాఠాలు ఉన్నాయి.

ఈ పుస్తకానికి తుదిరూపం ఇవ్వడానికి సహాయ సహకారాలందించిన జాతీయ స్థాయి విషయనిపుణులు, విశ్వవిద్యాలయాల ఆచార్యులు, పరిశోధక విద్యార్థులు, ప్రభుత్వేతర సంస్థలు, విద్యాధికులు, ప్రధానోపాధ్యాయులు, రచయితలు, విద్యార్థులు, ముద్రణసంస్థ వారికి పుస్తకరూపకల్పన నిపుణులకు ప్రత్యేక కృతజ్ఞతలు. ఉపాధ్యాయలోకం, పుస్తకంలో పొందుపరచిన అంశాల ద్వారా విద్యా ప్రమాణాలను సాధించే క్రమంలో మన:పూర్వక ప్రయత్నం చేస్తుందని ఆశిస్తున్నాను. పుస్తకాభివృద్ధి నిరంతర ప్రకియ. అందరి కృషి ఫలితంగా ఈ పుస్తకం తయారైంది. **రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ** ఒక నిబద్ధతతో కూడిన సంస్థగా ప్రయత్నిస్తూ వ్యవస్థాగత సంస్కరణలతో నాణ్యమైన పాఠ్యపుస్తకాలను అందించడానికి కృషి చేస్తున్నది. ఇందులో భాగంగా గణితప్రియుల నుండి తగిన సలహాలు, సూచనలను ఆహ్వానిస్తున్నది. వీటిని పరిగణనలోకి తీసుకొని మరింత నాణ్యత కోసం కృషి చేస్తుంది.

శ్రీమతి బి. శేషుకుమారి
సంచాలకులు
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ
హైదరాబాద్

స్థలం: హైదరాబాద్
తేది: 28-01-2012

SCERT TELANGANA

Energized Text Books facilitate the students in understanding the concepts clearly, accurately and effectively. Content in the QR Codes can be read with the help of any smart phone or can as well be presented on the Screen with LCD projector/K-Yan projector. The content in the QR Codes is mostly in the form of videos, animations and slides, and is an additional information to what is already there in the text books.

This additional content will help the students understand the concepts clearly and will also help the teachers in making their interaction with the students more meaningful. At the end of each chapter, questions are provided in a separate QR Code which can assess the level of learning outcomes achieved by the students. We expect the students and the teachers to use the content available in the QR Codes optimally and make their class room interaction more enjoyable and educative.

Let us know how to use QR codes

In this textbook, you will see many printed QR (Quick Response) codes, such as
Use your mobile phone or tablet or computer to see interesting lessons, videos, documents, etc. linked to the QR code.

Step	Description
A.	**Use Android mobile phone or tablet to view content linked to QR Code:**
1.	Click on **Play Store** on your mobile/ tablet.
2.	In the search bar type **DIKSHA.**
3.	 will appear on your screen.
4.	Click **Install**
5.	After successful download and installation, Click **Open**
6.	Choose your prefered Language - Click **English**
7.	Click **Continue**
8.	Select **Student/ Teacher** (as the case may be) and Click on **Continue**
9.	On the top right, click on the QR code scanner icon and scan a QR code printed in your book OR Click on the search icon and type the code printed below the QR code, in the search bar ( )
10.	A list of linked topics is displayed
11.	Click on any link to view the desired content
B.	**Use Computer to view content linked to QR code:**
1.	Go to **https://diksha.gov.in/telangana**
2.	Click on **Explore DIKSHA-TELANGANA**
3.	Enter the code printed below the QR code in the browser search bar ( )
4.	A list of linked topics is displayed
5.	Click on any link to view the desired content

SCERT, TELANGANA

ఎనర్జైజ్డ్ టెక్స్ట్ బుక్ – ఈ పాఠ్యపుస్తకంలోని భావనలను స్పష్టంగా, నిర్దిష్టంగా, ప్రభావవంతంగా అర్థం చేసుకోవడానికి **QR (Quick Response)** కోడ్‌లతో బలోపేతం చేయడం జరిగింది. **QR** కోడ్‌లో చేర్చబడిన అంశాలను స్మార్ట్ ఫోన్‌లో చూడవచ్చు లేదా **LCD** ప్రొజెక్టర్ / కె–యాన్ ప్రొజెక్టర్ ద్వారా తెరపై ప్రదర్శించవచ్చు. **QR** కోడ్‌లలో ఉన్న సమాచారం చాలా వరకు వీడియోలు, యానిమేషన్స్ మరియు స్లైడ్‌ల రూపంలో ఉంటుంది. అంతేకాకుండా ఈ సమాచారం, పుస్తకంలో ఉన్న సమాచారానికి అదనమైనది.

ఈ అదనపు సమాచారం ద్వారా విద్యార్థులు భావనలను స్పష్టంగా అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు ఉపాధ్యాయులు తాము నిర్వహించే బోధనా కృత్యాలు అర్థవంతంగా జరగడానికి తోడ్పడతాయి.

ప్రతి అధ్యాయం చివరన ఒక అదనపు **QR** కోడ్‌లో ప్రశ్నలు ఇవ్వబడినాయి. ఇవి, విద్యార్థుల అభ్యసన ఫలితాలను ఏమేరకు సాధించారో మదింపుచేయడానికి తోడ్పడతాయి.

విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయులు **QR** కోడ్‌లలో ఇవ్వబడిన సమాచారాన్ని విరివిగా ఉపయోగించి తరగతిగదిలోని ప్రక్రియలను మరింత ఆనందదాయకంగా, విద్యావంతమైనవిగాను మలచుకుంటారని ఆశిస్తున్నాము.

క్యూఆర్ (QR) కోడ్‌లను ఎలా వాడాలో తెలుసుకుందాం!

ప్రస్తుత పాఠ్య పుస్తకంలో ఈ విధంగా ఉండే క్యూఆర్ కోడ్‌లను పొందుపరచబడినవి.

ఈ క్యూఆర్ కోడ్‌లను ఉపయోగించి ఆసక్తికరమైన పాఠాలను, వీడియోలను, డాక్యుమెంట్స్ మొదలగు వాటిని మీవద్దగల మొబైల్, ట్యాబ్లెట్ లేదా కంప్యూటర్ ద్వారా వీక్షించండి.

దశ	వివరణ
ఎ)	**క్యూఆర్ కోడ్‌లో లింక్ చేయబడిన విషయాలను ఆండ్రాయిడ్ మొబైల్ లేదా ట్యాబ్లెట్‌లో వీక్షించుటకు :**
1	మీ యొక్క మొబైల్ / ట్యాబ్లెట్‌లోని **Play Store** పైన క్లిక్ చేయండి.
2	సెర్చ్‌బార్‌లో **DIKSHA** ను టైప్ చేయండి.
3	 తెరపైన ఇలా కనిపిస్తుంది.
4	**INSTALL** పైన క్లిక్ చేయండి.
5	విజయవంతంగా INSTALL చేసిన తరవాత యాప్‌ను తెరవడానికి **OPEN** పైన క్లిక్ చేయండి.
6	**'తెలుగు'**ను ఎంపికచేసుకొని క్లిక్ చేయండి.
7	**'కొనసాగించడానికి'** క్లిక్ చేయండి.
8	**విద్యార్థి / ఉపాధ్యాయులు** రెండింటిలో మీకు చెందిన దానిని ఎంపిక చేసుకోండి.
9	కుడివైపున ఉన్న క్యూఆర్ కోడ్ చిహ్నం స్కానర్‌ను క్లిక్ చేయండి. తరువాత మీ పాఠ్యపుస్తకములో ముద్రించబడిన క్యూఆర్ కోడ్ ను స్కాన్ చేయండి. (లేదా) సెర్చ్ బార్ నందు (O) క్యూఆర్ కోడ్ క్రింద ముద్రించబడిన కోడ్‌ను టైపు చేయండి.
10	క్యూఆర్ కోడ్‌లో జతచేయబడిన విషయాలు కనిపిస్తాయి.
11	కావలసిన విషయాలను వీక్షించుటకు లింక్‌పై క్లిక్ చేయండి.
బి)	**క్యూఆర్ కోడ్‌లో లింక్ చేయబడిన విషయాలను కంప్యూటర్ నుండి వీక్షించుటకు -**
1	**https://diksha.gov.in/telangana** అను లింక్‌ను ఓపెన్ చేయండి.
2	**Explore DIKSHA-TELANGANA** పైన క్లిక్ చేయండి.
3	పాఠ్యపుస్తకము నందు ముద్రించబడిన క్యూఆర్ కోడ్ క్రింద ఉన్న కోడ్‌ను టైపు చేయండి.
4	ఈ కోడ్‌కు జతచేయబడిన విషయాలు కనిపిస్తాయి.
5	కావలసిన విషయాలను వీక్షించుటకు లింక్‌పై క్లిక్ చేయండి.

SCERT, TELANGANA

NATIONAL ANTHEM

- Rabindranath Tagore

Jana-gana-mana-adhinayaka, jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Punjab-Sindh-Gujarat-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
Uchchhala-jaladhi-taranga.
Tava shubha name jage,
Tava shubha asisa mage,
Gahe tava jaya gatha,
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he! jaya he! jaya he!
Jaya jaya jaya, jaya he!!

PLEDGE

- Pydimarri Venkata Subba Rao

"India is my country. All Indians are my brothers and sisters.

I love my country, and I am proud of its rich and varied heritage. I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect, and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion. In their well-being and prosperity alone lies my happiness."

SCERT, TELANGANA

జాతీయ గీతం

– రవీంద్రనాథ్ ఠాగూర్

జనగణమన అధినాయక జయహే!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబ, సింధ్, గుజరాత, మరాఠా,
ద్రావిడ, ఉత్కళ, వంగ!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగ!
ఉచ్ఛల జలధి తరంగ!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశిష మాఁగే
గాహే తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహే!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహే! జయహే! జయహే!
జయ జయ జయ జయహే!!

ప్రతిజ్ఞ

– పైడిమర్రి వెంకట సుబ్బారావు

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.

నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశపు వారసత్వ సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్హత పొందడానికి సర్వదా నేను కృషి చేస్తాను.

నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను మర్యాదగా నడుచుకొంటాను. జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.

నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.

వారి శ్రేయోభివృద్ధులే నా ఆనందానికి మూలం.

SCERT, TELANGANA

PREAMBLE

THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a **SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC** and to secure to all its citizens:

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation;

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

SCERT, TELANGANA

పీఠిక

భారతదేశ ప్రజలమైన మేము భారతదేశాన్ని సర్వసత్తాక, సామ్యవాద, లౌకిక, ప్రజాస్వామ్య, గణతంత్ర, రాజ్యంగా నిర్మించుకోవడానికి, పౌరులందరికి సాంఘిక, ఆర్థిక, రాజకీయ న్యాయాన్ని, ఆలోచన, భావప్రకటన, విశ్వాసం, ధర్మం, ఆరాధనలలో స్వాతంత్ర్యాన్ని, అంతస్తుల్లోనూ, అవకాశాల్లోనూ, సమానత్వాన్ని చేకూర్చుటకు, వారందరిలో వ్యక్తి గౌరవాన్ని, జాతీయ సమైక్యతను సంరక్షిస్తూ, సౌభ్రాతృత్వాన్ని పెంపొందించడానికి 1949 నవంబర్ 29న మన రాజ్యాంగ పరిషత్‌లో ఎంపిక చేసుకొని శాసనముగా రూపొందించుకున్న ఈ రాజ్యాంగాన్ని మాకు మేమే ఇచ్చుకుంటున్నాం.

Subs. by the constitution [Forty-second Amendment] Act, 1976, Sec.2, for "Sovereign Democratic Republic" (w.e.f. 3.1.1977)

Subs. by the constitution [Forty-second Amendment] Act, 1976, Sec.2, for "Unity of the Nation" (w.e.f. 3.1.1977)

CONTENTS
విషయసూచిక

S. No. క్ర.సం.	Name of the chapter పాఠం పేరు	Month మాసం	Page No. పేజి నెం.
9.	Construction of Triangles త్రిభుజాల నిర్మాణాలు	November నవంబర్	2 3
10.	Algebraic Expressions బీజీయ సమాసాలు	November నవంబర్	22 23
11.	Powers and Exponents ఘాతాలు మరియు ఘాతాంకాలు	December డిసెంబర్	60 61
12.	Quadrilaterals చతుర్భుజాలు	December డిసెంబర్	92 93
13.	Area and Perimeter వైశాల్యం - చుట్టుకొలత	January జనవరి	128 129
14.	Understanding 3D and 2D Shapes త్రిమితీయ మరియు ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన	February ఫిబ్రవరి	168 169
15.	Symmetry సౌష్ఠవం	February ఫిబ్రవరి	192 193

SCERT, TELANGANA

CONSTRUCTION OF TRIANGLES

9

W2U1Z3

9.0 Introduction

You will learn how to construct triangles in this chapter. A triangle can be drawn if you know the elements that are required for two triangles to be congruent. Thus, a triangle can be drawn in any of the situations given below i.e., if we know the-

(i) Three sides of the triangle.

(ii) Two sides and the angle included between them.

(iii) Two angles and the side included between them.

(iv) Hypotenuse and one adjacent side of a right-angled triangle.

A triangle can also be drawn if two of its sides and a non-included angle are given. So, we require three independent measurements to construct a triangle.

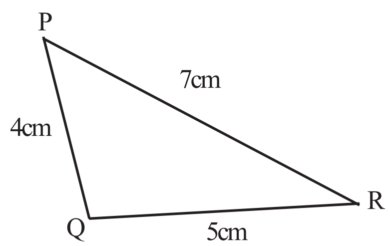
Let us learn to construct triangles in each of the above cases.

9.1 Construction of a triangle when measurements of the three sides are given.

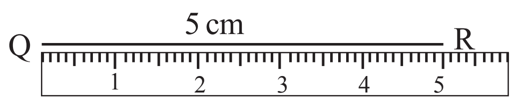
In the construction of any geometrical figure, drawing a rough sketch first, helps in indentifying the sides. So we should first draw a rough sketch of the triangle we want to construct and label it with the given measurements.

Example 1: Construct a Δ PQR with sides PQ = 4 cm, QR = 5 cm and RP = 7 cm.

STEP 1 : Draw a rough sketch of the triangle and label it with the given measurements.



STEP 2 : Draw a line segment QR of length 5 cm.



SCERT, TELANGANA

త్రిభుజాల నిర్మాణాలు

9

9.0 పరిచయం

ఈ అధ్యాయంలో మనం త్రిభుజాల నిర్మాణాల గురించి నేర్చుకుందాం. త్రిభుజములో సర్వ సమానత్వాన్ని నిర్ధారించడానికి ఏయే కొలతలు కావాలో అవే కొలతలతో మనము త్రిభుజము నిర్మించవచ్చు. కింది సందర్భాలను పరిశీలించండి.

(i) త్రిభుజం యొక్క 3 భుజాల కొలతలు ఇచ్చినప్పుడు

(ii) త్రిభుజం యొక్క 2 భుజాల కొలతలు, వాని మధ్య కోణం ఇచ్చినపుడు

(iii) రెండు కోణాలు మరియు వాని మధ్య భుజం కొలతలు ఇచ్చినపుడు

(iv) ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణం మరియు ఒక భుజం ఇచ్చినపుడు

త్రిభుజం యొక్క 2 భుజాల కొలతలు మరియు వాటి మధ్య లేని కోణం ఇచిన్నప్పుడు కూడా మనం త్రిభుజం నిర్మించగలము. అనగా ఒక త్రిభుజము నిర్మించడానికి మూడు స్వతంత్ర కొలతలు సరిపోతాయి.

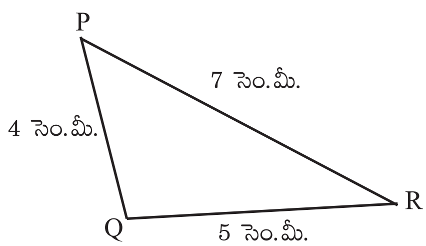
పైన పేర్కొన్న సందర్భాలలో త్రిభుజాలను ఎలా నిర్మించాలో ఇప్పుడు నేర్చుకుందాం.

9.1 ఒక త్రిభుజము మూడు భుజాల కొలతలు ఇచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించటం

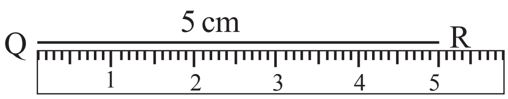
ఒక జ్యామితీయ పటం నిర్మాణం గీసేటపుడు మొదట చిత్తుపటాన్ని గీసి, దానిలో మనకు ఇచ్చిన కొలతలను గుర్తించాలి.

ఉదాహరణ 1 : PQ = 4 సెం.మీ, QR = 5 సెం.మీ, RP = 7 సెం.మీ. కొలతలు గల త్రిభుజము PQR ను నిర్మించుము.

సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తుపటము గీసి, కొలతలు గుర్తించాలి.

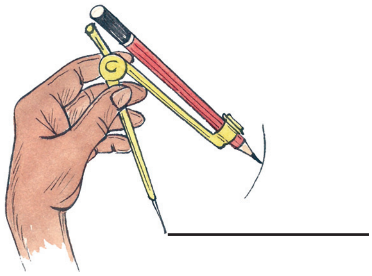


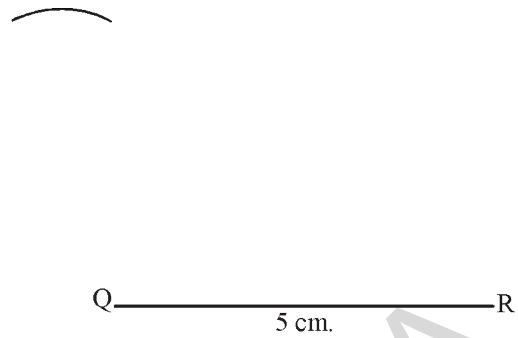
సోపానము 2 : స్కేలు సహాయంతో 5 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాఖండము QR ను గీయాలి.



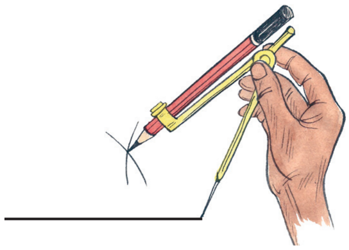
SCERT TELANGANA

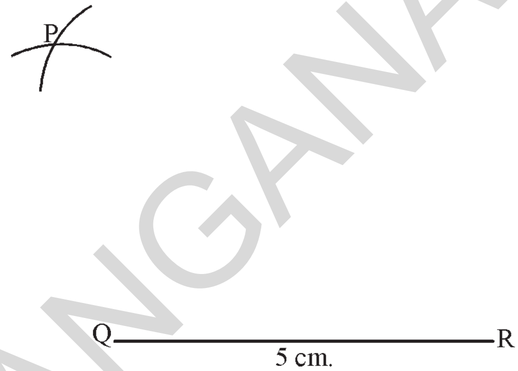
STEP 3 : With centre Q, draw an arc of radius 4 cm.



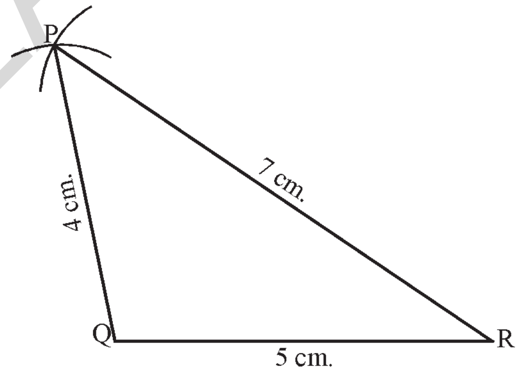


STEP 4 : Since P is at a distance of 7 cm from R, draw another arc from R with radius 7 cm such that it intersects first arc. Mark the intersection point as P.





STEP 5 : Join Q,P and P,R. The required Δ PQR is constructed.



SCERT, TELANGANA

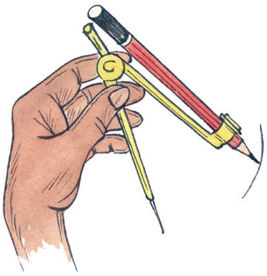
Try This

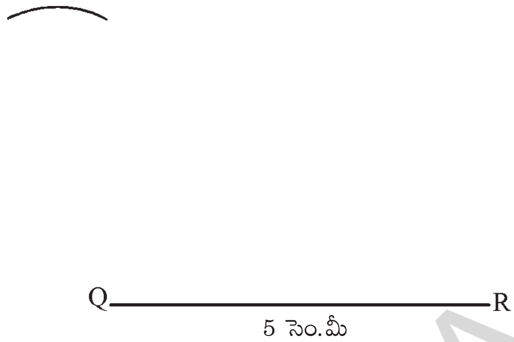
1. Construct a triangle with the same measurements given in above example, taking PQ as base. Are the triangles congruent?

2. Construct a Δ PET, PE = 4.5 cm, ET = 5.4 cm and TP = 6.5 cm in your notebook.

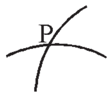
   Now construct Δ ABC, AB = 5.4 cm, BC = 4.5 cm and CA = 6.5 cm on a piece of paper. Cut it out and place it on the figure you have constructed in your note book. Are the triangles congruent? Write your answer in your notebook using mathematical notation.

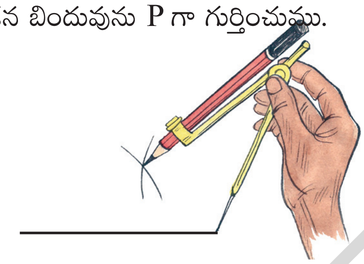
సోపానము 3 : బిందువు Q కేంద్రముగా, 4 సెం.మీ వ్యాసార్థంతో ఒక చాపరేఖను గీయాలి.



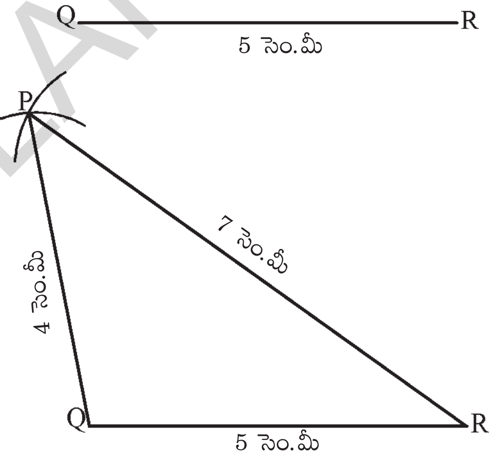


సోపానము 4 : P బిందువు R నుంచి 7 సెం.మీ దూరములో వుంది. కావున బిందువు R కేంద్రముగా 7 సెం.మీ, వ్యాసార్థంతో మొదటి చాపరేఖను ఖండించునట్లు మరొక చాపరేఖను గీచి వాటి ఖండన బిందువును P గా గుర్తించుము.





సోపానము 5 : బిందువు 'P' ని బిందువులు 'Q' మరియు 'R' లకు కలపండి. ఏర్పడిన త్రిభుజము PQR మనకు కావలసిన త్రిభుజము.



ప్రయత్నించండి

1. పై ఉదాహరణలో పేర్కొన్న కొలతలతో, PQ భుజము ఆధారముగా వుండేటట్లు ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి. నిర్మించిన త్రిభుజము, పై ఉదాహరణలో ఏర్పడిన త్రిభుజము సర్వసమాన త్రిభుజాలు అవుతాయా?

2. మీ నోట్ పుస్తకములో PE = 4.5 సెం.మీ, ET = 5.4 సెం.మీ మరియు TP = 6.5 సెం.మీ కొలతలతో త్రిభుజము PET ని నిర్మించుము.

   ఒక కాగితముపై AB = 5.4 సెం.మీ, BC = 4.5 సెం.మీ మరియు CA = 6.5 సెం.మీ కొలతలతో త్రిభుజము ABC ని నిర్మించుము. కాగితంపై నిర్మించిన త్రిభుజము ABC ని కత్తిరించి నోట్ పుస్తకములో నిర్మించిన త్రిభుజము PET పై అమర్చుము. రెండు త్రిభుజములు సర్వ సమాన త్రిభుజములవుతాయా? నీ సమాధానాన్ని గణిత భాషలో నీ నోట్ పుస్తకములో రాయుము.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 1

1. Construct Δ ABC in which AB = 5.5 cm, BC = 6.5 cm and CA = 7.5 cm.

2. Construct Δ NIB in which NI = 5.6 cm, IB = 6 cm and BN = 6 cm. What type of triangle is this?

3. Construct an equilateral Δ APE with side 6.5 cm.

4. Construct a Δ XYZ in which XY = 6 cm, YZ = 8 cm and ZX = 10 cm. Using protractor find the angle at X. What type of triangle is this?

5. Construct Δ ABC in which AB = 4 cm, BC = 7 cm and CA= 3 cm. Which type of triangle is this?

6. Construct Δ PEN with PE = 4 cm, EN = 5 cm and NP = 3 cm. If you draw circles instead of arcs how many points of intersection do you get? How many triangles with given measurements are possible? Is this true in case of every triangle?

Try This

Sushanth prepared a problem: Construct Δ XYZ in which XY = 2 cm, YZ = 8 cm and XZ = 4 cm.

He also drew the rough sketch as shown in Figure 1.

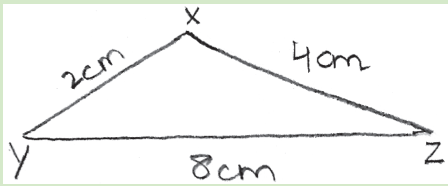


Figure 1

Reading the problem, Srija told Sushanth that it would not be possible to draw a triangle with the given measurements.

However, Sushanth started to draw the diagram as shown in Figure 2.

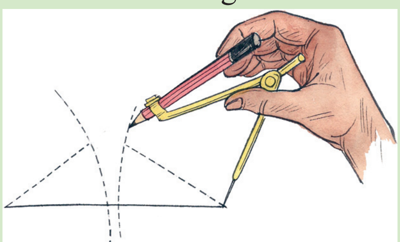


Figure 2

Check whether Sushanth can draw the triangle. If not why? Discuss with your friends.

What property of triangles supports Srija's idea?

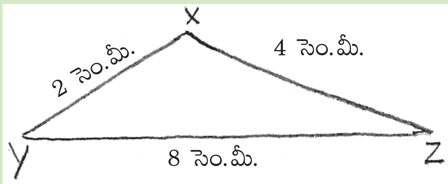
SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 1

1. AB = 5.5 సెం.మీ, BC = 6.5 సెం.మీ మరియు CA = 7.5 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము ABC ని నిర్మించుము.
2. NI = 5.6 సెం.మీ, IB = 6 సెం.మీ మరియు BN = 6 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము NIB ను నిర్మించుము. ఏర్పడిన త్రిభుజము ఏ రకమైన త్రిభుజము?
3. 6.5 సెం.మీ. భుజము కొలత గల సమబాహు త్రిభుజము APE ని నిర్మించుము.
4. XY = 6 సెం.మీ, YZ = 8 సెం.మీ మరియు ZX = 10 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము XYZ ని నిర్మించి, కోణమానిని సహాయంతో శీర్షము Y వద్ద కోణాన్ని కొలవండి. XYZ ఏరకమైన త్రిభుజము?
5. AB = 4 సెం.మీ, BC = 7 సెం.మీ మరియు CA= 4 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము ABC ని నిర్మించండి. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజము?
6. PE = 4 సెం.మీ, EN = 5 సెం.మీ మరియు NP = 3 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము PEN ను నిర్మించుము. నిర్మాణములో చాపరేఖల బదులు వృత్తములు గీసిన ఎన్ని ఖండన బిందువులు వస్తాయి? యిచ్చిన కొలతలతో ఎన్ని త్రిభుజాలను నిర్మించడం సాధ్యపడుతుంది. ప్రతీ త్రిభుజ నిర్మాణంలో యిది సత్యమా?

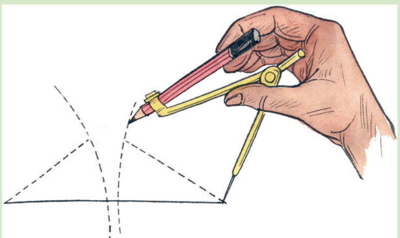
ప్రయత్నించండి

XY = 2 సెం.మీ, YZ = 8 సెం.మీ మరియు XZ = 4 సెం.మీ. కొలతలతో త్రిభుజము XYZ ను నిర్మించమని సుశాంత్ ఒక ప్రశ్నను తయారు చేసాడు. దానికి ఒక చిత్తు పటాన్ని కూడా గీయడం జరిగింది.



పటం 1

ఈ ప్రశ్నను చదివిన శ్రీజ, ఈ కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మించడం సాధ్యం కాదు అని చెప్పింది. కానీ సుశాంత్ ఆ త్రిభుజాన్ని నిర్మించడానికి పటం-2లో చూపిన విధంగా ప్రయత్నించాడు.



పటం 2

సుశాంత్ త్రిభుజాన్ని నిర్మించగలడా? లేదా? ఒక వేళ నిర్మించలేడు అనుకుంటే ఎందుకు నిర్మించలేడు. యీ విషయాలను మీ మిత్రులతో చర్చించండి.

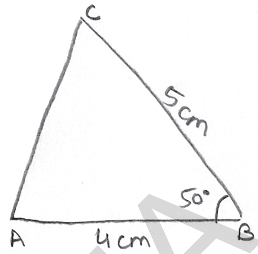
త్రిభుజాల ఏ ధర్మం శ్రీజ చెప్పిన విషయాన్ని సత్యమని బలపరుస్తుంది.

SCERT TELANGANA

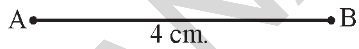
9.2 Construction of a triangle with two given sides and the included angle.

Example 2 : Construct ΔABC in which AB = 4 cm, BC = 5cm and $\angle B = 50°$.

STEP 1 : Draw a rough sketch of a triangle and label it with the given measurements.

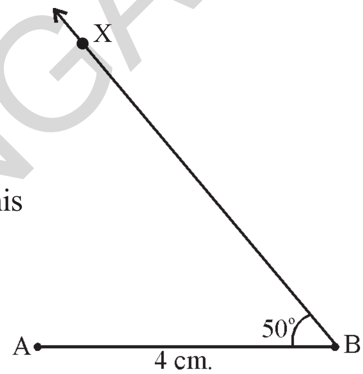


STEP 2 : Draw a line segment AB of length 4 cm.

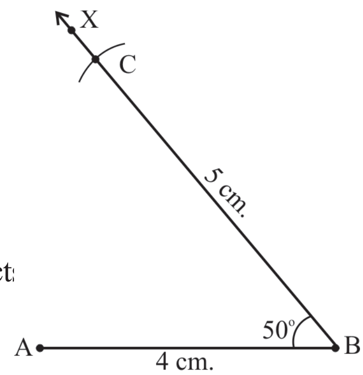


STEP 3 : Draw a ray $\overrightarrow{BX}$ making an angle 50° with AB.

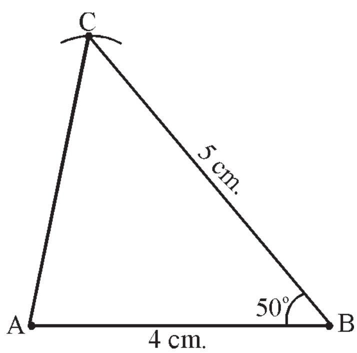
(Use protractor from your geometry box to measure this angle.)



STEP 4 : Draw an arc of radius 5 cm from B, such that it intersects ray $\overrightarrow{BX}$. Mark the intersection point as C.



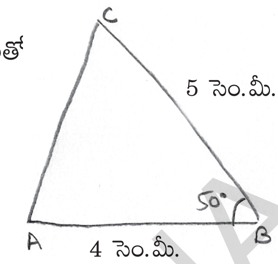
STEP 5 : Join C, A to get the required ΔABC.



SCERT, TELANGANA

9.2 త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు, వాటి మధ్య కోణం కొలతలు యిచ్చినపుడు త్రిభుజాన్ని నిర్మించటం.

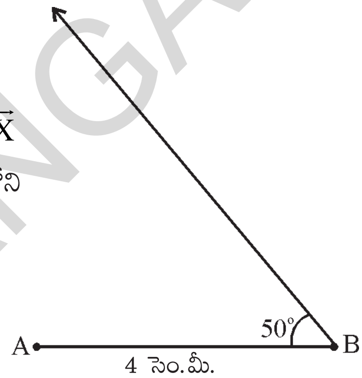
ఉదాహరణ 2 : AB = 4 సెం.మీ, BC = 5సెం.మీ మరియు $\angle B = 50^\circ$ కొలతలతో నిర్మించండి.



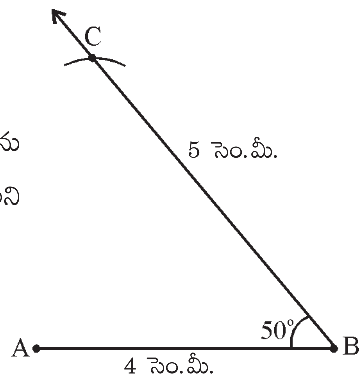
సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తుపటమును గీసి కొలతలు గుర్తించాలి.

సోపానము 2 : 4 సెం.మీ. కొలతతో రేఖాఖండము AB ని గీయుము.

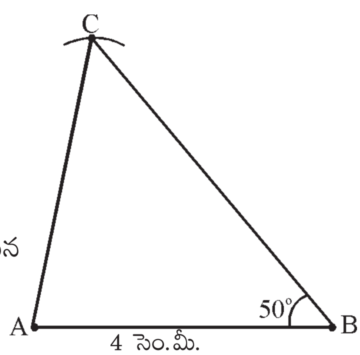
సోపానము 3 : బిందువు B వద్ద, BA తో 50° కోణము చేయునట్లు కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను గీయుము. (ఈ కోణమును కొలుచుటకు జ్యామితీయ పెట్టెలోని కోణమానిని ఉపయోగించాలి)



సోపానము 4 : బిందువు 'B' కేంద్రముగా, 5 cm వ్యాసార్థముతో కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను ఖండించునట్లు ఒక చాపరేఖను గీయుము. ఖండన బిందువుకు C అని పేరు పెట్టాము.



సోపానము 5 : బిందువులు C, A లను కలుపండి. ΔABC మనకు కావలసిన త్రిభుజము.



SCERT, TELANGANA

Exercise - 2

1. Draw ΔCAR in which CA = 8 cm, $\angle$A = 60° and AR = 8 cm. Measure CR, $\angle$R and $\angle$C. What kind of triangle is this?

2. Construct ΔABC in which AB = 5 cm, $\angle$B = 45° and BC = 6 cm.

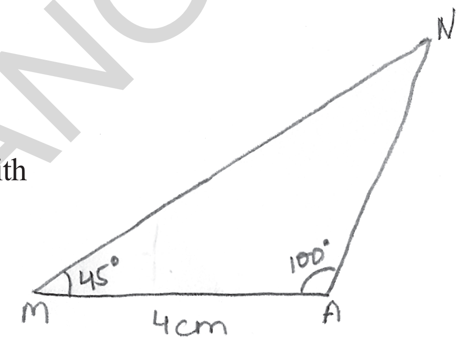
3. Construct ΔPQR such that $\angle$R=100°, QR = RP = 5.4 cm.

4. Construct ΔTEN such that TE = 3 cm, $\angle$E = 90° and NE = 4 cm.

9.3 Construction of a triangle when two angles and the side between the angles is given

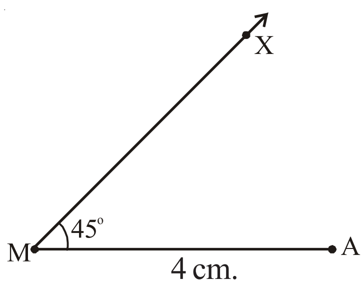
Example 3 : Construct ΔMAN with MA = 4 cm, $\angle$M = 45° and $\angle$A = 100°.

STEP 1 : Draw rough sketch of a triangle and label it with the given measurements.



STEP 2 : Draw line segment MA of length 4 cm.

STEP 3 : Using protractor draw a ray $\overrightarrow{MX}$, making an angle 45° at M.



SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 2

1. CA = 8 సెం.మీ, $\angle A = 60^\circ$ మరియు AR = 8 సెం.మీ. కొలతలతో ΔCAR ను నిర్మించుము. భుజము CR పొడవును, కోణములు $\angle R$ మరియు $\angle C$ లను కొలిచి, ΔCAR ఏరకమైన త్రిభుజమో చెప్పండి.

2. AB = 5 సెం.మీ, $\angle B = 45^\circ$ మరియు BC = 6 సెం.మీ. కొలతలతో ΔABC ని నిర్మించుము.

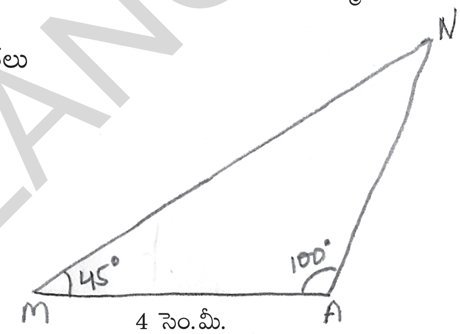
3. $\angle R=100^\circ$, QR = RP = 5.4 సెం.మీ. కొలతలతో ΔPQR ను నిర్మించుము.

4. TE = 3 సెం.మీ, $\angle E = 90^\circ$ మరియు NE = 4 సెం.మీ. కొలతలతో ΔTEN ను నిర్మించుము.

9.3 రెండు కోణములు మరియు వాటి మధ్య భుజం కొలతలు ఇచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట.

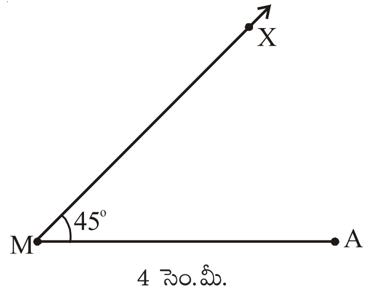
ఉదాహరణ 3 : MA = 4 సెం.మీ $\angle M = 45^\circ$ మరియు $\angle A = 100^\circ$ కొలతలతో ΔMAN ను నిర్మించుము.

సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తుపటము గీసి కొలతలు గుర్తించాలి.



సోపానము 2 : స్కేలు సహాయంతో 4 సెం.మీ. పొడవు కల రేఖాఖండము MA ని గీయాలి.

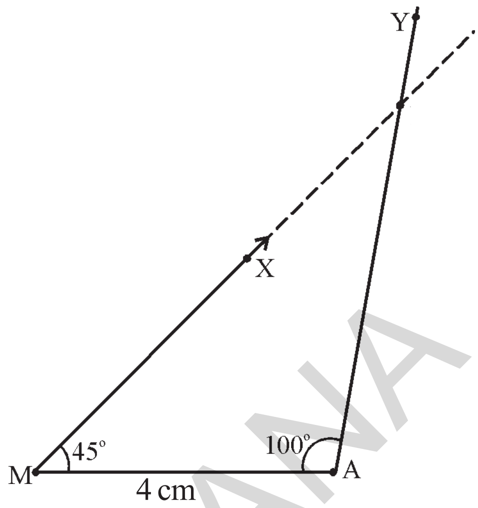
సోపానము 3 : కోణమానిని సహాయంతో బిందువు M వద్ద MA తో 45° కోణము చేయునట్లు కిరణము $\overrightarrow{MX}$ ను గీయాలి.



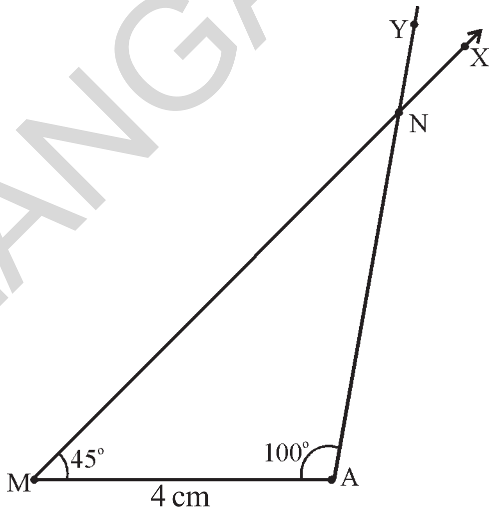
SCERT, TELANGANA

STEP 4 : Using protractor draw a ray $\overrightarrow{AY}$, making an angle $100°$ at A.

Extend the ray $\overrightarrow{MX}$ if necessary to intersect ray $\overrightarrow{AY}$.



STEP 5 : Mark the intersecting point of the two rays as N. You have the required Δ MAN



Try This

Construct a triangle with angles $105°$ and $95°$ and a side of length of your choice. Could you construct the triangle? Discuss with your friends and justify.

Exercise - 3

1. Construct Δ NET with measurement NE = 6.4 cm, $\angle N = 50°$ and $\angle E = 100°$.

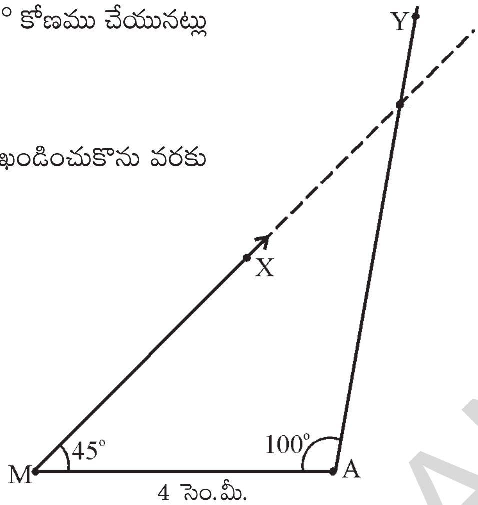
2. Construct Δ PQR such that QR = 6 cm, $\angle Q = \angle R = 60°$. Measure the other two sides of the triangle and name the triangle.

3. Construct Δ RUN in which RN = 5cm, $\angle R = \angle N = 45°$. Measure the other angle and other sides. Name the triangle.

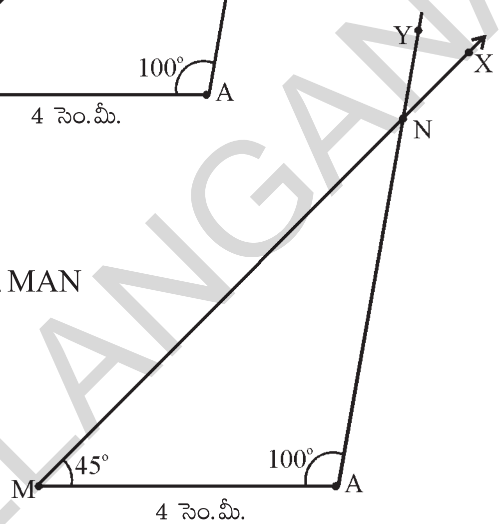
SCERT, TELANGANA

సోపానము 4 : A వద్ద కోణమానిని సహాయంతో 100° కోణము చేయునట్లు కిరణము $\overrightarrow{AY}$ ని గీయాలి.

కిరణము $\overline{MX}$ మరియు $\overrightarrow{AY}$ లను ఖండించుకొను వరకు పొడిగించాలి.



సోపానము 5 : రెండు కిరణముల ఖండన బిందువు N అగును. Δ MAN మనకు కావలసిన త్రిభుజము.



ప్రయత్నించండి

కోణములు 105° మరియు 95° మరియు మీకు నచ్చిన భుజము కొలతతో త్రిభుజమును నిర్మించడానికి ప్రయత్నించుము. ఇటువంటి త్రిభుజము నిర్మించడం సాధ్యపడుతుందా? మీ స్నేహితులతో చర్చించి సరియైన వివరణ ఇవ్వండి.

అభ్యాసం – 3

1. NE = 6.4 సెం.మీ, $\angle$N = 50° మరియు $\angle$E = 100° కొలతలతో Δ NET ని నిర్మించుము.

2. QR = 6 సెం.మీ, $\angle$Q = $\angle$R = 60° కొలతలతో Δ PQR ను నిర్మించుము. మిగిలిన రెండు భుజాల పొడవులు కొలుచుము. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజము?

3. RN = 5సెం.మీ, $\angle$R = $\angle$N = 45° కొలతలతో Δ RUN ని నిర్మించుము. మూడవ కోణమును మరియు మిగిలిన రెండు భుజాల పొడవులను కొలుచుము. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజము?

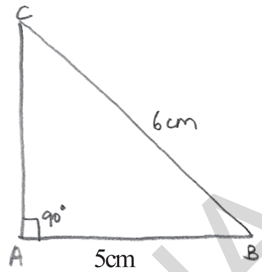
SCERT TELANGANA

9.4 Construction of right-angled triangle when the hypotenuse and a side are given.

Example 4 : Construct ΔABC, right-angled at A, and BC = 6 cm; AB = 5 cm.

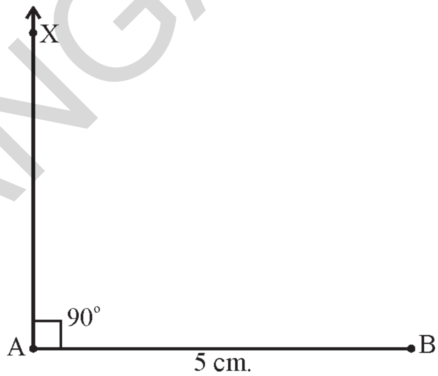
STEP 1 : Draw a rough sketch of right-angled triangle and label it with given information.

Note: side opposite to the right angle is called hypotenuse.

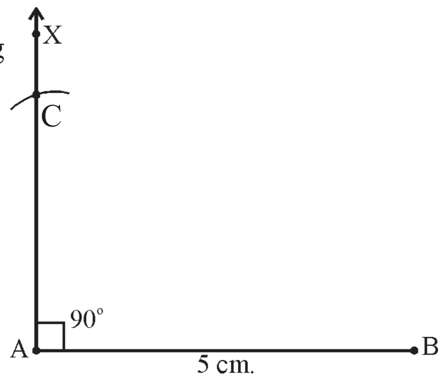


STEP 2 : Draw a line segment AB of length 5 cm.

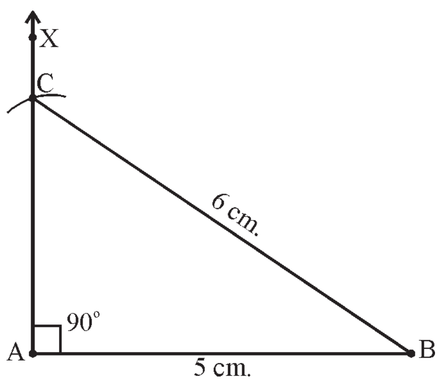
STEP 3 : Construct a ray $\overrightarrow{AX}$ perpendicular to $\overline{AB}$ at A.



STEP 4 : Draw an arc from B with radius 6cm intersecting $\overrightarrow{AX}$. Mark the intersection point as 'C'.



STEP 5 : Join B,C to get the required ΔABC.



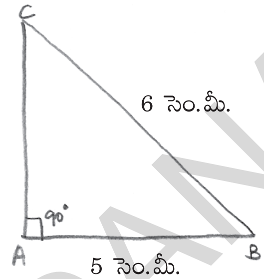
SCERT, TELANGANA

9.4 ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో కర్ణము మరియు ఒక భుజము కొలతలు యిచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట.

ఉదాహరణ 4 : శీర్షము A వద్ద లంబకోణాన్ని కలిగి BC = 6 సెం.మీ మరియు AB = 5 సెం.మీ కొలతలు గల లంబకోణ త్రిభుజము Δ ABC ని నిర్మించుము.

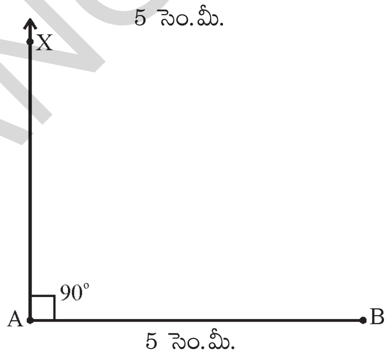
సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తుపటమును గీసి కొలతలు గుర్తించాలి.

గమనిక : ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో లంబకోణానికి ఎదురుగా వున్న భుజాన్ని కర్ణము అంటాం.

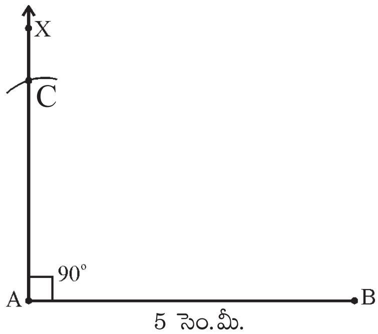


సోపానము 2 : స్కేలు సహాయంతో 5 సెం.మీ. పొడవుగల రేఖాఖండము $\overline{AB}$ ని గీయాలి.

సోపానము 3 : బిందువు A వద్ద $\overline{AB}$ తో 90^0 కోణము చేయునట్లు $\overrightarrow{AX}$ ను గీయాలి.

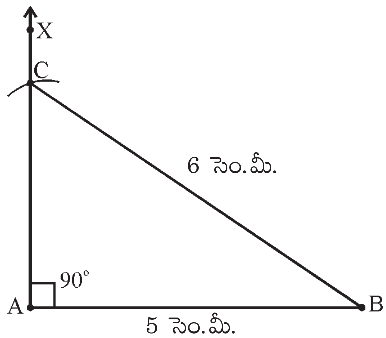


సోపానము 4 : బిందువు B కేంద్రముగా 6 సెం.మీ. వ్యాసార్ధముతో కిరణము $\overrightarrow{AX}$ ను ఖండించునట్లు చాపరేఖను గీయాలి. ఖండన బిందువు C అగును.



సోపానము 5 : బిందువులు B, C లను కలపండి.

ఏర్పడిన Δ ABC మనకు కావలసిన త్రిభుజము.



SCERT, TELANGANA

Exercise - 4

1. Construct a right-angled $\Delta\,ABC$ such that $\angle B = 90°$, $AB =$ 8 cm and $AC = 10$ cm.

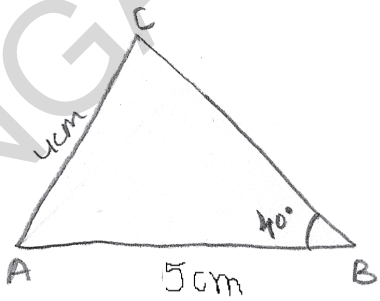
2. Construct a $\Delta\,PQR$, right-angled at R, hypotenuse is 5 cm and one of its adjacent sides is 4 cm.

3. Construct an isosceles right-angled $\Delta\,XYZ$ in which $\angle Y = 90°$ and the two sides are 5 cm each.

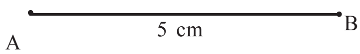
9.5 Construction of triangle when two sides and the non-included angle are given

Example 5 : Construct $\Delta\,ABC$ such that AB = 5 cm, AC = 4 cm, $\angle B = 40°$.

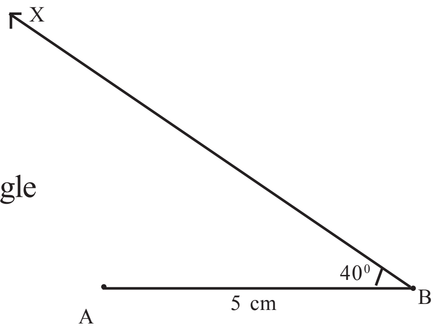
STEP 1 : Draw rough sketch of $\Delta\,ABC$ and label it with the given measurements.



STEP 2 : Draw a line segment AB of length 5 cm.



STEP 3 : Using protractor draw a ray $\overrightarrow{BX}$ making an angle 40° at B.



SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 4

1. $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8$ సెం.మీ. మరియు $AC = 10$ సెం.మీ. కొలతలుగల లంబకోణ త్రిభుజము ΔABC ని నిర్మించుము.

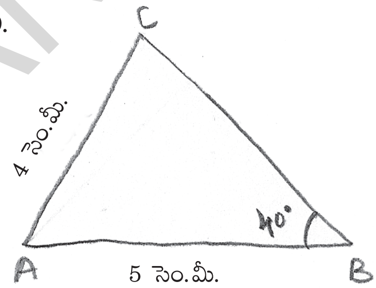
2. కర్ణము 5 సెం.మీ., ఒక భుజము 4 సెం.మీ. కొలతలు కలిగి R వద్ద లంబకోణాన్ని కలిగిన లంబకోణ త్రిభుజము ΔPQR నిర్మించుము.

3. $\angle Y = 90^\circ$ మరియు మిగిలిన రెండు భుజాల కొలతలు (కర్ణము కాక) ప్రతీది 5 సెం.మీ. వుండేటట్లు ఒక లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజాన్ని నిర్మించండి.

9.5 త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు మరియు వాటి మధ్యలేని కోణం కొలతలు యిచ్చినపుడు త్రిభుజమును నిర్మించుట.

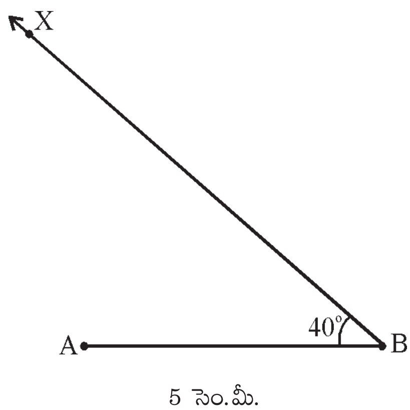
ఉదాహరణ 3 : $AB = 5$ సెం.మీ., $AC = 4$ సెం.మీ., $\angle B = 40^\circ$ కొలతలతో ΔABC ని నిర్మించుము.

సోపానము 1 : ఇచ్చిన త్రిభుజము యొక్క చిత్తు పటము గీసి కొలతలు గుర్తించాలి.



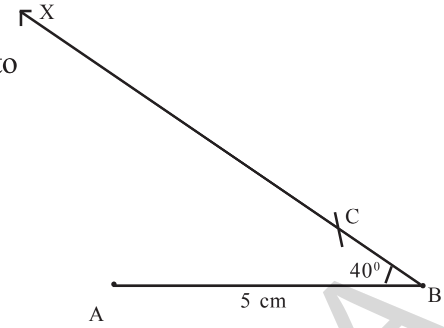
సోపానము 2 : 5 సెం.మీ. పొడవు గల రేఖా ఖండము AB ని గీయాలి.

సోపానము 3 : బిందువు B వద్ద కోణమానిని సహాయమున BA తో 40° కోణము చేయునట్లు కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను గీయాలి.

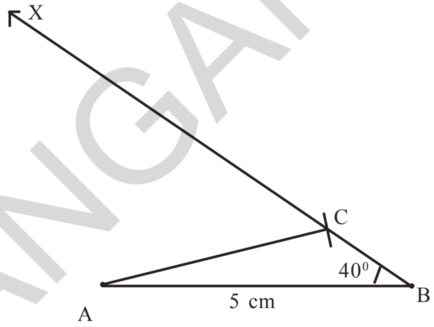


SCERT, TELANGANA

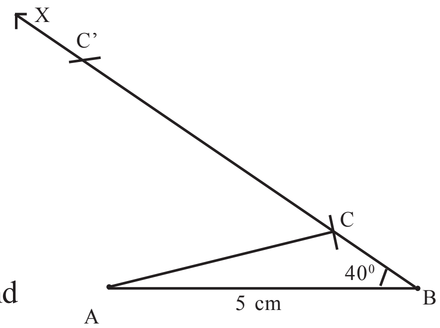
STEP 4 : With A as centre and radius 4 cm, draw an arc to cut ray $\overrightarrow{BX}$.



STEP 5 : Mark the intersecting point as C and join C, A to get the required Δ ABC.

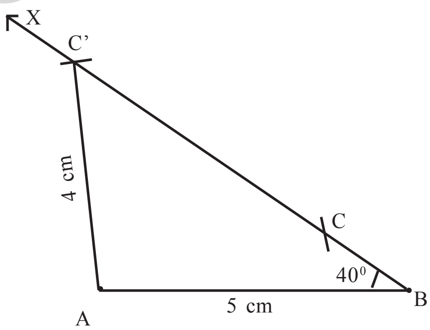


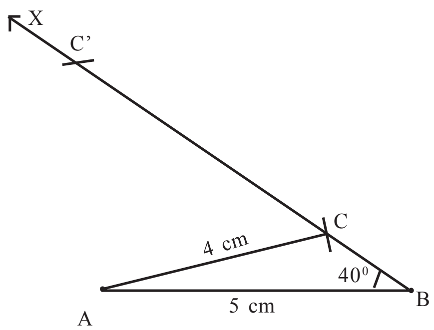
Can you cut the ray $\overrightarrow{BX}$ at any other point? You will see that as $\angle$B is acute, the arc from A of radius 4 cm cuts the ray $\overrightarrow{BX}$ twice.



Let the intersecting points be named as C and C^1.

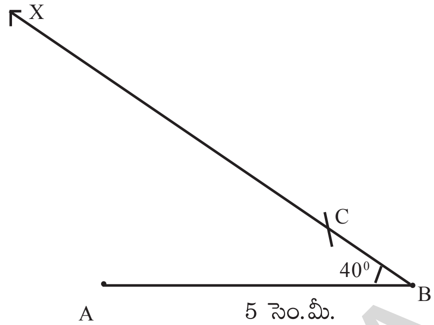
If we join C and A, we get one triangle and if we join C^1 and A, then we get other triangle. So we may have two triangles as given below:

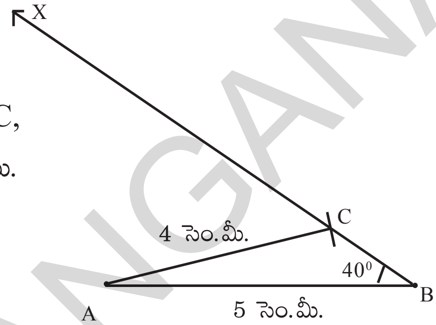




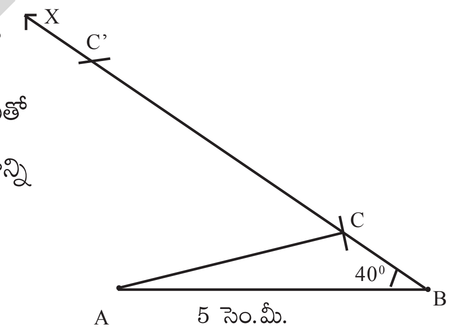
SCERT, TELANGANA

సోపానము 4 : బిందువు A కేంద్రముగా 4 సెం.మీ. వ్యాసార్థముతో కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను ఖండించునట్లు చాపరేఖను గీయాలి.





సోపానము 5 : ఖండన బిందువుకు C అని పేరు పెట్టాలి. బిందువులు, C, A లను కలుపుము. Δ ABC మనకు కావలసిన త్రిభుజము.

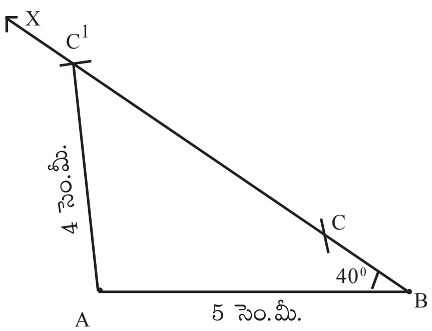


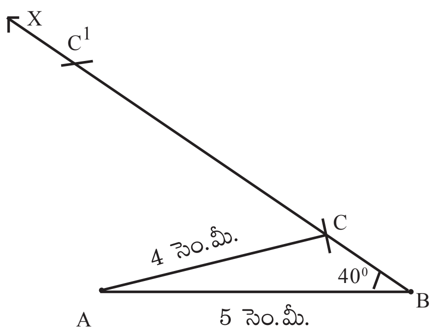
కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను వేరొక బిందువు వద్ద ఖండించడం సాధ్యపడుతుందా?

కోణము $\angle B$ అల్పకోణము కావున 'A' కేంద్రముగా 4 సెం.మీ. వ్యాసార్థముతో గీసిన చాపరేఖ, కిరణము $\overrightarrow{BX}$ ను రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించడాన్ని మనము గమనించవచ్చు.

ఖండన బిందువులకు C, C^1 అని పేరు పెట్టాలి.

బిందువులు, C, A ను కలిపినపుడు ఒక త్రిభుజము, బిందువులు C^1, A లను కలిపినపుడు మరో త్రిభుజము ఏర్పడతాయి. యీ విధంగా రెండు త్రిభుజాలు ఏర్పడడాన్ని మనం గమనించవచ్చు.





SCERT, TELANGANA

Try This

Construct a triangle with two sides of length of your choice and the non-included angle as an obtuse angle. Can you draw two triangles in this solution?

Exercise - 5

1. Construct Δ ABC in which AB = 4.5 cm, AC = 4.5 cm and $\angle$B = 50°. Check whether you get two triangles.
2. Construct Δ XYZ such that XY = 4.5 cm, XZ = 3.5 cm and $\angle$Y = 70°. Check whether you get two triangles.
3. Construct Δ ANR with the sides AN and AR of lengths 5 cm and 6 cm respectively and $\angle$N is 100°. Check whether you get two triangles.
4. Construct Δ PQR in which QR = 5.5 cm, QP = 5.5 cm and $\angle$Q = 60°. Measure RP. What kind of triangle is this?
5. Construct the triangles with the measurement given in the following table.

Triangle	Measurements
Δ ABC	BC = 6.5 cm, CA = 6.3 cm, AB = 4.8 cm.
Δ PQR	PQ = 8 cm, QR = 7.5 cm, $\angle$PQR = 85°
Δ XYZ	XY = 6.2 cm, $\angle$Y = 130°, $\angle$Z = 70°
Δ ABC	AB = 4.8 cm, AC = 4.8 cm, $\angle$B = 35°
Δ MNP	$\angle$N = 90°, MP = 11.4 cm., MN = 7.3 cm.
Δ RKS	RK = KS = SR = 6.6 cm.
Δ PTR	$\angle$P = 65°, PT = PR = 5.7 cm.

Looking Back

To construct a triangle, three independent measurements are required.

A triangle can be constructed when.

(i) The three sides of the triangle are given.

(ii) Two sides and the angle included between them is given.

(iii) Two angles and their included side is given.

(iv) The hypotenuse and one adjacent side of a right angle triangle are given.

(v) Two sides and the not included angle are given.

F2Q3Y7

SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

నీకు నచ్చిన కొలతలతో రెండు భుజాలు మరియు వాని మధ్య లేని అధిక కోణంతో ఒక త్రిభుజాన్ని నిర్మించగలరా? ఈ సందర్భములో కూడా రెండు త్రిభుజాలను నిర్మించగలమా?

అభ్యాసం - 5

1. $AB = 4.5$ సెం.మీ., $AC = 4.5$ సెం.మీ. మరియు కోణము $\angle B = 50^\circ$ కొలతలతో ΔABC ని నిర్మించుము. రెండు త్రిభుజాలను ఏర్పరచగలిగారా.

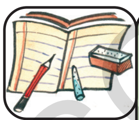
2. $XY = 4.5$ సెం.మీ. $XZ = 3.5$ సెం.మీ. మరియు $\angle Y = 70^\circ$. కొలతలతో ΔXYZ ను నిర్మించుము. రెండు త్రిభుజాలను ఏర్పరచగలిగారా.

3. భుజములు AN, AR ల కొలతలు వరుసగా 5 సెం.మీ. మరియు 6 సెం.మీ. కోణము $\angle N = 100^0$ కొలతలతో ANR ను నిర్మించుము. రెండు త్రిభుజాలను ఏర్పరచగలిగారా.

4. $QR = 5.5$ సెం.మీ. $QP = 5.5$ సెం.మీ. మరియు కోణము $\angle Q = 60^\circ$ కొలతలతో ΔQPR ను నిర్మించుము. భుజము RP పొడవును కొలుచుము. ఇది ఏ రకమైన త్రిభుజము.

5 క్రింది పట్టికలో యిచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజములను నిర్మించుము.

త్రిభుజము	కొలతలు
ΔABC	$BC = 6.5$ సెం.మీ. $CA = 6.3$ సెం.మీ., $AB = 4.8$ సెం.మీ.
ΔPQR	$PQ = 8$ సెం.మీ., $QR = 7.5$ సెం.మీ., $\angle PQR = 85^\circ$
ΔXYZ	$XY = 6.2$ సెం.మీ., $\angle Y = 130^\circ$, $\angle Z = 70^\circ$
ΔABC	$AB = 4.8$ సెం.మీ., $AC = 4.8$ సెం.మీ. $\angle B = 35^\circ$
ΔMNP	$\angle N = 90^\circ$, $MP = 11.4$ సెం.మీ., $MN = 7.3$ సెం.మీ.
ΔRKS	$RK = KS = SR = 6.6$ సెం.మీ.
ΔPTR	$\angle P = 65^\circ$, $PT = PR = 5.7$ సెం.మీ.



మనం నేర్చుకున్నవి

ఒక త్రిభుజమును నిర్మించడానికి 3 స్వతంత్ర కొలతలు కావాలి.

i) మూడు భుజాల కొలతలు

ii) రెండు భుజాల కొలతలు మరియు వాటి మధ్య కోణం కొలత ఇచ్చినపుడు

iii) రెండు కోణాలు మరియు వాటి మధ్య భుజం కొలతలు ఇచ్చినపుడు

iv) ఒక లంబ కోణ త్రిభుజంలో కర్ణం మరియు ఒక భుజం కొలత ఇచ్చినపుడు

v) రెండు భుజాల కొలతలు మరియు వాటి మధ్యలో లేని కోణం కొలత ఇచ్చినపుడు

త్రిభుజములను నిర్మించవచ్చును.

N9D9J5

SCERT TELANGANA

ALGEBRAIC EXPRESSIONS 10

T2W6N6

10.0 Introduction

In class VI you had already learnt that variables can take on different values and the value of constants is fixed. You had also learnt how to represent variables and constants using letters like x, y, z, a, b , p, m etc. You also came across simple algebraic expressions like $2x - 3$ and so on. You had also seen how these expressions are usefull in formulating and solving problems.

In this chapter, you will learn more about algebraic expressions and their addition and subtraction. However, before doing this we will get acquainted to words like 'terms', 'like terms','unlike terms' and 'coefficients'.

Let us first review what you had learnt in class VI, Algebra.

Exercise - 1

1. Find the rule which gives the number of matchsticks required to make the following patterns-

   (i) HHHH.... (ii) VVVV........

2. Given below is a pattern made from coloured tiles and white tiles.

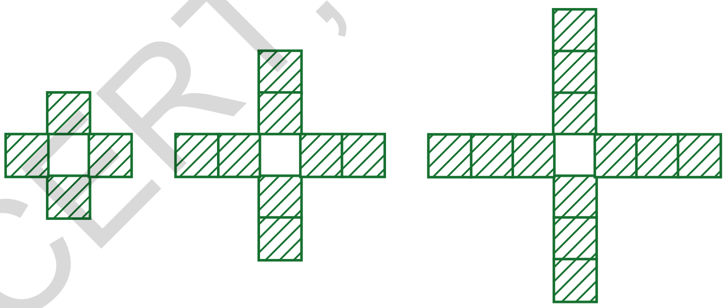


Figure 1 Figure 2 Figure 3

   (i) Draw the next two figures in the pattern above.

   (ii) Fill the table given below and express the pattern in the form of an algebraic expression.

Figure Number	1	2	3	4	5
Number of coloured tiles	4				

SCERT, TELANGANA

బీజీయ సమాసాలు

Z6R9E1

10

10.0 పరిచయం

చరరాశి విలువ మారుతూ ఉంటుందని, స్థిరరాశి విలువ మారదని మీరు 6 వ తరగతిలో తెలుసుకున్నారు. అదేవిధంగా x, y, z, a, b , p, m లాంటి అక్షరాలనుపయోగించి చరరాశులను ఎలా సూచిస్తారో తెలుసుకున్నారు. ఇంకా $2x - 3$ లాంటి సరళమైన బీజీయ సమాసాలను గురించి నేర్చుకున్నారు. ఈ బీజీయ సమాసాలు సూత్రాల తయారీలోనూ మరియు సమస్య సాధనలోనూ ఏ విధంగా ఉపయోగపడతాయో తెలుసుకున్నారు.

ఈ అధ్యాయంలో మీరు బీజీయ సమాసాల గురించి వాటి కూడిక మరియు తీసివేతల గురించి మరింత వివరంగా నేర్చుకొంటారు. ముందుగా మనం “సజాతి పదాలు”, “విజాతి పదాలు” మరియు “గుణకాల”ను గురించి తెలుసుకొందాం.

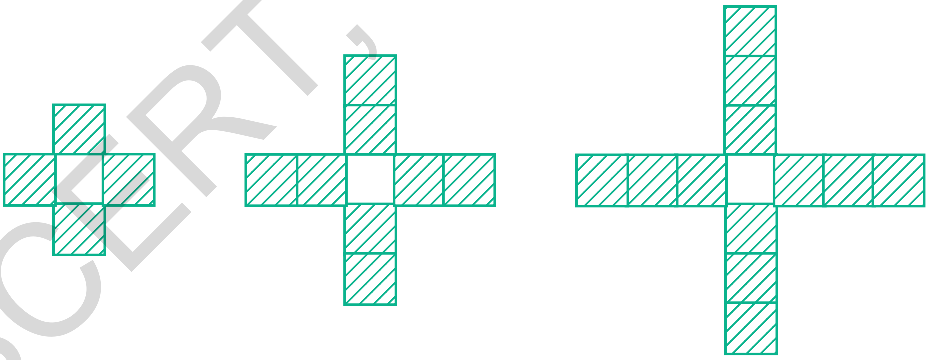
ముందుగా 6 తరగతి బీజగణితంలో మనం నేర్చుకున్న విషయాలను ఒకసారి గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.

అభ్యాసం - 1

1. కింది అమరికలలో ఉపయోగించే అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను సూచించే సూత్రాన్ని రాయండి.

   (i) HHHH.... (ii) VVVV........

2. ఈ కింది అమరికలు రంగుల టైల్స్ మరియు తెలుపు రంగు టైల్స్ ఉపయోగించి తయారు చేయబడ్డాయి.



పటం 1 పటం 2 పటం 3

   (i) పై అమరికలో తరువాత వచ్చే రెండు చిత్రాలను గీయండి.

   (ii) కింది పట్టికలోని ఖాళీ గడులను పూరించి ఆ అమరికను బీజీయసమాసాల రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

పటం సంఖ్య	1	2	3	4	5
రంగుల టైల్స్ సంఖ్య	4				

SCERT, TELANGANA

(iii) Fill the table given below and express the pattern in the form of an algebraic expression.

Figure Number	1	2	3	4	5
Number of total tiles	5				

3. Write the following statements using variables, constants and arithmetic operations.

(i) 6 more than p

(ii) 'x' is reduced by 4

(iii) 8 subtracted from y

(iv) q multiplied by '-5'

(v) y divided by 4

(vi) One-fourth of the product of 'p' and 'q'

(vii) 5 added to the three times of 'z'

(viii) x multiplied by 5 and added to '10'

(ix) 5 subtracted from two times of 'y'

(x) y multiplied by 10 and added to 13

4. Write the following expressions in statements.

(i) $x + 3$ (ii) $y - 7$ (iii) $10l$

(iv) $\frac{x}{5}$ (v) $3m + 11$ (vi) $2y - 5$

5. Some situations are given below. State the number in situations is a variable or constant?

Example : Our age - its value keeps on changing so it is an example of a variable quantity.

(i) The number of days in the month of January

(ii) The temperature of a day

(iii) Length of your classroom

(iv) Height of the growing plant

SCERT, TELANGANA

(iii) కింది పట్టికలోని ఖాళీగడులను పూరించి ఆ అమరికను బీజీయ సమాస రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

పటం సంఖ్య	1	2	3	4	5
మొత్తం టైల్‌ల సంఖ్య	5				

3. చరరాశి, స్థిరాంకం మరియు అంకగణిత పరిక్రియలను ఉపయోగించి ఈ కింది వాక్య రూపాలను బీజీయ రూపంలో రాయండి.

(i) p కంటే 6 ఎక్కువ

(ii) 'x' విలువను 4 తగ్గించిన

(iii) y నుంచి 8 తీసివేయబడింది.

(iv) q అనునది '-5' చే గుణించబడినది.

(v) y అనునది 4 చే భాగించబడినది.

(vi) 'p', 'q' ల లబ్ధంలో 4 వ భాగము.

(vii) 'z' యొక్క 3 రెట్లకు 5 కలపబడింది.

(viii) x ను 5 చే గుణించి '10' కి కలపబడింది.

(ix) 'y' రెట్టింపునకు నుండి 5ను తీసివేయబడింది.

(x) y ను 10 చే గుణించి 13 తో సంకలనము చేయబడింది.

4. కింది బీజీయ రూపాలను వాక్యరూపంలో రాయండి.

(i) $x + 3$ (ii) $y - 7$ (iii) $10l$

(iv) $\frac{x}{5}$ (v) $3m + 11$ (vi) $2y - 5$

5. కింద కొన్ని సందర్భాలు ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ సందర్భాలలోని సంఖ్య స్థిరరాశి అవుతుందా? చరరాశి అవుతుందా? తెలపండి.

ఉదాహరణ : "మన వయస్సు నిరంతరం మారుతూ ఉంటుంది" ఇందులో వయస్సు ఒక చరరాశిని సూచిస్తుంది.

(i) జనవరి నెలలోని దినాల సంఖ్య

(ii) ఒక రోజులో ఉష్ణోగ్రత

(iii) మీ తరగతి గది పొడవు.

(iv) పెరుగుతున్న మొక్క ఎత్తు

SCERT, TELANGANA

10.1 Algebraic Term and Numeric term

Consider the expression $2x + 9$.

Here 'x' is multiplied by 2 and then 9 is added to it. **Both '$2x$' and '9' are terms in the expression $2x + 9$.** Moreover $2x$ is called algebraic term and 9 is called numeric term.

Consider another expression $3x^2 - 11y$.

$3x^2$ is formed by multiplying 3, x and x. $11y$ is the product of 11 and y. $11y$ is then subtracted from $3x^2$ to get the expression $3x^2 - 11y$. **In the expression $3x^2 - 11y$, $3x^2$ is one term and $11y$ is the other term.**

> When we multiply x with x we can write this as x^2. This is similar to writing 4 multiplied by 4 as 4^2. Similarly when we multiply x three times i.e., $x \times x \times x$ we can write this as x^3. This is similar to writing $6\times6\times6$ as 6^3.

Do This

In the expressions given below identify and write all the terms.

(i) $5x^2 + 3y + 7$ (ii) $5x^2y + 3$ (iii) $3x^2y$

(iv) $5x - 7$ (v) $5x + 8 - 2(-y)$ (vi) $7x^2 - 2x$

10.1.1 Like and unlike terms

Let us observe the following examples.

(i) $5x$ and $8x$ (ii) $7a^2$ and $14a^2$

(iii) $3xy$ and $4xy$ (iv) $3xy^2$ and $4x^2y$

In the first example, both terms contain the same variable i.e. x and the exponent of the variable is also the same i.e. 1

In the second example, both terms contain the same variable i.e. a and the exponent of the variable is also the same i.e. 2

In the third example, both terms contain the same variables i.e. x and y and the exponent of variable x is 1 and the exponent of variable y is 1.

In the fourth example, both terms contain the same variables x and y. However, their exponents are not the same. In the first term, the exponent of x is 1 and in the second it is 2. Similarly, in the first term the exponent of y is 2 and in the second term it is 1.

The first three pairs of terms are examples of 'like terms' while the fourth is a pair of 'unlike terms'.

Like terms are terms which contain the same variables with the same exponents.

SCERT, TELANGANA

10.1 బీజీయ పదము, సంఖ్యాపదం

$2x + 9$ అనే బీజీయ రూపాన్ని పరిశీలిద్దాం.

ఇక్కడ 'x' అనునది 2 చే గుణించబడిన తరువాత 9 కలుపబడింది. **'$2x$' మరియు '9' లను $2x + 9$ లో పదాలు అని అంటాం.** $2x$ ను బీజీయ పదం అని, 9 ని సంఖ్యా పదం అని అంటాం.

$3x^2 - 11y$ అను బీజీయ రూపాన్ని పరిశీలించండి.

$3x^2$ అనునది $3, x, x$ ల లబ్ధం. $11y$ అనునది $11, y$ ల లబ్ధము. $11y$ ని $3x^2$ నుండి తీసివేసిన $3x^2 - 11y$ బీజీయరూపం లభిస్తుంది. $3x^2 - 11y$ లో $3x^2$ ఒక పదం మరియు $11y$ మరొక పదం.

> 4 ను 4 తో గుణించినపుడు 4^2 అని ఎలా రాస్తామో, అలాగే x ను x తో గుణించినపుడు x^2 అని రాయవచ్చును. అదేవిధంగా $6 \times 6 \times 6$ ను 6^3 అని ఎలా రాస్తామో $x \times x \times x$ ను x^3 గా రాయవచ్చును.

ఇవి చేయండి

కింది బీజీయ సమాసాలలో గల అన్ని పదాలను గుర్తించి రాయండి.

(i) $5x^2 + 3y + 7$ (ii) $5x^2y + 3$ (iii) $3x^2y$

(iv) $5x - 7$ (v) $5x + 8 - 2(-y)$ (vi) $7x^2 - 2x$

10.1.1 సజాతి మరియు విజాతి పదాలు

క్రింది ఉదాహరణలను గమనిద్దాం.

(i) $5x$ మరియు $8x$ (ii) $7a^2$ మరియు $14a^2$

(iii) $3xy$ మరియు $4xy$ (iv) $3xy^2$ మరియు $4x^2y$

మొదటి ఉదాహరణలలో రెండు పదాలు ఒకే చరరాశి x ను కలిగివున్నవి మరియు చరరాశి ఘాతాంకం 1.

రెండవ ఉదాహరణలో రెండు పదాలు ఒకే చరరాశి a ను కలిగివున్నవి. రెండు చరరాశుల ఘాతాంకం సమానం అంటే 2 గా వుంది.

మూడవ ఉదాహరణలో రెండు పదాలు ఒకే చరరాశులు x, y లను కలిగి వున్నవి. రెండు పదాలలో చరరాశి x ఘాతాంకం 1 మరియు, చరరాశి y ఘాతాంకం 1.

నాలుగవ ఉదాహరణలో రెండు పదాలు ఒకే చరరాశులు x, y లను కలిగిఉన్నాయి. కాని వాటి ఘాతాంకాలు సమానంగా లేవు. మొదటి పదంలో x ఘాతాంకం 1 మరియు రెండవపదంలో x ఘాతాంకం 2. అదే విధంగా మొదటి, రెండు పదాలలో y ఘాతాంకాలు వరుసగా 2, 1.

ఈ ఉదాహరణలలో మొదటి మూడు ఉదాహరణలలోని జతలు సజాతి పదాలు కాని నాలుగవ ఉదాహరణలోని జత విజాతి పదాలు.

ఒకే చరరాశులను కలిగి వాటి ఘాతాంకాలు సమానంగా ఉన్న పదాలను 'సజాతి పదాలు' అంటారు.

SCERT, TELANGANA

Do This

1. Group the like terms together.

   $12x$, 12, $25x$, -25, $25y$, 1, x, $12y$, y, $25xy$, $5x^2y$, $7xy^2$, $2xy$, $3xy^2$, $4x^2y$

2. State true or false and give reasons for your answer.

   (i) $7x^2$ and $2x$ are unlike terms

   (ii) pq^2 and $-4pq^2$ are like terms

   (iii) xy, $-12x^2y$ and $5xy^2$ are like terms

10.2 Coefficient

In 9 xy ;	'9' is the coefficient of 'xy' as	$9\,(xy) = 9xy$
	'x' is the coefficient of '$9y$' as	$x\,(9y) = 9xy$
	'y' is the coefficient of '$9x$' as	$y\,(9x) = 9xy$
	'$9x$' is the coefficient of 'y' as	$9x\,(y) = 9xy$
	$9y$ is the coefficient of 'x' as	$9y\,(x) = 9xy$
	xy is the coefficient of '9' as	$xy\,(9) = 9xy$

Since 9 has a numerical value it is called a numerical coefficient. x, y and xy are literal coefficients because they are variables.

Similarly in '$-5x$', '-5' is the numerical coefficient and 'x' is the literal coefficient.

Try This

(i) What is the numerical coefficient of 'x'?

(ii) What is the numerical coefficient of '$-y$'?

(iii) What is the literal coefficient of '$-3z$'?

(iv) Is a numerical coefficient a constant?

(v) Is a literal coefficient always a variable?

10.3 Expressions

An expression is a single term or a combination of terms connected by the symbols '+' (plus) or '–' (minus).

For example : $6x + 3y$, $3x^2 + 2x + y$, $10y^3 + 7y + 3$, $9a + 5$, $5a + 7b$, $9xy$, $5 + 7 - 2x$, $9 + 3 - 2$

Note: multiplication '×' and division '÷' do not separate terms. For example $2x \times 3y$ and $\frac{2x}{3y}$ are single terms.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. సజాతి పదాలన్నింటిని ఒక సమూహంగా రాయండి.

   $12x$, 12, $25x$, -25, $25y$, 1, x, $12y$, y, $25xy$, $5x^2y$, $7xy^2$, $2xy$, $3xy^2$, $4x^2y$

2. సత్యమా? అసత్యమా? కారణాలు తెలపండి.

   (i) $7x^2$ మరియు $2x$ లు విజాతి పదాలు

   (ii) pq^2 మరియు $-4pq^2$ లు సజాతి పదాలు

   (iii) xy, $-12x^2y$ మరియు $5xy^2$ లు సజాతి పదాలు

10.2 గుణకము

9 xy లో,

'9' అనునది 'xy' యొక్క గుణకం ఎందుకంటే $9(xy) = 9xy$

'x' అనునది '$9y$' యొక్క గుణకం ఎందుకంటే $x(9y) = 9xy$

'y' అనునది '$9x$' యొక్క గుణకం ఎందుకంటే $y(9x) = 9xy$

'$9x$' అనునది 'y' యొక్క గుణకం ఎందుకంటే $9x(y) = 9xy$

$9y$ అనునది 'x' యొక్క గుణకం ఎందుకంటే $9y(x) = 9xy$

xy అనునది '9' యొక్క గుణకం ఎందుకంటే $xy(9) = 9xy$

9 అనునది ఒక సంఖ్య కావున 9 ని సంఖ్యాగుణకం అని అంటారు. x, y మరియు xy లు చరరాశులు కావున వాటిని బీజీయ గుణకాలు అని అంటారు.

అదే విధంగా '$-5x$', లో '-5' సంఖ్యాగుణకం, 'x' బీజీయ గుణకం

ప్రయత్నించండి

(i) 'x' లో సంఖ్యాగుణకము ఎంత?

(ii) '$-y$' లో సంఖ్యాగుణకము ఎంత?

(iii) '$-3z$' లో బీజీయగుణకం ఎంత?

(iv) సంఖ్యాగుణకం ఒక స్థిరాంకమేనా?

(v) బీజీయ గుణకం ఎల్లప్పుడూ చరరాశియేనా?

10.3 సమాసములు

'+' (ప్లస్) లేక '–' (మైనస్) గుర్తులచే కలపబడిన ఒకటి లేదా అంతకంటే ఎక్కువ పదాల కలయికనే సమాసము అని అంటారు.

ఉదాహరణ : $6x + 3y$, $3x^2 + 2x + y$, $10y^3 + 7y + 3$, $9a + 5$, $5a + 7b$, $9xy$, $5+7-2x$, $9+3-2$

గమనిక : గుణకారం (×), భాగహారం (÷) లు పదాలను వేరుచేసి చూపలేవు. ఉదాహరణకు $2x \times 3y$ మరియు $\frac{2x}{3y}$ లు ఒకొక్క పదాలే.

SCERT, TELANGANA

Do This

1. How many terms are there in each of the following expressions?

(i) $x + y$ (ii) $11x - 3y - 5$ (iii) $6x^2 + 5x - 4$

(iv) $x^2z + 3$ (v) $5x^2y$ (vi) $x + 3 + y$

(vii) $x - \frac{11}{3}$ (viii) $\frac{3x}{7y}$ (ix) $2z - y$ (x) $3x + 5$

10.3.1 Numerical expressions and algebraic expressions

Consider the following examples.

(i) $1 + 2 - 9$ (ii) $-3 - 5$ (iii) $x - \frac{11}{3}$ (iv) $4y$

(v) $9 + (6-5)$ (vi) $3x + 5$ (vii) $(17-5) + 4$ (viii) $2x - y$

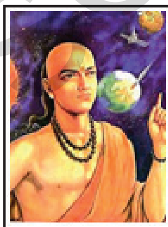
Do you find any algebraic terms in the examples (i), (ii), (v) and (vii)?

If every term of an expression is a constant term, then the expression is called numerical expression. If an expression has at least one algebraic term, then the expression is called an algebraic expression.

Which are the algebraic expressions in the above examples?

Try This

Write any 3 algebraic expressions with 3 terms each.



Aryabhata (India)

475 - 550 AD

He wrote an astronomical treatise, Aryabhatiyam (499AD). He was the first Indian mathematician who used algebraic expressions. India's first satellite was named Aryabhata.

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. కింది ప్రతి సమాసాలలో ఎన్ని పదాలున్నాయి?

(i) $x + y$ (ii) $11x - 3y - 5$ (iii) $6x^2 + 5x - 4$

(iv) $x^2z + 3$ (v) $5x^2y$ (vi) $x + 3 + y$

(vii) $x - \frac{11}{3}$ (viii) $\frac{3x}{7y}$ (ix) $2z - y$ (x) $3x + 5$

10.3.1 సంఖ్యా సమాసాలు మరియు బీజీయ సమాసాలు

కింది ఉదాహరణలను పరిగణించండి.

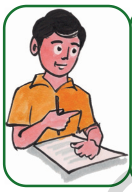
(i) $1 + 2 - 9$ (ii) $-3 - 5$ (iii) $x - \frac{11}{3}$ (iv) $4y$

(v) $9 + (6-5)$ (vi) $3x + 5$ (vii) $(17-5) + 4$ (viii) $2x - y$

(i), (ii), (v) మరియు (vii) ఉదాహరణలలో ఏవయినా బీజీయ పదాలను గమనించారా?

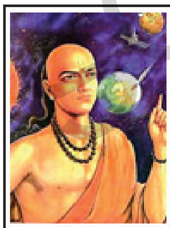
ఒక సమాసంలోని ప్రతి పదం స్థిరాంకం అయితే ఆ సమాసాన్ని సంఖ్యా సమాసము అని అంటారు. ఒక సమాసంలో కనీసం ఒక పదమైనా బీజీయ పదం అయితే ఆ సమాసాన్ని బీజీయ సమాసము అని అంటారు.

పై ఉదాహరణలలో బీజీయ సమాసాలేవి?



ప్రయత్నించండి

మూడు పదాలను కలిగివున్న ఏవైనా మూడు బీజీయ సమాసాలు వ్రాయండి.



ఆర్యభట్ట (భారతదేశం)

475 - 550 AD

ఖగోళ శాస్త్రానికి సంబంధించిన 'ఆర్యభట్టీయం' (499 AD) అనే ఉద్గ్రంథాన్ని రచించాడు. బీజీయ సమాసాలను ఉపయోగించిన మొట్టమొదటి భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు. ఆయన విశేష కృషికి గుర్తింపుగా తొలి భారత ఉపగ్రహానికి 'ఆర్యభట్ట'గా నామకరణం చేయబడింది.

CERT TELANGANA

10.3.2 Types of algebraic expressions

Algebraic expressions are named according to the number of terms present in them.

Number of terms	Name of the Expression	Examples
One term	Monomial	(a) x (b) $7xyz$ (c) $3x^2y$ (d) qz^2
Two unlike terms	Binomial	(a) $a + 4x$ (b) $x^2 + 2y$ (c) $3x^2 - y^2$
Three unlike terms	Trinomial	(a) $ax^2 + 4x + 2$ (b) $7x^2 + 9y^2 + 10z^3$
More than one unlike terms	Multinomial	(a) $4x^2 + 2xy + cx + d$ (b) $9p^2 - 11q + 19r + t$

Note: Binomial, trinomials are also multinomial algebraic expressions.

Do This

1. Give two examples for each type of algebraic expression.
2. Identify the expressions given below as monomial, binomial, trinomial and multinomial.

   (i) $5x^2 + y + 6$ (ii) $3xy$

   (iii) $5x^2y + 6x$ (iv) $a + 4x - xy + xyz$

10.4 Degree of algebraic expressions

Before discussing the degree of algebraic expressions let us understand what we mean by the degree of a monomial.

10.4.1 Degree of a monomial

Consider the term $9x^2y^2$

1. What is the exponent of 'x' in the above term?
2. What is the exponent of 'y' in the above term?
3. What is the sum of these two exponents?

The sum of all exponents of the variables present in a monomial is called the degree of the term or degree of the monomial.

SCERT, TELANGANA

10.3.2 బీజీయ సమాసాల రకాలు

బీజీయ సమాసంలోని పదాల సంఖ్యను బట్టి వాటిని వేరువేరు పేర్లతో పిలుస్తాం.

పదాల సంఖ్య	బీజీయ సమాసం పేరు	ఉదాహరణలు
ఒకే పదం	ఏక పది (ఏకపద బీజీయ సమాసం)	(a) x (b) $7xyz$ (c) $3x^2y$ (d) qz^2
రెండు విజాతి పదాలు	ద్విపది	(a) $a + 4x$ (b) $x^2 + 2y$ (c) $3x^2 - y^2$
మూడు విజాతి పదాలు	త్రిపది	(a) $ax^2 + 4x + 2$ (b) $7x^2 + 9y^2 + 10z^3$
ఒకటి కంటే ఎక్కువ విజాతి పదాలు	బహుళపది	(a) $4x^2 + 2xy + cx + d$ (b) $9p^2 - 11q + 19r + t$

గమనిక: ద్విపదులు, త్రిపదులను బహుళ పదులు అని కూడా అంటారు.

ఇవి చేయండి

1. వివిధ రకాల బీజీయ సమాసాలకు రెండేసి ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.
2. కింద ఇవ్వబడిన సమాసాలలో ఏవి ఏకపది, ద్విపది, త్రిపది, బహుళపదులు అవుతాయో గుర్తించండి.

(i) $5x^2 + y + 6$ (ii) $3xy$

(iii) $5x^2y + 6x$ (iv) $a + 4x - xy + xyz$

10.4 బీజీయ సమాసం యొక్క పరిమాణం

బీజీయ సమాసం యొక్క పరిమాణం గురించి తెలుసుకోవడానికి ముందు ఏకపది యొక్క పరిమాణం అంటే ఏమిటో చర్చిద్దాం.

10.4.1 ఏకపది పరిమాణం

$9x^2y^2$ బీజీయ పదాన్ని పరిగణించండి.

1. పై పదంలోని 'x' యొక్క ఘాతాంకం ఎంత?
2. పై పదంలోని 'y' యొక్క ఘాతాంకం ఎంత?
3. ఈ రెండింటి ఘాతాంకాల మొత్తం ఎంత?

ఒక పదంలోని చరరాశుల ఘాతాంకాల మొత్తాన్ని ఆ పదం యొక్క పరిమాణం లేదా ఏకపది పరిమాణం అని అంటారు.

SCERT, TELANGANA

Observe the following table.

S. No.	Monomial	Exponents			Degree of the monomial
		x	y	z	
1	x	1	-	-	1
2	$7x^2$	2	-	-	2
3	-3xyz	1	1	1	1 + 1 + 1 = 3
4	$8y^2z^2$	-	2	2	2 + 2 = 4

10.4.2 Degree of constant terms

Let us discuss the degree of the constant term 5.

Since $x^o = 1$, we can write 5 as $5x^o$ as the exponent of the variable is '0'.

Degree of constant term is zero.

10.4.3 Degree of algebraic expressions

Observe the following table.

S. No.	Algebraic Expression	Degree of each term				Highest Degree
		First term	Second term	Third term	Fourth term	
1.	$7xy^2$	3	-	-	-	3
2	$3y - x^2y^2$	1	4	-	-	4
3	$4x^2 + 3xyz + y$	2	3	1	-	3
4	$pq - 6p^2q^2 - p^2q + 9$	2	4	3	0	4

In the second example the highest degree of one of the terms is 4. Therefore, the degree of the expression is 4. Similarly, the degree of the third expression is 3 and the degree of the fourth expression is 4.

The highest of the degrees of all the terms of an expression is called the degree of the expression.

SCERT, TELANGANA

కింది పట్టికను గమనించండి.

క్ర. సం.	ఏకపది	ఘాతాంకాలు			ఏకపది పరిమాణము
		x	y	z	
1	x	1	-	-	1
2	$7x^2$	2	-	-	2
3	-3xyz	1	1	1	1 + 1 + 1 = 3
4	$8y^2z^2$	-	2	2	2 + 2 = 4

10.4.2 స్థిరరాశుల పరిమాణం

5 అనే స్థిరాంకం యొక్క పరిమాణం గురించి ఇప్పుడు చర్చిద్దాం.

$x^0 = 1$, కాబట్టి 5 ను $5x^0$ గావ్రాయవచ్చు.

చరరాశి యొక్క ఘాతాంకం '0' కావున 5 యొక్క పరిమాణం '0'.

ప్రతి స్థిరసంఖ్యయొక్క పరిమాణం సున్నా.

10.4.3 బీజీయ సమాసము యొక్క పరిమాణం

కింది పట్టికను గమనించండి.

క్ర. సం.	బీజీయ సమాసం	ప్రతి పదం యొక్క పరిమాణం				గరిష్ఠ పరిమాణం
		మొదటి పదం	రెండవ పదం	మూడవ పదం	నాలుగవ పదం	
1.	$7xy^2$	3	-	-	-	3
2	$3y - x^2y^2$	1	4	-	-	4
3	$4x^2 + 3xyz + y$	2	3	1	-	3
4	$pq - 6p^2q^2 - p^2q + 9$	2	4	3	0	4

రెండవ ఉదాహరణలో ఒక పదం యొక్క గరిష్ఠ పరిమాణం 4. కాబట్టి ఆ బీజీయ సమాసం పరిమాణం 4. అదేవిధంగా మూడవ ఉదాహరణ పరిమాణం 3, నాలగవ ఉదాహరణ పరిమాణం 4 అని గమనించవచ్చు.

ఒక బీజీయ సమాసంలోని అన్నిపదాల పరిమాణాలలో గరిష్ఠమయిన దానిని ఆ బీజీయ సమాస పరిమాణం అంటారు.

SCERT, TELANGANA

Exercise 2

1. Identify and write the like terms in each of the following groups.

(i) $a^2, b^2, -2a^2, c^2, 4a$ (ii) $3a, 4xy, -yz, 2zy$

(iii) $-2xy^2, x^2y, 5y^2x, x^2z$ (iv) $7p, 8pq, -5pq, -2p, 3p$

2. State whether the following are numerical expressions or algebraic expressions.

(i) $x + 1$ (ii) $3m^2$ (iii) $-30 + 16$

(iv) $4p^2-5q^2$ (v) 96 (vi) x^2-5yz

(vii) $215x^2yz$ (viii) $95 \div 5 \times 2$ (ix) $2 + m + n$

(x) $310 + 15 + 62$ (xi) $11a^2+6b^2-5$

3. Identify monomial or binomial or trinomial from the following multinomials and write them.

(i) y^2 (ii) $4y - 7z$ (iii) $1 + x + x^2$

(iv) $7mn$ (v) $a^2 + b^2$ (vi) 100 xyz

(vii) $ax + 9$ (viii) $p^2 - 3pq + r$ (ix) $3y^2 - x^2 y^2 + 4x$

(x) $7x^2 - 2xy + 9y^2 - 11$

4. What is the degree of each of the monomials.

(i) $7y$ (ii) $-xy^2$ (iii) xy^2z^2

(iv) $-11y^2z^2$ (v) $3mn$ (vi) $-5pq^2$

5. Find the degree of each algebraic expression.

(i) $3x-15$ (ii) $xy + yz$ (iii) $2y^2z + 9yz - 7z - 11x^2y^2$

(iv) $2y^2z + 10yz$ (v) $pq + p^2q - p^2q^2$ (vi) $ax^2 + bx + c$

6. Write any two Algebraic expressions with the same degree.

10.5 Addition and subtraction of like terms

Observe the following problems.

1. Number of pencils with Vinay is equal to 4 times the pencils with Siddu. What is the total number of pencils both have together?

2. Tony and Basha went to a store. Tony bought 7 books and Basha bought 2 books. All the books are of same cost. How much money did Tony spend more than Basha?

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 2

1. కింది వానిలో ప్రతి దానిలో గల సజాతి పదాలను గుర్తించి సమూహాలుగా రాయండి.

   (i) $a^2, b^2, -2a^2, c^2, 4a$ (ii) $3a, 4xy, -yz, 2zy$

   (iii) $-2xy^2, x^2y, 5y^2x, x^2z$ (iv) $7p, 8pq, -5pq, -2p, 3p$

2. కింది సమాసాలు సంఖ్యాసమాసాలో, బీజీయ సమాసాలో గుర్తించి రాయండి.

   (i) $x + 1$ (ii) $3m^2$ (iii) $-30 + 16$

   (iv) $4p^2-5q^2$ (v) 96 (vi) x^2-5yz

   (vii) $215x^2yz$ (viii) $95 \div 5 \times 2$ (ix) $2 + m + n$

   (x) $310 + 15 + 62$ (xi) $11a^2+6b^2-5$

3. ఈ కింద ఇవ్వబడిన బహుళ పదులలో ఏవి ఏకపది, ద్విపది, త్రిపది అగునో గుర్తించి రాయండి.

   (i) y^2 (ii) $4y - 7z$ (iii) $1 + x + x^2$

   (iv) $7mn$ (v) $a^2 + b^2$ (vi) $100xyz$

   (vii) $ax + 9$ (viii) $p^2 - 3pq + r$ (ix) $3y^2 - x^2y^2 + 4x$

   (x) $7x^2 - 2xy + 9y^2 - 11$

4. కింది ప్రతి ఏకపది యొక్క పరిమాణం ఎంత?

   (i) $7y$ (ii) $-xy^2$ (iii) xy^2z^2

   (iv) $-11y^2z^2$ (v) $3mn$ (vi) $-5pq^2$

5. కింది బీజీయ సమాసాల పరిమాణం కనుగొనండి.

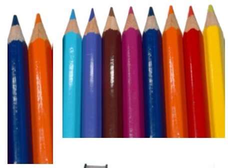
   (i) $3x-15$ (ii) $xy + yz$ (iii) $2y^2z + 9yz - 7z - 11x^2y^2$

   (iv) $2y^2z + 10yz$ (v) $pq + p^2q - p^2q^2$ (vi) $ax^2 + bx + c$

6. ఒకే పరిమాణం గల ఏవైనా రెండు బీజీయ సమాసాలను రాయండి.

10.5 సజాతి పదాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

కింది సమస్యలను పరిశీలించండి.



1. వినయ్ వద్ద సిద్ధూ వద్ద ఉన్న పెన్సిళ్ల కంటే నాలుగురెట్లు ఎక్కువ పెన్సిళ్లు ఉన్నాయి. ఇద్దరి వద్ద ఉన్న మొత్తం పెన్సిళ్ల సంఖ్య ఎంత?

2. టోని మరియు బాషాలు దుకాణానికి వెళ్ళారు. టోని 7 పుస్తకాలు కొన్నాడు మరియు బాషా 2 పుస్తకాలు కొన్నాడు. పుస్తకాలన్నీ ఒకే ధరవి అయితే టోని బాషాకంటే ఎంత ఎక్కువ డబ్బు చెల్లించాలి?

SCERT, TELANGANA

To find answers to such questions we have to know how to add and subtract like terms. Let us learn how to solve the following.

1. Number of pencils with Siddhu is not given in the problem, we shall take the number as 'x'.
   Vinay has 4 times of Siddu i.e., $4 \times x = 4x$
   To find the total number of pencils, we have to add x and $4x$
   Therefore, the total number of pencils $= x + 4x$
   $= (1 + 4)\, x$
   $= 5x$ (distributive law)

2. Since the cost of each book is not given, we shall take it as 'y'.
   Therefore, Tony spends $7 \times y =$ ₹$7y$
   Basha spends $2 \times y =$ ₹$2y$
   Therefore, the amount spent by Tony more than Basha $= 7y - 2y$
   $= (7-2)y$
   $=$ ₹ $5y$ (distributive law)

Thus, we can conclude that.

The sum of two or more like terms is a like term with a numerical coefficient equal to the sum of the numerical coefficients of all the like terms in addition.

The difference between two like terms is a like term with a numerical coefficient equal to the difference between the numerical coefficients of the two like terms.

Do This

1. Find the sum of the like terms.

   (i) $5x, 7x$ (ii) $7x^2y, -6x^2y$ (iii) $2m, 11m$
   (iv) $18ab, 5ab, 12ab$ (v) $3x^2, -7x^2, 8x^2$ (vi) $4m^2, 3m^2, -6m^2, m^2$
   (vii) $18pq, -15pq, 3pq$

2. Subtract the first term from the second term.

   (i) $2xy, 7xy$ (ii) $5a^2, 10a^2$ (iii) $12y, 3y$
   (iv) $6x^2y, 4x^2y$ (v) $6xy, -12xy$

10.5.1 Addition and subtraction of unlike terms

$3x$ and $4y$ are unlike terms. Their sum can be wirtten as $3x + 4y$.

However, 'x' and 'y' are different variables so we can not apply distributive law and thus cannot add them.

SCERT, TELANGANA

ఇలాంటి సమస్యలకు సమాధానం కావాలి అంటే మనం సజాతి పదాలు కూడటం మరియు తీసివేయడం ఎలా? అనునది తెలుసుకోవాలి.

ఇప్పుడు మనం క్రింది 1, 2 సమస్యలను ఎలా సాధించాలో నేర్చుకుందాం.

1. సిద్ధూ వద్ద ఎన్ని పెన్సిళ్ళు ఉన్నాయో సమస్యలో ఇవ్వలేదు. కాబట్టి పెన్సిల్‌ల సంఖ్య 'x' అనుకుందాం.

   వినయ్ వద్ద ఉన్న పెన్సిళ్ళు సిద్ధూ వద్దగల పెన్సిళ్ల సంఖ్యకు నాలుగురెట్లున్నాయి. కావున $4 \times x = 4x$

   ఇద్దరి వద్ద ఉన్న మొత్తం పెన్సిళ్ల సంఖ్య కావాలంటే x మరియు $4x$ ను కూడాలి.

   కావున మొత్తం పెన్సిళ్ల సంఖ్య $= x + 4x$

   $= (1 + 4)\,x$

   $= 5x$ (విభాగ న్యాయం నుంచి)

2. పుస్తకం వెల సమస్యలో ఇవ్వబడలేదు. కాబట్టి 'y' అనుకుందాం.

   కాబట్టి టోని ఖర్చు $7 \times y$ = ₹$7y$

   భాషా ఖర్చు $2 \times y$ = ₹$2y$

   కాబట్టి టోని భాషాకంటే ఎక్కువగా చెల్లించాల్సిన డబ్బు $= 7y - 2y$

   $= (7-2)y$

   = ₹$5y$. (విభాగ న్యాయం ప్రకారం)

పై పరిశీలనల నుంచి,

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సజాతి పదాల మొత్తం ఒక సజాతి పదం మరియు ఆ ఫలిత సజాతి పదం యొక్క సంఖ్యా గుణకం దత్త సజాతి పదాల సంఖ్యా గుణకాల మొత్తానికి సమానం.

రెండు సజాతి పదాల భేదం ఒక సజాతి పదం. ఆ ఫలిత సజాతి పదం యొక్క సంఖ్యాగుణకం దత్త సజాతి పదాల సంఖ్యా గుణకాల భేదానికి సమానం.

ఇవి చేయండి

1. సజాతి పదాల మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

   (i) $5x, 7x$ (ii) $7x^2y, -6x^2y$ (iii) $2m, 11m$

   (iv) $18ab, 5ab, 12ab$ (v) $3x^2, -7x^2, 8x^2$

   (vi) $4m^2, 3m^2, -6m^2, m^2$ (vii) $18pq, -15pq, 3pq$

2. రెండవ పదం నుంచి మొదటి పదాన్ని తీసివేయండి.

   (i) $2xy, 7xy$ (ii) $5a^2, 10a^2$ (iii) $12y, 3y$

   (iv) $6x^2y, 4x^2y$ (v) $6xy, -12xy$

10.5.1 విజాతి పదాల కూడిక మరియు తీసివేత

$3x$ మరియు $4y$ లు విజాతి పదాలు. వాటి మొత్తాన్ని $3x + 4y$ గా వ్రాయవచ్చు.

'x', 'y' లు వేరు వేరు చరరాశులు. కాబట్టి విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి వాటిని కూడలేము.

SCERT, TELANGANA

10.6 Simplification of an algebraic expression

Consider the expression $9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$

We can see that there are some like terms in the expression. These are $9x^2$, $-3x^2$; $5y^2$, $-y^2$; $-4xy$, $2xy$ and $6xy$. On adding the like terms we get an algebraic expression in its simplified form. Let us see how the expression given above is simplified.

S.No.	Steps	Process
1.	Write down the expression	$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$
2.	Group the like terms together	$(9x^2 - 3x^2) + (2xy - 4xy + 6xy) + (5y^2 - y^2)$
3.	Addding the like terms	$(9-3)x^2 + (2-4+6)xy + (5-1)y^2 = 6x^2 + 4xy + 4y^2$

Note : If no two terms of an expression are alike then it is said to be in the simplified form.

Let us study another example: $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

Step 1: $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

Step 2: $(5x^2y + 2x^2y - 4x^2y) + (5xy^2 - xy^2) + (4 - 9)$ (bringing the like terms together)

Step 3: $3x^2y + 4xy^2 - 5$

Do This

1. Simplify the following.

(i) $3m + 12m - 5m$ (ii) $25yz - 8yz - 6yz$

(iii) $10m^2 - 9m + 7m - 3m^2 - 5m - 8$ (iv) $9x^2 - 6 + 4x + 11 - 6x^2 - 2x + 3x^2 - 2$

(v) $3a^2 - 4a^2b + 7a^2 - b^2 - ab$ (vi) $5x^2 + 10 + 6x + 4 + 5x + 3x^2 + 8$

10.7 Standard form of an expression

Consider the expression $3x + 5x^2 - 9$. The degrees of first, second and third terms are 1, 2, and 0 respectively. Thus, the degrees of terms are not in the descending order.

By re-arranging the terms in such a way that their degrees are in descending order; we get the expression $5x^2 + 3x - 9$. Now the expression is said to be in standard form.

Let us consider 3c + 6a –2b. Degrees of all the terms in the expression are same. Thus the expression is said to be already in standard form. If we write it in alphabetical order as 6a –2b + 3c it looks more beautiful.

SCERT , TELANGANA

10.6 బీజీయ సమాస సూక్ష్మీకరణ

$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$

అను బీజీయ సమాసాన్ని తీసుకొండి. ఈ సమాసంలో $9x^2, -3x^2$; $5y^2, -y^2$; మరియు $-4xy, 2xy, 6xy$ లు సజాతి పదాలు. ఈ సజాతి పదాలను సంకలనం చేయడం ద్వారా బీజీయ సమాసాన్ని సూక్ష్మరూపంలో పొందవచ్చు.

పై బీజీయ సమాసాన్ని ఎలా సూక్ష్మీకరిస్తారో మనం చూద్దాం.

క్ర.సం.	సోపానాలు	విధానము
1.	ఇచ్చిన బీజీయ సమాసం వ్రాయండి	$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$
2.	సజాతి పదాలను ఒక దగ్గరికి చేర్చండి	$(9x^2 - 3x^2) + (2xy - 4xy + 6xy) + (5y^2 - y^2)$
3.	సజాతి పదాలను కూడండి.	$(9-3)x^2 + (2-4+6)xy + (5-1)y^2$ $= 6x^2 + 4xy + 4y^2$

గమనిక : ఒక సమాసంలో ఏ రెండు పదాలు సజాతి పదాలు కాకుంటే అది సూక్ష్మ రూపంలో ఉంది అని అంటాం.

మరొక ఉదాహరణ $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$ ను పరిశీలిద్దాం.

సోపానము 1 : $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

సోపానము 2 : $(5x^2y + 2x^2y - 4x^2y) + (5xy^2 - xy^2) + (4 - 9)$ (సజాతి పదాలను ఒకే దగ్గరకు చేర్చటం)

సోపానము 3 : $3x^2y + 4xy^2 - 5$

ఇవి చేయండి

1. సూక్ష్మీకరించండి.

(i) $3m + 12m - 5m$ (ii) $25yz - 8yz - 6yz$

(iii) $10m^2 - 9m + 7m - 3m^2 - 5m - 8$ (iv) $9x^2 - 6 + 4x + 11 - 6x^2 - 2x + 3x^2 - 2$

(v) $3a^2 - 4a^2b + 7a^2 - b^2 - ab$ (vi) $5x^2 + 10 + 6x + 4 + 5x + 3x^2 + 8$

10.7 బీజీయ సమాసం ప్రామాణిక రూపం

$3x + 5x^2 - 9$ ని తీసుకోండి. ఇందులోని మొదటి, రెండు మరియు మూడవ పదాల పరిమాణాలు వరుసగా 1, 2 మరియు 0. పదాల పరిమాణాలు అవరోహణ క్రమం (తగ్గే క్రమం)లో లేవు అని మనం గమనించవచ్చు.

పదాల పరిమాణాలు తగ్గే క్రమంలో వ్రాస్తే పై బీజీయ సమాసం $5x^2 + 3x - 9$ గా మారుతుంది.

ఈ రూపంలో ఉండే బీజీయ సమాసాన్ని ప్రామాణిక రూపంలో ఉందని అంటాము. $3c+6a-2b$ ని గమనించండి. సమాసంలోని అన్ని పదాల పరిమాణాలు సమానం. కాబట్టి ఈ సమాసం ప్రామాణిక రూపంలోనే ఉంది. దీనిని మరింత అందంగా a, b, c లవరుసలో రాయుటకు $6a-2b+3c$ గా రాస్తాం.

SCERT, TELANGANA

In an expression, if the terms are arranged in such a way that the degrees of the terms are in descending order then the expression is said to be in standard form.

Examples of expressions in standard form (i) $7x^2+2x+11$ (ii) $5y^2-6y-9$

Do This

1. Write the following expressions in standard form.

   (i) $3x+18+4x^2$ (ii) $8-3x^2+4x$

   (iii) $-2m+6-3m^2$ (iv) $y^3+1+y+3y^2$

2. Identify the expressions that are in standard form?

   (i) $9x^2 + 6x + 8$ (ii) $9x^2 + 15 + 7x$

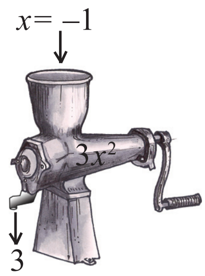
   (iii) $9x^2 + 7$ (iv) $9x^3 + 15x + 3$

   (v) $15x^2 + x^3 + 3x$ (vi) $x^2y + xy + 3$

   (vii) $x^3 + x^2y^2 + 6xy$

3. Write 5 different expressions in standard form.

10.8 Finding the value of an expression



Example 1: Find the value of $3x^2$ if $x = -1$

Solution : Step 1: $3x^2$ (write the expression)

Step 2 : $3(-1)^2$ (substitute the value of variable)

Step 3 : $3(1) = 3$

Example 2 : Find the value of x^2-y+2 if $x=0$ and $y=-1$

Solution : Step 1 : x^2-y+2 (write the expression)

Step 2 : $0^2-(-1)+2$ (substitute the value of variable)

Step 3 : $1+2=3$

Example 3 : Area of a triangle is given by $A=\frac{1}{2}bh$. If $b = 12$ cm and $h = 7$cm find the area of the triangle.

Solution : Step 1: $A=\frac{1}{2}bh$

Step 2: $A=\frac{1}{2}\times 12\times 7$

Step 3: $A=42$ sq. cm.

SCERT, TELANGANA

ఒక బీజీయ సమాసంలోని పదాల పరిమాణాలు అవరోహణ (తగ్గే) క్రమంలో ఉంటే ఆ బీజీయ సమాసం ప్రామాణిక రూపంలో ఉంది అంటారు.

ప్రామాణిక రూపంలో ఉండే బీజీయ సమాసానికి ఉదాహరణ (i) $7x^2+2x+11$ (ii) $5y^2-6y-9$

ఇవి చేయండి

1. కింది సమాసాలను ప్రామాణిక రూపంలో రాయండి.

   (i) $3x+18+4x^2$ (ii) $8-3x^2+4x$

   (iii) $-2m+6-3m^2$ (iv) $y^3+1+y+3y^2$

2. కింది సమాసాలలో ప్రామాణిక రూపంలో ఉన్నవాటిని గుర్తించండి.

   (i) $9x^2 + 6x + 8$ (ii) $9x^2 + 15 + 7x$

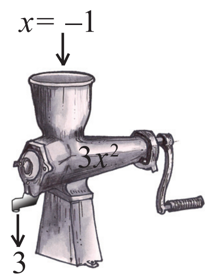
   (iii) $9x^2 + 7$ (iv) $9x^3 + 15x + 3$

   (v) $15x^2 + x^3 + 3x$ (vi) $x^2y + xy + 3$

   (vii) $x^3 + x^2y^2 + 6xy$

3. ప్రామాణిక రూపంలోని ఏవయినా 5 బీజీయ సమాసాలు రాయండి.

10.8 ఒక సమాసం యొక్క విలువ కనుగొనటం



ఉదాహరణ 1 : $x=-1$ అయినపుడు $3x^2$ విలువను కనుగొనుము.

సాధన : సోపానం 1 : $3x^2$ (ఇచ్చిన సమాసాన్ని రాయండి)

సోపానం 2: $3(-1)^2$ (చరరాశి విలువను ప్రతిక్షేపించండి)

సోపానం 3 : $3\ (1)=3$

ఉదాహరణ 2 : $x=0$ మరియు $y=-1$ అయితే x^2-y+2 విలువ కనుక్కోండి.

సాధన : సోపానం 1 : x^2-y+2 (ఇచ్చిన సమాసాన్ని రాయండి)

సోపానం 2: $0^2-(-1)+2$ (చరరాశి విలువలు ప్రతిక్షేపించండి)

సోపానం 3 : $1+2=3$

ఉదాహరణ 3 : త్రిభుజ వైశాల్యము $A=\frac{1}{2}bh$ మరియు $b = 12$ సెం.మీ. , $h = 7$ సెం.మీ. అయితే త్రిభుజ వైశాల్యం ఎంత?

సాధన : సోపానం 1 : $A=\frac{1}{2}bh$

సోపానం 2: $A=\frac{1}{2}\times12\times7$

సోపానం 3 : $A=42$ చ.సెం.మీ.

SCERT, TELANGANA

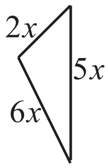
Try This

1. Find the value of the expression '$-9x$' if $x = -3$.
2. Write an expression whose value is equal to -9, when $x = -3$.

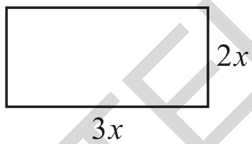
Exercise - 3

1. Find the length of the line segment PR in the following figure in terms of 'a'.

2. (i) Find the perimeter of the following triangle.



(ii) Find the perimeter of the following rectangle.



3. Subtract the second term from first term.

(i) $8x$, $5x$ (ii) $5p$, $11p$ (iii) $13m^2$, $2m^2$

4. . Find the values of following monomials, if $x = 1$.

(i) $-x$ (ii) $4x$ (iii) $-2x^2$

5. Simplify and find the value of $4x + x - 2x^2 + x - 1$, when $x = -1$.

6. Write the expression $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ in its simplified form. Find its value when $x = -2$.

7. If $x = 1$ and $y = 2$, find the values of the following expressions.

(i) $4x - 3y + 5$ (ii) $x^2 + y^2$ (iii) $xy + 3y - 9$

8. Area of a rectangle is given by $A = l \times b$. If $l = 9$cm, $b = 6$cm, find its area?

9. Simple interest is given by $I = \frac{PTR}{100}$. If P = ₹ 900, T = 2 years; and R = 5%, find the simple interest.

SCERT, TELANGANA

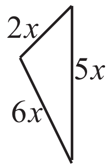
ప్రయత్నించండి

1. $x = -3$ అయితే '$-9x$' యొక్క విలువ కనుగొనండి.
2. $x = -3$ అయినప్పుడు సమాసం విలువ -9 అయ్యేట్లు ఒక బీజీయ సమాసాన్ని వ్రాయండి.

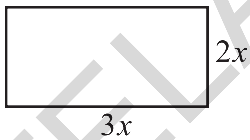
అభ్యాసం - 3

1. PR రేఖాఖండము యొక్క పొడవును 'a' పదాలలో కనుక్కోండి.

2. (i) కింది త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.



(ii) కింది దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.



3. మొదటి పదం నుండి రెండవ పదాన్ని తీసివేయండి.

(i) $8x,\ 5x$ (ii) $5p,\ 11p$ (iii) $13m^2,\ 2m^2$

4. . $x = 1$ అయినప్పుడు క్రింది ఏకపదుల విలువలు కనుక్కోండి.

(i) $-x$ (ii) $4x$ (iii) $-2x^2$

5. $4x + x - 2x^2 + x - 1$ సమాసాన్ని సూక్ష్మీకరించి $x = -1$ అయినప్పుడు దాని విలువను కనుగొనండి.

6. $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ ను సూక్ష్మీకరించండి. $x = -2$ అయినపుడు ఆ సమాసం విలువ కనుక్కోండి.

7. $x = 1,\ y = 2$ అయితే, కింది సమాసాల విలువలను కనుక్కోండి.

(i) $4x - 3y + 5$ (ii) $x^2 + y^2$ (iii) $xy + 3y - 9$

8. దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము $A = l \times b$. $l = 9$ సెం.మీ., $b = 6$ సెం.మీ. అయినప్పుడు దీర్ఘచతురస్రం వైశాల్యం కనుక్కోండి.

9. బారువడ్డీ $I = \frac{PTR}{100}$, P = ₹ 900, T = 2 సం॥లు; మరియు R = 5%, అయిన బారువడ్డీని కనుక్కోండి.

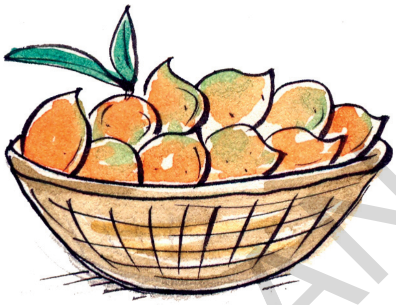
SCERT, TELANGANA

10. The relationship between speed (s), distance (d) and time (t) is given by $s = \frac{d}{t}$. Find the value of s, if d = 135 meters and t = 10 seconds.

10.9 Addition of algebraic expressions

Consider the following problems.

1. Sameera has some mangoes. Padma has 9 more than Sameera. Mary says that she has 4 more mangoes than the number of mangoes Sameera and Padma have together. How many mangoes does Mary have?



Since we do not know the number of mangoes that Sameera has, we shall take them to be x mangoes.

Padma has 9 more mangoes than Sameera.

Therefore, the number of mangoes Padma has = $x + 9$ mangoes

Mary has 4 more mangoes than those Sameera and Padma have together.

Therefore, the number of mangoes Mary has = $x + (x + 9) + 4$ mangoes

= $2x + 13$ mangoes

2. In a Mathematics test Raju got 11 marks more than Imran. Rahul got 4 marks less than what Raju and Imran got together. How much did Rahul score?

Since we do not know Imran's marks, we shall take them to be x marks.

Hint : Why are we taking Imran's marks as x?

Raju got 11 more marks than Imran, therefore marks scored by Raju = $x + 11$ marks

Rahul got 4 marks less than the marks Raju and Imran scored together = $x + x + 11 – 4$ marks

= $2x + 7$ marks

In both the situations given above, we have to add and subtract algebraic expressions. There are number of real life situations in which we need to do this. Let us now learn how to add or subtract algebraic expressions.

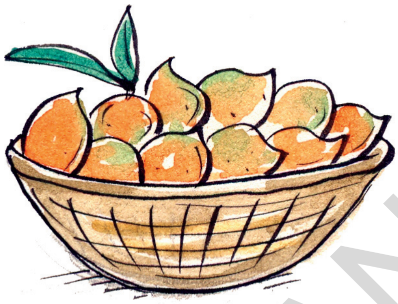
SCERT, TELANGANA

10. వేగం (s), దూరం (d) మరియు కాలం (t)ల మధ్య సంబంధము $s = \frac{d}{t}$ గా ఇవ్వబడింది. దూరము d = 135 మీటర్లు మరియు t = 10 సెకండ్లు అయిన వేగము s ను కనుక్కోండి.

10.9 బీజీయ సమాసాల సంకలనం

కింది సమస్యలను పరిశీలించండి.

1. సమీర వద్ద కొన్ని మామిడి పళ్ళు గలవు. పద్మ వద్ద సమీరకంటే 9 ఎక్కువ ఉన్నాయి. మేరి తన వద్ద సమీర, పద్మల వద్ద ఉన్న మొత్తం మామిడి పళ్ళకంటే 4 ఎక్కువగా ఉన్నాయి అని చెప్పింది. అయితే మేరి వద్ద ఉన్న మామిడి పళ్ళు ఎన్ని?



సమీర వద్ద ఎన్ని మామిడి పళ్ళు ఉన్నాయో మనకు తెలియదు, కాబట్టి ఆమె వద్ద x మామిడి పళ్ళున్నాయి అనుకుందాం.

పద్మ వద్ద సమీరకంటే 9 ఎక్కువ మామిడి పళ్ళున్నాయి.

కాబట్టి, పద్మ వద్ద ఉన్నవి $= x + 9$ మామిడిపళ్ళు

మేరీ వద్ద ఉన్న పండ్ల సంఖ్య సమీర, పద్మల వద్ద ఉన్న మొత్తం మామిడి పండ్ల సంఖ్య కంటే 4 ఎక్కువ.

కాబట్టి మేరీ వద్ద ఉన్న మామిడిపళ్ళు $= x + (x + 9) + 4$

$= 2x + 13$ మామిడిపళ్ళు

2. ఒక గణిత పరీక్షలో ఇమ్రాన్ కంటే రాజుకు 11 మార్కులు ఎక్కువగా వచ్చినవి. రాహుల్‌కు రాజు మరియు ఇమ్రాన్‌లకు కలిపి వచ్చిన మొత్తం మార్కుల కంటే 4 మార్కులు తక్కువగా వచ్చినవి. అయితే రాహుల్‌కు వచ్చిన మార్కులు ఎన్ని?

మనకు ఇమ్రాన్‌కు వచ్చిన మార్కులు తెలియవు. కాబట్టి ఇమ్రాన్‌కు వచ్చినవి x మార్కులు అనుకొందాం.

సూచన: ఇమ్రాన్ మార్కులు x అని ఎందుకు తీసుకున్నావు?

రాజుకు ఇమ్రాన్‌కంటే 11 మార్కులు ఎక్కువగా వచ్చాయి. కాబట్టి రాజుకు వచ్చినవి $= x + 11$ మార్కులు

రాహుల్‌కు మిగిలిన ఇద్దరి మార్కుల మొత్తం కంటే 4 తక్కువగా వచ్చాయి. కావున రాహుల్‌కు వచ్చిన మార్కులు

$= x + (x + 11) - 4$ మార్కులు

$= 2x + 7$ మార్కులు

పై రెండు సందర్భాలలో మనం బీజీయ సమాసాలను సంకలనం, వ్యవకలనం చేయాల్సి వచ్చింది. నిత్యజీవితంలో మనం చాలా సందర్భాలలో ఇలాంటి సమస్యలు సాధించడానికి బీజీయసమాసాలను కూడటం, తీసివేయడం చేయాలి. ఇప్పుడు మనం బీజీయ సమాసాలను కూడటం తీసివేయడం నేర్చుకుందాం.

SCERT, TELANGANA

10.9.1 Addition of Expressions

The sum of expressions can be obtained by adding like terms.This can be done in two ways.

(i) Column or Vertical Method

(ii) Row or Horizontal Method

(i) Column or Vertical Method

Example 4 : Add $3x^2+5x-4$ and $6+6x^2$

Solution:

S. No.	Steps	Process
1	Write the expressions in standard form if necessary	(i) $3x^2+5x-4=3x^2+5x-4$ (ii) $6+6x^2=6x^2+6$
2	Write one expression below the other such that the like terms come in the same column	$3x^2+5x-4$ $6x^2\quad\quad+6$
3.	Add the like terms column wise and write the result just below the concerned column	$3x^2+5x-4$ $6x^2\quad\quad+6$ $9x^2+5x+2$

Example 5 : Add $5x^2+9x+6, 4x+3x^2-8$ and $5-6x$

Solution: Step 1 :

$$5x^2+9x+6 = 5x^2+9x+6$$

$$4x+3x^2-8 = 3x^2+4x-8$$

$$5-6x = -6x+5$$

Step 2 :

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \end{array}$$

Step 3 :

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \\ \hline 8x^2+7x+3 \\ \hline \end{array}$$

SCERT, TELANGANA

10.9.1 బీజీయ సమాసాల సంకలనం

సజాతి పదాలను కూడటం ద్వారా సమాసాలను సంకలనం చేస్తాం. దీనిని రెండు పద్ధతులలో చేయవచ్చు.

(i) నిలువు వరుస పద్ధతి లేదా దొంతి పద్ధతి

(ii) అడ్డువరుస పద్ధతి లేదా పంక్తి పద్ధతి

(i) దొంతి లేదా నిలువు వరుస పద్ధతి

ఉదాహరణ 4 : $3x^2+5x-4$ మరియు $6+6x^2$ లను కూడండి.

సాధన :

క్ర.సం.	సోపానములు	విధానము
1	బీజీయ సమాసాలు ప్రామాణిక రూపంలో లేనిచో వాటిని ప్రామాణిక రూపంలో రాయండి	(i) $3x^2+5x-4 = 3x^2+5x-4$ (ii) $6+6x^2 = 6x^2+6$
2	సజాతి పదాలు ఒకదాని కింద ఒకటి వచ్చునట్లు బీజీయ సమాసాలన్నీ నిలువు వరుసలలో ఒకదానికింద ఒకటి రాయండి.	$3x^2+5x-4$ $6x^2 \quad\quad +6$
3.	ఒకే నిలువు వరుసలోఉన్న సజాతి పదాలను కూడి ఫలితాన్ని దాని కింద అదే నిలువు వరుసలో రాయుము	$3x^2+5x-4$ $6x^2 \quad\quad +6$ $9x^2+5x+2$

ఉదాహరణ 5 : $5x^2+9x+6, 4x+3x^2-8$ మరియు $5-6x$ లను కూడండి.

సోపానం 1 :

$$5x^2+9x+6 = 5x^2+9x+6$$
$$4x+3x^2-8 = 3x^2+4x-8$$
$$5-6x = -6x+5$$

సోపానం 2 :

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \end{array}$$

సోపానం 3 :

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \\ \hline 8x^2+7x+3 \\ \hline \end{array}$$

SCERT, TELANGANA

(ii) Row or Horizontal Method

Example 6 : Add $3x^2 + 5x - 4$ and $6 + 6x^2$

S. No.	Steps	Process
1	Write all expressions with addition + symbol in between them.	$3x^2 + 5x - 4 + 6 + 6x^2$
2	Re-arrange the term by grouping the like terms together.	$(3x^2 + 6x^2) + (5x) + (-4 + 6)$
3	Simplify the coefficients	$(3+6)\,x^2 + 5x + 2$
4	Write the resultant expression in standard form.	$9x^2 + 5x + 2$

Do This

1. Add the following expressions.

   (i) $x - 2y,\ 3x + 4y$

   (ii) $4m^2 - 7n^2 + 5mn,\ 3n^2 + 5m^2 - 2mn$

   (iii) $3a - 4b,\ 5c - 7a + 2b$

10.9.2 Subtraction of algebraic expressions

10.9.2(a) Additive inverse of an expression

If we take a positive number '9' then there exists '–9' such that 9 + (–9) = 0.

Here we say that '–9' is the additive inverse of '9' and '9' is the additive inverse of '–9'.

Thus, for every positive number, there exists a negative number such that their sum is zero. These two numbers are called the additive inverse of the each other.

Is this true for algebraic expressions also? Does every algebraic expression have an additive inverse?

If so, what is the additive inverse of '$3x$'?

For '$3x$' there also exists '$-3x$' such that $3x + (-3x) = 0$

Therefore, '$-3x$' is the additive inverse of '$3x$' and '$3x$' is the additive inverse of '$-3x$'.

Thus, for every algebraic expression there exists another algebraic expression such that their sum is zero. These two expressions are called the additive inverse of the each other.

SCERT, TELANGANA

(ii) పంక్తి లేదా అడ్డు వరుస పద్ధతి

ఉదాహరణ 6 : $3x^2 + 5x - 4$ మరియు $6 + 6x^2$ లను కూడండి.

క్ర.సం.	సోపానాలు	విధానము
1	ఇచ్చిన బీజీయ సమాసాలను సంకలనం (+) గుర్తును ఉపయోగించి కలిపి రాయండి.	$3x^2 + 5x - 4 + 6 + 6x^2$
2	సజాతి పదాలను సమూహాలుగా చేర్చి సమాసాన్ని తిరగ రాయండి.	$(3x^2 + 6x^2) + (5x) + (-4 + 6)$
3	గుణకాలను సూక్ష్మీకరించండి.	$(3+6)\,x^2 + 5x + 2$
4	ఫలిత సమాసాన్ని ప్రమాణ రూపంలో రాయండి.	$9x^2 + 5x + 2$

ఇవి చేయండి

1. కింది బీజీయ సమాసాలను సంకలనం చేయండి.

   (i) $x - 2y,\ 3x + 4y$

   (ii) $4m^2 - 7n^2 + 5mn,\ 3n^2 + 5m^2 - 2mn$

   (iii) $3a - 4b,\ 5c - 7a + 2b$

10.9.2 బీజీయ సమాసాల వ్యవకలనం

10.9.2 (అ) సమాసము యొక్క సంకలన విలోమము

మనం ఒక ధనసంఖ్య 9 ను తీసుకొంటే $9 + (-9) = 0$ అయ్యేటట్లు '-9' వ్యవస్థితం అవుతుంది..

మనం '9' సంకలన విలోమం '-9' అని మరియు '-9' సంకలన విలోమము '9' అని వ్యవహరిస్తాం.

కాబట్టి సంఖ్యల మొత్తం సున్నా అయ్యే విధంగా ప్రతి ధన సంఖ్యకు ఒక ఋణ సంఖ్య వ్యవస్థితమవుతుంది. ఈ రెండు సంఖ్యలను ఒకదానికొకటి పరస్పరము సంకలన విలోమములుగా పిలుస్తాము.

బీజీయ సమాసాల విషయంలో కూడా ఇది సత్యమవుతుందా? ప్రతీ బీజీయ సమాసానికి సంకలన విలోమము ఉంటుందా? ఉంటే, '$3x$' యొక్క సంకలన విలోమము ఏది?

'$3x$' కు $3x + (-3x) = 0$ అయ్యేటట్లు '$-3x$' వ్యవస్థితం అవుతుంది.

కాబట్టి '$3x$' యొక్క సంకలన విలోమము '$-3x$' మరియు '$-3x$' యొక్క సంకలన విలోమము .'$3x$'

కనుక సమాసాల మొత్తం సున్నా అగునట్లుగా ప్రతి బీజీయ సమాసానికి మరొక బీజీయ సమాసము వ్యవస్థితము అవుతుంది. మరియు ఈ రెండు బీజీయ సమాసాలను ఒకదానికొకటి సంకలన విలోమాలు అని అంటారు.

SCERT, TELANGANA

Example 7 : Find the additive inverse of the expression ($6x^2 - 4x + 5$).

Solution: Additive inverse of $6x^2 - 4x + 5 = -(6x^2 - 4x + 5) = -6x^2 + 4x - 5$

10.9.2(b) Subtraction

Let A and B be two algebraic expressions, then A – B = A + (–B)

i.e. to subtract B from A, we add the additive inverse of B to A.

Now, let us subtract algebraic expressions using both column and row methods-

(i) Column or Vertical Method

Example 8 : Subtract $3a + 4b - 2c$ from $3c + 6a - 2b$

Solution:

S. No.	Steps	Process
1	Write both expressions in standard form if necessary	$3c+6a-2b=6a-2b+3c$ $3a+4b-2c=3a+4b-2c$
2	Write the expressions one below the other such that the expression to be subtracted comes in the second row and the like terms come one below the other.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$
3	Change the sign of every term of the expression in the second row to get the additive inverse of the expression.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ (–) (–) (+)
4	Add the like terms, column-wise and write the result below the concerned column.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ (–) (–) (+) $3a-6b+5c$

Example 9 : Subtract $4+3m^2$ from $4m^2+7m-3$

Solution: Step 1: $4m^2+7m-3 = 4m^2+7m-3$

$4+3m^2 = 3m^2+4$

Step 2: $4m^2+7m-3$

$3m^2 \quad +4$

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 7 : ($6x^2 – 4x + 5$) యొక్క సంకలన విలోమాన్ని కనుగొనండి.

సాధన : $6x^2 – 4x + 5$ యొక్క సంకలన విలోమము $= – (6x^2 – 4x + 5) = –6x^2 + 4x – 5$

10.9.2 (ఆ) వ్యవకలనము

A, B లు రెండు బీజీయ సమాసాలు అనుకుందాం. $A – B = A + (–B)$

అంటే A నుంచి B ను తీసివేయడానికి A కు B యొక్క సంకలన విలోమాన్ని కూడాలి.

ఇప్పుడు మనం బీజీయ సమాసాలను నిలువు వరుస మరియు అడ్డువరుస పద్ధతులలో తీసివేయటం ఎలాగో నేర్చుకుందాం.

(i) నిలువు వరుస పద్ధతి

ఉదాహరణ 8 : $3c + 6a – 2b$ నుంచి $3a + 4b–2c$ ను తీసివేయండి.

సాధన:

క్ర.సం.	సోపానాలు	విధానము
1	రెండు బీజీయ సమాసాలను అవసరం అయితే ప్రామాణిక రూపంలో వ్రాయాలి.	$3c+6a-2b = 6a-2b+3c$ $3a+4b-2c = 3a+4b-2c$
2	రెండు బీజీయ సమాసాలను సజాతి పదాలు ఒకదానికింద ఒకటి ఉండునట్లు వ్రాయాలి. తీసివేయాల్సిన సమాసాన్ని రెండవ అడ్డువరుసలో వ్రాయాలి.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$
3	రెండవ అడ్డువరుసలోని బీజీయ సమాసం యొక్క సంకలన విలోమం వ్రాయుటకు దాని ప్రతి పదం గుర్తు మార్చాలి.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ $- \quad - \quad +$
4	నిలువు వరుసలోని సజాతి పదాలు కూడి ఫలితాన్ని దిగువన వ్రాయాలి.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ $- \quad - \quad +$ $3a-6b+5c$

ఉదాహరణ 9 : $4m^2+7m-3$ నుంచి $4+3m^2$ తీసివేయండి.

సాధన: సోపానం 1 : $4m^2+7m-3 = 4m^2+7m-3$

$4+3m^2 = 3m^2+4$

సోపానం 2 : $4m^2+7m-3$

$3m^2 \quad\quad +4$

Step 3: $4m^2 + 7m - 3$

$3m^2 \qquad + 4$

$- \qquad\quad -$

Step 4: $4m^2 + 7m - 3$

$3m^2 \qquad + 4$

$- \qquad\quad -$

$m^2 + 7m - 7$

(ii) Row or Horizontal Method

Example 10 : Subtract $3a + 4b - 2c$ from $3c + 6a - 2b$

Solution:

S. No.	Steps	Process
1	Write the expressions in one row with the expression to be subtracted in a bracket with assigning negative sign to it.	$3c + 6a - 2b - (3a + 4b - 2c)$
2	Add the additive inverse of the second expression to the first expression	$3c + 6a - 2b - 3a - 4b + 2c$
3	Group the like terms and add or subtract (as the case may be)	$(3c + 2c) + (6a - 3a) + (-2b - 4b)$ $= 5c + 3a - 6b$
4	Write in standard form.	$3a - 6b + 5c$

Example 11 : Subtract $3m^3 + 4$ from $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$

Solution: Step 1: $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - (3m^3 + 4)$

Step 2: $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 3m^3 - 4$

Step 3: $(6m^3 - 3m^3) + 4m^2 + 7m - 3 - 4$

$= 3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

Step 4: $3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

SCERT, TELANGANA

సోపానం 3 :

$$\begin{array}{r} 4m^2 + 7m - 3 \\ 3m^2 \quad\quad + 4 \\ - \quad\quad\quad - \\ \hline \end{array}$$

సోపానం 4 :

$$\begin{array}{r} 4m^2 + 7m - 3 \\ 3m^2 \quad\quad + 4 \\ - \quad\quad\quad - \\ \hline m^2 + 7m - 7 \\ \hline \end{array}$$

(ii) అడ్డువరుస పద్ధతి :

ఉదాహరణ 10 : $3c + 6a - 2b$ ను $3a + 4b - 2c$ నుంచి తీసివేయండి.

సాధన :

క్ర.సం.	**సోపానాలు**	**విధానము**
1	తీసివేయాల్సిన బీజీయ సమాసాన్ని బ్రాకెట్‌లో ఉంచి దాని ముందు మైనస్ గుర్తు రాస్తూ ఇచ్చిన అన్నిసమాసాలను ఒకే అడ్డు వరుసలో వ్రాయాలి.	$3c+6a-2b-(3a+4b-2c)$
2	మొదటి సమాసానికి రెండవ సమాసం యొక్క సంకలన విలోమమును కూడాలి.	$3c+6a-2b-3a-4b+2c$
3	సజాతి పదాలను సమూహాలుగా రాసి సూక్ష్మీకరించాలి.	$(3c+2c)+(6a-3a)+(-2b-4b)$ $=5c+3a-6b$
4	ఫలితాన్ని ప్రామాణిక రూపంలో వ్రాయాలి.	$3a-6b+5c$

ఉదాహరణ 11 : $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3$ నుంచి $3m^3 + 4$ తీసివేయుము.

సాధన :

సోపానం 1 : $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - (3m^3 + 4)$

సోపానం 2 : $6m^3 + 4m^2 + 7m - 3 - 3m^3 - 4$

సోపానం 3 : $(6m^3 - 3m^3) + 4m^2 + 7m - 3 - 4$

$= 3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

సోపానం 4 : $3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

SCERT, TELANGANA

Exercise - 4

1. Add the following algebraic expressions using both horizontal and vertical methods. Did you get the same answer with both methods.

   (i) $x^2-2xy+3y^2$; $5y^2+3xy-6x^2$

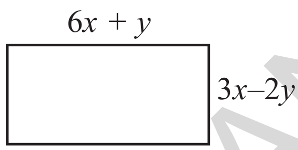
   (ii) $4a^2+5b^2+6ab$; $3ab$; $6a^2-2b^2$; $4b^2-5ab$

   (iii) $2x+9y-7z$; $3y+z+3x$; 2x - 4y- z

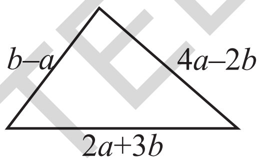
   (iv) $2x^2-6x+3$; $-3x^2-x-4$; $1+2x-3x^2$

2. Simplify : $2x^2+5x-1+8x+x^2+7-6x+3-3x^2$

3. Find the perimeter of the following rectangle?



4. Find the perimeter of a triangle whose sides are $2a+3b$, $b-a$, $4a-2b$.



5. Subtract the second expression from the first expression

   (i) $2a+b$, $a-b$

   (ii) $x+2y+z$, $-x-y-3z$

   (iii) $3a^2-8ab-2b^2$, $3a^2-4ab+6b^2$

   (iv) $4pq-6p^2-2q^2$, $9p^2$

   (v) $7-2x-3x^2$, $2x^2-5x-3$

   (vi) $5x^2-3xy-7y^2$, $3x^2-xy-2y^2$

   (vii) $6m^3+4m^2+7m-3$, $3m^3+4$

6. Subtract the sum of $x^2-5xy+2y^2$ and $y^2-2xy-3x^2$ from the sum of $6x^2-8xy-y^2$ and $2xy-2y^2-x^2$.

7. What should be added to $1+2x-3x^2$ to get x^2-x-1 ?

8. What should be taken away from $3x^2-4y^2+5xy+20$ to get $-x^2-y^2+6xy+20$?

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసము - 4

1. ఈ కింది బీజీయ సమాసాలను అడ్డువరుస పద్ధతిలోనూ మరియు నిలువు వరుస పద్ధతిలోనూ సంకలనం చేయండి. రెండు పద్ధతులలో ఒకే సమాధానము వచ్చినదా?

   (i) $x^2 - 2xy + 3y^2$; $5y^2 + 3xy - 6x^2$

   (ii) $4a^2 + 5b^2 + 6ab$; $3ab$; $6a^2 - 2b^2$; $4b^2 - 5ab$

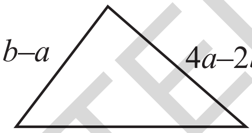
   (iii) $2x + 9y - 7z$; $3y + z + 3x$; $2x - 4y - z$

   (iv) $2x^2 - 6x + 3$; $-3x^2 - x - 4$; $1 + 2x - 3x^2$

2. $2x^2 + 5x - 1 + 8x + x^2 + 7 - 6x + 3 - 3x^2$ ను సూక్ష్మీకరించండి.

3. కింది దీర్ఘచతురస్రం చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

4. $2a + 3b$, $b–a$, $4a–2b$ భుజాలు గల త్రిభుజం చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.



5. మొదటి బీజీయ సమాసం నుంచి రెండవ బీజీయ సమాసాన్ని తీసివేయండి.

   (i) $2a+b$, $a-b$

   (ii) $x+2y+z$, $-x-y-3z$

   (iii) $3a^2-8ab-2b^2$, $3a^2-4ab+6b^2$

   (iv) $4pq-6p^2-2q^2$, $9p^2$

   (v) $7-2x-3x^2$, $2x^2-5x-3$

   (vi) $5x^2-3xy-7y^2$, $3x^2-xy-2y^2$

   (vii) $6m^3+4m^2+7m-3$, $3m^3+4$

6. $6x^2-8xy-y^2$ మరియు $2xy-2y^2-x^2$ ల మొత్తం నుంచి $x^2-5xy+2y^2$ మరియు $y^2-2xy-3x^2$ ల మొత్తాన్ని తీసివేయండి.

7. $1+2x-3x^2$ కు ఎంత కలిపినచో x^2-x-1 వస్తుంది?

8. $3x^2- 4y^2 + 5xy + 20$ నుంచి ఎంత తీసివేసిన $-x^2- y^2 + 6xy + 20$ వస్తుంది?

SCERT, TELANGANA

9. The sum of 3 expressions is $8 + 13a + 7a^2$. Two of them are $2a^2 + 3a + 2$ and $3a^2 - 4a + 1$. Find the third expression.

10. If $A = 4x^2 + y^2 - 6xy$;

$B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy$;

$C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$

Find (i) A + B + C (ii) (A – B) –C (iii) 2A+B (iv) A-3B

Looking Back

Q5B9S3

- An algebraic expression is a single term or a combination of terms connected by the symbols '+' (plus) or '–' (minus).
- If every term of an expression is a constant term, then the expression is called a numerical expression. If an expression has at least one algebraic term, then the expression is called an algebraic expression.
- An algebraic expression contaning one term is called a monomial. An algebraic expression contaning two unlike terms is called a binomial. An algebraic expression contaning three unlike terms is called a trinomial. An algebraic expression contaning two or more unlike terms is called a multinomial.
- The sum of all the exponents of the variables in a monomial is called the degree of the term or degree of monomial.
- The degree of any constant term is zero.
- The highest of the degrees of all the terms of the expression is called the degree of the expression.
- If no two terms of an expression are alike then the expression is said to be in its simplified form.
- In an expression, if the terms are arranged in a manner such that the degrees of the terms are in descending order then the expression is said to be in standard form.
- The sum of two or more like terms is a like term with a numerical coefficient equal to the sum of the numerical coefficients of all the like terms.
- The difference between two like terms is a like term with a numerical coefficient equal to the difference between the numerical coefficients of the two like terms.

SCERT TELANGANA

9. మూడు సమాసాల మొత్తం $8 + 13a + 7a^2$ వానిలో రెండు సమాసాలు $2a^2 + 3a + 2$ మరియు $3a^2 - 4a + 1$ అయితే మూడవ సమాసాన్ని కనుగొనండి.

10. $A = 4x^2 + y^2 - 6xy$;

$B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy$;

$C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$ అయితే

(i) $A + B + C$ (ii) $(A - B) - C$ (iii) $2A + B$ (iv) $A - 3B$ విలువలను కనుక్కోండి.

మనం నేర్చుకున్నవి

R2I5L8

- బీజీయ పదాలను లేదా సంఖ్యాపదాలను '+' (ప్లస్), '–' (మైనస్) గుర్తులచే కలుపబడిన సమాసాన్ని బీజీయ సమాసము అంటారు.
- ఒక సమాసములో ప్రతి పదము స్థిరపదము అయితే ఆ సమాసాన్ని సంఖ్యా సమాసమని అంటారు. ఒక సమాసంలోని పదాలలో కనీసం ఒకటయినా బీజీయ పదం ఉంటే దానిని బీజీయ సమాసము అని అంటారు.
- ఒకే పదం కలిగిన సమాసాన్ని ఏకపది అంటారు. రెండు విజాతి పదాలు కలిగివున్న సమాసాన్ని ద్విపది అంటారు. మూడు విజాతి పదాలు కలిగివున్న సమాసాన్ని త్రిపది అంటారు. రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ విజాతి పదాలు కలిగిన సమాసాన్ని బహుళపది అని అంటారు.
- ఒక ఏకపదిలోని చరరాశుల ఘాతాంకాల మొత్తాన్ని ఆ ఏకపది పరిమాణం లేదా ఆ పదం యొక్క పరిమాణం అని అంటారు.
- స్థిరాంకం యొక్క పరిమాణం సున్న.
- ఒక సమాసంలోని అన్ని పదాల పరిమాణాలలో మిక్కిలి పెద్దదానిని ఆ సమాసము యొక్క పరిమాణం అని అంటాం.
- ఒక సమాసంలోని ఏ రెండు పదాలు కూడా సజాతి పదాలు కానిచో ఆ సమాసం సూక్ష్మ రూపంలో ఉంది అని అంటాం.
- ఒక సమాసంలో పదాల పరిమాణాలు అవరోహణ క్రమంలో ఉంటే ఆ సమాసం ప్రామాణిక రూపంలో ఉంది అని అంటాం.
- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సజాతి పదాల మొత్తం ఒక సజాతిపదం మరియు ఆ ఫలిత సజాతిపదం యొక్క సంఖ్యాగుణకం దత్త సజాతి పదాల సంఖ్యా గుణకాల మొత్తానికి సమానం.
- రెండు సజాతి పదాల భేదం ఒక సజాతి పదం మరియు ఆ ఫలిత సజాతిపదం యొక్క సంఖ్యాగుణకం దత్త సజాతి పదాల సంఖ్యా గుణకాల భేదానికి సమానం.

SCERT, TELANGANA

POWERS AND EXPONENTS

11

R9N5X4

11.0 Introduction

The population of India according to 2011 census is about 120,00,00,000

The approximate distance between the sun and the earth is 15,00,00,000 km.

The speed of the light in vacuum is about 30,00,00,000 m/sec.

The population of Andhra Pradesh according to 2011 census is about 8,50,00,000.

These are all very large numbers. Do you find it easy to read, write and understand such large numbers? No, certainly not.

Thus, we need a way in which we can represent such larger numbers in a simpler manner. Exponents help us in doing so. In this chapter you will learn more about exponents and the laws of exponents.

11.1 Exponential Form

Let us consider the following repeated additions:

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$$

We use multiplication to shorten the representation of repeated additions by writing 5×4, 6×5 and 8×7 respectively.

Now can we express repeated multiplication of a number by itself in a simpler way?

Let us consider the following illustrations.

The population of Bihar as per the 2011 Census is about 10,00,00,000.

Here 10 is multiplied by itself for 8 times i.e. $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$.

So we can write the population of Bihar as 10^8. Here 10 is called the base and 8 is called the exponent. 10^8 is said to be in exponential form and it is read as 10 raised to the power of 8.

The speed of light in vacuum is 30,00,00,000 m/sec. This is expressed as 3×10^8 m/sec. in exponential form. In 3×10^8, 10^8 is read as *'10 raised to the power of 8'*. 10 is the base and 8 is the exponent.

SCERT, TELANGANA

ఘాతాలు మరియు ఘాతాంకాలు

11

T7N6W5

11.0 పరిచయం

2011 జనాభాలెక్కల ప్రకారం భారతదేశ జనాభా దాదాపు 120,00,00,000 గావుంది.

సూర్యుడు, మరియు భూమి మధ్యదూరం దాదాపుగా 15,00,00,000 కి.మీ.

శూన్యంలో కాంతి వేగం 30,00,00,000 మీ./సె.

2011 జనాభా లెక్కల సేకరణ ప్రకారం ఆంధ్రప్రదేశ్ జనాభా దాదాపుగా 8,50,00,000 గా వుంది.

ఇవి అన్నీ చాలా పెద్ద సంఖ్యలు. వీటిని వ్రాయడం, చదవడం, అర్థం చేసుకోవడం సులభమేనా? ఖచ్చితంగా సులభం కాదు అని చెప్పవచ్చు.

కాబట్టి పెద్దసంఖ్యలను సరళమయిన రీతిలో వ్యక్తపరచడానికి మనకు ఒక పద్ధతి అవసరం. ఆ విధంగా వ్యక్తపరచడానికి ఘాతాలు మనకు దోహదపడతాయి. ఈ అధ్యాయంలో మీరు ఘాతాలు మరియు ఘాతాంక న్యాయాల గురించి వివరంగా తెలుసుకుంటారు.

11.1 ఘాత రూపం

ఈ కింది పునరావృత సంకలనాలను పరిశీలిద్దాం.

$4 + 4 + 4 + 4 + 4$

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$

మనం ఈ పునరావృత సంకలనాల సూక్ష్మీకరణను గుణకారాన్ని ఉపయోగించి వరుసగా 5×4, 6×5 మరియు 8×7 రూపంలో వ్యక్తపరచవచ్చు.

ఇదే విధంగా ఒకసంఖ్య యొక్క పునరావృత గుణకారాన్ని కూడా సరళమయిన రీతిలో వ్యక్తపరచవచ్చా?

ఈ క్రింది ఉదాహరణలను గమనించండి.

2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం బీహార్ రాష్ట్ర జనాభా సుమారుగా 10,00,00,000.

ఇక్కడ 10 అనే సంఖ్య 8 సార్లు గుణించబడింది. $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$

కాబట్టి బీహార్ రాష్ట్ర జనాభాను 10^8 చే సూక్ష్మరూపంలో సూచించవచ్చు. ఇందులో 10ని భూమి లేక ఆధారము అని 8 ని ఘాతాంకమని అంటాం. 10^8 ని ఘాతరూపం అని అంటాం. 10^8 ని “10 యొక్క 8వ ఘాతం” అని చదువుతాం.

శూన్యంలో కాంతివేగం 30,00,00,000 మీ/సె. దీన్ని ఘాతరూపంలో 3×10^8 మీ/సె.గా వ్యక్తపరుస్తాం. 10^8 లో 10 ని ఆధారం లేక భూమి అని 8 ని ఘాతాంకం అని అంటాం. “10 యొక్క 8వ ఘాతం” అని చదువుతాం.

SCERT, TELANGANA

The approximate distance between the sun and the earth is 15,00,00,000 km. This is expressed as 15×10^7 km in exponential form. In 10^7, 10 is the base and 7 is the exponent.

The population of Andhra Pradesh according to 2011 census is about 8,50,00,000. This is expressed as 85×10^6 in exponential form. 10^6 is read as *'10 raised to the power of 6'*. Here 10 is the base and 6 is the exponent.

We can also use exponents in writing the expanded form of a given number for example the expanded form of 36584 = $(3\times10000) + (6\times1000) + (5\times100) + (8\times10) + (4\times1)$

$$= (3\times10^4) + (6\times10^3) + (5\times10^2) + (8\times10^1) + (4\times1)$$

Do This

1. Write the following in exponential form. (values are rounded off)
   (i) Total surface area of the Earth is 510,000,000 square kilometers.
   (ii) Population of Rajasthan is approximately 7,00,00,000
   (iii) The approximate age of the Earth is 4550 million years.
   (iv) 1000 km in meters
2. Express (i) 48951 (ii) 89325 in expanded form using exponents.

11.1.1 Exponents with other bases

So far we have seen numbers whose base is 10. However, the base can be any number.

For example $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

Here 3 is the base and 4 is the exponent.

Similarly, $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

Here 5 is the base and 3 is the exponent.

Example 1: Which is greater 3^4 or 4^3 ?

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$81 > 64$

Therefore, $3^4 > 4^3$

SCERT, TELANGANA

సూర్యుడు మరియు భూమి మధ్య దూరము సుమారుగా 15,00,00,000 కి.మీ. ఉంటుంది. దీనిని ఘాతరూపంలో $15\times100,00,000 = 15\times10^7$ కి.మీ. గా వ్రాస్తాము. 10^7 లో 10 ని భూమి అని 7 ను ఘాతాంకమని అంటాం.

2011 జనాభా లెక్కల ప్రకారం ఆంధ్రప్రదేశ్ జనాభా దాదాపుగా 8,50,00,000. దీనిని ఘాతరూపంలో 85×10^6 గా వ్యక్తపరుస్తాము. 10^6 లో 10 భూమి మరియు 6 ఘాతాంకం. దీనిని "10 యొక్క 6 వ ఘాతం" గా చదువుతాం.

ఘాతాంకాలను ఉపయోగించి మనం ఒకసంఖ్య యొక్క విస్తృత రూపాన్ని కూడా వ్రాయవచ్చు.

ఉదాహరణకు 36,584 యొక్క విస్తృత రూపం.

$$36584 = (3\times10000) + (6\times1000) + (5\times100) + (8\times10) + (4\times1)$$
$$= (3\times10^4) + (6\times10^3) + (5\times10^2) + (8\times10^1) + (4\times1)$$

ఇవి చేయండి

1. కింది వాటిని ఘాతరూపంలో వ్రాయండి. (విలువలు సవరించబడినవి)
   - (i) భూమి యొక్క సంపూర్ణ ఉపరితల వైశాల్యం 51,00,00,000 చ.కి.మీ.
   - (ii) రాజస్థాన్ రాష్ట్ర జనాభా దాదాపుగా 7,00,00,000.
   - (iii) భూమి యొక్క వయస్సు దాదాపుగా 4550 మిలియన్ సంవత్సరాలు
   - (iv) 1000 కి.మీ. లను మీటర్లలో.
2. (i) 48951 (ii) 89325 లను ఘాతాంకాల నుపయోగించి విస్తృత రూపంలో వ్రాయండి.

11.1.1 వేరువేరు భూములు గల ఘాతాలు

ఇంతవరకు మనం 10 భూమిగా కలిగిన సంఖ్యలను గురించి చర్చించాం. కానీ భూమిగా ఏ సంఖ్య అయినా ఉండవచ్చు.

ఉదాహరణకు $81 = 3\times3\times3\times3 = 3^4$

ఇక్కడ భూమి = 3, ఘాతాంకం = 4

$125 = 5\times5\times5 = 5^3$

ఇక్కడ భూమి = 5, మరియు ఘాతాంకం 3.

ఉదాహరణ 1: 3^4 మరియు 4^3 లలో ఏదిపెద్దది?

$3^4 = 3\times3\times3\times3 = 81$

$4^3 = 4\times4\times4 = 64$

$81 > 64$

కావున $3^4 > 4^3$

SCERT, TELANGANA

Do This

1. Is 3^2 equal to 2^3 ? Justity.

2. Write the following numbers in exponential form. Also state the

   (a) base (b)exponent and (c) how it is read.

   (i) 32 (ii) 64 (iii) 256 (iv) 243 (v) 49

Squared and cubed

When any base is raised to the power 2 or 3, it has a special name.

$10^2 = 10 \times 10$ and is read as **'10 raised to the power 2'** or **'10 squared'**. Similarly, $4^2 = 4 \times 4$ and can be read as **'4 raised to the power of 2'** or **'4 squared'**.

$10 \times 10 \times 10 = 10^3$ is read as **'10 raised to the power 3'** or **'10 cubed '**.

Similarly, $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ and can be read as **'6 raised to the power 3'** or **'6 cubed'.**

In general, we can take any positive number 'a' as the base and write.

$a \times a = a^2$ (this is read as 'a raised to the power of 2' or 'a squared')

$a \times a \times a = a^3$ (this is read as 'a raised to the power of 3' or 'a cubed')

$a \times a \times a \times a = a^4$ (this is read as 'a raised to the power of 4')

__________ $= a^5$ (______________________________)

__________ $= a^6$ (______________________________) and so on.

Thus, we can say that $a \times a \times a \times a \times a \times a \times$..................... 'm' times = a^m where 'a' is the base and 'm' is the exponent.

Do This

1. Write the expanded form of the following.

   (i) p^7 (ii) l^4 (iii) s^9 (iv) d^6 (v) z^5

2. Write the following in exponential form.

   (i) $a \times a \times a \times$ .... 'l' times

   (ii) $5 \times 5 \times 5 \times 5$.................... '$n$' times

   (iii) $q \times q \times q \times q \times q$ .... 15 times

   (iv) $r \times r \times r \times$ .... 'b' times

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. 3^2 అనేది 2^3 కు సమానమా? మీ జవాబును సమర్థించండి.

2. క్రింది సంఖ్యలను ఘాతరూపంలో రాయండి. వాటి (a) భూమి (b) ఘాతాంకం మరియు (c) ఎలా చదువుతారో సూచించండి.

   (i) 32 (ii) 64 (iii) 256 (iv) 243 (v) 49

వర్గము మరియు ఘనము

ఏ భూమినైనా ఘాతాంకం 2 లేదా 3 ఉన్నప్పుడు వాటిని ప్రత్యేకమైన పేర్లతో పిలుస్తాం.

$10 \times 10 = 10^2$ ను **'10 యొక్క 2వ ఘాతము'** లేక **'10 యొక్క వర్గము'**. అలాగే $4 \times 4 = 4^2$ మరియు **"4 యొక్క రెండవ ఘాతము"** లేక **"4 యొక్క వర్గము"** అని చదువుతాం.

$10 \times 10 \times 10 = 10^3$. దీనిని **"10 యొక్క 3వ ఘాతం"** లేక **"10 యొక్క ఘనము"** అని చదువుతాం.

$6 \times 6 \times 6 = 6^3$ దీనిని **"6 యొక్క 3వ ఘాతం"** అని లేక **"6 యొక్క ఘనము"** అని చదువుతాం.

సాధారణంగా ఏదయినా ఒక ధన సంఖ్య a ను భూమిగా తీసుకొని ఇలా రాస్తాం.

$a \times a = a^2$ (దీనిని "a యొక్క రెండవ ఘాతం" లేక "a యొక్క వర్గము" అని చదువుతాం).

$a \times a \times a = a^3$ (దీనిని 'a యొక్క మూడవ ఘాతం' లేక 'a యొక్క ఘనము' అని చదువుతాం).

$a \times a \times a \times a = a^4$ (దీనిని 'a యొక్క నాలుగవ ఘాతం" అని చదువుతాము).

______________ $= a^5$ (దీనిని ______________________________ అని చదువుతాం).

______________ $= a^6$ (దీనిని ______________________________) అని చదువుతాం.

అలాగే దీనిని బట్టి $a \times a \times a \times a \times a \times a \times$......................... 'm' సార్లు $= a^m$ అని చదువుతాం. ఇక్కడ 'a' భూమి మరియు 'm' ఘాతాంకం.

ఇవి చేయండి

1. కింది వాటికి విస్తృత రూపాలు రాయండి.

   (i) p^7 (ii) l^4 (iii) s^9 (iv) d^6 (v) z^5

2. కింది వాటిని ఘాతరూపంలో రాయండి.

   (i) $a \times a \times a \times$ .... 'l' మార్లు

   (ii) $5 \times 5 \times 5 \times$.................... '$n$' మార్లు

   (iii) $q \times q \times q \times$.................. 15 మార్లు

   (iv) $r \times r \times r \times$ .... 'b' మార్లు

SCERT, TELANGANA

11.2 Writing a number in exponential form through prime factorization.

Let us express the following numbers in the exponential form using prime factorization.

(i) 432 (ii) 450

Solution (i): $432 = 2 \times 216$

$= 2 \times 2 \times 108$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 54$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$= 2^4 \times 3^3$

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

Therefore, $432 = 2^4 \times 3^3$

(ii) 450 $= 2 \times 225$

$= 2 \times 3 \times 75$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 25$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 2 \times 3^2 \times 5^2$

2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

Therefore, $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$

Do This

Write the following in exponential form using prime factorization.

(i) 2500 (ii) 1296 (iii) 8000 (iv) 6300

Exercise - 1

1. Write the base and the exponent in each case. Also, write the term in the expanded form.

   (i) 3^4 (ii) $(7x)^2$ (iii) $(5ab)^3$ (iv) $(4y)^5$

2. Write the exponential form of each expression.

   (i) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

   (ii) $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

   (iii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

SCERT, TELANGANA

11.2 ఒక సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకములుగా విభజించి ఘాతరూపంలో రాయడం

ఇచ్చిన సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిని ఉపయోగించి ఘాతరూపంలో రాయవచ్చు.

(i) 432 (ii) 450

సాధన (i) $432 = 2 \times 216$

$= 2 \times 2 \times 108$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 54$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$= 2^4 \times 3^3$

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

కాబట్టి $432 = 2^4 \times 3^3$

(ii) $450 = 2 \times 225$

$= 2 \times 3 \times 75$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 25$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 2 \times 3^2 \times 5^2$

2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

కాబట్టి $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$

ఇవి చేయండి

(i) 2500 (ii) 1296 (iii) 8000 (iv) 6300

లను ప్రధాన కారణాంక పద్ధతి నుపయోగించి ఘాతరూపంలో రాయండి.

అభ్యాసం - 1

1. కింది వాటికి ఆధారము, ఘాతాంకములను సూచిస్తూ వాటిని విస్తృత రూపంలో రాయండి.

(i) 3^4 (ii) $(7x)^2$ (iii) $(5ab)^3$ (iv) $(4y)^5$

2. కింద వ్యక్తపరచిన రూపాలకు ఘాతరూపాలను రాయండి.

(i) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

(ii) $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(iii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

SCERT, TELANGANA

3. Express the following as the product of exponents through prime factorization.

(i) 288 (ii) 1250 (iii) 2250 (iv) 3600 (v) 2400

4. Identify the greater number in each of the following pairs.

(i) 2^3 or 3^2 (ii) 5^3 or 3^5 (iii) 2^8 or 8^2

5. If $a = 3, b = 2$ find the value of (i) $a^b + b^a$ (ii) $a^a + b^b$ (iii) $(a + b)^b$ (iv) $(a-b)^a$

11.3 Laws of exponents

When we multiply terms with exponents we use some rules to find the product easily. These rules have been discussed here.

11.3.1 Multiplying terms with the same base

Example 2 : $2^4 \times 2^3$

Solution : $2^4 \times 2^3 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{4\text{ times}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3\text{ times}}$

$= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{7\text{ times}}$

$= 2^7$ and this is same as 2^{4+3} (as $4 + 3 = 7$)

Therefore, $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3}$

Example 3: $5^2 \times 5^3$

Solution : $5^2 \times 5^3 = \underbrace{(5 \times 5)}_{2\text{ times}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5)}_{3\text{ times}}$

$= \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{5\text{ times}}$

$= 5^5$ and this is same as 5^{2+3} (as $2 + 3 = 5$)

Therefore, $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3}$

Do This

Find the values of 2^4, 2^3 and 2^7

verify whether $2^4 \times 2^3 = 2^7$

Find the values of 5^2, 5^3 and 5^5 and verify whether $5^2 \times 5^3 = 5^5$

SCERT, TELANGANA

3. కింది వాటిని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాసి వాటిని ఘాతరూపంలో వ్యక్తపరచండి.

(i) 288 (ii) 1250 (iii) 2250 (iv) 3600 (v) 2400

4. కింద ఇవ్వబడిన జతలలో పెద్దదానిని గుర్తించండి.

(i) 2^3 లేదా 3^2 (ii) 5^3 లేదా 3^5 (iii) 2^8 లేదా 8^2

5. $a = 3, b = 2$ అయిన క్రింది విలువలను కనుక్కోండి.

(i) $a^b + b^a$ (ii) $a^a + b^b$ (iii) $(a+b)^b$ (iv) $(a-b)^a$

11.3 ఘాతాంక న్యాయాలు

ఘాతరూపంలో ఉన్న పదాల గుణకారం సులభంగా చేయడానికి, వాటి లబ్ధాలను కనుగొనడానికి మనం కొన్ని సూత్రాలను ఉపయోగిస్తాము. వాటి గురించి ఇక్కడ చర్చిద్దాం.

11.3.1 ఒకే ఆధారముగా గల పదాల గుణకారం

ఉదాహరణ 2 : $2^4 \times 2^3$

సాధన : $2^4 \times 2^3 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{\text{4 మార్లు}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{\text{3 మార్లు}}$

$= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{7 మార్లు}}$

$=$ 2^7 మరియు ఇది 2^{4+3} కు సమానం (ఎందుకంటే $4 + 3 = 7$)

కావున $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3}$

ఉదాహరణ 3: $5^2 \times 5^3$

సాధన : $5^2 \times 5^3 = \underbrace{(5 \times 5)}_{\text{2 మార్లు}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5)}_{\text{3 మార్లు}}$

$= \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{5 మార్లు}}$

$=$ 5^5 మరియు ఇది 5^{2+3} కు సమానం ($2 + 3 = 5$ కాబట్టి)

కాబట్టి $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3}$

ఇవి చేయండి

2^4, 2^3 మరియు 2^7 విలువలను కనుగొని

$2^4 \times 2^3 = 2^7$ అవుతుందేమో సరిచూడండి.

5^2, 5^3 మరియు 5^5 విలువలు కనుక్కొని $5^2 \times 5^3 = 5^5$ అవుతుందేమో సరిచూడండి.

SCERT, TELANGANA

Example 4 : $a^4 \times a^5$

Solution: $a^4 \times a^5 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$

$= (a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a^9$ and this is same as a^{4+5} (as $4 + 5 = 9$)

Therefore, $a^4 \times a^5 = a^{4+5}$

Based on the above observations we can say that.

$\boldsymbol{a^m \times a^n = (a \times a \times a \ldots\ldots\ldots\ldots 'm' \text{ times}) \times (a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots 'n' \text{ times}) = a^{m+n}}$

For any non-zero integer '*a*', and integers '*m*' and '*n*'

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Do This

1. Simplify the following using the formula $a^m \times a^n = a^{m+n}$

   (i) $3^{11} \times 3^9$ (ii) $p^5 \times p^8$

2. Find the appropriate number in place of the symbol '?' in the following.

   Let 'k' be any non zero integer

   (i) $k^3 \times k^4 = k^?$ (ii) $k^{15} \times k^? = k^{31}$

11.3.2 Exponent of exponent

Example 5 : Consider $(3^2)^3$

Solution : Here ' 3^2 ' is the base and' 3' is the exponent

$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= 3^{2+2+2}$ (multplying terms with the same base)

$= 3^6$ and this is the same as $3^{2\times 3}$ (as $2 \times 3 = 6$)

Therefore, $(3^2)^3 = 3^{2\times 3}$

Do This

Compute 3^6 , cube of 3^2 and verify whether $(3^2)^3 = 3^6$?

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 4 : $a^4 \times a^5$

సాధన : $a^4 \times a^5 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$

$= (a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a^9$ మరియు ఇది a^{4+5} కి సమానము. $(4 + 5 = 9$ కావున)

కావున $a^4 \times a^5 = a^{4+5}$

పై పరిశీలనలనుంచి మనం

$a^m \times a^n = (a \times a \times a$ ....'m' సార్లు) $\times$ ($a \times a \times a \times$ ....'n' సార్లు)= a^{m+n} అని చెప్పగలం.

> **'a' ఏదైనా ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య 'm', 'n' లు పూర్ణసంఖ్యలయితే**
>
> $$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ఇవి చేయండి

1. ఈ కింది వాటిని $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ను ఉపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.

 (i) $3^{11} \times 3^9$ (ii) $p^5 \times p^8$

2. కింద ఇవ్వబడిన '?' గుర్తు స్థానంలో ఉండదగిన సంఖ్యను కనుక్కోండి. (k ఏదేని ఒక శూన్యేతర పూర్ణ సంఖ్య).

 (i) $k^3 \times k^4 = k^?$ (ii) $k^{15} \times k^? = k^{31}$

11.3.2 ఘాతం యొక్క ఘాతం

ఉదాహరణ 5 : $(3^2)^3$ ను పరిశీలిద్దాం.

సాధన : ఇక్కడ భూమి 3^2 మరియు ఘాతాంకం 3

$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= 3^{2+2+2}$ (సమాన భూములు గల పదాల లబ్ధం)

$= 3^6$ మరియు ఇది $3^{2\times3}$ కి సమానం $(2 \times 3 = 6$ కాబట్టి)

కావున $(3^2)^3 = 3^{2\times3}$

ఇవి చేయండి

3^6 విలువ 3^2 యొక్క ఘనం విలువలను కనుగొని $(3^2)^3 = 3^6$ అవుతుందేమో సరిచూడండి.

SCERT, TELANGANA

Example 6 : Let us consider $(4^5)^3$

Solution : $(4^5)^3 = 4^5 \times 4^5 \times 4^5$

$= 4^{5+5+5}$ (multplying terms with the same base)

$= 4^{15}$ and this is same as $4^{5\times3}$ (as $5 \times 3 = 15$)

Therefore, $(4^5)^3 = 4^{5\times3}$

Example 7: $(a^m)^4$

Solution : $(a^m)^4 = a^m \times a^m \times a^m \times a^m$

$= a^{m+m+m+m}$ (multplying terms with the same base)

$= a^{4m}$ and this is same as $a^{m\times4}$ (as $4 \times m = 4m$)

Therefore, $(a^m)^4 = a^{m\times4}$

Based on all the above we can say that $(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m$ **...... n times** $= a^{m+m+m+\ldots\ n\ times}$

$= a^{mn}$

For any non-zero integer 'a' and integers 'm' and 'n'

$(a^m)^n = a^{mn}$

11.3.3 Exponent of a product

Example 8 : Consider $3^5 \times 4^5$

Solution : Here 3^5 and 4^5 have the same exponent 5 but different bases.

$3^5 \times 4^5 = (3\times3\times3\times3\times3) \times (4\times4\times4\times4\times4)$

$= (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4)$

$= (3\times4)^5$

Therefore, $3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5$

Example 9: Consider $4^4 \times 5^4$

Solution : Here 4^4 and 5^4 have the same exponent 4 but have different bases.

$4^4 \times 5^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 5)\times (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5)$

$= (4 \times 5)^4$

Therefore, $4^4 \times 5^4 = (4 \times 5)^4$

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 6 : $(4^5)^3$ ను పరిశీలిద్దాం.

సాధన : $(4^5)^3 = 4^5 \times 4^5 \times 4^5$

$= 4^{5+5+5}$ (సమాన భూములు గల పదాల లబ్ధం)

$= 4^{15}$ మరియు ఇది $4^{5\times3}$ కు సమానం ($5 \times 3 = 15$ కావున)

కావున $(4^5)^3 = 4^{5\times3}$

ఉదాహరణ 7 : $(a^m)^4$ ను పరిశీలిద్దాం.

సాధన : $(a^m)^4 = a^m \times a^m \times a^m \times a^m$

$= a^{m+m+m+m}$ (సమాన భూములు గల పదాల లబ్ధం)

$= a^{4m}$ మరియు ఇది $a^{m\times4}$ కు సమానం ($4 \times m = 4m$)

కావున $(a^m)^4 = a^{m\times4}$

పై ఉదాహరణల నుంచి $(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times$**......** n **సార్లు** $= a^{m+m+m+\ldots n \text{ సార్లు}} = a^{mn}$

'a' ఏదేని ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య మరియు 'm', 'n' లు పూర్ణసంఖ్యలు అయితే $(a^m)^n = a^{mn}$

11.3.3 లబ్ధం యొక్క ఘాతం

ఉదాహరణ 8 : $3^5 \times 4^5$ ను పరిశీలిద్దాం.

సాధన : ఇక్కడ 3^5 మరియు 4^5 లు ఒకే ఘాతాంకం 5ను కలిగి ఉన్నాయి. కాని వాటి భూములు వేరువేరుగా ఉన్నాయి.

$3^5 \times 4^5 = (3\times3\times3\times3\times3) \times (4\times4\times4\times4\times4)$

$= (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4)$

$= (3\times4)^5$

కావున $3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5$

ఉదాహరణ 9 : $4^4 \times 5^4$ ను పరిశీలిద్దాం.

సాధన : ఇక్కడ 4^4 మరియు 5^4 లు ఒకే ఘాతాంకం 4 ను కలిగి ఉన్నాయి.

కాని వాటి భూములు వేరువేరుగా ఉన్నాయి.

$4^4 \times 5^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 5)\times (4 \times 5) \times (4 \times 5) (4 \times 5)$

$= (4 \times 5)^4$

కావున $4^4 \times 5^4 = (4 \times 5)^4$

SCERT, TELANGANA

Example 10 : Consider $p^7 \times q^7$

Solution : Here p^7 and q^7 have the same exponent 7 but different bases.

$$p^7 \times q^7 = (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$

$$= (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p \times q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$

$$= (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q)$$

$$= (p \times q)^7$$

Therefore, $p^7 \times q^7 = (p \times q)^7$

Based on all the above we can conclude that $a^m \times b^m = (a \times b)^m = (ab)^m$

> **For any two non-zero integers 'a', 'b' and any positive integer 'm'**
>
> $$a^m \times b^m = (ab)^m$$

Do This

Simplify the following using the law $a^m \times b^m = (a\,b)^m$

(i) $(2 \times 3)^4$ (ii) $x^p \times y^p$ (iii) $a^8 \times b^8$ (iv) $(5\times4)^{11}$

11.3.4 Division of exponents

Before discussing division of exponents we will now discuss about negative exponents.

11.3.4(a) Negative exponents

Observe the following pattern.

2^5	=	32	3^5	=	243
2^4	=	16	3^4	=	81
2^3	=	8	3^3	=	27
2^2	=	4	3^2	=	9
2^1	=	2	3^1	=	3
2^0	=	1	3^0	=	1
2^{-1}	=		3^{-1}	=	
(Hint: half of 1)			(Hint: one-third of 1)		
2^{-2}	=		3^{-2}	=	

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 10 : $p^7 \times q^7$ను పరిశీలిద్దాం.

సాధన : ఇక్కడ p^7 మరియు q^7 లు ఘాతాంకం 7ను కలిగి ఉన్నాయి. మరియు వాటి భూములు వేరుగా ఉన్నాయి.

$$p^7 \times q^7 = (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$

$$= (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p \times q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$

$$= (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q)$$

$$= (p \times q)^7$$

కావున $p^7 \times q^7 = (p \times q)^7$

పై ఉదాహరణల నుంచి $a^m \times b^m = (a \times b)^m = (ab)^m$ గా రాయవచ్చు.

> **'a', 'b' లు ఏవైనా రెండు శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్యలు మరియు 'm' ఏదైనా ధన పూర్ణసంఖ్య అయితే**
>
> $$a^m \times b^m = (ab)^m$$

ఇవి చేయండి

1. కింది వాటిని $a^m \times b^m = (a\,b)^m$ సూత్రాన్నుపయోగించి సూక్ష్మీకరించండి.

(i) $(2 \times 3)^4$ (ii) $x^p \times y^p$ (iii) $a^8 \times b^8$ (iv) $(5\times4)^{11}$

11.3.4 ఘాతరూప సంఖ్యల భాగహారము

ఘాతరూపాల భాగహారమును చర్చించుటకు ముందు మనం ఋణఘాతరూపాల గురించి చర్చిద్దాం.

11.3.4 (అ) ఋణ ఘాతాంకాలు

కింది వాటిని పరిశీలించండి.

2^5	=	32	3^5	=	243
2^4	=	16	3^4	=	81
2^3	=	8	3^3	=	27
2^2	=	4	3^2	=	9
2^1	=	2	3^1	=	3
2^0	=	1	3^0	=	1
2^{-1}	=	...	3^{-1}	=	...
(సూచన : 1లో సగము)			(సూచన : 1 లో 3 వ వంతు)		
2^{-2}	=	...	3^{-2}	=	...

SCERT, TELANGANA

What part of 32 is 16?

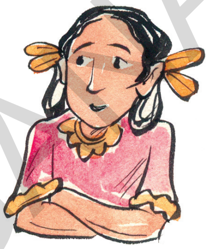
What is the difference between 2^5 and 2^4?

You will find that each time the exponent decreases by 1,the value becomes half of the previous.

From the above patterns we can say.

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ and $2^{-2} = \frac{1}{4}$

$3^{-1} = \frac{1}{3}$ and $3^{-2} = \frac{1}{9}$



Furthermore, we can see that $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$

similarly, $3^{-1} = \frac{1}{3}$ and $3^{-2} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$

For any non -zero integer '*a*' and any integer '*n*'

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Do This

1. Write the following, by using $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, with positive exponents.

   (i) x^{-7} (ii) a^{-5} (iii) 7^{-5} (iv) 9^{-6}

11.3.4(b) Zero exponents

In the earlier discussion we have seen that

$2^0 = 1$

$3^0 = 1$

Similarly we can say

$4^0 = 1$

$5^0 = 1$ and so on

Thus for non zero integer 'a', $a^0 = 1$

SCERT, TELANGANA

32 లో ఎన్నవ భాగం 16 అవుతుంది?

2^5 మరియు 2^4 ల మధ్య భేదం ఎంత?

ఘాతాంకం విలువ 1 తగ్గిన ప్రతిసారి దానివిలువ $\frac{1}{2}$ రెట్లు తగ్గటం మీరు గమనించే ఉంటారు.

పై పరిశీలనల నుంచి మనం

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ మరియు $2^{-2} = \frac{1}{4}$

$3^{-1} = \frac{1}{3}$ మరియు $3^{-2} = \frac{1}{9}$

ఇంకా $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$

అదేవిధంగా $3^{-1} = \frac{1}{3}$ మరియు $3^{-2} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$

'a' ఏదైనా శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య మరియు 'n' ఒక పూర్ణసంఖ్య అయితే

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

ఇవి చేయండి

1. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ను ఉపయోగించి కిందివానిని రాయండి.

(i) x^{-7} (ii) a^{-5} (iii) 7^{-5} (iv) 9^{-6}

11.3.4 (ఆ) శూన్య ఘాతాంకం

ముందు చర్చించిన విధానంలో

$2^0 = 1$

$3^0 = 1$ అని మనం గమనించాము.

ఇదేవిధంగా

$4^0 = 1$,

$5^0 = 1$, ... అని మనం చెప్పవచ్చు.

కాబట్టి a ఏదైనా ఒక శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య అయితే $a^0 = 1$.

SCERT, TELANGANA

11.3.4(c) Division of exponents having the same base

Example 11 : Consider $\frac{7^7}{7^3}$

Solution : $\frac{7^7}{7^3} = \frac{7\times7\times7\times7\times\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}}{\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}} = 7\times7\times7\times7$

$= 7^4$ which is same as 7^{7-3} (as $7 - 3 = 4$)

Therefore, $\frac{7^7}{7^3} = 7^{7-3}$

Example 12: Consider $\frac{3^8}{3^3}$

Solution : $\frac{3^8}{3^3} = \frac{3\times3\times3\times3\times3\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}} = 3\times3\times3\times3\times3$

$= 3^5$ which is same as 3^{8-3} (as $8 - 3 = 5$)

Therefore, $\frac{3^8}{3^3} = 3^{8-3}$

Example 13: Consider $\frac{5^5}{5^8}$

Solution : $\frac{5^5}{5^8} = \frac{\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}}{5\times5\times5\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}} = \frac{1}{5\times5\times5} = \frac{1}{5^3}$

$\frac{1}{5^3}$ which is same as $\frac{1}{5^{8-5}}$ (as $8 - 5 = 3$)

Therefore, $\frac{5^5}{5^8} = \frac{1}{5^{8-5}}$

Example 14: Consider $\frac{a^2}{a^7}$

Solution : $\frac{a^2}{a^7} = \frac{\cancel{a}\times\cancel{a}}{a\times a\times a\times a\times a\times\cancel{a}\times\cancel{a}} = \frac{1}{a\times a\times a\times a\times a}$

$= \frac{1}{a^5}$ which is the same as $\frac{1}{a^{7-2}}$ (as $7 - 2 = 5$)

Therefore, $\frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^{7-2}}$

SCERT, TELANGANA

11.3.4 (ఇ) ఒకే భూమి కలిగిన ఘాత రూపాల భాగహారము

ఉదాహరణ 11 : $\frac{7^7}{7^3}$

సాధన : $\frac{7^7}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times \cancel{7} \times \cancel{7} \times \cancel{7}}{\cancel{7} \times \cancel{7} \times \cancel{7}} = 7 \times 7 \times 7 \times 7$

$= 7^4$ మరియు ఇది 7^{7-3} కు సమానం (ఎందుకంటే $7 - 3 = 4$)

కాబట్టి $\frac{7^7}{7^3} = 7^{7-3}$

ఉదాహరణ 12 : $\frac{3^8}{3^3}$

సాధన : $\frac{3^8}{3^3} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 3^5$ ఇది 3^{8-3} కు సమానం ($8 - 3 = 5$ కావున)

కాబట్టి $\frac{3^8}{3^3} = 3^{8-3}$

ఉదాహరణ 13 : $\frac{5^5}{5^8}$

సాధన : $\frac{5^5}{5^8} = \frac{\cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}{5 \times 5 \times 5 \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^3}$

$\frac{1}{5^3}$ మరియు ఇది $\frac{1}{5^{8-5}}$ కు సమానం. ($8 - 5 = 3$ కాబట్టి)

కాబట్టి $\frac{5^5}{5^8} = \frac{1}{5^{8-5}}$

ఉదాహరణ 14 : $\frac{a^2}{a^7}$

సాధన : $= \frac{a^2}{a^7} = \frac{\cancel{a} \times \cancel{a}}{a \times a \times a \times a \times a \times \cancel{a} \times \cancel{a}} = \frac{1}{a \times a \times a \times a \times a}$

$= \frac{1}{a^5}$ మరియు ఇది $\frac{1}{a^{7-2}}$ కు సమానం ($7 - 2 = 5$ కాబట్టి)

అందువల్ల $\frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^{7-2}}$

SCERT, TELANGANA

Based on all the above examples we can say that-

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ if } m > n \text{ and } \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ if } m<n$$

For any non-zero integer '*a*' and integers '*m*' and '*n*'

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ if } m > n \quad \text{and} \quad \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ if } m < n$$

What happens *when m = n?* Give your answer.

Example 15 : Consider $\frac{4^3}{4^3}$

Solution : $\frac{4^3}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{1} = 1 \; \ldots\ldots (1)$

Also we know that $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$\therefore \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0 = 1$ from (1)

Similarly, find $\frac{7^4}{7^4}$.

What do you observe from above?

Also consider $\frac{a^4}{a^4} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} = 1$

But from $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

We have $\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$

For any non zero number 'a' we have $a^0 = 1$.

Observe here m, n (m = n)

Thus if m = n $\quad \boxed{\frac{a^m}{a^n} = 1}$

SCERT, TELANGANA

పై ఉదాహరణల నుండి

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ **($m > n$** అయిన) మరియు $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ **($m<n$** అయిన) అని చెప్పవచ్చు.

'a' ఏదైనా శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్య మరియు 'm', 'n' లు పూర్ణ సంఖ్యలైన
$m > n$ అయిన $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ మరియు $m < n$ అయిన $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$

$m = n$ అయినప్పుడు ఏం జరుగుతుంది? సమాధానమివ్వండి.

ఉదాహరణ 15 : $\frac{4^3}{4^3}$ ను కనుగొందాం.

సాధన : $\frac{4^3}{4^3} = \frac{4\times4\times4}{4\times4\times4} = \frac{1}{1} = 1$.............(I)

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ అని మనకు తెలుసు.

కావున $\frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0 = 1$

అదే విధంగా $\frac{7^4}{7^4}$ ను కనుగొనండి.

పై వాటి నుంచి మీరు ఏమి గమనించారు?

అదే విధంగా $\frac{a^4}{a^4} = \frac{a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a} = 1$

కానీ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ నుండి

$\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$ ఇక్కడ ఏదేని శూన్యేతర సంఖ్య a ఐతే $a^0 = 1$ మరియు

m, n లను పరిశీలించగా $m=n$.

కావున, $m = n$ అయినప్పుడు $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = 1}$

SCERT, TELANGANA

Do This

1. Simplify and write in the form of a^{m-n} or $\frac{1}{a^{n-m}}$.

   (i) $\frac{13^8}{13^5}$ (ii) $\frac{3^4}{3^{14}}$

2. Fill the appropriate number in the box.

   Ex : $\frac{8^8}{8^3} = 8^{\boxed{8-3}} = 8^{\boxed{5}}$

   (i) $\frac{12^{12}}{12^7} = 12^{\square} = 12^{\square}$ (ii) $\frac{a^{18}}{a^{\square}} = a^{\square} = a^{\boxed{10}}$

11.3.4(c) Dividing terms with the same exponents

Example 16: Consider $\left(\frac{7}{4}\right)^5$

Solution : $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$

$$= \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}$$

$$= \frac{7^5}{4^5}$$ (by the definition of exponent)

Therefore, $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7^5}{4^5}$

Example 17: Consider $\left(\frac{p}{q}\right)^6$

Solution : $\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right)$

$$= \frac{p \times p \times p \times p \times p \times p}{q \times q \times q \times q \times q \times q}$$

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. కింది వానిని సూక్ష్మీకరించి a^{m-n} లేదా $\frac{1}{a^{n-m}}$ రూపంలో రాయండి.

(i) $\frac{13^8}{13^5}$ (ii) $\frac{3^4}{3^{14}}$

2. $\square$ (ఖాళీ గడి) ని సరైన సంఖ్యతో నింపండి.

ఉదాహరణ : $\frac{8^8}{8^3} = 8^{\boxed{8-3}} = 8^{\boxed{5}}$

(i) $\frac{12^{12}}{12^7} = 12^{\square} = 12^{\square}$ (ii) $\frac{a^{18}}{a^{\square}} = a^{\square} = a^{\boxed{10}}$

11.3.4 (ఈ) ఒకే ఘాతాంకం గల సంఖ్యలను భాగించడం

ఉదాహరణ 16 : $\left(\frac{7}{4}\right)^5$

సాధన : $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}$

$$= \frac{7\times7\times7\times7\times7}{4\times4\times4\times4\times4}$$

$$= \frac{7^5}{4^5}$$ (ఘాతరూపం నిర్వచనం నుంచి)

కాబట్టి $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7^5}{4^5}$

ఉదాహరణ 17 : $\left(\frac{p}{q}\right)^6$

సాధన : $\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)$

$$= \frac{p\times p\times p\times p\times p\times p}{q\times q\times q\times q\times q\times q}$$

SCERT, TELANGANA

$$= \frac{p^6}{q^6} \qquad \text{(By the definition of exponent)}$$

$$\text{Therefore, } \left(\frac{p}{q}\right)^6 = \frac{p^6}{q^6}$$

Based on the above observations we can say that.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times a \text{ 'm' times}}{b \times b \times b \times b \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times b \text{ 'm' times}} = \frac{a^m}{b^m}$$

For any non-zero integers a, b and integer 'm' $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Do This

1. Complete the following

(i) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{\square}$ (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\square} = \frac{3^5}{2^5}$

(iii) $\left(\frac{8}{3}\right)^4 = \frac{\square}{\square}$ (iv) $\left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \frac{\square}{y^{11}}$

11.3.5 Terms with negative base

Example 18 : Evaluate $(1)^4$, $(1)^5$, $(1)^7$, $(-1)^2$, $(-1)^3$, $(-1)^4$, $(-1)^5$

Solution : $(1)^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

SCERT, TELANGANA

$$= \frac{p^6}{q^6}$$ (నిర్వచనం నుంచి)

కాబట్టి $\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \frac{p^6}{q^6}$

పై పరిశీలనల నుంచి మనం ఈ విధంగా చెప్పగలం.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times a \text{ 'm' మార్లు}}{b \times b \times b \times b \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times b \text{ 'm' మార్లు}} = \frac{a^m}{b^m}$$

> **a, b లు ఏవైనా రెండు శూన్యేతర పూర్ణ సంఖ్యలు మరియు '*m*' ఒక పూర్ణసంఖ్య అయిన** $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

ఇవి చేయండి

1. ఖాళీగడులను పూరించండి.

(i) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{\square}$ (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\square} = \frac{3^5}{2^5}$

(iii) $\left(\frac{8}{3}\right)^4 = \frac{\square}{\square}$ (iv) $\left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \frac{\square}{y^{11}}$

11.3.5 ఋణ సంఖ్యలు భూమిగా గల ఘాతరూపాలు

ఉదాహరణ 18 : $(1)^4, (1)^5, (1)^7, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, (-1)^5$ విలువలను లెక్కించండి.

సాధన : $(1)^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

SCERT, TELANGANA

From the above illustrations we observe that:

(i) 1 raised to any power is 1.

(ii) (–1) raised to odd power is (–1) and (–1) raised to even power is (+1).

Thus $(-a)^m = -a^m$ If 'm' is odd

$(-a)^m = a^m$ If 'm' is even

Now, let us look at some more examples.

$(-3)^4 = (-3)\ (-3)\ (-3)\ (-3) = 81$

$(-a)^4 = (-a)\ (-a)\ (-a)\ (-a) = a^4$

$$(-a)^{-3} = \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} = \frac{1}{-a^3} = \frac{-1}{a^3}$$

Example 19 : Express $\frac{-27}{125}$ in exponential form

Solution : $-27 = (-3)\ (-3)\ (-3) = (-3)^3$

$125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^3$

Therefore, $\frac{-27}{125} = \frac{(-3)^3}{(5)^3}$ as $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

Thus, $\frac{-27}{125} = \left(\frac{-3}{5}\right)^3$

Do This

1. Write in expanded form.

(i) $(a)^{-5}$ (ii) $(-a)^4$ (iii) $(-7)^{-5}$ (iv) $(-a)^m$

2. Write in exponential form

(i) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ (ii) $(-b) \times (-b) \times (-b) \times (-b)$

(iii) $\frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)}$ ...... 'm' times

SCERT TELANGANA

పై ఉదాహరణల నుండి మనం క్రింది విషయాలు గమనించవచ్చు.

(i) 1 యొక్క ఏ ఘాతంకైనా దానివిలువ 1

(ii) (–1) యొక్క బేసి ఘాతం విలువ (–1) మరియు సరిఘాతం విలువ (+1)

కాబట్టి $(-a)^m = -a^m$ (m, బేసి సంఖ్య అయితే)

$(-a)^m = a^m$ (m, సరి సంఖ్య అయితే)

ఇప్పుడు మరి కొన్ని ఉదాహరణలను గమనిద్దాం.

$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

$(-a)^4 = (-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a) = a^4$

$(-a)^{-3} = \frac{1}{(-a)^3} = \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} = \frac{1}{-a^3}$ లేక $\frac{-1}{a^3}$

ఉదాహరణ 19 : $\frac{-27}{125}$ ను ఘాతరూపంలో వ్యక్తపరచండి.

సాధన : $-27 = (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^3$

$125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^3$

కావున $\frac{-27}{125} = \frac{(-3)^3}{(5)^3}$; $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ నుంచి

$\frac{-27}{125} = \left(\frac{-3}{5}\right)^3$

SCERT, TELANGANA

ఇవి చేయండి

1. విస్తరణ రూపంలో రాయండి.

(i) $(a)^{-5}$ (ii) $(-a)^4$ (iii) $(-7)^{-5}$ (iv) $(-a)^m$

2. ఘాతరూపంలో రాయండి.

(i) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ (ii) $(-b) \times (-b) \times (-b) \times (-b)$

(iii) $\frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \ldots\ldots$ 'm' సార్లు.

Exercise 2

1. Simplify the following using laws of exponents.

(i) $2^{10} \times 2^4$ (ii) $(3^2) \times (3^2)^4$ (iii) $\frac{5^7}{5^2}$

(iv) $9^2 \times 9^{18} \times 9^{10}$ (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^8$ (vi) $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

(vii) $(3^2)^2$ (viii) $2^4 \times 3^4$ (ix) $2^{4a} \times 2^{5a}$

(x) $(10^2)^3$ (xi) $\left[\left(\frac{-5}{6}\right)^2\right]^5$ (xii) $2^{3a+7} \times 2^{7a+3}$

(xiii) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ (xiv) $(-3)^3 \times (-5)^3$ (xv) $\frac{(-4)^6}{(-4)^3}$

(xvi) $\frac{9^7}{9^{15}}$ (xvii) $\frac{(-6)^5}{(-6)^9}$ (xviii) $(-7)^7 \times (-7)^8$

(xix) $(-6^4)^4$ (xx) $a^x \times a^y \times a^z$

2. By what number should 3^{-4} be multiplied so that the product is 729?

3. If $5^6 \times 5^{2x} = 5^{10}$, then find x.

4. Evaluate $2^0 + 3^0$

5. Simplify $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^a \times \left(\frac{x^b}{x^a}\right)^a \times \left(\frac{x^a}{x^a}\right)^b$

6. State true or false and justify your answer.

(i) $100 \times 10^{11} = 10^{13}$ (ii) $3^2 \times 4^3 = 12^5$ (iii)) $5^0 = (100000)^0$

(iv) $4^3 = 8^2$ (v) $2^3 > 3^2$ (vi) $(-2)^4 > (-3)^4$

(vii) $(-2)^5 > (-3)^5$

Project Work

Collect the annual income particulars of any ten families in your locality and round it to the nearest thousands / lakhs and express the income of each family in the exponential form.

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 2

1. ఘాతాంక న్యాయాలనుపయోగించి కిందివానిని సూక్ష్మీకరించండి.

(i) $2^{10} \times 2^4$ (ii) $(3^2) \times (3^2)^4$ (iii) $\frac{5^7}{5^2}$

(iv) $9^2 \times 9^{18} \times 9^{10}$ (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^8$ (vi) $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

(vii) $(3^2)^2$ (viii) $2^4 \times 3^4$ (ix) $2^{4a} \times 2^{5a}$

(x) $(10^2)^3$ (xi) $\left[\left(\frac{-5}{6}\right)^2\right]^5$ (xii) $2^{3a+7} \times 2^{7a+3}$

(xiii) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ (xiv) $(-3)^3 \times (-5)^3$ (xv) $\frac{(-4)^6}{(-4)^3}$

(xvi) $\frac{9^7}{9^{15}}$ (xvii) $\frac{(-6)^5}{(-6)^9}$ (xviii) $(-7)^7 \times (-7)^8$

(xix) $(-6^4)^4$ (xx) $a^x \times a^y \times a^z$

2. 3^{-4} ను ఏ సంఖ్యచే గుణించగా లబ్ధం 729 అవుతుంది?

3. $5^6 \times 5^{2x} = 5^{10}$ అయితే x విలువ కనుగొనుము.

4. $2^0 + 3^0$ విలువ లెక్కించుము.

5. $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^a \times \left(\frac{x^b}{x^a}\right)^a \times \left(\frac{x^a}{x^a}\right)^b$ సూక్ష్మీకరించండి.

6. సత్యమా లేదా అసత్యమా తెలిపి కారణాలు తెలపండి.

(i) $100 \times 10^{11} = 10^{13}$ (ii) $3^2 \times 4^3 = 12^5$ (iii)) $5^0 = (100000)^0$

(iv) $4^3 = 8^2$ (v) $2^3 > 3^2$ (vi) $(-2)^4 > (-3)^4$

(vii) $(-2)^5 > (-3)^5$

ప్రాజెక్ట్ పని

మీ పరిసర ప్రాంతంలోని ఏవేని 10 కుటుంబాల యొక్క వార్షిక ఆదాయం వివరాలను సేకరించి, వేలు మరియు లక్షల స్థానానికి సవరించి ఒక్కొక్క కుటుంబం యొక్క వార్షిక ఆదాయాన్ని ఘాత రూపంలో చూపండి.

SCERT, TELANGANA

11.3.6 Expressing large numbers in standard form

The mass of the Earth is about 5976×10^{21} kg.

The width of the Milky Way Galaxy from one edge to the other edge is about 946×10^{5} km.

These numbers are still not very easy to comprehend. Thus, they are often expressed in standard form. In standard form:

Mass of the Earth is about 5.976×10^{24} kg

Similarly, the standard form of 946×10^{15} is 9.46×10^{17}.

Thus, in standard form (Scientific notation) a number is expressed as the product of largest integer exponent of 10 and a decimal number between 1 and 10.

Exercise 3

Express the number appearing in the following statements in standard form.

(i) The distance between the Earth and the Moon is approximately 384,000,000m.

(ii) The universe is estimated to be about 12,000,000,000 years old.

(iii) The distance of the sun from the center of the Milky Way Galaxy is estimated to be 300,000,000,000,000,000,000 m.

(iv) The earth has approximately 1,353,000,000 cubic km of sea water.

Looking Back

- Very large numbers are easier to read, write and understand when expressed in exponential form.
- $10{,}000 = 10^4$ (10 raised to the power of 4); $243 = 3^5$ (3 raised to the power of 5); $64 = 2^6$ (2 raised to the power of 6). In these examples 10, 3, 2 are the respective bases and 4, 5, 6 are the respective exponents.
- Laws of Exponents: For any non-zero integers 'a' and 'b' and integers 'm' and 'n'

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (v) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ if $m > n$

(vi) $\frac{a^m}{b^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ if $m < n$ (vii) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ (viii) $a^0 = 1$ (where $a \neq 0$)

SCERT TELANGANA

11.3.6 మిక్కిలి పెద్దసంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచటం

భూమి యొక్క ద్రవ్యరాశి దాదాపుగా 5976 x 10^{21} కి.గ్రా. పాలపుంత ఒక అంచునుంచి మరొక అంచు వరకు గల దూరం = 946 x 10^{15} కి.మీ. ఈ రకం సంఖ్యలను అర్థంచేసుకోవటం సులభం కాదు. కావున వీటిని ప్రామాణిక రూపంలో రాస్తే అవగాహన సులభం అవుతుంది.

భూమి యొక్క ద్రవ్యరాశి = 5.976×10^{24} ప్రామాణిక రూపం.

అదే విధంగా, 946×10^{15} ప్రామాణిక రూపం 9.46 x 10^{17}

కాబట్టి ఒక సంఖ్యను 1.0 మరియు 10.0 మధ్యగల దశాంశ భిన్నంగారాసి దానికి కావలసిన 10 యొక్క ఘాతాలతో లబ్ధం చేయటాన్ని ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచటం అంటాం.

అభ్యాసం - 3

కింది వాక్యాలలో గల సంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచండి.

(i) భూమి మరియు చంద్రుడి మధ్యదూరం 384,000,000మీ.

(ii) విశ్వం యొక్క వయస్సు 12,000,000,000 సంవత్సరాలుగా అంచనా వేశారు.

(iii) పాలపుంత గెలాక్సీ యొక్క మధ్యబిందువునుంచి సూర్యునికి గల దూరం300,000,000,000,000,000,000మీ. గా అంచనా వేయబడింది.

(iv) భూమి 1,353,000,000 ఘన కి.మీ.ల ఘనపరిమాణంగల నీటిని కలిగిఉంది.

మనం నేర్చుకున్నవి

- మిక్కిలి పెద్ద సంఖ్యలను ఘాత రూపంలో రాసినప్పుడు వాటిని చదవటం, వ్రాయటం మరియు అర్థం చేసుకోవటం సులభమవుతుంది.
- $10,000 = 10^4$ (10 యొక్క 4వ ఘాతం); $243 = 3^5$ (3 యొక్క 5వ ఘాతం); $64 = 2^6$ (2 యొక్క 6వ ఘాతం). ఈ ఉదాహరణలో 10, 3, 2 సంబంధిత భూములు మరియు 4, 5, 6 సంబంధిత ఘాతాంకాలు.
- ఘాతాంక న్యాయాలు : 'a', 'b' ఏవైనా రెండు శూన్యేతర పూర్ణసంఖ్యలు మరియు 'm', 'n' లు పూర్ణసంఖ్యలు.

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (v) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ if $m > n$

(vi) $\frac{a^m}{b^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ if $m < n$ (vii) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ (viii) $a^0 = 1$ (ఇచ్చట $a \neq 0$)

C7J8V9

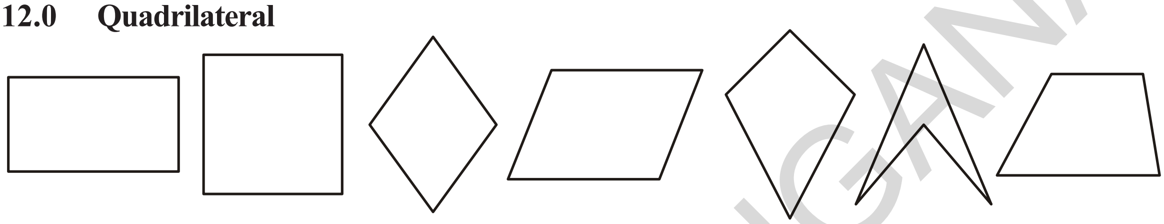
SCERT TELANGANA

QUADRILATERALS

12

In Class VI, we have been introduced to quadrilaterals. In this unit you will learn about the different types of quadrilaterals and their properties.

12.0 Quadrilateral



What is common property among all these pictures?

(Hints: Number of sides, angles, vertices. Is it an open or closed figure?)

Thus, a quadrilateral is a closed figure with four sides, four angles and four vertices.

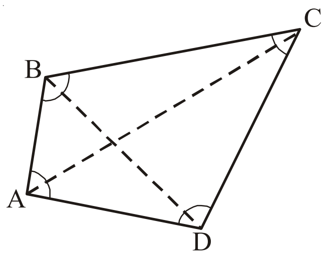
Quadrilateral ABCD has

(i) Four sides, namely $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ and $\overline{DA}$

(ii) Four vertices, namely A, B, C and D.

(iii) Four angles, namely $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ and $\angle DAB$.

(iv) The line segments joining the opposite vertices of a quadrilateral are called the diagonals of the quadrilateral. $\overline{AC}$ and $\overline{BD}$ are the diagonals of quadrilateral ABCD.



(v) The two sides of a quadrilateral which have a common vertex are called the 'adjacent sides' of the quadrilateral. In quadrilateral ABCD, $\overline{AB}$ is adjacent to $\overline{BC}$ and B is their common vertex.

(vi) The two angles of a quadrilateral having a common side are called the pair of 'adjacent angles' of the quadrilateral. Thus, $\angle ABC$ and $\angle BCD$ are a pair of adjacent angles and $\overline{BC}$ is one of the common side.

Do This

(i) In a quadrilateral ABCD, find the other adjacent sides and common vertices.

(ii) In a quadrilateral ABCD, find the other pairs of adjacent angles and sides.

SCERT TELANGANA

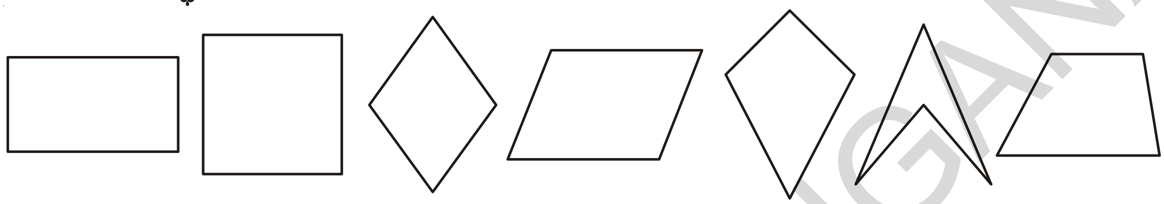
చతుర్భుజాలు

12

P9A4V6

చతుర్భుజాల గురించి మీకు ఆరో తరగతిలో పరిచయం చేయడం జరిగింది. ఈ అధ్యాయంలో చతుర్భుజాల రకాలు, వాటి ధర్మాలను గురించి ఇప్పుడు నేర్చుకుంటారు.

12.0 చతుర్భుజాలు

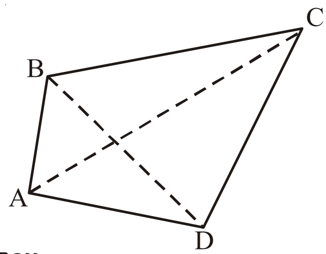


ఈ పటాలన్నింటిలోనూ మీరు గమనించిన ఉమ్మడి ధర్మమేది?

(సూచన : భుజాల సంఖ్య, కోణాల సంఖ్య, శీర్షాల సంఖ్య. ఇవి సంవృత లేదా వివృత పటమా?)

అందువల్ల నాలుగు భుజాలు, నాలుగు కోణాలు, నాలుగు శీర్షాలు ఉండే సంవృత పటాన్ని చతుర్భుజం అంటారు.

ABCD చతుర్భుజంలో



(i) నాలుగు భుజాలుంటాయి. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ మరియు $\overline{DA}$

(ii) నాలుగు శీర్షాలు A, B, C మరియు D.

(iii) నాలుగు కోణాలు $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ మరియు $\angle DAB$ ఉంటాయి.

(iv) చతుర్భుజంలో ఎదురెదురు శీర్షాలను కలిపే రేఖాఖండాలను చతుర్భుజ కర్ణాలు అంటారు. చతుర్భుజం ABCD కి $\overline{AC}$ మరియు $\overline{BD}$ లను కర్ణాలు అంటారు.

(v) ఉమ్మడి శీర్షం ఉండే రెండు భుజాలను 'పక్క పక్క భుజాలు' లేదా ఆసన్న భుజాలు అంటారు.. ABCD చతుర్భుజంలో $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ లు పక్క పక్క భుజాలు. 'వాటి ఉమ్మడి శీర్షం' B.

(vi) ఉమ్మడి భుజం ఉండే రెండు కోణాలను పక్క పక్క కోణాలు లేదా ఆసన్న కోణాలు అంటారు. అందువల్ల $\angle ABC$, $\angle BCD$ లు పక్కపక్క కోణాలు, $\overline{BC}$ ఉమ్మడి భుజం.

ఇవి చేయండి

(i) ABCD చతుర్భుజంలో మిగిలిన ఆసన్న భుజాల జతలను, వాటి ఉమ్మడి శీర్షాలను కనుక్కోండి.

(ii) చతుర్భుజం ABCD లో మిగిలిన ఆసన్నకోణాల జతలు, వాటి ఉమ్మడి భుజాలను కనుక్కోండి.

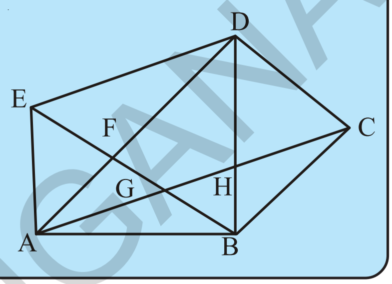
SCERT TELANGANA

(vii) The two sides of a quadrilateral, which do not have a common vertex, are called a pair of 'opposite sides' of the quadrilateral. Thus $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ and $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ are the two pairs of 'opposite sides' of the quadrilateral.

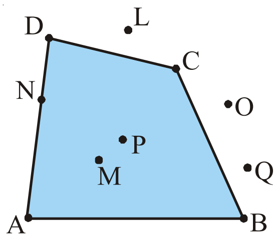
(viii) The two angles of a quadrilateral which do not have a common side are known as a pair of 'opposite angles' of the quadrilateral. Thus $\angle DAB$, $\angle BCD$ and $\angle CDA$, $\angle ABC$ are the two pairs of opposite angles of the quadrilateral.

Try This

How many different quadrilaterals can be obtained from the adjacent figure? Name them.



12.1 Interior-Exterior points of a quadrilateral



In quadrilateral ABCD which points lie inside the quadrilateral?

Which points lie outside the quadrilateral?

Which points lie on the quadrilateral?

Points P and M lie in the interior of the quadrilateral. Points L, O and Q lie in the exterior of the quadrilateral. Points N, A, B, C and D lie on the quadrilateral.

Mark as many points as you can in the interior of the quadrilateral.

Mark as many points as you can in the exterior of the quadrilateral.

How many points, do you think will be there in the interior of the quadrilateral?

12.2 Convex and Concave quadrilateral

Mark any two points L and M in the interior of quadrilateral ABCD and join them with a line segment.

Does the line segment or a part of it joining these points lie in the exterior of the quadrilateral? Can you find any two points in the interior of the quadrilateral ABCD for which the line segment joining them falls in the exterior of the quadrilateral?

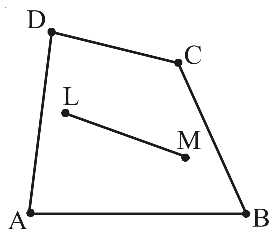


Figure 1

You will see that this is not possible.

Now let us do similar work in quadrilateral PQRS.

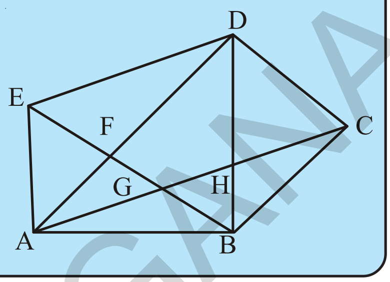
SCERT, TELANGANA

(vii) చతుర్భుజంలో ఉమ్మడి శీర్షం లేని రెండు భుజాలను ఎదురెదురు భుజాలు లేదా అభిముఖ భుజాలు అంటారు. ABCD చతుర్భుజంలో $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ మరియు $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ లు ఎదురెదురు భుజాల జతలు.

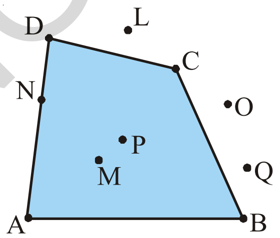
(viii) చతుర్భుజంలో ఉమ్మడి భుజంలేని రెండు కోణాలను ఎదురెదురుకోణాలు లేదా అభిముఖ కోణాలు అంటారు. ABCD చతుర్భుజంలో $\angle DAB$, $\angle BCD$ మరియు $\angle CDA$, $\angle ABC$ ఎదురెదురు కోణాల జతలు.

ప్రయత్నించండి

పక్కనున్న చిత్రంలో ఎన్ని చతుర్భుజాలు ఉన్నాయి? వాటిని పేర్కొనండి.



12.1 చతుర్భుజంలో అంతర, బాహ్యబిందువులు



చతుర్భుజం ABCD లో అంతరంగా ఉన్న బిందువులు ఏవి?

చతుర్భుజానికి బాహ్యంగా ఉన్న బిందువు లేవి?

చతుర్భుజంపై ఉన్న బిందువు లేవి?

చతుర్భుజం లోపల అంతరంగా P, M బిందువులున్నాయి. బాహ్యంగా L, O మరియు Q అనే బిందువులున్నాయి. చతుర్భుజంపై N, A, B, C మరియు D అనే బిందువులున్నాయి.

చతుర్భుజ అంతరంలో మీకు వీలైనన్ని బిందువులను గుర్తించండి.

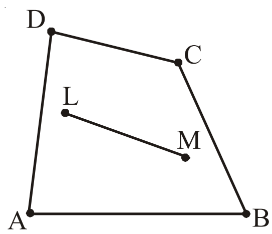
చతుర్భుజానికి బాహ్యంగా మీకు వీలైనన్ని బిందువులను గుర్తించండి.

చతుర్భుజ అంతరంలో ఎన్ని బిందువులుంటాయని మీరు భావిస్తున్నారు?

12.2 కుంభాకార, పుటాకార చతుర్భుజాలు

చతుర్భుజం ABCD అంతరంలో L మరియు M బిందువులను గుర్తించండి. L, M లను కలుపు రేఖా ఖండము పూర్తిగా చతుర్భుజం అంతరంలోనే ఉంది.

ఈ బిందువులను కలిపే రేఖాఖండం లేదా కొంత భాగం చతుర్భుజం యొక్క బాహ్యంలో ఉందా? ఒక రేఖాఖండం చివరి బిందువులు అంతరంగా ఉంటూ రేఖా ఖండంలో కొంత భాగము చతుర్భుజ ABCD బాహ్యంలో ఉండునట్లు ఏవేని రెండు బిందువులను నీవు గుర్తించగలవా?



ఇది సాధ్యం కాదని మీరు తెలుసుకుంటారు.

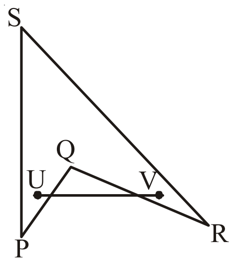
ఇప్పుడు మరో చతుర్భుజం PQRS ని అదేవిధంగా చేద్దాం.

పటం 1

SCERT, TELANGANA

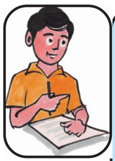
Mark any two points U and V in the interior of quadrilateral PQRS and join them. Does the line segment joining these two points fall in the exterior of the quadrilateral? Can you make more line segments like these in quadrilateral PQRS.

Can you also make line segments, joining two points, which lie in the interior of the quadrilateral PQRS. You will find that this is possible too.



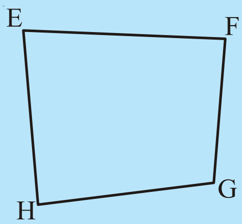
Quadrilateral ABCD is said to be a convex quadrilateral if all line segments joining points in the interior of the quadrilateral also lie in interior of the quadrilateral.

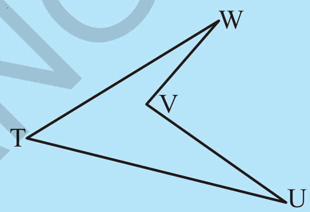
Quadrilateral PQRS is said to be a concave quadrilateral if all line segment joining points in the interior of the quadrilateral do not necessarily lie in the interior of the quadrilateral.



Try This

1.





(i) Is quadrilateral EFGH a convex quadrilateral?

(ii) Is quadrilateral TUVW a concave quadrilateral?

(iii) Draw both the diagonals for quadrilateral EFGH. Do they intersect each other?

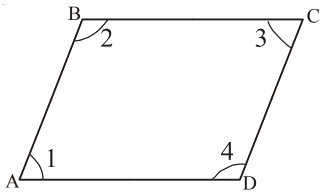
(iv) Draw both the diagonals for quadrilateral TUVW. Do they intersect each other?

You will find that the digonals of a convex quadrilateral intersect each other in the interior of the quadrilateral and the diagonals of a concave quadrialteral intersect each other in the exterior of the quadrilateral.

12.3 Angle-sum property of a quadrilateral

Activity 1

Take a piece of cardboard. Draw a quadrilateral ABCD on it. Make a cut of it. Then cut quadrilateral into four pieces (Figure 1) and arrange them as shown in the Figure 2, so that all angles $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ meet at a point.



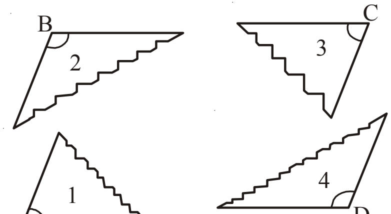


Figure 1

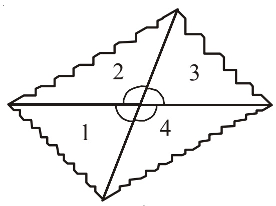
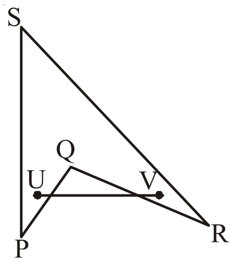


Figure 2

SCERT, TELANGANA

చతుర్భుజం PQRS కి అంతర్గతంగా U, V అనే ఏవైనా రెండు బిందువులను గుర్తించండి. ఈ బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండం చతుర్భుజానికి బాహ్యంగా ఉందా?



చతుర్భుజం PQRSలో ఇలాంటి మరిన్ని రేఖాఖండాలను మీరు ఏర్పరచగలరా?

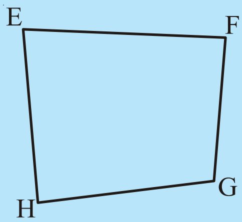
చతుర్భుజం PQRS లో రెండు బిందువులను కలిపే రేఖా ఖండాలు చతుర్భుజానికి అంతరంగా ఉండేలా ఏర్పరచగలరా? ఇది కూడా సాధ్యమేనని మీరు కనుక్కొంటారు.

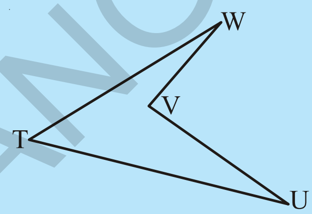
చతుర్భుజంలో అంతరంగా ఉన్న బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాలన్ని చతుర్భుజానికి అంతరంగా ఉంటాయి. కాబట్టి చతుర్భుజం ABCD ని కుంభాకార చతుర్భుజం అంటారు.

చతుర్భుజంలో అంతరంగా ఉన్న బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాలన్నీ చతుర్భుజానికి అంతరంగా ఉండే అవకాశం లేదు కాబట్టి చతుర్భుజం PQRS ను పుటాకార చతుర్భుజం అంటారు.

ప్రయత్నించండి

1.





(i) చతుర్భుజం EFGH కుంభాకార చతుర్భుజమా?

(ii) చతుర్భుజం TUVW పుటాకార చతుర్భుజమా?

(iii) చతుర్భుజం EFGH. కి రెండు కర్ణాలు గీయండి. అవి రెండూ పరస్పరం ఖండించుకుంటాయా?

(iv) చతుర్భుజం TUVW కు రెండు కర్ణాలు గీయండి. అవి రెండూ పరస్పరం ఖండించుకుంటాయా?

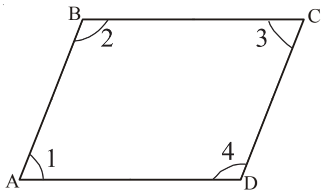
కుంభాకార చతుర్భుజ కర్ణాలు రెండూ పరస్పరం చతుర్భుజానికి అంతరంగా ఖండించుకుంటాయని; పుటాకార చతుర్భుజ కర్ణాలు రెండూ పరస్పరం చతుర్భుజానికి బాహ్యంగా ఖండించుకుంటాయని మీరు కనుక్కొంటారు.

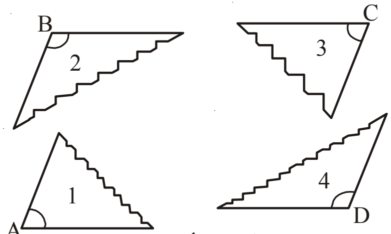
SCERT, TELANGANA

12.3 చతుర్భుజ కోణాల మొత్తానికి ధర్మం

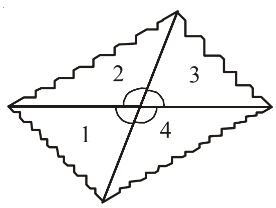
కృత్యం 1

ఒక కార్డ్‌బోర్డ్ ముక్కను తీసుకోండి. దానిపై ABCD చతుర్భుజాన్ని గీయండి. పటం-1 లో చూపినట్లు దాన్ని 4 ముక్కలు చేయండి. $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ లు ఒకే బిందువు. వద్ద కలిసేలా చిత్రం (2) లో చూపినట్లు అమర్చండి.





పటం 1



పటం 2

Is the sum of the angles ∠1, ∠2, ∠3 and ∠4 equal to 360°? (sum of angles at a point)

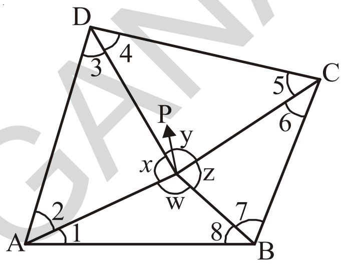
The sum of the four angles of a quadrilateral is 360°.

[**Note:** We can also denote the angles ∠1, ∠2, ∠3, etc. by as their respective measures i.e. m∠1, m∠2, m∠3, etc.]

You may arrive at this result in several other ways also.

1. Let P be any point in the interior of quadrilateral ABCD. Join P to vertices A, B, C and D.

In the figure, consider ΔPAD.



m∠2 + m∠3 = 180° – x .... (1)

Similarly, in ΔPDC, m∠4 + m∠5 = 180° – y .... (2)

in ΔPCB, m∠6 + m∠7 = 180° – z and .... (3)

in ΔPBA, m∠8 + m∠1 = 180° – w. .... (4)

(angle-sum property of a triangle)

Adding (1), (2), (3) and (4) we get

m∠1 + m∠2 + m∠3 + m∠4 + m∠5 + m∠6 + m∠7 + m∠8

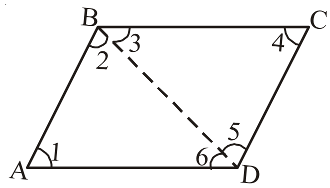
= 180° – x + 180° – y + 180° – z + 180° – w

= 720° – (x + y + z + w)

(x + y + z + w = 360° ; sum of angles at a point)

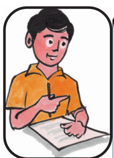
=720° – 360° = 360°

Thus, the sum of the angles of the quadrilateral is 360°.



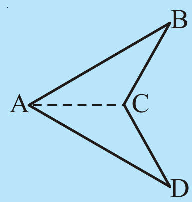
2. Take any quadrilateral, say ABCD. Divide it into two triangles, by drawing a diagonal. You get six angles 1, 2, 3, 4, 5 and 6.

Using the angle-sum property of a triangle and you can easily find how the sum of the measures of ∠A, ∠B, ∠C and ∠D amounts to 360°.



Try This

What would happen if the quadrilateral is not convex? Consider quadrilateral ABCD. Split it into two triangles and find the sum of the interior angles. What is the sum of interior angles of a concave quadrilateral?



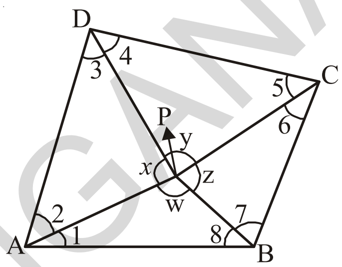
SCERT, TELANGANA

$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ మరియు $\angle 4$ ల మొత్తం 360^0 కు సమానం అవుతుందా? (ఒక బిందువు వద్ద కోణాల మొత్తం)
చతుర్భుజంలోని కోణాల మొత్తం 360^0.

(**గమనిక:** $\angle 1, \angle 2, \angle 3$, మొదలైన కోణాల కొలతలను $m\angle 1, m\angle 2, m\angle 3$ మొదలైన విధంగా కూడా సూచించవచ్చు.)

ఈ ఫలితాన్ని వేరేవిధాలుగా కూడా రాబట్టవచ్చు.

1. చతర్భుజం ABCD లో అంతరంగా ఉండే బిందువు P అనుకోండి. శీర్షాలు A, B, C మరియు D లకు P ని కలపండి. చిత్రంలోని ΔPAD ని పరిగణనలోకి తీసుకోండి.



$m\angle 2 + m\angle 3 = 180° - x$ .... (1)

ఇదేవిధంగా ΔPDC లో, $m\angle 4 + m\angle 5 = 180° - y$ .... (2)

ΔPCB లో $m\angle 6 + m\angle 7 = 180^o - z$ మరియు .... (3)

ΔPBA లో $m\angle 8 + m\angle 1 = 180^o - w$. .... (4)

(త్రిభుజ కోణాల మొత్తం సూత్రం)

(1), (2), (3) మరియు (4) లను కలుపగా

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 + m\angle 7 + m\angle 8$

$= 180° - x + 180° - y + 180° - z + 180° - w$

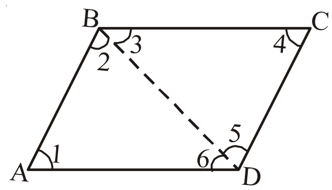
$= 720° - (x + y + z + w)$

($x + y + z + w = 360^o$; ఒక బిందువు వద్ద కోణాల మొత్తం)

$= 720° - 360° = 360°$

కాబట్టి చతుర్భుజంలోని కోణాల మొత్తం 360^o.

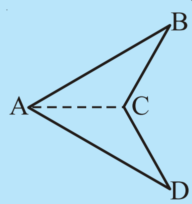
2. ABCD చతుర్భుజాన్ని తీసుకోండి. దీన్ని ఒక కర్ణం గీయడం ద్వారా రెండు త్రిభుజాలుగా విభజించండి. 1, 2, 3, 4, 5, 6 అనే కోణాలు ఏర్పడతాయి.



త్రిభుజ కోణాల మొత్తం సూత్రం సహాయంతో $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ ల మొత్తం $360°$ ఎలా అవుతుందో మీరు సులువుగా కనుక్కోగలరు.

ప్రయత్నించండి

చతర్భుజం కుంభాకారం కాకపోతే ఏం జరుగుతుంది? చతుర్భుజం ABCD ని రెండు త్రిభుజాలుగా విభజించి అంతరకోణాల మొత్తం కనుక్కోండి. పుటాకార చతుర్భుజ అంతరకోణాల మొత్తం ఎంత?



SCERT, TELANGANA

Example 1 : The three angles of a quadrilateral are 55°, 65° and 105°. Find the fourth angle?

Solution : The sum of the four angles of a quadrilateral = 360°.

The sum of the given three angles = 55° + 65° + 105° = 225°

Therefore, the fourth angle = 360° – 225° = 135°

Example 2 : In a quadrilateral, two angles are 80° and 120°. The remaining two angles are equal. What is the measure of each of these angles?

Solution : The sum of the four angles of the quadrilateral = 360°.

Sum of the given two angles = 80° + 120° = 200°

Therefore, the sum of the remaining two angles = 360° – 200° = 160°

Both these angles are equal.

Therefore, each angle = 160° ÷ 2 = 80°

Example 3 : The angles of a quadrilateral are $x°$, $(x-10)°$, $(x+30)°$ and $2x°$. Find the angles.

Solution: The sum of the four angles of a quadrilateral = 360°

Therefore, $x + (x-10) + (x+30) + 2x = 360$

$5x + 20 = 360$

$\therefore \quad x = 68°$

Thus, the four angles are = 68° ; (68–10)° ; (68+30)° ; (2×68)°

= 68°, 58°, 98° and 136°.

Example 4 : The angles of a quadrilateral are in the ratio 3 : 4 : 5 : 6. Find the angles.

Solution : The sum of four angles of a quadrilateral = 360°

The ratio of the angles is 3 : 4 : 5 : 6

Thus, the angles are $3x$, $4x$, $5x$ and $6x$.

$$3x + 4x + 5x + 6x = 360°$$

$$18x = 360°$$

$$x = \frac{360}{18} = 20^{o}$$

Thus, the angles are = 3 × 20°; 4 × 20°; 5 × 20°; 6 × 20°

= 60°, 80°, 100° and 120°

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 1 : చతుర్భుజంలోని 3 కోణాలు 55°, 65° మరియు 105° నాలుగో కోణాన్ని కనుక్కోండి.

సాధన : చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాల మొత్తం = 360°.

ఇచ్చిన 3 కోణాల మొత్తం $= 55^\circ + 65^\circ + 105^\circ = 225^\circ$

కాబట్టి నాలుగో కోణం $= 360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$

ఉదాహరణ 2 : చతుర్భుజంలో రెండు కోణాలు 80°, 120°. మిగతా రెండు కోణాలు సమానం అయితే ఆ రెండు కోణాలను కనుక్కోండి.

సాధన : చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాల మొత్తం = 360°.

ఇచ్చిన రెండుకోణాల మొత్తం $= 80^\circ + 120^\circ = 200^\circ$

కాబట్టి మిగతా రెండు కోణాల మొత్తం $= 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$

ఈ రెండు కోణాలు సమానం

కాబట్టి ఒక్కో కోణం $= 160^\circ \div 2 = 80^\circ$

ఉదాహరణ 3 : చతుర్భుజంలోని కోణాలు x°, $(x-10)^\circ$, $(x+30)^\circ$ మరియు $2x^\circ$ అయిన ఆ కోణాలను కనుక్కోండి.

సాధన : చతుర్భుజంలోని కోణాల మొత్తం $= 360^\circ$

కాబట్టి, $x + (x - 10) + (x + 30) + 2x = 360$

$5x + 20 = 360$

$\therefore \quad x = 68^\circ$

కాబట్టి ఆ నాలుగు కోణాలు $= 68^\circ$; $(68-10)^\circ$; $(68+30)^\circ$; $(2\times68)^\circ$

$= 68^\circ, 58^\circ, 98^\circ$ మరియు 136°.

ఉదాహరణ 4 : చతుర్భుజ కోణాలు 3 : 4 : 5 : 6 నిష్పత్తిలో ఉంటే ఆ కోణాలను కనుక్కోండి.

సాధన : చతుర్భుజంలోని 4 కోణాల మొత్తం $= 360^\circ$

కోణాల నిష్పత్తి = 3 : 4 : 5 : 6

కాబట్టి ఆ కోణాలు $3x$, $4x$, $5x$ మరియు $6x$.

$3x + 4x + 5x + 6x = 360^0$

$18x = 360^0$

$$x = \frac{360}{18} = 20^0$$

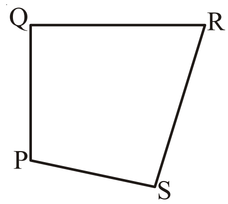
కాబట్టి ఆ కోణాలు $= 3 \times 20^0; 4 \times 20^0; 5 \times 20^0; 6 \times 20^0$

$= 60^\circ, 80^\circ, 100^\circ$ మరియు 120°

SCERT, TELANGANA

Exercise - 1

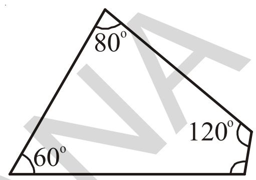
1. In quadrilateral PQRS



   (i) Name the sides, angles, vertices and diagonals.

   (ii) Also name all the pairs of adjacent sides, adjacent angles, opposite sides and opposite angles.

2. The three angles of a quadrilateral are 60°, 80° and 120°. Find the fourth angle?



3. The angles of a quadrilateral are in the ratio 2 : 3 : 4 : 6. Find the measure of each of the four angles.

4. The four angles of a quadrilateral are equal. Find each of them. Draw this quadrilateral in your notebook.

5. In a quadrilateral, the angles are $x°$, $(x + 10)°$, $(x + 20)°$, $(x + 30)°$. Find the angles.

6. The angles of a quadrilateral cannot be in the ratio 1 : 2 : 3 : 6. Why? Give reasons.

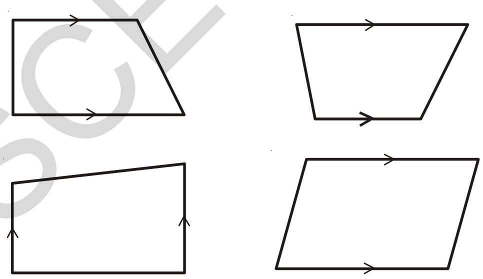
   (Hint: Try to draw a rough diagram of this quadrilateral)

12.4 Types of quadrilaterals

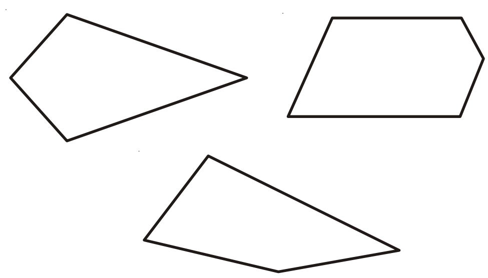
Based on the nature of the sides and angles, quadrilaterals have different names.

12.4.1 Trapezium

Trapezium is a quadrilateral with one pair of parallel sides.



These are trapeziums



These are not trapeziums

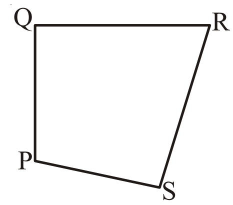
(Note: The arrow marks indicate parallel lines).

Why the second set of figures are not trapeziums?

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 1

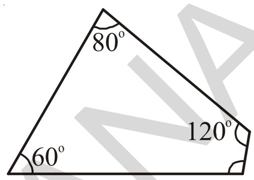
1. చతుర్భుజం PQRS లో



(i) భుజాలు, కోణాలు, శీర్షాలు, కర్ణాలను పేర్కొనండి

(ii) ఆసన్న భుజాలు, ఆసన్న కోణాలు, అభిముఖ భుజాలు, అభిముఖ కోణాల జతలను పేర్కొనండి.

2. చతుర్భుజంలోని 3 కోణాలు 60°, 80°, 120° అయితే నాలుగో కోణాన్ని కనుక్కోండి.



3. చతుర్భుజంలోని కోణాలు 2 : 3 : 4 : 6 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. ఒక్కోకోణం కొలత కనుక్కోండి.

4. చతుర్భుజంలోని 4 కోణాలు సమానం అయితే ఒక్కోదాన్ని కనుక్కోండి. మీ నోటు పుస్తకంలో ఈ చతుర్భుజాన్ని గీయండి.

5. ఒక చతుర్భుజంలో కోణాలు $x°$, $(x + 10)°$, $(x + 20)°$, $(x + 30)°$ అయితే ఆ కోణాలను కనుక్కోండి.

6. చతుర్భుజ కోణాలు 1 : 2 : 3 : 6 నిష్పత్తిలో ఉండవు. ఎందువల్ల? కారణాలు తెలపండి.

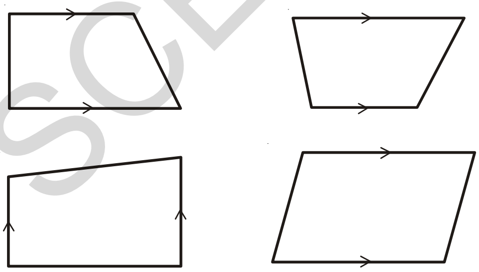
(సూచన: ఈ చతుర్భుజ చిత్తు పటాన్ని గీయడానికి ప్రయత్నించండి.)

12.4 చతుర్భుజాల రకాలు

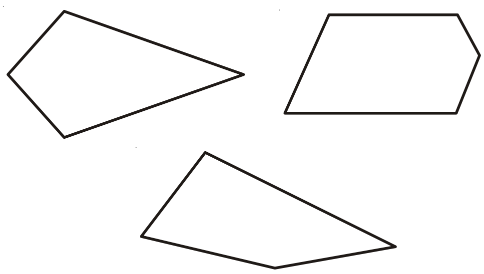
భుజాలు, కోణాల స్వభావం ఆధారంగా చతుర్భుజాలకు విభిన్నమైన పేర్లున్నాయి.

12.4.1 ట్రెపీజియం (సమలంబ చతుర్భుజం)

ఒక జత సమాంతర భుజాలు ఉండే చతుర్భుజాన్ని 'ట్రెపీజియం' అంటారు.



ఇవి ట్రెపీజియాలు



ఇవి ట్రెపీజియాలు కావు

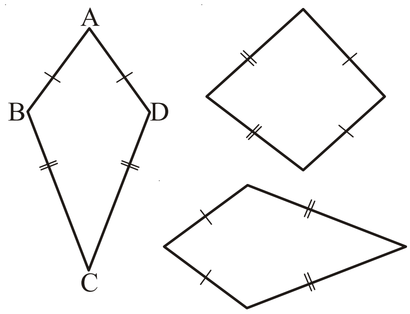
(**గమనిక :** బాణం గుర్తులు సమాంతర రేఖలను సూచిస్తాయి.)

రెండో సమితిలోని పటాలు ట్రెపీజియాలు కావు ఎందువల్ల?

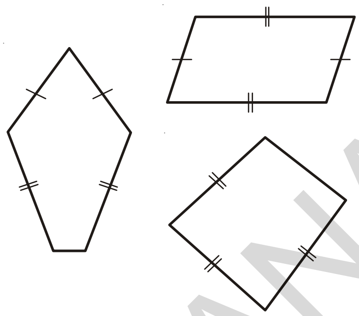
SCERT, TELANGANA

12.4.2 Kite

A Kite is a special type of quadrilateral. The sides with the same markings in each figure are equal in length. For example AB = AD and BC = CD.



These are kites



These are not kites

Why the second set of figures are not kites?

Observe that:

(i) A kite has 4 sides (It is a convex quadrilateral).

(ii) There are exactly two distinct, consecutive pairs of sides of equal length.

Activity 2

Take a thick sheet of paper. Fold the paper at the centre. Draw two line segments of different lengths as shown in Figure 1. Cut along the line segments and open up the piece of paper as shown in Figure 2. You have the shape of a kite.

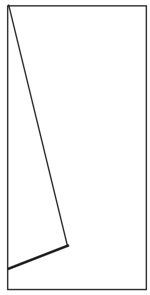


Figure1

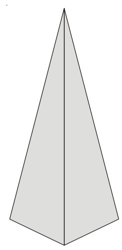


Figure2

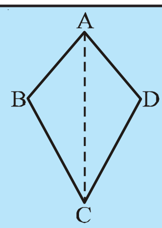
Does the kite have line symmetry?

Fold both the diagonals of the kite. Use the set-square to check if they cut at right angles.

Are the diagonals of the kite equal in length? Verify (by paper-folding or measurement) if the diagonals bisect each other.

Try This

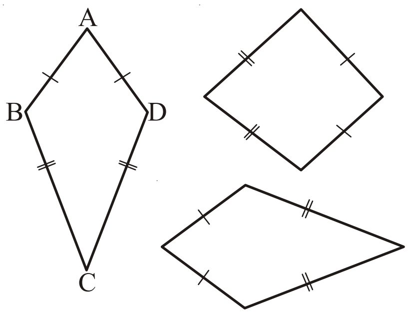
Prove that in a kite ABCD, ΔABC and ΔADC are congruent.



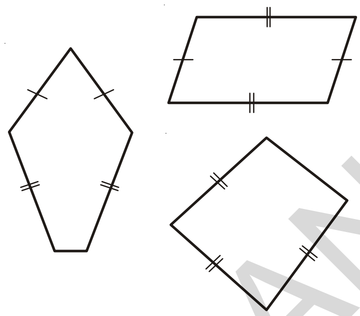
SCERT, TELANGANA

12.4.2 గాలిపటం (KITE)

గాలిపటం అనేది ఒక ప్రత్యేక రకమైన చతుర్భుజం. కింది పటాల్లో సమాన పొడవులను ఒకే విధమైన గుర్తులతో సూచించబడినవి. ఉదాహరణకు AB = AD మరియు BC = CD.



ఇవి గాలిపటాలు



ఇవి గాలిపటాలు కావు

రెండో సమితిలోని రూపాలు గాలిపటాలు ఎందువల్ల కావు?

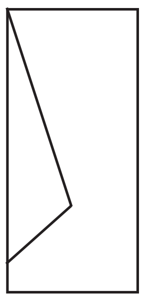
పరిశీలించండి.

(i) **గాలిపటానికి 4 భుజాలున్నాయి. (ఇది కుంభాకార చతుర్భుజం)**

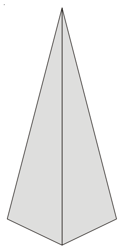
(ii) **సమాన కొలతలుండే ఆసన్న భుజాల జతలు రెండు ఉంటాయి.**

కృత్యం 2 :

మందం కలిగిన ఒక కాగితాన్ని తీసుకోండి. మధ్యలోకి మడవండి. చిత్రం (1) లో చూపించినట్లు వేర్వేరు కొలతలు గల రెండు రేఖాఖండాలను గీయండి. ఆ రేఖా ఖండాల వెంబడి కత్తిరించి చిత్రం (2) లో చూపినట్టు కాగితం ముక్కలను తెరవండి. ఇప్పుడు గాలిపటం ఆకారం సిద్ధం.



పటం 1



పటం 2

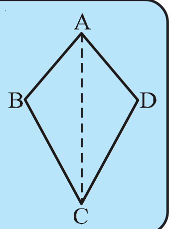
గాలిపటానికి సౌష్టవ రేఖలుంటాయా?

గాలిపటం కర్ణాలను మడవండి. ఆ కర్ణాలు ఖండించుకున్నచోట లంబకోణము ఉంటుందా? లేదా? తెలుసుకునేందుకు మూలమట్టాలను ఉపయోగించండి.

గాలిపటం కర్ణాలు రెండూ సమాన పొడవులో ఉంటాయా? కాగితాన్ని మడవడం లేదా కొలవడం ద్వారా కర్ణాలు పరస్పరం ఖండించుకుంటాయో లేదో పరిశీలించండి.

ప్రయత్నించండి

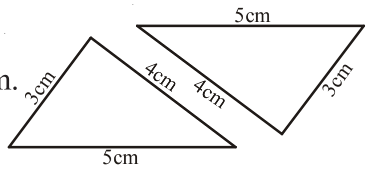
గాలిపటం ABCD లో ΔABC మరియు ΔADC లు సర్వసమానాలని నిరూపించండి.



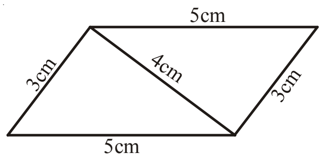
SCERT, TELANGANA

12.4.3 Parallelogram

Activity 3



Take two identical cut-outs of a triangle of sides 3 cm, 4 cm, 5 cm. Arrange them as shown in the figure given below:



You get a parallelogram. Which are the parallel sides here? Are the parallel sides equal? You can get two more parallelograms using the same set of triangles. Find them out.

A parallelogram is a quadrilateral with two pairs of opposite sides parallel.

Activity 4

Take a ruler. Place it on a paper and draw two lines along its two sides as shown in Figure1. Then place the ruler over the lines as shown in Figure2 and draw two more lines along its edges again.

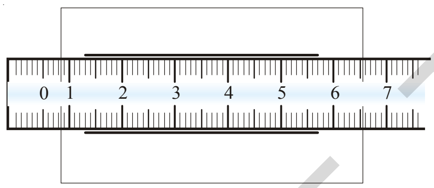


Figure 1

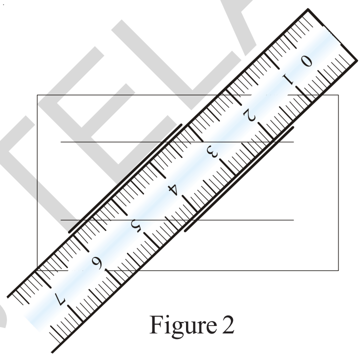


Figure 2

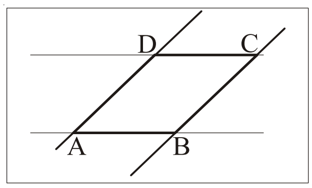


Figure 3

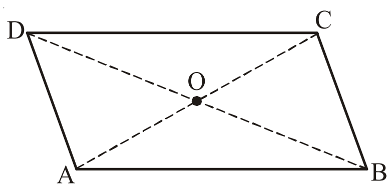
In Figure 3, opposite sides are parallel, hence it is a parallelogram.

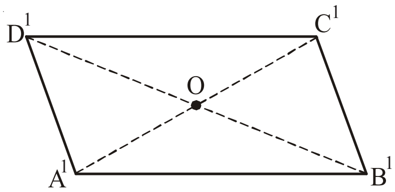
12.4.3(a) Properties of a parallelogram

Sides of parallelogram

Activity 5

Take cut-outs of two identical parallelograms, say ABCD and $A^1B^1C^1D^1$.



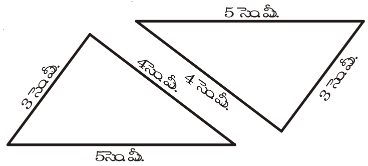


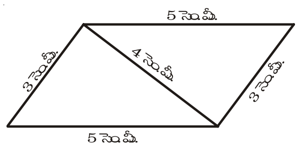
SCERT, TELANGANA

12.4.3 సమాంతర చతుర్భుజం

కృత్యం 3 :

3 సెం.మీ., 4 సెం.మీ., 5 సెం.మీ. భుజాలుగా ఉండే రెండు ఒకే రూపంలో ఉన్న త్రిభుజాలను తీసుకోండి. వాటిని కింది పటంలో చూపినట్లు అమర్చండి.



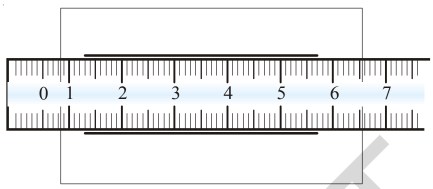


సమాంతర చతుర్భుజం ఏర్పడుతుంది. ఇక్కడ సమాంతర భుజాలేవి? సమాంతర భుజాలు సమానంగా ఉంటాయా? ఇవే త్రిభుజాలతో మరో రెండు సమాంతర చతుర్భుజాలను రూపొందించవచ్చు. వాటిని కనుగొనండి.

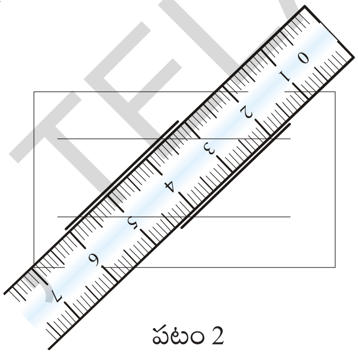
రెండు జతల ఎదురెదురు భుజాలు సమాంతరంగా ఉండే చతుర్భుజమే సమాంతర చతుర్భుజం.

కృత్యం 4 :

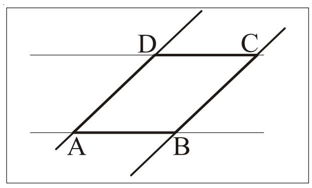
ఒక కొలబద్దను తీసుకోండి. దాన్ని కాగితంపై ఉంచి దాని అంచుల వెంబడి చిత్రం (1)లో చూపినట్లు రెండు రేఖలను గీయండి. కొలబద్దను ఆ రేఖలపై చిత్రం (2)లో చూపినట్లు ఉంచండి. దాని అంచుల వెంబడి మరో రెండు రేఖలను గీయండి.



పటం 1



పటం 2



పటం 3

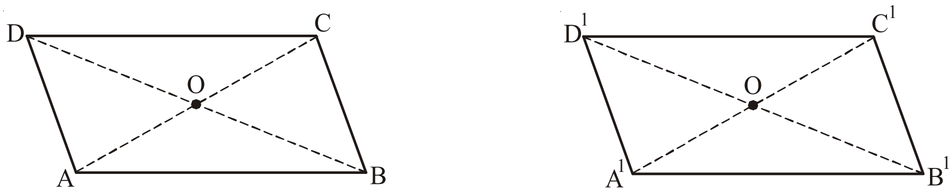
చిత్రం (3)లో ఎదురెదురుగా ఉన్న భుజాలు సమాంతరాలు. ఇది సమాంతర చతుర్భుజం.

12.4.3 (అ) సమాంతర చతుర్భుజ ధర్మాలు

సమాంతర చతుర్భుజ భుజాలు

కృత్యం 5 :

ABCD; $A^1B^1C^1D^1$ అనే రెండు ఏకరీతి సమాంతర చతుర్భుజ రూపాలను కత్తిరింపబడినవి తీసుకోండి. వీలైతే వేర్వేరు రంగులు కలిగినవి తీసుకోండి.



SCERT TELANGANA

Here $\overline{AB}$ is same as $\overline{A'B'}$ except for the name. Similarly, the other corresponding sides are equal too. Place $\overline{A'B'}$ over $\overline{DC}$. Do they coincide? Are the lengths $\overline{A'B'}$ and $\overline{DC}$ equal?

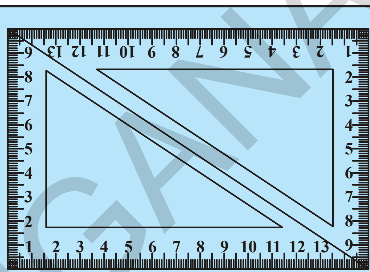
Similarly examine the lengths $\overline{AD}$ and $\overline{B'C'}$. What do you find?

You will find that the sides are equal in both cases. Thus, **the opposite sides of a parallelogram are of equal length.**

You will also find the same results by measuring the side of the parallelogram with a scale.

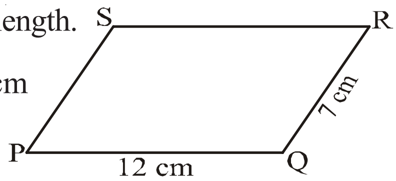
Try This

Take two identical set squares with angles 30° – 60° – 90° and place them adjacently as shown in the adjacent figure. Does this help you to verify the above property? (Can we say every rectangle is a parallelogram?)



Example 5 : Find the perimeter of the parallelogram PQRS.

Solution : In a parallelogram, the opposite sides have same length.



According to the question, PQ= SR = 12 cm and QR = PS = 7 cm

Thus, Perimeter = PQ + QR + RS + SP

= 12 cm + 7 cm + 12 cm + 7 cm = 38 cm

Angles of a parallelogram

Activity 6

Let ABCD be a parallelogram. Copy it on a tracing sheet. Name this copy as A′, B′, C′, D′. Place A′, B′, C′, D′ on ABCD as shown in Figure 1. Pin them together at the point where the diagonals meet. Rotate the transparent sheet by 90° as shown in Figure 2. Then rotate the parallelogram again by 90° in the same direction. You will find that the parallelograms coincide as shown in Figure 3. You now find A′ lying exactly on C and C′ lying on A. Similarly B′ lies on D and D′ lies on B as shown in Figure 3.

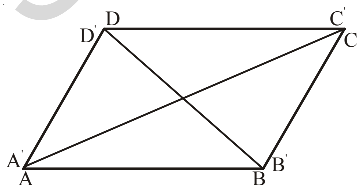


Figure 1

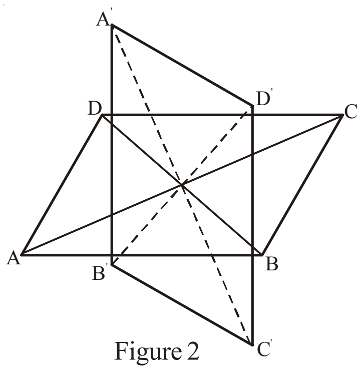


Figure 2

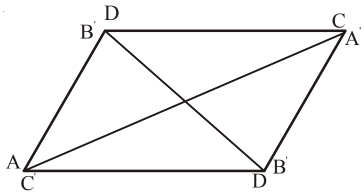


Figure 3

SCERT, TELANGANA

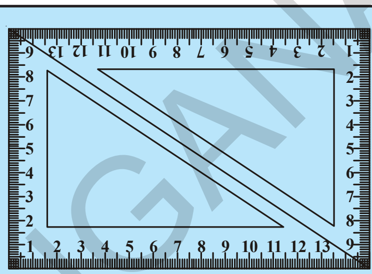
పేరు తప్ప $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ రెండూ ఒకేవిధంగా ఉంటాయి. అదే విధంగా మిగతా భుజాలు కూడా ఉంటాయి. $\overline{DC}$ పై $\overline{A'B'}$ ను ఉంచండి. అవి ఏకీభవిస్తాయా? $\overline{A'B'}$, $\overline{DC}$ ల పొడవులు సమానమా? అదే విధంగా $\overline{AD}$, $\overline{B'C'}$ భుజాలను పరిశీలించండి. మీరేం కనుక్కుంటారు?

ఈ రెండు సందర్భాల్లోనూ భుజాలు సమానమని మీరు తెలుసుకుంటారు. అందువల్ల **సమాంతర చతుర్భుజంలో ఎదురెదురు భుజాలు సమాన పొడవుతో ఉంటాయి.**

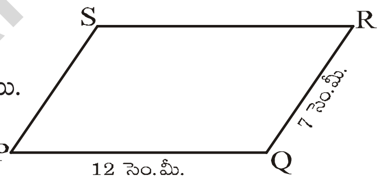
సమాంతర చతుర్భుజ భుజాలను కొలచినా మీకు ఇవే ఫలితాలొస్తాయి.

ప్రయత్నించండి

30°, 60°, 90° కొలతలు ఉండే ఏకరీతి మూలమట్టాలను రెండు తీసుకోండి. పక్క చిత్రంలో చూపినట్లు పక్కపక్కన అమర్చండి. పై ధర్మాన్ని సరిచూసేందుకు ఇది సహాయకారిగా ఉందా? (ప్రతి దీర్ఘచతురస్రం సమాంతర చతుర్భుజం అని మనం చెప్పగలమా?)



ఉదాహరణ 5 : సమాంతర చతుర్భుజం PQRS పరిధి కనుక్కోండి.



సాధన : సమాంతర చతుర్భుంలో ఎదురెదురు భుజాలు సమాన పొడవుతో ఉంటాయి.

దత్తాంశం ప్రకారం PQ= SR = 12 సెం.మీ మరియు QR = PS = 7 సెం.మీ

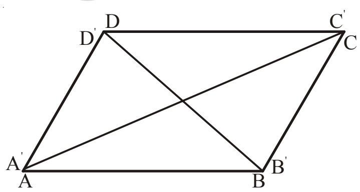
కాబట్టి పరిధి = PQ + QR + RS + SP

= 12 సెం.మీ + 7 సెం.మీ + 12 సెం.మీ + 7 సెం.మీ = 38 సెం.మీ

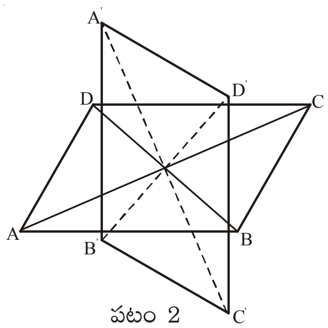
సమాంతర చతుర్భుజ కోణాలు

కృత్యం 6 :

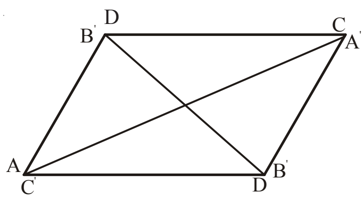
సమాంతర చతుర్భుజం ABCD ని ట్రేసింగ్ షీట్‌పై కాపీ చేయండి. A'B'C'D' గా గుర్తించండి. చిత్రం– (1)లో చూపినట్లు A'B'C'D' ని ABCD పై ఉంచండి. కర్ణాలు కలిసేచోట ఈ రెండింటినీ గుండుసూదితో కలపండి. పారదర్శక షీటును చిత్రం – (2) లో చూపినట్లు 90^o భ్రమణం చేయించండి. అదే దిశలో సమాంతర చతుర్భుజాన్ని 90^o భ్రమణం చేయించండి. చిత్రం – (3)లో చూపినట్లు రెండు సమాంతర చతుర్భుజాలు ఏకీభవిస్తాయి. C బిందువుపై A' బిందువు, A పై C' బిందువు ఉంటాయని మీరు గమనిస్తారు. అదేవిధంగా D పై B' మరియు B పై D' చిత్రం (3)లో చూపినట్లు ఉంటాయి.



పటం 1



పటం 2



పటం 3

SCERT, TELANGANA

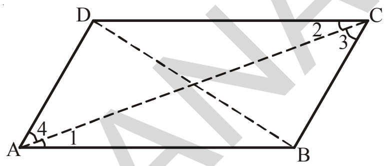
Does this tell you anything about the measures of the angles A and C? Examine the same for angles B and D. State your findings.

You will conclude that the opposite angles of a parallelogram are of equal measure.

Try This

Take two identical $30° - 60° - 90°$ set squares and form a parallelogram as before. Does the figure obtained help you confirm the above property?

You can justify this idea through logical arguments-



If $\overline{AC}$ and $\overline{BD}$ are the diagonals of the parallelogram ABCD you find that $\angle 1 = \angle 2$ and $\angle 3 = \angle 4$ (alternate angles property)

$\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (ASA congruency).

Therefore, $m\angle B = m\ \angle D$ (c.p.c.t.).

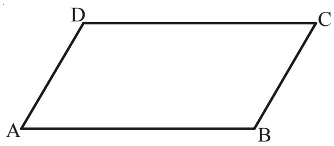
Similarly, $\Delta ABD \cong \Delta CDB$, therefore, $m\ \angle A = m\ \angle C$. (c.p.c.t.).

Thus, the opposite angles of a parallelogram are of equal measure.

We now turn our attention to adjacent angles of a parallelogram.

In parallelogram ABCD, $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ and $\overline{DA}$ is the transversal.

Therefore, $\angle A$ and $\angle D$ are the interior angles on the same side of the transversal. They are supplementary each other.



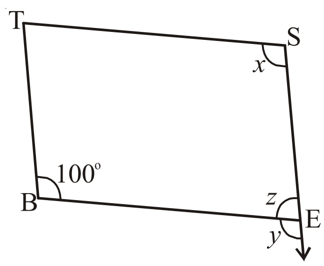
$\angle A$ and $\angle B$ are also supplementary. Can you say 'why'?

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ and $\overline{BA}$ is a transversal, making $\angle A$ and $\angle B$ interior angles.

Do This

Identify two more pairs of supplementary angles from the parallelogram ABCD given above.

Example 6 : BEST is a parallelogram. Find the values x, y and z.



Solution : $\angle S$ is opposite to $\angle B$.

So, $x = 100°$ (opposite angles property)

$y = 100°$ (corresponding angles)

$z = 80°$ (since $\angle y, \angle z$ is a linear pair)

The adjacent angles in a parallelogram are supplementary. You have observed the same result in the previous example.

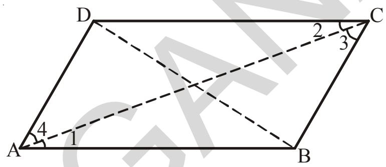
SCERT, TELANGANA

A, C కోణాల కొలతల గురించి ఇది ఏమన్నా తెలుపుతుందా? B, D కోణాల కొలతలను పరిశీలించి, మీ పరిశీలనలను పేర్కొనండి.

సమాంతర చతుర్భుజ ఎదురెదురు కోణాలు సమాన కొలతలతో ఉంటాయని మీరు తెలుసుకుంటారు.

ప్రయత్నించండి

$30°, 60°, 90°$ కొలతల మూలమట్టాల జతలను తీసుకొనండి. గతంలో చేసినట్టే సమాంతర చతుర్భుజాలను రూపొందించండి. పైన పేర్కొన్న ధర్మాన్ని నిరూపించేందుకు ఈ చిత్రం మీకేమైనా సహాయపడుతుందా?



తార్కిక వాదనలతో ఈ ఆలోచనను బలపరచవచ్చు.

సమాంతర చతుర్భుజం ABCD కర్ణాలు $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ అయితే $\angle 1 = \angle 2$ మరియు $\angle 3 = \angle 4$ (ఏకాంతర కోణాల ధర్మం)

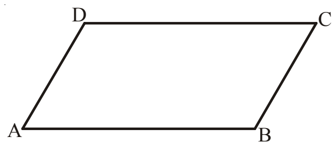
$\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (కో.భు.కో. నియమం)

కాబట్టి $m\angle B = m\angle D$

ఇదేవిధంగా, $\Delta ABD \cong \Delta CDB$, కాబట్టి $m\angle A = m\angle C$.

అందువల్ల సమాంతర చతుర్భుజ ఎదురెదురు కోణాలు సమానంగా ఉంటాయి.

సమాంతర చతుర్భుజం ఆసన్న కోణాలను పరిశీలిద్దాం.



సమాంతర చతుర్భుజం ABCD లో $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$, $\overline{DA}$ తిర్యగ్రేఖ.

కాబట్టి $\angle A$, $\angle D$ ఆసన్న కోణాలు, పరస్పరం సంపూరకాలు.

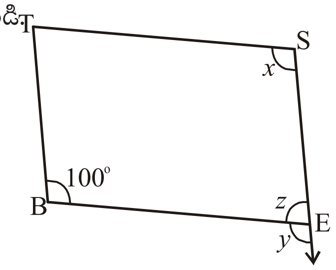
$\angle A$, $\angle B$ లు కూడా పరస్పర సంపూరకాలే. ఎందువల్ల?

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$; $\overline{BA}$ తిర్యగ్రేఖ. అందువల్ల $\angle A$, $\angle B$ ఆసన్న కోణాలు.

ఇది చేయండి

పైన ఇచ్చిన ABCD సమాంతర చతుర్భుజంలో మరో రెండు జతల సంపూరక కోణాలను గుర్తించండి.

ఉదాహరణ 6 : BEST ఒక సమాంతర చతుర్భుజం. x, y, z విలువలు కనుక్కోండి.



సాధన : $\angle S$, $\angle B$ కి అభిముఖ కోణం.

కాబట్టి $x = 100^0$ (అభిముఖ కోణాల నియమం)

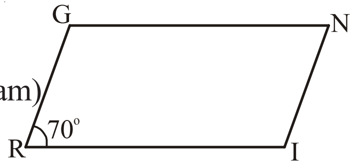
$y = 100^0$ (సాదృశ్య కోణాలు)

$z = 80^0$ ($\angle y$, $\angle z$ రేఖీయ ద్వయం కాబట్టి)

సమాంతర చతుర్భుజంలో ఆసన్న కోణాలు సంపూరకాలు. పై ఉదాహరణ నుండి కూడా ఈ పరిశీలన చేయవచ్చు.

SCERT, TELANGANA

Example 7 : In parallelogram RING if m $\angle R = 70°$, find all the other angles.



Solution : According to the question, $m\angle R = 70°$

Then $m\angle N = 70°$ (opposite angles of a parallelogram)

Since $\angle R$ and $\angle I$ are supplementary angles,

$m\angle I = 180° - 70° = 110°$

Also, $m\angle G = 110°$ since $\angle G$ and $\angle I$ are opposite angles of a parallelogram.

Thus, $m\angle R = m\angle N = 70°$ and $m\angle I = m\angle G = 110°$

Try this

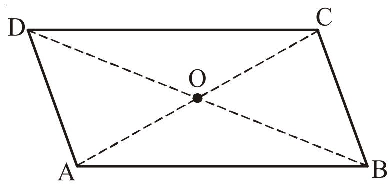
For the above example, can you find m $\angle I$ and m $\angle G$ by any other method?

Hint : Angle-sum property of a quadrilateral.

12.4.3 (b) Diagonals of parallelogarm

Activity 7

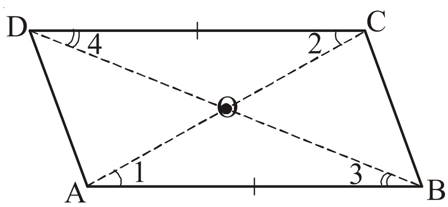
Take a cut-out of a parallelogram, say, ABCD. Let its diagonals $\overline{AC}$ and $\overline{DB}$ meet at O.



Find the mid-point of $\overline{AC}$ by folding and placing C on A. Is the mid-point same as O?

Find the mid-point of $\overline{DB}$ by folding and placing D on B. Is the mid-point same as O?

Does this show that diagonal $\overline{DB}$ bisects the diagonal $\overline{AC}$ at the point O? Discuss it with your friends. Repeat the activity to find where the mid point of $\overline{DB}$ could lie.



The diagonals of a parallelogram bisect each other.

It is not very difficult to justify this property using ASA congruency:

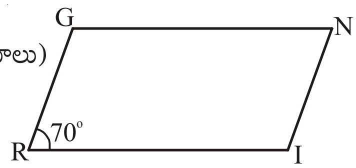
$\Delta AOB \cong \Delta COD$ (How is ASA used here?)

This gives $\overline{AO} = \overline{CO}$ and $\overline{BO} = \overline{DO}$

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 7 : సమాంతర చతుర్భుజం RING లో $m\angle R = 70°$, అయితే మిగతా కోణాలను కనుక్కోండి.

సాధన : దత్తాంశ ప్రకారం $m\angle R = 70°$



$m\angle N = 70°$ అవుతుంది (సమాంతర చతుర్భుజ అభిముఖ కోణాలు)

$\angle R$, $\angle I$ లు సంపూరక కోణాలు కాబట్టి

$m\angle I = 180° - 70° = 110°$

$\angle G$, $\angle I$, లు సమాంతర చతుర్భుజ అభిముఖ కోణాలు కాబట్టి $m\angle G = 110°$ కాబట్టి

$m\angle R = m\angle N = 70°$ మరియు $m\angle I = m\angle G = 110°$

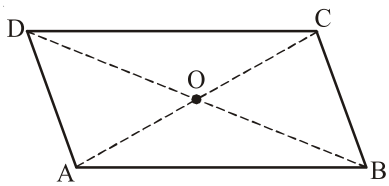
ప్రయత్నించండి

పై ఉదాహరణలో $m\angle I$ మరియు $m\angle G$ లను మరేదైనా ఇతర పద్ధతిలో కనుక్కోవచ్చా?

సూచన : చతుర్భుజ కోణాల మొత్తానికి సూత్రం.

12.4.3. (అ) సమాంతర చతుర్భుజ కర్ణాలు

కృత్యం : 7

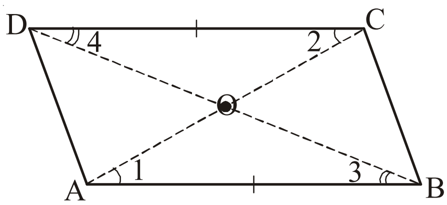


ABCD సమాంతర చతుర్భుజ నమూనా (కట్ - అవుట్) ను తీసుకోండి. కర్ణాలు, $\overline{AC}$, $\overline{DB}$ లు 'O' వద్ద ఖండిస్తాయనుకోండి.

మడతపెట్టి A పై C ని ఉంచడం ద్వారా AC మధ్యబిందువు కనుక్కోండి. ఈ మధ్య బిందువు 'O' ఉందా?

మడతపెట్టి B పై D ని ఉంచడం ద్వారా $\overline{DB}$ మధ్యబిందువు కనుక్కోండి. ఈ మధ్య బిందువు 'O' ఉందా?

కర్ణం $\overline{AC}$ ని కర్ణం $\overline{DB}$ 'O' బిందువు వద్ద సమద్విఖండన చేస్తుందా? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి. DB మీద మధ్య బిందువు ఎక్కడ ఉండునో తెలుసుకోవడానికి ఈ కృత్యాన్ని మళ్ళీ చేయండి.



సమాంతర చతుర్భుజ కర్ణాలు పరస్పరం సమద్విఖండన చేసుకొంటాయి.

కో.భు.కో. సరూపతననుసరించి ఈ ధర్మాన్ని నిరూపించడం కష్టమేమీ కాదు.

$\Delta AOB \cong \Delta COD$ (కో.భు.కో. నియమాన్ని ఇక్కడ ఎలా ఉపయోగిస్తాం?)

దీని నుండి $\overline{AO} = \overline{CO}$; $\overline{BO} = \overline{DO}$ అవుతాయి.

SCERT TELANGANA

Example 8 : HELP is a parallelogram. Given that $\overline{OE}$ = 4 cm, where O is the point of intersection of the diagonals and $\overline{HL}$ is 5 cm more than $\overline{PE}$? Find $\overline{OH}$.

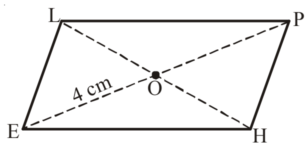
Solution : If $\overline{OE}$ = 4 cm then $\overline{OP}$ also is 4 cm (Why?)

So $\overline{PE}$ = 8 cm (Why?)

HL is 5 cm more than $\overline{PE}$

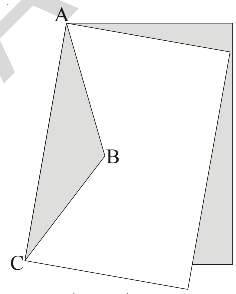
Therefore, $\overline{HL} = 8 + 5 = 13$ cm

Thus, $\overline{OH} = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ cms



12.4.4 Rhombus

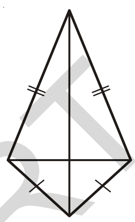
Recall the paper-cut kite you made earlier. When you cut along ABC and opened up, you got a kite. Here lengths AB and BC were different. If you draw AB = BC, then the kite you obtain is called a rhombus.

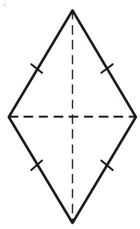


Rhombus-cut

Note that all the sides of rhombus are of same length; this is not the case with the kite.

Since the opposite sides of a rhombus are parallel, it is also a parallelogram. So, a rhombus has all the properties of a parallelogram and also that of a kite. Try to list them out. You can then verify your list with the check list at the end of the chapter.


Kite


Rhombus

The diagonals of a rhombus are perpendicular bisectors of one another

Activity 8

Take a copy of a rhombus. By paper-folding verify if the point of intersection is the mid-point of each diagonal. You may also check if they intersect at right angles, using the corner of a set-square.

Now let us justify this property using logical steps.

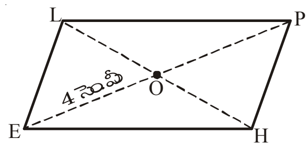
ABCD is a rhombus. It is a parallelogram too, so diagonals bisect each other.

Therefore, $\overline{OA} = \overline{OC}$ and $\overline{OB} = \overline{OD}$.

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 8 : HELP ఒక సమాంతర చతుర్భుజం. $\overline{OE}$ = 4 సెం.మీ. కర్ణాల సమద్విఖండన బిందువు O. $\overline{PE}$ కంటే $\overline{HL}$ 5 సెం.మీ. ఎక్కువ. $\overline{OH}$ ని కనుక్కోండి.

సాధన : $\overline{OE}$ = 4 సెం.మీ. అయితే $\overline{OP}$ = 4 సెం.మీ. (ఎందుకు?)



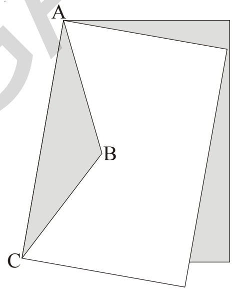
$\overline{PE}$ = 8 సెం.మీ. (ఎందుకు?)

$\overline{PE}$ కంటే $\overline{HL}$ 5 సెం.మీ. ఎక్కువ.

కాబట్టి $\overline{HL}$ = 8 + 5 = 13 సెం.మీ.

అందువల్ల $\overline{OH} = \frac{1}{2} \times 13$ = 6.5 సెం.మీ.

12.4.4 రాంబస్ (సమచతుర్భుజం) (RHOMBUS)

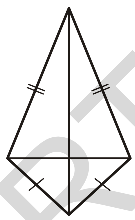


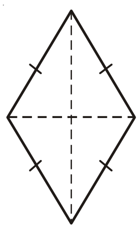
రాంబస్ కట్

మీరు గతంలో చేసిన గాలిపటం తయారీని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోండి. ABC వెంబడి కత్తిరించి, తెరిస్తే గాలిపటం తయారౌతుంది. AB, BC రేఖల పొడవులు వేర్వేరుగా ఉంటాయి. AB = BCని గీస్తే మీరు పొందే పటమే రాంబస్ లేదా సమచతుర్భుజం.

సమచతుర్భుజంలోని భుజాలన్నీ సమానంగా ఉంటాయి. గాలిపటం ఇలా ఉండదు.

సమచతుర్భుజంలోని ఎదురెదురు భుజాలు సమాంతరంగా ఉంటాయి. కాబట్టి ఇది సమాంతర చతుర్భుజం కూడా అవుతుంది. కాబట్టి సమచతుర్భుజానికి సమాంతర చతుర్భుజం, గాలిపటాల ధర్మాలన్నీ వర్తిస్తాయి. ఆ ధర్మాలను జాబితా రూపంలో తయారు చేయండి. ఈ అధ్యాయం చివర ఉండే జాబితాతో సరిచూసుకోండి.


గాలి పటం


రాంబస్

సమచతుర్భుజ కర్ణాలు పరస్పరం లంబ సమద్విఖండన చేసుకొంటాయి.

కృత్యం 8 :

సమచతుర్భుజ నమూనాను తీసుకోండి. మడత పెట్టడం ద్వారా ఖండన బిందువు కర్ణాల మధ్య బిందువు అవుతుందేమో సరిచూడండి. మూలమట్టాల చివరల ద్వారా అవి లంబకోణం వద్ద ఖండిస్తాయేమో సరిచూడండి.

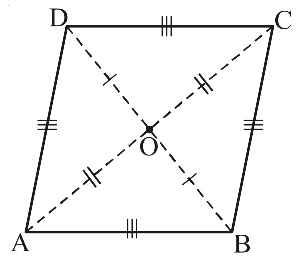
తార్కిక సోపానాలతో ఈ ధర్మాన్ని సరిచూడండి.

ABCD ఒక సమచతుర్భుజం. ఇది ఒక సమాంతర చతుర్భుజం కూడా కావడం వల్ల కర్ణాలు పరస్పరం సమద్విఖండన చేసుకొంటాయి.

కాబట్టి $\overline{OA} = \overline{OC}$; $\overline{OB} = \overline{OD}$.

SCERT, TELANGANA

We now have to show that m∠AOD = m∠COD = 90°.



It can be seen that by SSS congruency criterion.

ΔAOD ≅ ΔCOD

Therefore, m ∠AOD = m∠COD

Since ∠AOD and ∠COD are a linear pair,

m ∠AOD = m ∠COD = 90°

We conclude, the diagonals of a rhombus are perpendicular bisectors of each other.

12.4.5 Rectangle

A rectangle is a parallelogram with equal angles.

What is the full meaning of this definition? Discuss with your friends.

If the rectangle is to be equiangular, what could be the measure of each angle?

Let the measure of each angle be $x°$.

Then $4x° = 360°$ (Why)?

Therefore, $x° = 90°$

Thus, each angle of a rectangle is a right angle.

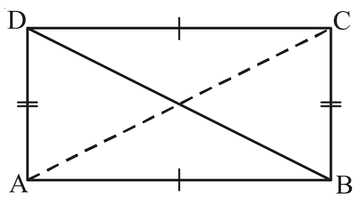
So, a rectangle is a parallelogram in which every angle is a right angle.

Being a parallelogram, the rectangle has opposite sides of equal length and its diagonals bisect each other.

In a parallelogram, the diagonals can be of different lengths. (Check this); but surprisingly the rectangle (being a special case) has diagonals of equal length.

This is easy to justify:

If ABCD is a rectangle,



ΔABC ≅ ΔBAD

This is because $\overline{AB} = \overline{AB}$ (Common side)

$\overline{BC} = \overline{AD}$ (Why?)

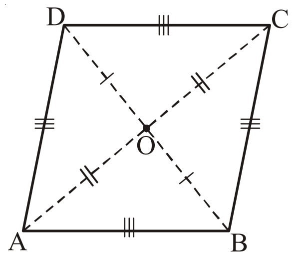
m ∠A = m ∠B = 90° (Why?)

Thus, by SAS criterion ΔABC ≅ ΔBAD and $\overline{AC} = \overline{BD}$ (c.p.c.t.)

Thus, in a rectangle the diagonals are of equal length.

SCERT, TELANGANA

$m\angle AOD = m\angle COD = 90^\circ$ అని నిరూపించాలి.



భు.భు.భు. సరూప ధర్మాన్ని అనుసరించి

$\Delta AOD \cong \Delta COD$

కాబట్టి $m\angle AOD = m\angle COD$

$\angle AOD$ మరియు $\angle COD$ రేఖీయ జత కావడం వల్ల $\angle AOD = \angle COD = 90^\circ$

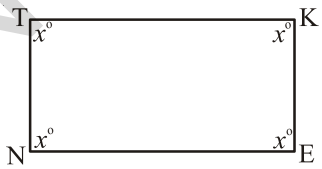
సమచతుర్భుజ కర్ణాలు పరస్పరం లంబ సమద్విఖండన చేసుకొంటాయి.

12.4.5 దీర్ఘ చతురస్రం

సమాన కోణాలతో ఉండే సమాంతర చతుర్భుజమే దీర్ఘచతురస్రం.

ఈ నిర్వచనానికి పూర్తి అర్థం ఏమిటి? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

దీర్ఘ చతురస్రం సమాన కోణాలతో ఉంటే ప్రతికోణం విలువ ఎంత?



ప్రతికోణం విలువ x° అయితే $4x^\circ = 360^\circ$ (ఎందువల్ల?)

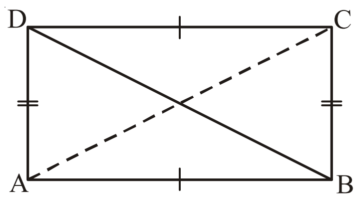
కాబట్టి $x^\circ = 90^\circ$

అందువల్ల దీర్ఘచతురస్రంలోని ప్రతికోణం లంబకోణం.

కాబట్టి ప్రతి కోణం లంబకోణం ఉండే సమాంతర చతుర్భుజమే దీర్ఘచతురస్రం.

దీర్ఘ చతురస్రం కూడా సమాంతర చతుర్భుజమే కాబట్టి దీర్ఘ చతురస్రంలో ఎదురెదురు భుజాలు సమానంగా ఉంటాయి; కర్ణాలు పరస్పరం సమద్విఖండన చేసుకొంటాయి.

సమాంతర చతుర్భుజంలో కర్ణాలు వేర్వేరు పొడవుల్లో ఉండవచ్చు (సరిచూడండి); కానీ దీర్ఘచతురస్రంలోని కర్ణాలు సమాన పొడవుల్లో ఉండడం గమనార్హం.



నిరూపణ సులువు –

ABCD దీర్ఘచతురస్రమైతే $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

ఎందుకంటే $\overline{AB} = \overline{AB}$ (ఉమ్మడి భుజం)

$\overline{BC} = \overline{AD}$ (ఎందువల్ల?)

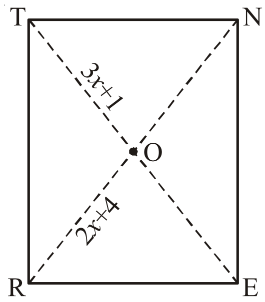
$m\angle A = m\angle B = 90^\circ$ (ఎందువల్ల?)

కాబట్టి భు.కో.భు. సరూపధర్మాన్ని అనుసరించి $\Delta ABC \cong \Delta BAD$; $\overline{AC} = \overline{BD}$

కాబట్టి దీర్ఘచతురస్రంలో కర్ణాలు సమానంగా ఉంటాయి.

SCERT, TELANGANA

Example 9 : RENT is a rectangle. Its diagonals intersect at O. Find x, if $\overline{OR} = 2x + 4$ and $\overline{OT} = 3x + 1$.



Solution : $\overline{OT}$ is half of the diagonal $\overline{TE}$ and $\overline{OR}$ is half of the diagonal RN.

Diagonals are equal here. (Why?)

So, their halves are also equal.

Therefore $\quad 3x + 1 = 2x + 4$

or $\quad x = 3$

12.4.6 Square

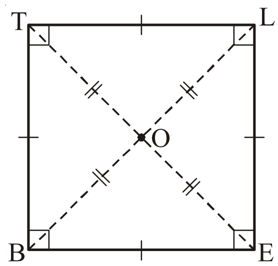
A square is a rectangle with equal adjacent sides.

This means a square has all the properties of a rectangle with an additional property that all the sides have equal length.

The square, like the rectangle, has diagonals of equal length.

In a rectangle, there is no requirement for the diagonals to be perpendicular to one another (Check this). However, this is not true for a square.

Let us justify this-



BELT is a square, therefore, BE = EL = LT = TB

Now, let us consider ΔBOE and ΔLOE

OB=OL (why?)

OE is common

Thus, by SSS congruency $\Delta BOE \cong \Delta LOE$

So $\quad \angle BOE = \angle LOE$

but $\quad \angle BOE + \angle LOE = 180^{\circ}$ (why?)

$$\angle BOE = \angle LOE = \frac{180}{2} = 90^{\circ}$$

Thus, the diagonals of a square are perpendicular bisectors of each other.

In a square the diagonals.

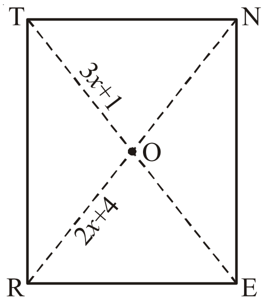
(i) **bisect one another** **(square being a rectangle)**

(ii) **are of equal length** **(square being a rectangle) and**

(iii) **are perpendicular to one another.**

SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 9 : RENT ఒక దీర్ఘ చతురస్రం. దీని కర్ణాలు 'O' వద్ద సమద్విఖండన చేసుకొంటాయి. $\overline{OR} = 2x + 4$, $\overline{OT} = 3x + 1$ అయితే x ను కనుక్కోండి.



సాధన : కర్ణం $\overline{TE}$ లో సగం $\overline{OT}$. కర్ణం RN లో సగం $\overline{OR}$

కర్ణాలు రెండూ సమానం (ఎందువల్ల?)

కాబట్టి వాటి సగాలు కూడా సమానం

కాబట్టి $3x + 1 = 2x + 4$

లేదా $x = 3$

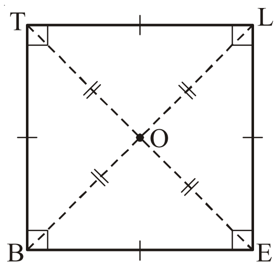
12.4.6 చతురస్రం

ఆసన్న భుజాలు సమానంగా ఉండే దీర్ఘచతురస్రాన్ని 'చతురస్రం' అంటారు.

అంటే దీర్ఘ చతురస్ర నియమాలన్ని పాటిస్తూ 'అన్ని భుజాలు సమానం' అనే నియమాన్ని చతురస్రం అదనంగా పాటిస్తుంది. దీర్ఘచతురస్రంలాగా చతురస్రంలోనూ కర్ణాలు సమానంగా ఉంటాయి.

దీర్ఘచతురస్రంలో కర్ణాలు పరస్పరం లంబంగా ఉండాల్సిన అవసరంలేదు. (సరిచూడండి) కానీ చతురస్రం విషయంలో ఇది సరికాదు.

దీనిని మనం నిరూపిద్దాం-



BELT ఒక చతురస్రం. కాబట్టి BE = EL = LT = TB

ΔBOE మరియు ΔLOE లను పరిశీలిస్తే,

OB=OL (ఎందుకు?)

OE ఉమ్మడి భుజం

కాబట్టి, భు.భు.భు. సరూప నియమం ప్రకారం $\Delta BOE \cong \Delta LOE$

కాబట్టి $\angle BOE = \angle LOE$

కానీ $\angle BOE + \angle LOE = 180^o$ (ఎందువల్ల?)

$$\angle BOE = \angle LOE = \frac{180}{2} = 90^o$$

కాబట్టి చతురస్ర కర్ణాలు పరస్పరం లంబ సమద్విఖండన చేసుకుంటాయి.

చతురస్రంలో కర్ణాలు

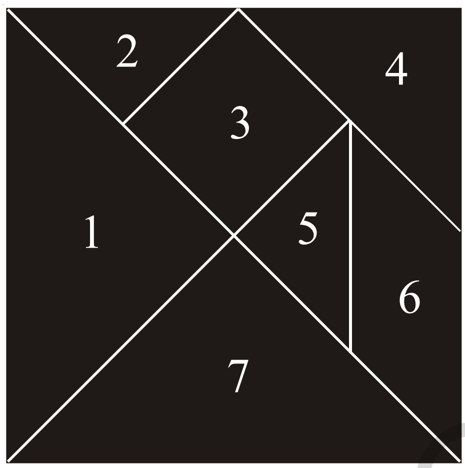
(i) **సమద్వి ఖండన చేసుకొంటాయి. (దీర్ఘచతురస్ర ధర్మం)**

(ii) **సమానంగా ఉంటాయి. (దీర్ఘచతురస్ర ధర్మం)**

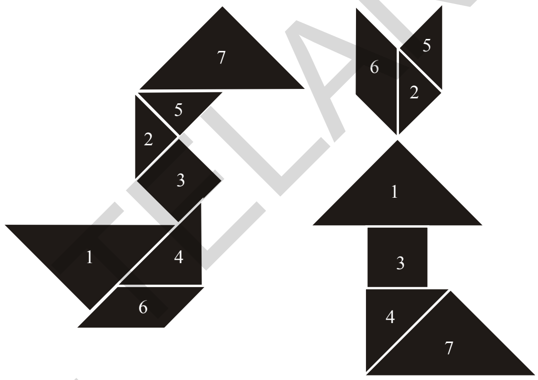
(iii) **పరస్పరం లంబంగా ఉంటాయి.**

SCERT, TELANGANA

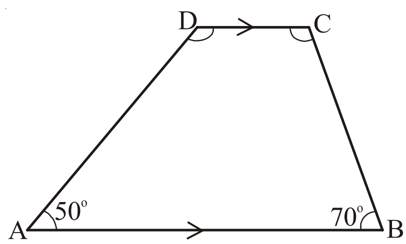
12.5 Making figures with a tangram.



Use all the pieces of tangarm to form a trapezium, a parallelogram, a rectangle and a square.



Also make as many different kinds of figures as you can by using all the pieces. Two examples have been given for you.



Example 10 : In trapezium ABCD, AB is parallel to CD. If $\angle A = 50°$, $\angle B = 70°$. Find $\angle C$ and $\angle D$.

Solution : Since AB is parallel to CD

$\angle A + \angle D = 180°$ (interior angles on the same side of the transversal)

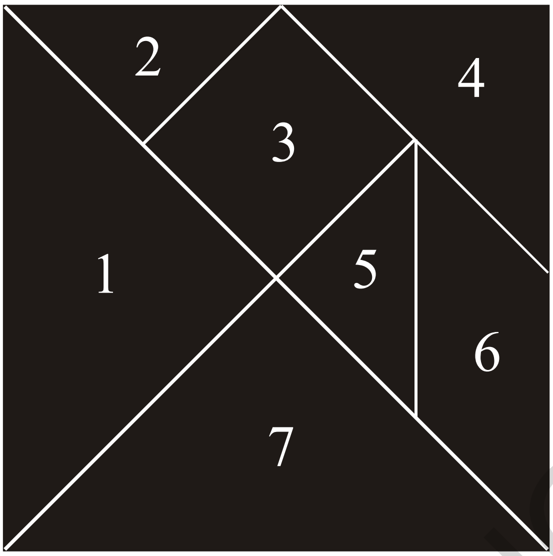
So $\angle D = 180° - 50° = 130°$

Similarly, $\angle B + \angle C = 180°$

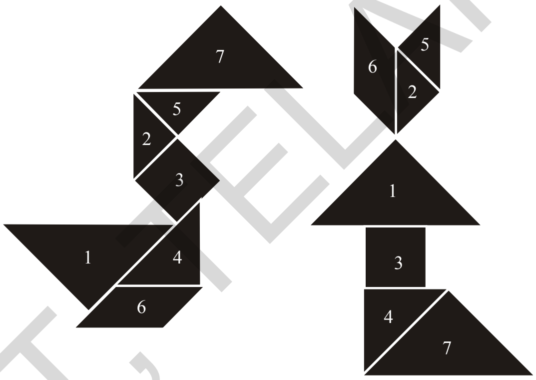
So $\angle C = 180° - 70° = 110°$

SCERT, TELANGANA

12.5 టాన్‌గ్రామ్‌తో చిత్రాలను రూపొందించడం

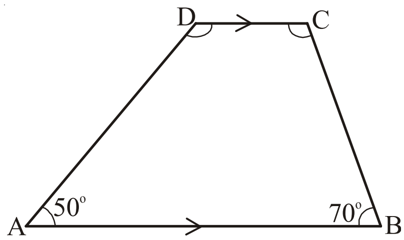


టాన్‌గ్రామ్ ముక్కలను అన్నింటినీ ఉపయోగించి ట్రెపీజియం, సమాంతర చతుర్భుజం, దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రాలను నిర్మించండి.



ఈ ముక్కలన్నీ ఉపయోగించి మీరు వీలైనన్ని ఆకారాలను నిర్మించండి. పైన రెండు ఉదాహరణలిచ్చాం.

ఉదాహరణ 10 : ట్రెపీజియం ABCD లో CD కి AB సమాంతరంగా ఉంటుంది. $\angle A = 50°$, $\angle B = 70°$. అయితే $\angle C$ మరియు $\angle D$ లను కనుక్కోండి.



సాధన : CD కి AB సమాంతరం కాబట్టి

$\angle A + \angle D = 180°$ (తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపునున్న అంతరకోణాలు)

కాబట్టి $\angle D = 180° - 50° = 130°$

అదేవిధంగా $\angle B + \angle C = 180°$

కాబట్టి $\angle C = 180° - 70° = 110°$

SCERT, TELANGANA

Example 11 : The measures of two adjacent angles of a parallelogram are in the ratio 3 : 2. Find the angles of the parallelogram.

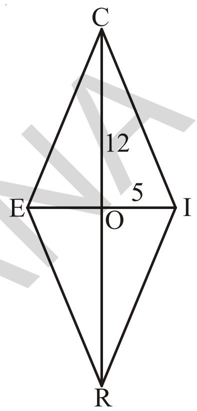
Solution : The adjacent angles of a parallelogram are supplementary.

i.e. their sum = 180°

Ratio of adjacent angles = 3:2

So, each of the angles is $180 \times \frac{3}{5} = 108^{\circ}$ and

$180 \times \frac{2}{5} = 72^{\circ}$



Example 12 : RICE is a rhombus. Diagonals intersect at 'O'. Find OE and OR. Justify your findings.

Solution : Diagonals of a rhombus bisect each other

i.e., OE = OI and OR = OC

Therefore, OE = 5 and OR = 12

Exercise - 2

1. State whether true or false-

(i) All rectangles are squares ( )

(ii) All rhombuses are parallelogram ( )

(iii) All squares are rhombuses and also rectangles ( )

(iv) All squares are not parallelograms ( )

(v) All kites are rhombuses ( )

(vi) All rhombuses are kites ( )

(vii) All parallelograms are trapeziums ( )

(viii) All squares are trapeziums ( )

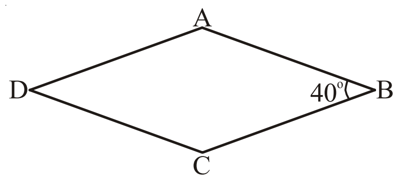
2. Explain how a square is a-

(i) quadrilateral (ii) parallelogram

(iii) rhombus (iv) rectangle.

3. In a rhombus ABCD, $\angle ABC = 40°$.

Find the other angles.



ఉదాహరణ 11 : సమాంతర చతుర్భుజంలోని రెండు ఆసన్న కోణాలు 3 : 2 నిష్పత్తిలో ఉంటే ఆ కోణాలను కనుక్కోండి.

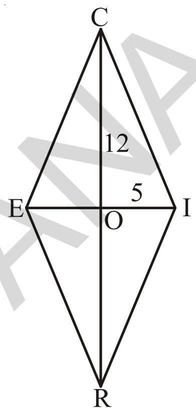
సాధన : సమాంతర చతుర్భుజంలోని ఆసన్న కోణాలు సంపూరకాలు

వాటి మొత్తం $= 180^\circ$

ఆసన్నకోణాల నిష్పత్తి $= 3:2$

కాబట్టి కోణాలు $= 180 \times \frac{3}{5} = 108^\circ$ మరియు

$180 \times \frac{2}{5} = 72^\circ$



ఉదాహరణ 12 : RICE ఒక సమ చతుర్భుజం. కర్ణాల ఖండన బిందువు 'O' OE, OR లను కనుక్కోండి. మీ పరిశీలనలను నిరూపించండి.

సాధన : సమ చతుర్భుజ కర్ణాలు పరస్పరం సమద్విఖండన చేసుకొంటాయి.

$OE = OI$, $OR = OC$

కాబట్టి $OE = 5$, $OR = 12$

అభ్యాసం - 2

1. సత్యమో, అసత్యమో తెలపండి.

   (i) దీర్ఘచతురస్రాలన్నీ చతురస్రాలు ( )

   (ii) సమచతుర్భుజాలన్నీ సమాంతర చతుర్భుజాలు ( )

   (iii) చతురస్రాలన్నీ సమచతుర్భుజాలు, మరియు దీర్ఘచతురస్రాలు ( )

   (iv) చతురస్రాలన్నీ సమాంతర చతుర్భుజాలు కావు. ( )

   (v) గాలిపటాలన్నీ సమచతుర్భుజాలే ( )

   (vi) సమచతుర్భుజాలన్నీ గాలిపటాలే ( )

   (vii) సమాంతర చతుర్భుజాలన్నీ ట్రెపీజియాలే ( )

   (viii) చతురస్రాలన్నీ ట్రెపీజియాలే ( )

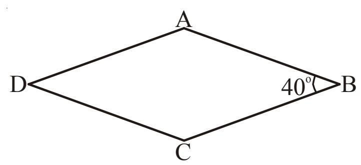
2. చతురస్రం ఎలా?

   (i) చతుర్భుజం అవుతుందో తెలపండి. (ii) సమాంతర చతుర్భుజం అవుతుందో తెలపండి.

   (iii) సమచతుర్భుజం అవుతుందో తెలపండి. (iv) దీర్ఘచతురస్రం అవుతుందో తెలపండి.

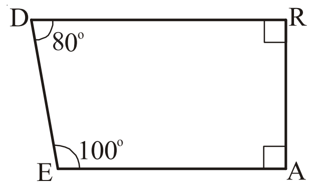
3. సమచతుర్భుజం ABCD లో $\angle ABC = 40^\circ$

   మిగతా కోణాలను కనుక్కోండి.



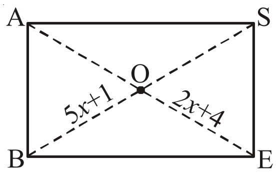
SCERT, TELANGANA

4. The adjacent angles of a parallelogram are $x°$ and $(2x + 30)°$. Find all the angles of the parallelogram.



5. Explain how DEAR is a trapezium. Which of its two sides are parallel?

6. BASE is a rectangle. Its diagonals intersect at O. Find x, if OB = $5x$+1 and OE = $2x + 4$.



7. Is quadrilateral ABCD a parallelogram, if $\angle A = 70°$ and $\angle C = 65°$? Give reason.

8. Two adjacent sides of a parallelogram are in the ratio 5:3 the perimeter of the parallelogram is 48cm. Find the length of each of its sides.

9. The diagonals of the quadrilateral are perpendicular to each other. Is such a quadrilateral always a rhombus? Draw a rough figure to justify your answer.

10. ABCD is a trapezium in which $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. If $\angle A = \angle B = 30°$, what are the measures of the other two angles?

11. Fill in the blanks.

(i) A parallelogram in which two adjacent sides are equal is a ____________.

(ii) A parallelogram in which one angle is 90° and two adjacent sides are equal is a ____________.

(iii) In trapezium ABCD, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. If $\angle D = x°$ then $\angle A =$ __________.

(iv) Every diagonal in a parallelogram divides it in to ________ triangles.

(v) In parallelogram ABCD, its diagonals $\overline{AC}$ and $\overline{BD}$ intersect at O. If AO = 5cm then AC = ________cm.

(vi) In a rhombus ABCD, its diagonals intersect at 'O'. Then $\angle AOB =$ ________ degrees.

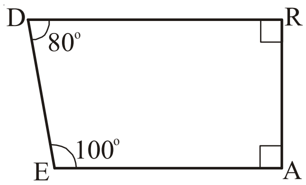
(vii) ABCD is a parallelogram then $\angle A - \angle C =$ ________ degrees.

(viii) In a rectangle ABCD, the diagonal AC = 10cm then the diagonal BD = _______cm.

(ix) In a square ABCD, the diagonal $\overline{AC}$ is drawn. Then $\angle BAC =$ __________ degrees.

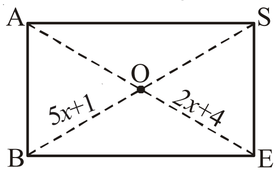
SCERT, TELANGANA

4. ఒక సమాంతర చతుర్భుజంలోని ఆసన్న కోణాలు x°, $(2x + 30)^\circ$ సమాంతర చతుర్భుజంలోని అన్నికోణాలను కనుక్కోండి.



5. DEAR ఒక ట్రెపీజియం ఎందువల్ల అవుతుందో వివరించండి. ఏరెండు భుజాలు సమాంతరంగా ఉన్నాయి?

6. BASE ఒక దీర్ఘచతురస్రం. దాని కర్ణాలు O వద్ద సమద్విఖండన చేసుకుంటాయి. $OB = 5x+1$, $OE = 2x+ 4$ అయితే x ను కనుక్కోండి.



7. $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ అయితే ABCD సమాంతర చతుర్భుజం అవుతుందా? కారణం తెలపండి.

8. సమాంతర చతుర్భుజంలోని రెండు ఆసన్న భుజాలు 5:3 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. దాని పరిధి 48 సెం.మీ. అయితే దాని భుజాల కొలతలను కనుక్కోండి.

9. చతుర్భుజ కర్ణాలు పరస్పరం లంబంగా ఉంటే ఆ చతుర్భుజం సమ చతుర్భుజం అవుతుందా? మీ సమాధానాన్ని బలపర్చేందుకు చిత్రపటాన్ని గీయండి.

10. ABCD ట్రెపీజియంలో $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. $\angle A = \angle B = 30^\circ$ అయితే మిగతా రెండు కోణాలను కనుక్కోండి.

11. ఖాళీలు పూరించండి.

(i) రెండు ఆసన్న భుజాలు సమానంగా ఉండే సమాంతర చతుర్భుజం ____________.

(ii) ఒక కోణం 90°, రెండు ఆసన్న భుజాలు సమానంగా ఉండే సమాంతర చతుర్భుజం ____________.

(iii) ట్రెపీజియం ABCD లో $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. $\angle D = x^\circ$ అయితే $\angle A =$ __________.

(iv) సమాంతర చతుర్భుజంలోని ప్రతి కర్ణం దాన్ని ________ త్రిభుజాలుగా విభజిస్తుంది.

(v) సమాంతర చతుర్భుజం ABCD లో కర్ణాలు $\overline{AC}$ మరియు $\overline{BD}$ లు O వద్ద ఖండించుకుని $AO = 5$ సెం.మీ అయితే $AC =$ ________ సెం.మీ

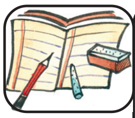
(vi) సమ చతుర్భుజం ABCD లో కర్ణాలు 'O' వద్ద ఖండించుకుంటే $\angle AOB =$ ________ డిగ్రీలు

(vii) ABCD సమాంతర చతుర్భుజమైతే $\angle A - \angle C =$ ________ డిగ్రీలు

(viii) దీర్ఘచతురస్రం ABCD లో కర్ణం $AC = 10$సెం.మీ అయితే రెండవ కర్ణం $BD =$ ______ సెం.మీ

(ix) ABCD చతురస్రంలో కర్ణం $\overline{AC}$ గీయబడింది. $\angle BAC =$ __________ డిగ్రీలు

SCERT, TELANGANA



Looking back

1. A simple closed figure bounded by four line segments is called a quadrilateral.
2. Every quadrilateral divides a plane into three parts interior, exterior andthe quadrilateral.
3. Every quadrilateral has a pair of diagonals.
4. If the diagonals lie in the interior of the quadrilateral it is called convex quadrilateral.
5. If any one of the diagonals is not in the interior of the quadrilateral it is called a concave Quadrilateral.
6. The sum of interior angles of a quadrilateral is equal to 360°.
7. Properties of Quadrilateral

L6X7R4

Quadrilateral	Properties
Parallelogram : A quadrilateral with both pair, of opposite sides parallel	(1) Opposite sides are equal. (2) Opposite angles are equal. (3) Diagonals bisect one another.
Rhombus : A parallelogram with all sides of equal length.	(1) All the properties of a parallelogram. (2) Diagonals are perpendicular to each other.
Rectangle : A parallelogram with all right angles.	(1) All the properties of a parallelogram. (2) Each of the angles is a right angle. (3) Diagonals are equal.
Square : A rectangle with sides of equal length.	(1) All the properties of a parallelogram, rhombus and a rectangle
Kite : A quadrilateral with exactly two pairs of equal consecutive sides.	(1) The diagonals are perpendicular to one another. (2) The diagonals are not of equal length. (3) One of the diagonals bisects the other.
Trapezium: A quadrilateral with one pair of parallel sides.	1) One pair of opposite sides are parallel.

SCERT, TELANGANA

మనం నేర్చుకున్నవి

N4X8Q5

1. నాలుగు రేఖాఖండాలతో ఏర్పడే సంవృత పటాన్ని 'చతుర్భుజం' అంటారు.
2. ప్రతి చతుర్భుజం తలాన్ని అంతర, బాహ్య, హద్దు తలాలుగా విభజిస్తుంది.
3. ప్రతి చతుర్భుజంలో ఒక జత కర్ణాలుంటాయి.
4. చతుర్భుజంలో అంతరంగా ఉన్న బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాలన్ని చతుర్భుజానికి అంతరంగా ఉంటాయి. అనగా చతుర్భుజంలో అంతరంగా కర్ణాలు ఉంటే ఆ చతుర్భుజాన్ని కుంభాకార చతుర్భుజం అంటారు.
5. చతుర్భుజంలో అంతరంగా ఉన్న బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాలన్నీ చతుర్భుజానికి అంతరంగా ఉండే అవకాశం లేని అనగా కర్ణాలలో ఏదైనా చతుర్భుజానికి అంతరంగా లేకపోతే దాన్ని పుటాకార చతుర్భుజం అంటారు.
6. చతుర్భుజ అంతరకోణాల మొత్తం $360°$.
7. చతుర్భుజాల ధర్మాలు

చతుర్భుజం	**ధర్మాలు**
సమాంతర చతుర్భుజం : ఎదురెదురు భుజాల జతలు రెండూ సమాంతరంగా ఉండే చతుర్భుజం	(1) ఎదురెదురు భుజాలు సమానం (2) ఎదురెదురు కోణాలు సమానం (3) కర్ణాలు పరస్పరం సమద్విఖండన చేసుకుంటాయి.
సమ చతుర్భుజం : అన్ని భుజాలు సమానంగా ఉండే సమాంతర చతుర్భుజం	(1) సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క అన్ని ధర్మాలు (2) కర్ణాలు పరస్పరం లంబంగా ఉంటాయి.
దీర్ఘచతురస్రం : అన్నీ లంబకోణాలుండే సమాంతర చతుర్భుజం	(1) సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క అన్ని ధర్మాలు (2) ప్రతి కోణమూ లంబకోణం (3) కర్ణాలు సమానం
చతురస్రం : భుజాలు సమానంగా ఉండే దీర్ఘచతురస్రం	(1) సమాంతర చతుర్భుజ, సమ చతుర్భుజ, దీర్ఘచతురస్రం యొక్క అన్నిధర్మాలు
గాలిపటం : వరుస భుజాలు సమానంగా ఉండే జత భుజాలు కలిగిన చతుర్భుజం	(1) కర్ణాలు పరస్పరం లంబంగా ఉంటాయి. (2) కర్ణాలు సమాన కొలతల్లో ఉండవు. (3) ఒక కర్ణం మరొక కర్ణాన్ని సమద్విఖండన చేస్తుంది.
ట్రెపీజియం : ఒక జత భుజాలు సమాంతరంగా ఉండే చతుర్భుజం	(1) ఎదురెదురు భుజాలు సమాంతరంగా ఉండే ఒక జతను కలిగి ఉంటుంది.

SCERT TELANGANA

AREA AND PERIMETER

13

H3F4F4

13.0 Introduction

Ira wants to find the area of her agricultural land, which is irregular in shape (Figure 1). So she divided her land into some regular shapes- triangles, rectangle, parallelogram, rhombus and square (Figure 2). She thought, 'if I know the area of all these parts, I will know the area of my land.'

Figure 1

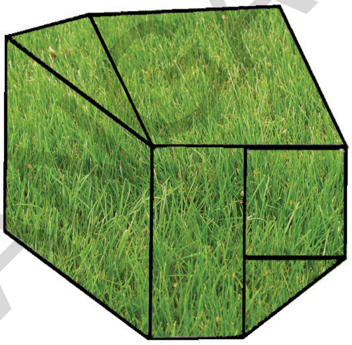
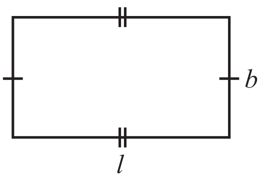
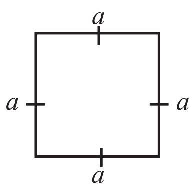


Figure 2

We have learnt how to find the perimeter and area of a rectangle and square in earlier classes. In this chapter we will learn how to find the area of a parallelogram, triangle, rhombus. First let us review what we have learnt about the area and perimeter of a square and rectangle in earlier classes.

Exercise - 1

1. Complete the table given below.

Diagram	Shape	Area	Perimeter
	Rectangle	$l \times b = lb$	______________
	Square	______________	4a

SCERT, TELANGANA

వైశాల్యం - చుట్టుకొలత

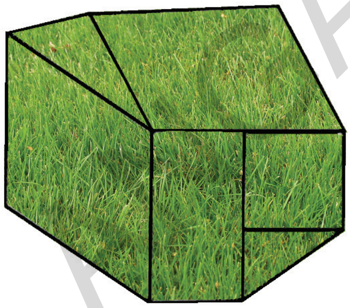
13

K5S1J6

13.0 పరిచయం

ఇరా తన పొలం (పటం -1) వైశాల్యం కనుగొనాలని అనుకొంది. కాని ఇది క్రమకారంలో లేదని గుర్తించింది. కావున ఇరా తన పొలంను (పటం-2) లో చూపిన విధంగా త్రిభుజం, దీర్ఘచతురస్రం, సమాంతర చతుర్భుజం, రాంబస్ మరియు చతురస్రం క్రమాకార రూపాలుగా విభజించింది. ఈ క్రమాకార ఆకారాలన్నింటి వైశాల్యంను కనుగొన గలిగితే తన పొలం మొత్తం వైశాల్యంను కనుక్కోవచ్చునని భావించింది.

పటం -1

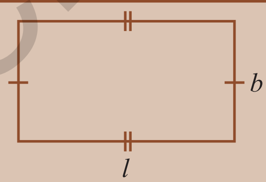
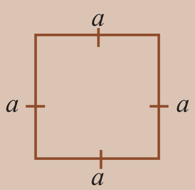


పటం -2

దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రంల యొక్క చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలను ఎలా కనుగొంటామో మనం కింది తరగతులలో నేర్చుకున్నాం. ఈ అధ్యాయంలో సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజం, సమ చతుర్భుజం (రాంబస్) వైశాల్యాలను ఎలా కనుగొంటామో తెలుసుకుందాం. ముందుగా చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రాల చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల గురించి కింది తరగతులలో మనమేమి నేర్చుకున్నామో గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.

అభ్యాసం 1

1. కింది పట్టికలోని ఖాళీలను పూరించండి.

పటం	ఆకారం	వైశాల్యం	చుట్టుకొలత
	దీర్ఘచతురస్రం	$l \times b = lb$	________
	చతురస్రం	________	4a

SCERT, TELANGANA

2. The measurements of some squares are given in the table below. However, they are incomplete. Find the missing information.

Side of a square	Area	Perimeter
15 cm	225 cm^2	
		88 cm

3. The measurements of some rectangles are given in the table below. However, they are incomplete. Find the missing information.

Length	Breadth	Area	Perimeter
20 cm	14 cm		
	12 cm		60 cm
15 cm		150 cm^2	

13.1 Area of a parallelogram

Look at the shape in Figure 1. It is a parallelogram. Now let us learn how to find its area-

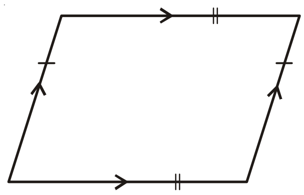


Figure 1

Activity 1

- Draw a parallelogram on a sheet of paper (Figure 2).
- Cut out the parallelogram.

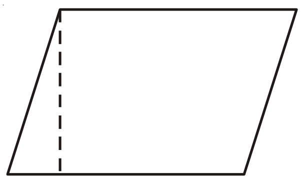


Figure 2

- Now cut the parallelogram along the dotted line as shown in Figure 2 and separate the triangular shaped piece of paper.

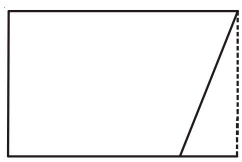


Figure 3

- Keep the triangle on the other side as shown in Figure 3 and see if both the pieces together form a rectangle.

Can we say that the area of the parallelogram in Figure 2 equal to the area of the rectangle in Figure 3? You will find this to be true.

SCERT, TELANGANA

2. కొన్ని చతురస్రాల కొలతల వివరాలు కింది పట్టికలో ఇవ్వబడినాయి. అయితే ఇవి అసంపూర్తిగా ఉన్నాయి. వీటిని గణించి పూర్తి చేయండి.

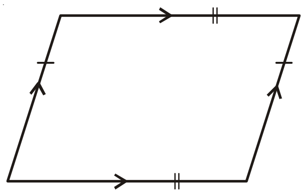
చతురస్ర భుజం	వైశాల్యం	చుట్టుకొలత
15 సెం.మీ.	225 సెం.మీ^{2}.	
		88 సెం.మీ.

3. కొన్ని దీర్ఘచతురస్రాలకు సంబంధించిన కొలత వివరాలు కింది పట్టికలో అసంపూర్తిగా ఇవ్వబడినాయి. అసంపూర్తిగా ఉన్న వివరాలను గుర్తించి పూరించండి.

పొడవు	వెడల్పు	వైశాల్యం	చుట్టుకొలత
20 సెం.మీ.	14 సెం.మీ.		
	12 సెం.మీ.		60 సెం.మీ.
15 సెం.మీ.		150 సెం.మీ.^{2}	

13.1 సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం

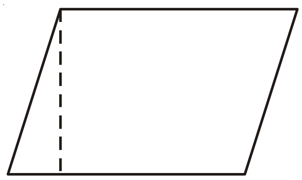
పక్క పటం–1 ఆకారాన్ని చూడండి. ఇది ఒక సమాంతర చతుర్భుజం. దీని వైశాల్యంను ఎలా కనుగొంటామో నేర్చుకుందాం.



పటం –1

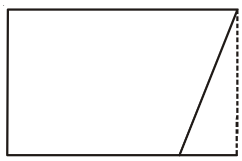
కృత్యం 1

- కాగితంపై ఒక సమాంతర చతుర్భుజం (పటం–2) ను గీయండి.
- ఈ సమాంతర చతుర్భుజంను కాగితం నుండి కత్తిరించి వేరు చేయండి.
- పటం 2లో చూపిన విధంగా చుక్కల గీత వెంట కత్తిరించి త్రిభుజంను, సమాంతర చతుర్భుజం నుంచి వేరు చేయండి.



పటం –2

- కత్తిరించిన త్రిభుజం పటం–3 లో చూపిన విధంగా మరొక వైపు అమర్చండి. అయితే ఈ రెండు కాగితం ముక్కలను కలపడం వలన దీర్ఘ చతురస్రం ఏర్పడింది.



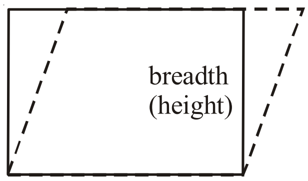
పటం –3

పటం (2) లోని సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం, పటం (3)లోని దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యంనకు సమానమే అని చెప్పవచ్చా? సమానమే అని మీరు కనుక్కోవచ్చు.

SCERT, TELANGANA

As you can see from the above activity the area of the parallelogram is equal to the area of the rectangle.

We know that the area of the rectangle is equal to length × breadth. We also know that the length of the rectangle is equal to the base of the parallelogram and the breadth of the rectangle is equal to its height.

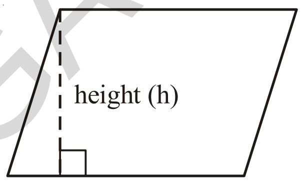


Therefore, Area of parallelogram = Area of rectangle

= length × breadth

= base × height (length = base ; breadth = height)

Thus, the area of the parallelogram is equal to the product of its base (b) and corresponding height (h) i.e., A = bh



Example 1 : Find the area of each parallelogram given in Figure 1 and Figure 2.

(i)

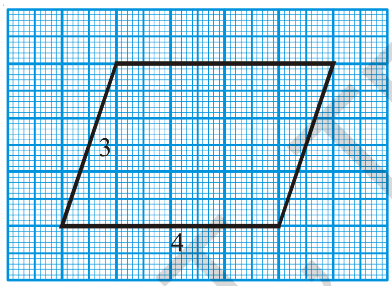


Figure 1

Solution :

Base (b) of a parallelogram = 4 units

Height (h) of a parallelogram = 3 units

Area (A) of a parallelogram = bh

Therefore, A = 4 × 3 = 12 sq. units

Thus, area of the parallelogram is 12 sq. units.

(ii)

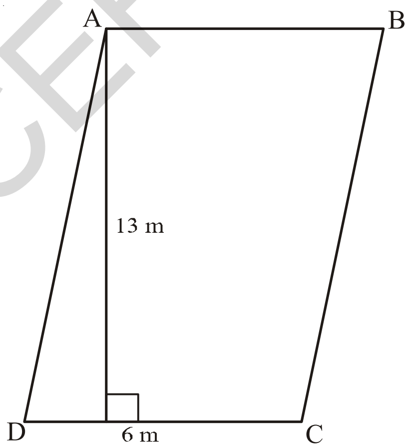


Figure 2

Solution :

Base of a parallelogram (b) = 6 m.

Height of a parallelogram (h) = 13 m.

Area of a parallelogram (A) = bh

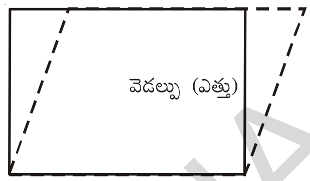
Therefore, A = 6×13 = 78 m^2

Thus, area of parallelogram ABCD is 78 m^2

SCERT, TELANGANA

కింది కృత్యం నుంచి సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం, దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం సమానమని గుర్తించగలం.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం, పొడవు × వెడల్పునకు సమానమని మనకు తెలుసు. దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భూమికి మరియు దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వెడల్పు సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క ఎత్తుకు సమానమని కూడా మనకు తెలుసు.

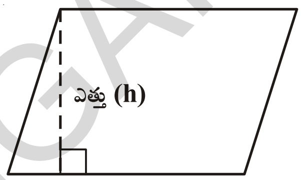


కాబట్టి సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం

= పొడవు × వెడల్పు

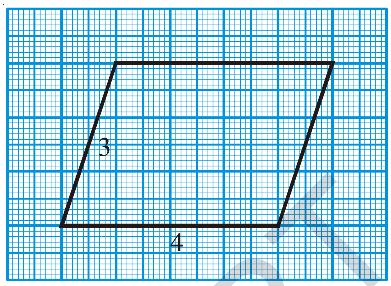
= భూమి × ఎత్తు (పొడవు = భూమి, వెడల్పు = ఎత్తు)

కావున సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం దాని భూమి (b) మరియు అనురూప ఎత్తు అనగా (h) ల లబ్ధానికి సమానం అనగా A = bh.



ఉదాహరణ 1 : (i), (ii) పటాలలో ఇవ్వబడిన సమాంతర చతుర్భుజాల వైశాల్యాలను కనుగొనుము.

(i)



పటం -1

సాధన :

సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భూమి (b) = 4 యూనిట్లు.

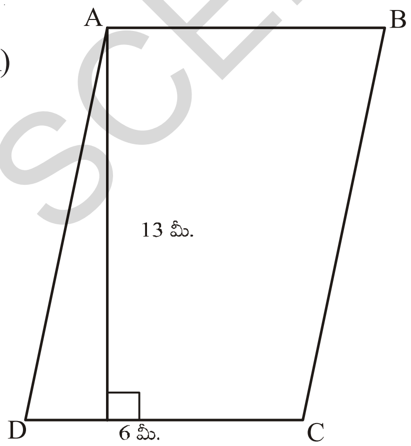
సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క ఎత్తు (h) = 3 యూనిట్లు.

సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం (A) = bh

కాబట్టి, A = 4 × 3 = 12 చ. యూనిట్లు.

అందుచే సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం 12 చ.యూనిట్లు.

(ii)



పటం -2

సాధన :

సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భూమి (b) = 6 మీ.

సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క ఎత్తు (h) = 13 మీ.

వైశాల్యం (A) = bh

కాబట్టి A = 6×13 = 78 మీ^{2}.

ABCD సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం = 78 మీ^{2}.

SCERT, TELANGANA

Try This

ABCD is a parallelogram with sides 8 cm and 6 cm. In Figure 1, what is the base of the parallelogram? What is the height? What is the area of the parallelogram?

In Figure 2, what is the base of the parallelogram? What is the height? What is the area of the parallelogram? Is the area of Figure 1 and Figure 2 the same?

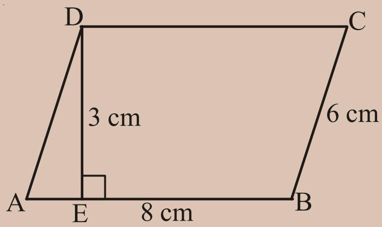


Figure 1

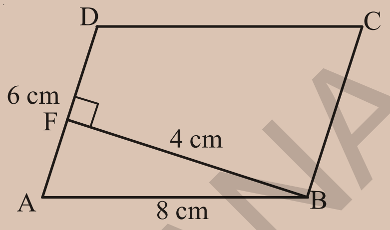
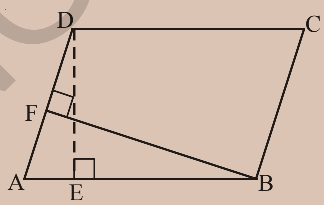


Figure 2

Any side of a parallelogram can be chosen as base of the parallelogram. In Figure 1, DE is the perpendicular falling on AB. Hence AB is the base and DE is the height of the parallelogram. In Figure 2, BF is the perpendicular falling on side AD. Hence, AD is the base and BF is the height.

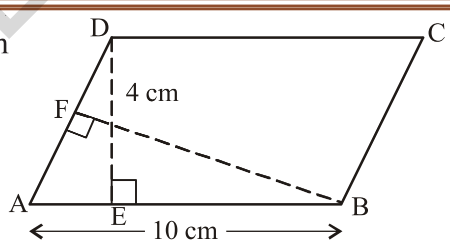


Do This

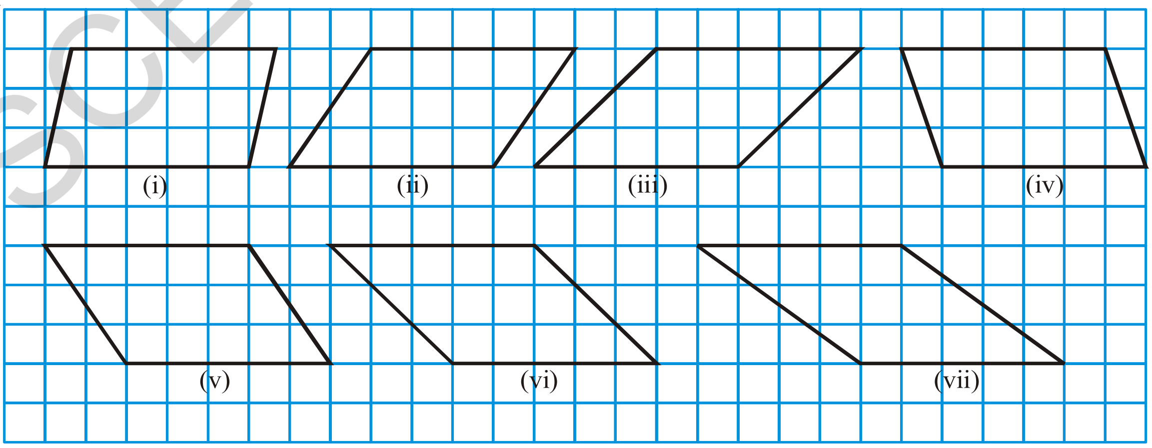
1. In parallelogram ABCD, AB = 10 cm and DE = 4 cm.

Find (i) The area of ABCD.

(ii) The length of BF, if AD = 6 cm



2. Carefully observe the following parallelograms.



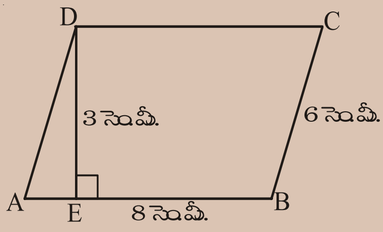
SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

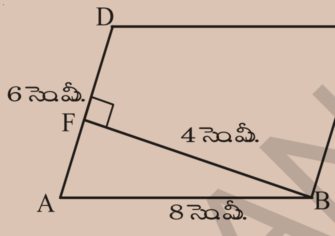
ABCD సమాంతర చతుర్భుజం పటం – 1 యొక్క భుజాలు 8సెం.మీ., 6 సెం.మీ. అయిన సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భూమి పొడవు ఎంత? ఎత్తు ఎంత? దాని వైశాల్యం ఎంత?

పటం – 2 లోని సమాంతర చతుర్భుజంలో భూమి ఏది? ఎత్తు ఏది? దీని వైశాల్యం ఎంత?

పటం – 1 మరియు పటం – 2 లో వైశాల్యాలు సమానమేనా?

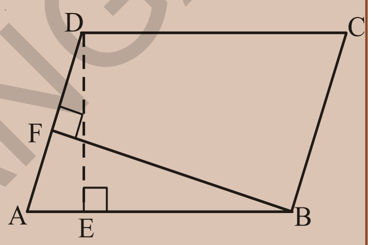


పటం – 1



పటం – 2

సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క ఏ భుజాన్నైనా దాని భూమిగా ఎంచుకోవచ్చు లేదా తీసుకోవచ్చు. పటం–1లో AB మీదకు గీయబడిన లంబం DE కనుక ఈ సమాంతర చతుర్భుజంలో భూమి AB , ఎత్తుగా DE అవుతుంది. అదే విధంగా పటం–2లో AD పైకి గీయబడిన లంబం BF కనుక ఈ సమాంతర చతుర్భుజంలో AD భూమి. ఎత్తు BF అవుతుంది.

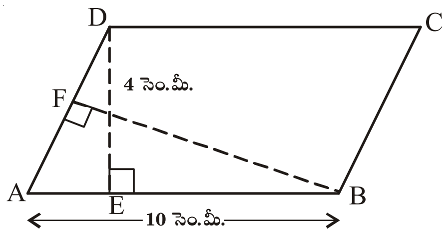


ఇవి చేయండి

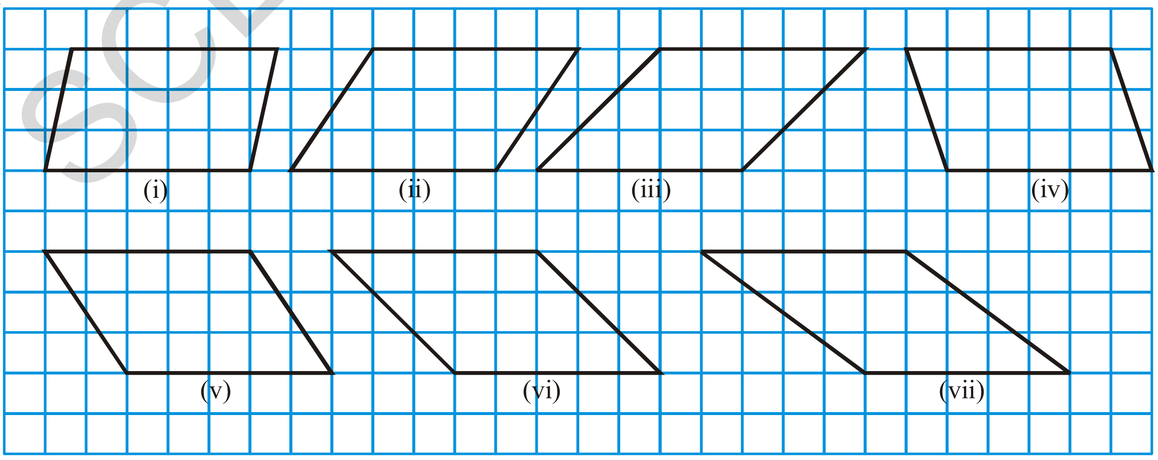
1. సమాంతర చతుర్భుజం ABCD లో AB = 10 సెం.మీ. DE = 4 సెం.మీ. అయిన కింది వాటిని కనుక్కోండి.

(i) ABCD వైశాల్యం

(ii) AD = 6 సెం.మీ. అయిన BF యొక్క పొడవు



2. కింది సమాంతర చతుర్భుజాలను జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి.



SCERT, TELANGANA

(i) Find the area of each parallelogram by counting the squares enclosed in it. For counting incomplete squares check whether two incomplete squares make a complete square in each parallelogram.

Complete the following table accordingly.

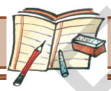
Parallelogram	Base	Height	Area	Area by counting squares		
				No. of full squares	No. of incomplete squares	Total squares (full)
(i)	5 units	3 units	5 × 3 = 15 sq. units	12	6	15
(ii)						
(iii)						
(iv)						
(v)						
(vi)						
(vii)						

(ii) Do parallelograms with equal bases and equal heights have the same area?

Try This

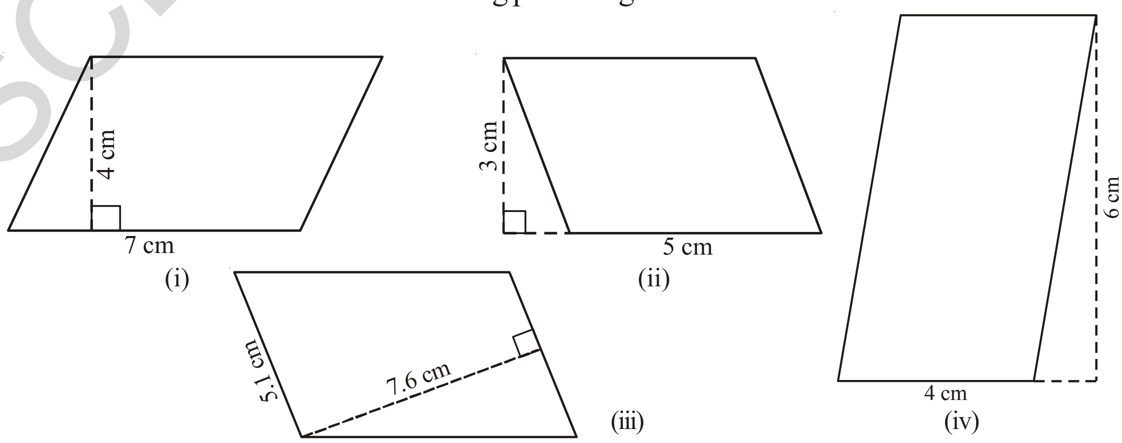
(i) Why is the formula for finding the area of a rectangle related to the formula for finding the area of a parallelogram?

(ii) Explain why a rectangle is a parallelogram but a parallelogram may not be a rectangle.



Exercise - 2

1. Find the area of each of the following parallelograms.



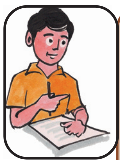
SCERT, TELANGANA

(i) ప్రతీ సమాంతర చతుర్భుజంలోని గళ్ళు (చతురస్రాల)ను లెక్కించుట ద్వారా దాని వైశాల్యమును కనుగొనండి? ప్రతి సమాంతర చతుర్భుజంలో అసంపూర్ణ చతురస్రాలను లెక్కించునపుడు రెండు అసంపూర్ణ చతురస్రాలు కలిసి ఒక చతురస్రం అయ్యేలా తీసుకోండి.

వీటి ఆధారంగా కింది పట్టికను పూరించండి.

సమాంతర చతుర్భుజం	భూమి	ఎత్తు	వైశాల్యం	లెక్కించిన చతురస్రాల ఆధారంగా వైశాల్యం		
				పూర్తి చతురస్రాల సంఖ్య	అసంపూర్ణ చతురస్రాల సంఖ్య	మొత్తం చతురస్రాలు (పూర్తయినవి)
(i)	5 యూనిట్లు	3 యూనిట్లు	5 × 3 = 15 చదరపు యూనిట్లు	12	6	15
(ii)						
(iii)						
(iv)						
(v)						
(vi)						
(vii)						

(ii) సమాన భూమి, సమాన ఎత్తు గల సమాంతర చతుర్భుజాల వైశాల్యాలు సమానంగా ఉంటాయా?



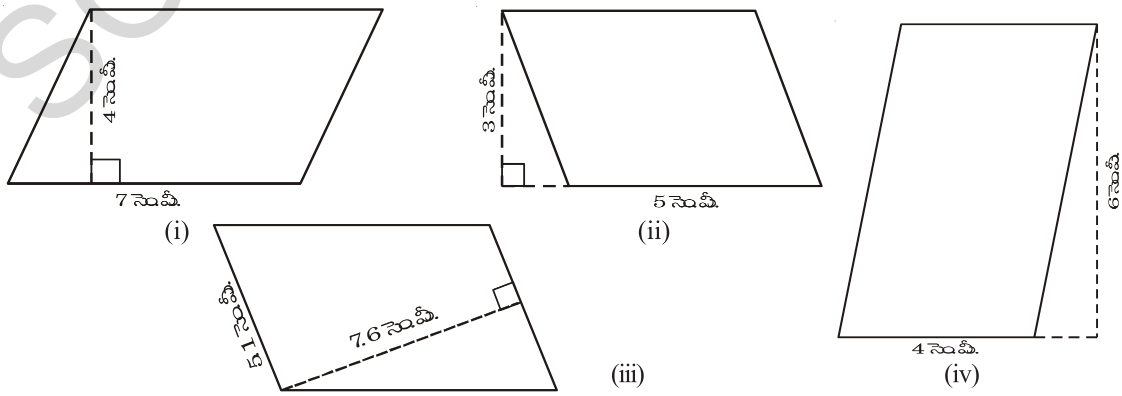
ప్రయత్నించండి

(i) దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం, సమాంతర చతుర్భుజం వైశాల్యాలను కనుగొనుటకు ఉపయోగించే సూత్రాలు ఒకే విధంగా ఎందుకు ఉన్నాయి?

(ii) ప్రతీ దీర్ఘచతురస్రం ఒక సమాంతర చతుర్భుజమైంది. కానీ ప్రతీ సమాంతర చతుర్భుజం ఒక దీర్ఘచతురస్రము కాకపోవచ్చు వివరించండి.

అభ్యాసం - 2

1. ప్రతి సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యంను కనుగొనండి.

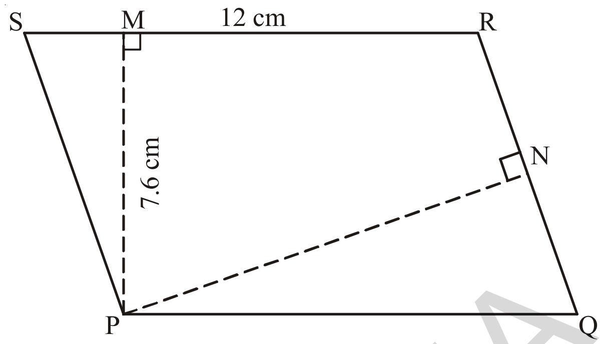


SCERT, TELANGANA

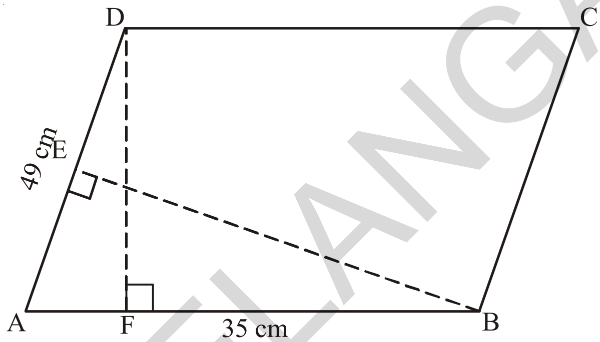
2. PQRS is a parallelogram. PM is the height from P to SR and PN is the height from P to QR. If SR = 12 cm and PM = 7.6 cm.

(i) Find the area of the parallelogram PQRS

(ii) Find PN, if QR = 8 cm.



3. DF and BE are the height on sides AB and AD respectively in parallelogram ABCD. If the area of the parallelogram is 1470 cm^2, AB = 35 cm and AD = 49 cm, find the length of BE and DF.



4. The height of a parallelogram is one third of its base. If the area of the parallelogram is 192cm^2, find its base and height.

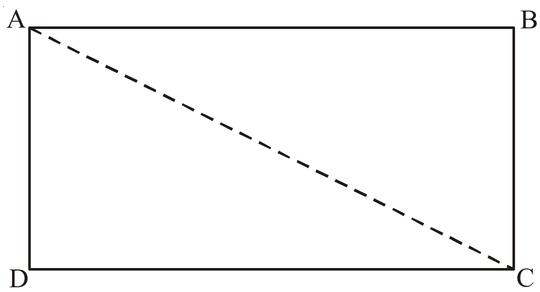
5. In a parallelogram the base and height are in the ratio of 5:2. If the area of the parallelogram is 360m^2, find its base and height.

6. A square and a parallelogram have the same area. If a side of the square is 40m and the height of the parallelogram is 20m, find the base of the parallelogram.

13.2 Area of triangle

13.2.1 Triangles are parts of rectangles

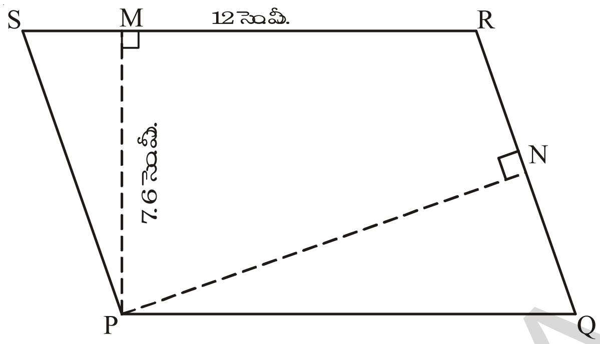
Draw a rectangle on a paper. Cut the rectangle along its diagonal to get two triangles.



Superimpose one triangle over the other. Are they exactly the same in area? Can we say that the triangles are congruent?

SCERT, TELANGANA

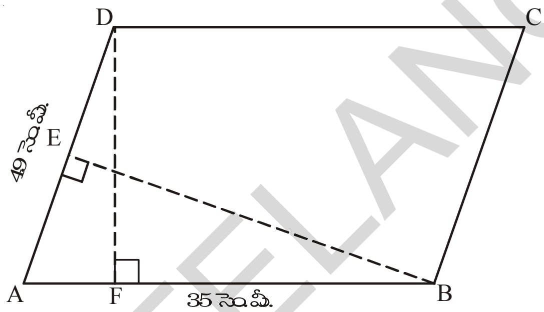
2. PQRS ఒక సమాంతర చతుర్భుజం. P నుండి SR పైకి గీయబడిన లంబం PM మరియు P నుండి QR పైకి గీయబడిన లంబం PN. SR = 12 సెం.మీ. PM=7.6 సెం.మీ. అయిన



(i) PQRS సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యమెంత?

(ii) QR = 8 సెం.మీ. అయిన PN విలువను కనుగొనండి.

3. ABCD సమాంతర చతుర్భుజంలో DF, BE లు వరుసగా AB, AD ల పైకి గీయబడిన లంబాలు. AB= 35 సెం.మీ. AD = 49 సెం.మీ. మరియు సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం 1470 సెం.మీ.^{2} అయిన BE, DF లను కనుగొనండి.



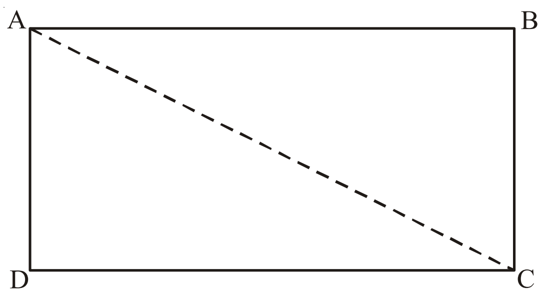
4. ఒక సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క ఎత్తు, దాని భూమిలో 1/3 వ వంతు ఉంది. సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం 192 సెం.మీ.^{2} అయిన దాని భూమిని, ఎత్తును కనుగొనండి.

5. ఒక సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భూమి, ఎత్తులు 5:2 నిష్పత్తిలో ఉన్నాయి. సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం 360 చ.మీ. అయిన దాని భూమి మరియు ఎత్తులను కనుగొనండి.

6. ఒక చతురస్రం, మరియు ఒక సమాంతర చతుర్భుజంల యొక్క వైశాల్యం సమానం. చతురస్రం యొక్క భుజము 40 మీ. సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క ఎత్తు 20మీ. అయిన సమాంతర చతుర్భుజం యొక్క భూమిని కనుగొనండి.

13.2 త్రిభుజ వైశాల్యం

13.2.1 దీర్ఘచతురస్రంలో భాగాలుగా త్రిభుజాలు



ఒక దీర్ఘచతురస్రాన్ని ఒక కాగితంపై గీయండి. దీనిని పటంలో చూపిన విధంగా దాని కర్ణము వెంట కత్తిరించగా ఏర్పడిన రెండు త్రిభుజాలను తీసుకోండి.

వీటిని ఒక త్రిభుజంపై మరొక త్రిభుజం ఏకీభవించునట్లుగా ఉంచండి. ఈ రెండు త్రిభుజాల వైశాల్యాలు సమానమేనా? రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానమని చెప్పవచ్చా?

SCERT, TELANGANA

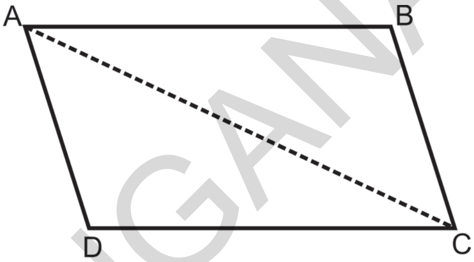
You will find that both the triangles are congruent. Thus, the area of the rectangle is equal to the sum of the area of the two triangles.

Therefore, the area of each triangle = $\frac{1}{2}$ × (area of rectangle)

$$= \frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2} lb$$

13.2.2 Triangles are parts of parallelograms

Make a parallelogram as shown in the Figure. Cut the parallelogram along its diagonal. You will get two triangles. Superimpose one triangle over the other. Are they exactly the same size (area)?



You will find that the area of the parallelogram is equal to the area of both the triangles.

We know that area of parallelogram is equal to product of its base and height. Therefore,

Area of each triangle $= \frac{1}{2}$ × (area of parallelogram)

Area of triangle $= \frac{1}{2}$ × (base × height)

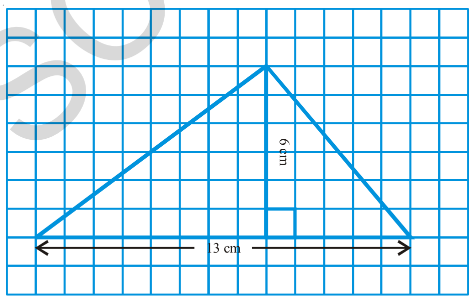
$$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} bh$$

Thus, the area of a triangle is equal to half the product of its base (b) and height (h) i.e.,

$A = \frac{1}{2} bh$

Example 2 : Find the area of the triangle in the given figure.

Solution :



Base of triangle (b) = 13 cm

Height of triangle (h) = 6 cm

Area of a triangle (A) = $\frac{1}{2}$ (base × height) or $\frac{1}{2} bh$

Therefore, $A = \frac{1}{2} \times 13 \times 6$

$= 13 \times 3 = 39 \text{ cm}^2$

Thus the area of the triangle is 39 cm^2.

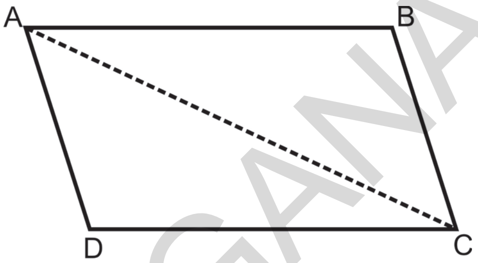
SCERT, TELANGANA

ఈ రెండు త్రిభుజాలు సర్వసమానం. అందుచే దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం రెండు త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తంనకు సమానం.

కాబట్టి, త్రిభుజం వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times$ (దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం)

$$= \frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2} lb$$

13.2.2 సమాంతర చతుర్భుజాలలో భాగాలుగా త్రిభుజాలు



పటంలో చూపిన విధంగా కాగితంపై ఒక సమాంతర చతుర్భుజంను గీయండి. దీనిని రెండు త్రిభుజాలుగా కర్ణము వెంట కత్తిరించుము. ఏర్పడిన రెండు త్రిభుజాలను ఒక దానిపై మరొకటి ఉంచండి. ఈ రెండు త్రిభుజాల వైశాల్యాలు సమానమేనా?

సమాంతర చతుర్భుజం వైశాల్యం రెండు త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తానికి సమానం.

సమాంతర చతుర్భుజం వైశాల్యం దాని భూమి, ఎత్తుల లబ్దానికి సమానం అని

త్రిభుజ వైశాల్యం $= \frac{1}{2} \times$ (సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం)

$= \frac{1}{2} \times$ (భూమి $\times$ ఎత్తు)

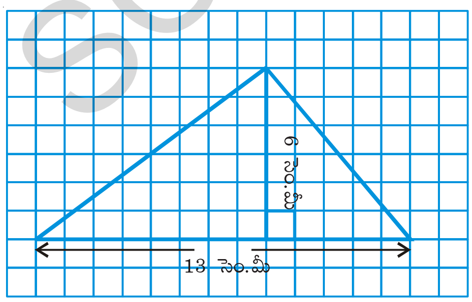
$= \frac{1}{2} \times b \times h \quad = \frac{1}{2} bh$

అందుచే ఒక త్రిభుజవైశాల్యం దాని భూమి (b), ఎత్తు (h)ల లబ్ధంలో సగానికి సమానం.

అనగా త్రిభుజ వైశాల్యం $A = \frac{1}{2} bh$

ఉదాహరణ 2 : ఈ పటంలోని త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యంను కనుగొనండి.

సాధన :



త్రిభుజ భూమి (b) = 13 సెం.మీ.

త్రిభుజ ఎత్తు (h) = 6 సెం.మీ.

త్రిభుజ వైశాల్యం (A) $= \frac{1}{2}$ (భూమి $\times$ ఎత్తు) లేదా $\frac{1}{2} bh$

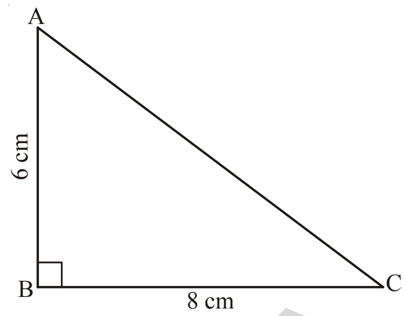
కాబట్టి, $A = \frac{1}{2} \times 13 \times 6$

$= 13 \times 3 = 39$ సెం.మీ.^{2}.

త్రిభుజ యొక్క వైశాల్యం 39 సెం.మీ.^{2}.

SCERT, TELANGANA

Example 3 : Find the area of ΔABC.



Solution: Base of the triangle (b) = 8 cm

Height of the triangle (h) = 6 cm

Area of the triangle (A) = $\frac{1}{2}$ bh

Therefore, $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ cm}^2$

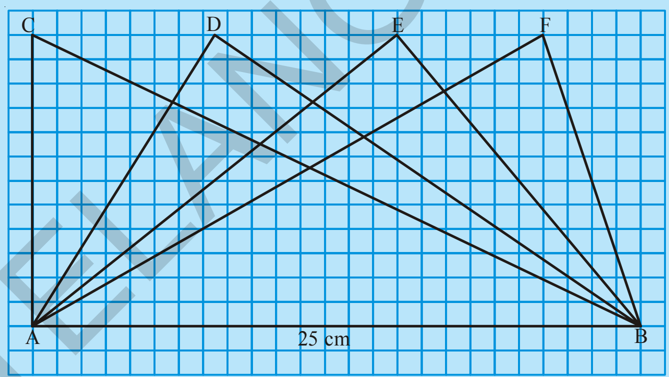
Thus, the area of $\Delta ABC = 24 \text{ cm}^2$

Notice that in a right angle triangle two of its sides can be the height.

Try This

In Figure all the triangles are on the base AB = 25 cm. Is the height of each of the triangles drawn on base AB, the same?

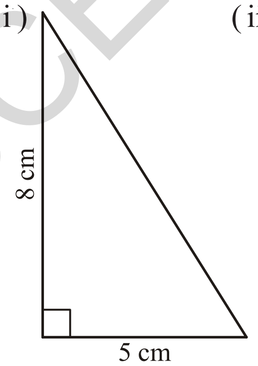
Will all the triangles have equal area? Give reasons to support your answer. Are the triangles congruent also?



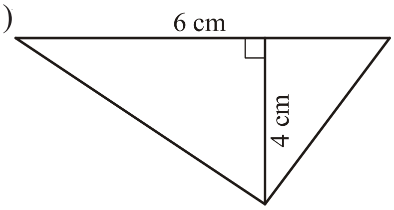
Exercise - 3

1. Find the area of each of the following triangles.

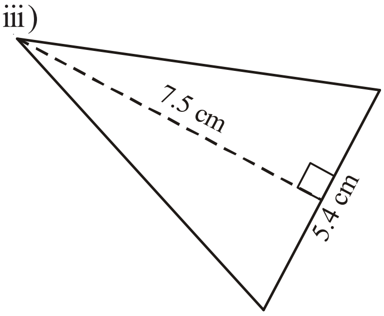
(i)



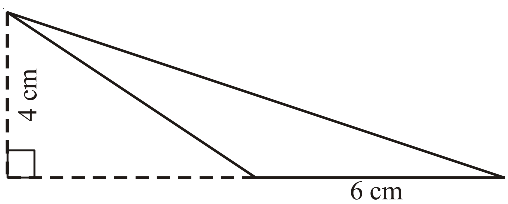
(ii)



(iii)

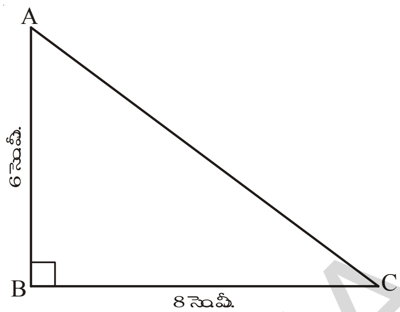


(iv)



SCERT, TELANGANA

ఉదాహరణ 3 : త్రిభుజం ABC యొక్క వైశాల్యంను కనుగొనండి.



సాధన :

త్రిభుజం యొక్క భూమి (b) = 8 సెం.మీ.

త్రిభుజం యొక్క ఎత్తు (h) = 6 సెం.మీ.

త్రిభుజ వైశాల్యం (A) = $\frac{1}{2}$ bh

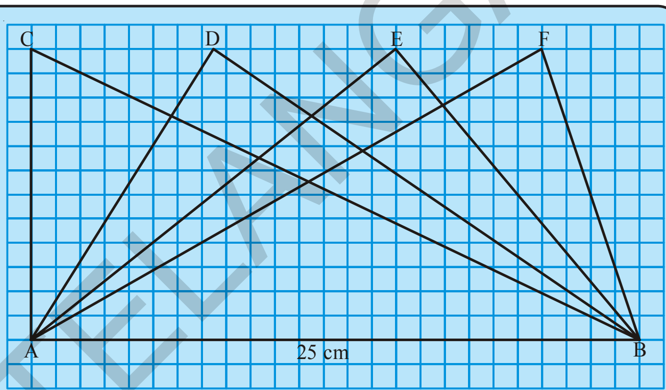
కాబట్టి, త్రిభుజ వైశాల్యం A = $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ సెం.మీ.^{2}

అందుచే ABC త్రిభుజ వైశాల్యం = 24 సెం.మీ.^{2}

లంబకోణ త్రిభుజంలోని రెండు భుజాలలో దేనినైనా ఎత్తుగా తీసుకోవచ్చుని గమనించగలరు.

ప్రయత్నించండి

పక్క పటంలో అన్ని త్రిభుజాలు ఒకే భూమి AB = 25 సెం.మీ. పై గీయబడినవి. ఒకే భూమి AB పై గీయబడిన అన్ని త్రిభుజాల ఎత్తులు సమానమేనా?

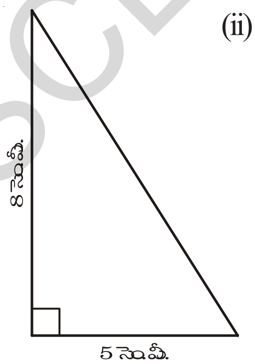


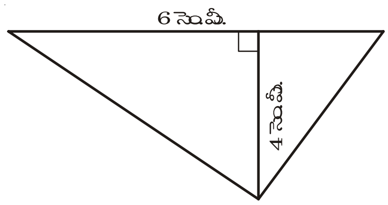
అన్ని త్రిభుజాల వైశాల్యాలు సమానమేనా? నీ సమాధానానికి తగిన కారణాలు తెలపండి.

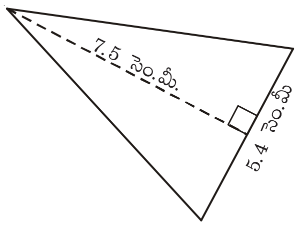
ఈ త్రిభుజాలు సర్వసమానం కూడా అవుతాయా?

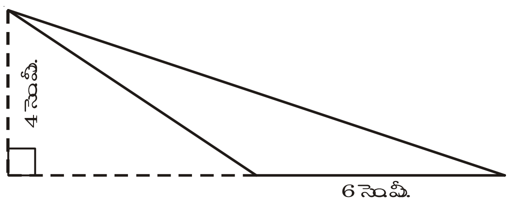
అభ్యాసం - 3

1. కింది త్రిభుజాల వైశాల్యాలను కనుగొనండి.



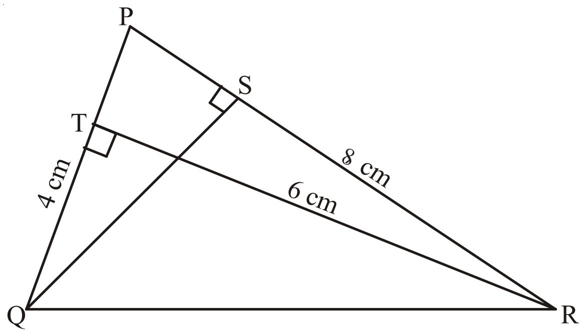




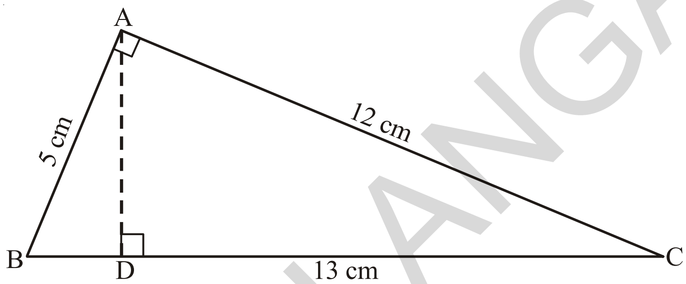


SCERT, TELANGANA

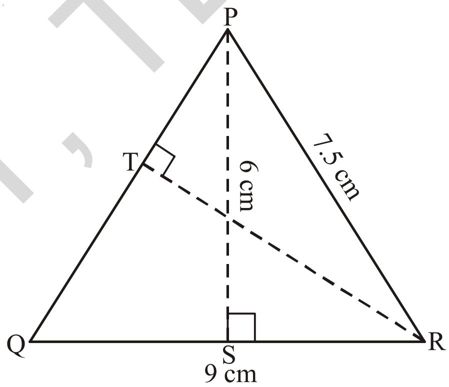
2. In ΔPQR, PQ = 4 cm, PR = 8 cm and RT = 6 cm. Find (i) the area of ΔPQR (ii) the length of QS.



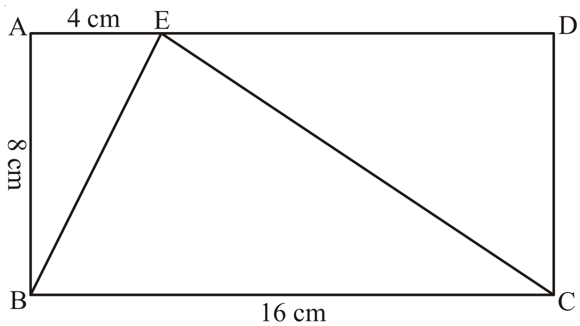
3. ΔABC is right-angled at A. AD is perpendicular to BC, AB = 5 cm, BC = 13 cm and AC = 12 cm. Find the area of ΔABC. Also, find the length of AD.



4. ΔPQR is isosceles with PQ = PR = 7.5 cm and QR = 9 cm. The height PS from P to QR, is 6 cm. Find the area of ΔPQR and length of RT.

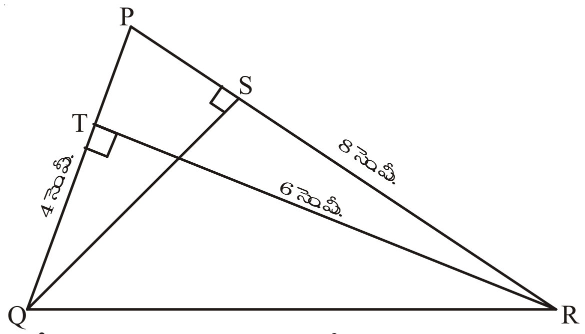


5. ABCD rectangle with AB = 8 cm, BC = 16 cm and AE = 4 cm. Find the area of ΔBCE. Is the area of ΔBEC equal to the sum of the area of ΔBAE and ΔCDE? Why?

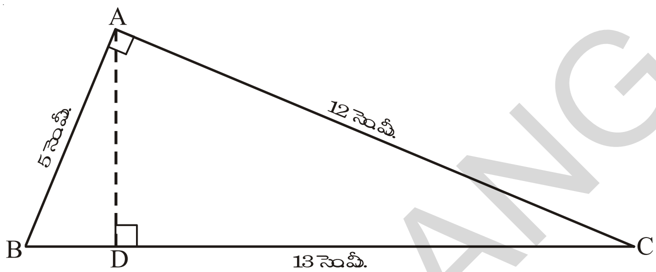


SCERT, TELANGANA

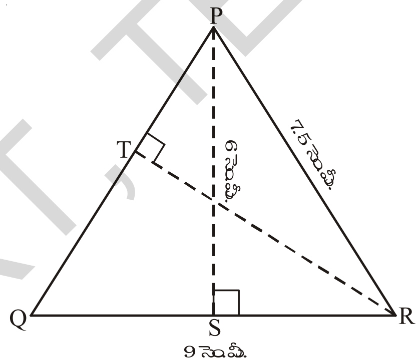
2. ΔPQR లో PQ = 4 సెం.మీ., PR = 8 సెం.మీ., RT = 6 సెం.మీ. అయిన (i) ΔPQR వైశాల్యంను (ii) QS పొడవును కనుగొనండి.



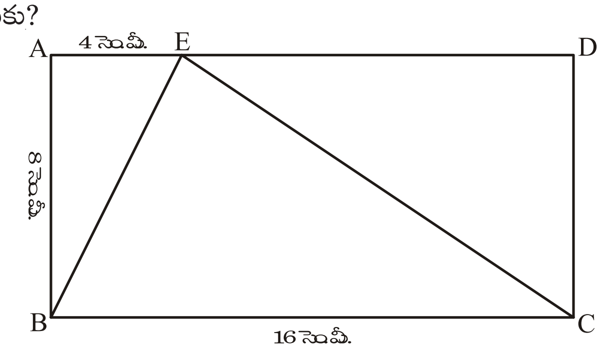
3. ΔABC లో A వద్ద లంబకోణం కలదు. AD, BC పైకి గీయబడిన లంబం. AB = 5 సెం.మీ., BC = 13 సెం.మీ. మరియు AC = 12 సెం.మీ.అయిన ABC త్రిభుజ వైశాల్యమును, AD పొడవును కనుగొనండి.



4. PQR ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజం. PQ = PR = 7.5 సెం.మీ. మరియు QR = 9 సెం.మీ. P నుంచి QR పైకి గీయబడిన ఎత్తు PS = 6 సెం.మీ. అయిన ΔPQR వైశాల్యంను మరియు RT పొడవును కనుగొనండి.



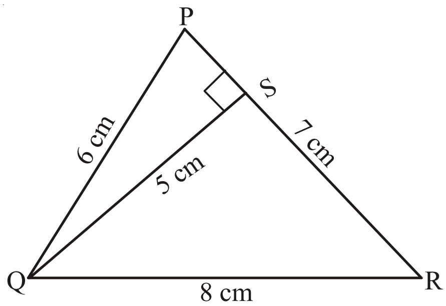
5. ABCD దీర్ఘచతురస్రంలో AB = 8 సెం.మీ., BC = 16 సెం.మీ. మరియు AE = 4 సెం.మీ. అయిన ΔBCE వైశాల్యంను కనుగొనండి. ΔBAE, ΔCDE త్రిభుజాల వైశాల్యాల మొత్తం, ΔBEC వైశాల్యం సమానమేనా? ఎందుకు?



SCERT, TELANGANA

6. Ramu says that the area of ΔPQR is, $A = \frac{1}{2} \times 7 \times 5\ cm^2$

Gopi says that it is, $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 5\ cm^2$. Who is correct? Why?

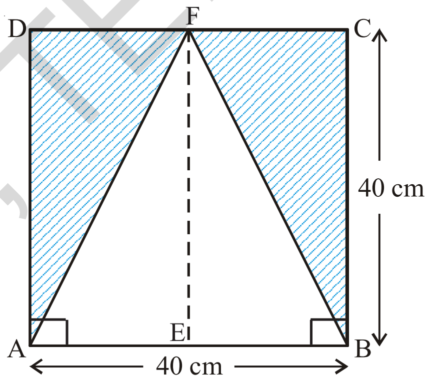


7. Find the base of a triangle whose area is 220 cm^2 and height is 11cm.

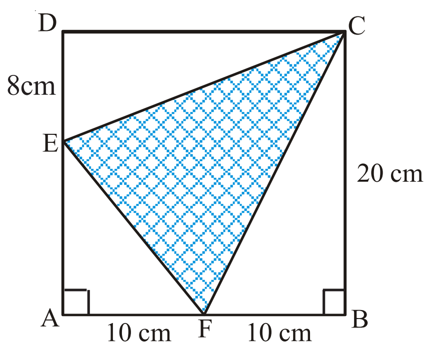
8. In a triangle the height is double the base and the area is 400 cm^2. Find the length of the base and height.

9. The area of triangle is equal to the area of a rectangle whose length and breadth are 20 cm and 15 cm respectively. Calculate the height of the triangle if its base measures 30 cm.

10. In Figure ABCD find the area of the shaded region ($\overline{DF}=\overline{CF}$).



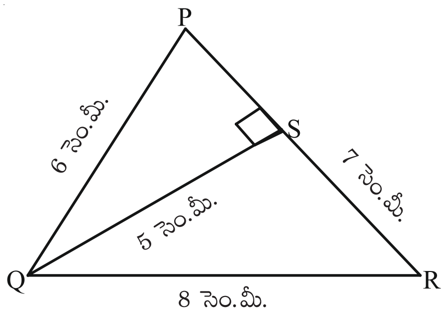
11. In Figure ABCD, find the area of the shaded region.



SCERT, TELANGANA

6. రాము PQR త్రిభుజ వైశాల్యం A = $\frac{1}{2} \times 7 \times 5$ సెం.మీ.^{2} అని చెప్పాడు.

గోపి, అదే త్రిభుజ వైశాల్యం A = $\frac{1}{2} \times 8 \times 5$ సెం.మీ.^{2} అని చెప్పాడు. ఎవరు సరిగా చెప్పారు? ఎందుకు?

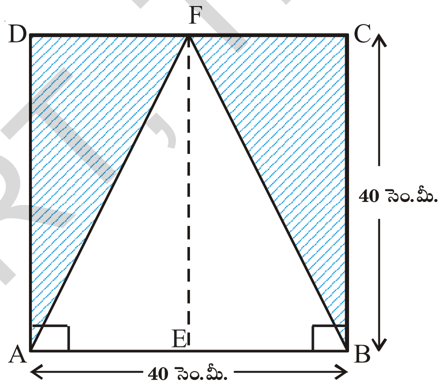


7. ఒక త్రిభుజ వైశాల్యం 220 సెం.మీ.^{2} దాని ఎత్తు 11 సెం.మీ. అయిన దాని భూమిని కనుగొనండి.

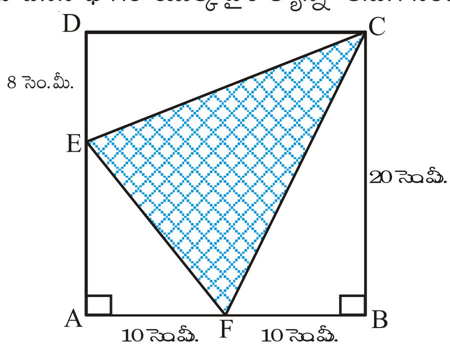
8. ఒక త్రిభుజం ఎత్తు దాని భూమికి రెండు రెట్లు ఉంది. త్రిభుజ వైశాల్యం 400 సెం.మీ.^{2} అయిన త్రిభుజ భూమిని, ఎత్తును కనుగొనండి.

9. ఒక త్రిభుజ వైశాల్యం, దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యంనకు సమానం. దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 20 సెం.మీ., 15 సెం.మీ. త్రిభుజం యొక్క భూమి 30 సెం.మీ. అయిన త్రిభుజం యొక్క ఎత్తును కనుగొనండి.

10. పటం ABCD లో షేడ్ చేయబడిన భాగం యొక్క వైశాల్యంను కనుగొనండి. ($\overline{DF}=\overline{CF}$)

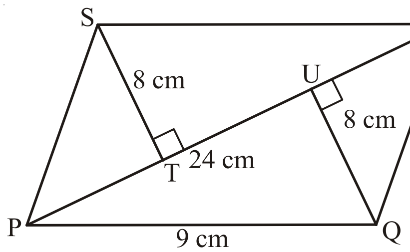


11. ABCD పటంలో షేడ్ చేసిన భాగం యొక్క వైశాల్యాన్ని కనుగొనండి.



SCERT, TELANGANA

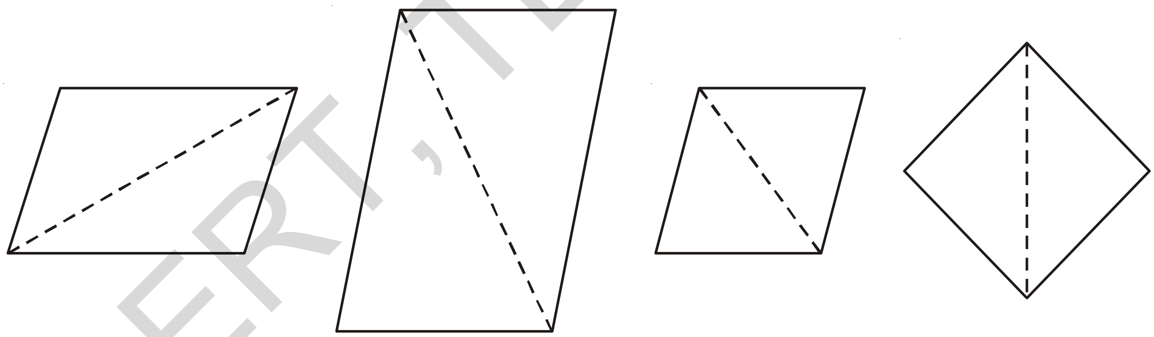
12. Find the area of a parallelogram PQRS, if PR = 24 cm and QU = ST = 8 cm.



13. The base and height of the triangle are in the ratio 3:2 and its area is 108 cm^2. Find its base and height.

13.3 Area of a rhombus

Santosh and Akhila are good friends. They are fond of playing with paper cut-outs. One day, Santosh gave different triangle shapes to Akhila. From these she made different shapes of parallelograms. These parellelograms are given below-



Santosh asked Akhila, 'which parallelograms has 4 equal sides?"

Akhila said, 'the last two have equal sides."

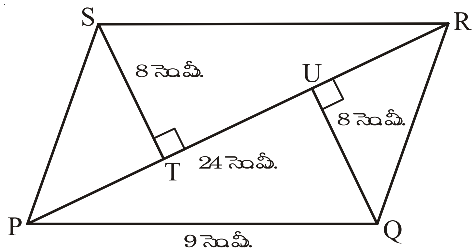
Santhosh said, **'If all the sides of a parallelogram are equal, it is called a Rhombus.'**

Now let us learn how to calculate the area of a Rhombus.

Like in the case of a parallelogram and triangle, we can use the method of splitting into congruent triangles to find the area of a rhombus.

SCERT, TELANGANA

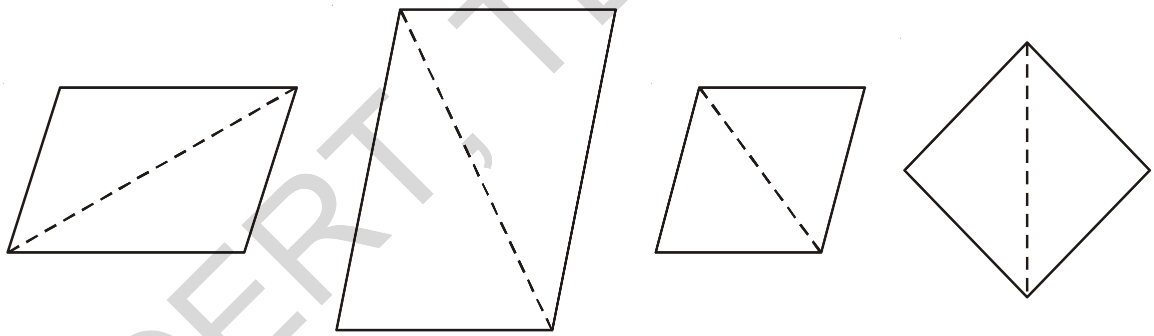
12. PQRS సమాంతర చతుర్భుజంలో PR = 24 సెం.మీ. మరియు QU = ST = 8 సెం.మీ. అయిన దాని వైశాల్యం కనుగొనండి?



13. ఒక త్రిభుజం యొక్క భూమి, ఎత్తులు 3:2 నిష్పత్తిలో కలవు. త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం 108 సెం.మీ.^{2} అయిన దాని భూమి, ఎత్తులను కనుగొనండి?

13.3 సమచతుర్భుజం (రాంబస్) యొక్క వైశాల్యం

సంతోష్, అఖిల మంచి మిత్రులు. కాగితంతో వివిధ ఆకారాలను కత్తిరించి వాటితో ఆడుతున్నారు. ఒకరోజు సంతోష్ వివిధ త్రిభుజాల ఆకారాలను అఖిలకు ఇచ్చాడు. అఖిల వాటితో వేరువేరు ఆకారాలు కల్గిన సమాంతర చతుర్భుజాలను ఏర్పరచింది. ఈ సమాంతర చతుర్భుజాలు కింద చూపబడినవి.



“వీటిలో అన్ని భుజాలు సమానంగా ఉన్న సమాంతర చతుర్భుజాలు ఏవి?” అని సంతోష్ అఖిలను అడిగాడు.

దానికి అఖిల “చివరి రెండు” సమాన భుజాలు కల్గి ఉన్నాయి అని తెలిపింది.

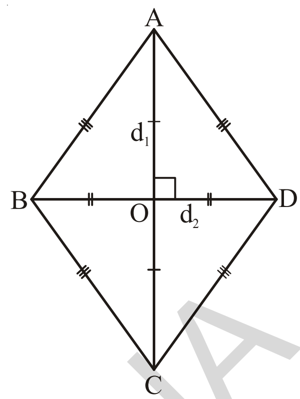
వెంటనే సంతోష్ **“ఈ విధంగా అన్ని భుజాలు సమానంగా గల సమాంతర చతుర్భుజాన్ని సమచతుర్భుజం (రాంబస్) అంటాం”.** అని తెల్పాడు.

మనమిప్పుడు సమచతుర్భుజం వైశాల్యాన్ని ఎలా గణించవచ్చో నేర్చుకుందాం!

త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యంను కనుగొనడానికి సమాంతర చతుర్భుజంను రెండు సర్వసమాన త్రిభుజాలుగా ఎలా విభజించామో, అదే పద్ధతిని సమచతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యంను కనుగొనుటలో కూడా ఉపయోగిద్దాం.

SCERT, TELANGANA

ABCD is a rhombus.



Area of rhombus ABCD = (area of ΔACD) + (area of ΔACB)

$$= \left(\frac{1}{2} \times AC \times OD\right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OB\right)$$

diagonals bisect perpendicularly

$$= \frac{1}{2} AC \times (OD + OB)$$

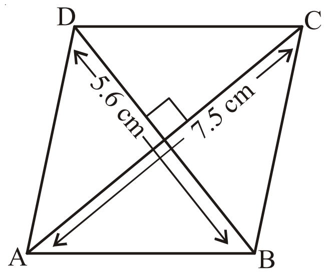
$$= \frac{1}{2} AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \text{ (as } AC = d_1 \text{ and } BD = d_2\text{)}$$

In other words, the area of a rhombus is equal to half the product of its diagonals i.e.,

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Example 4 : Find the area of rhombus ABCD



Solution : Length of the diagonal (d_1) = 7.5 cm

Length of the other diagonal (d_2) = 5.6 cm

Area of the rhombus (A) $= \frac{1}{2} d_1 d_2$

Therefore, $A = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 5.6 = 21 \text{ cm}^2$

Thus, area of rhombus ABCD = 21 cm²

Example 5 : The area of a rhombus is 60 cm² and one of its diagonals is 8 cm. Find the other diagonal.

Solution : Length of one diagonal (d_1) = 8 cm

Length of the other diagonal = d_2

Area of rhombus $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

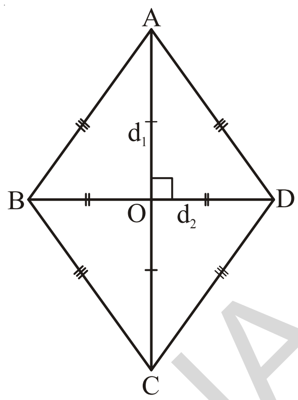
Therefore, $60 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$

$d_2 = 15$ cm.

Thus, length of the other diagonal is 15 cm.

ABCD ఒక సమచతుర్భుజం (రాంబస్)

ABCD సమచతర్భుజ వైశాల్యం = (ΔACD వైశాల్యం) + (ΔACB వైశాల్యం)



$$= \left(\frac{1}{2} \times AC \times OD\right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OB\right)$$

(సమచతుర్భుజములో కర్ణాలు పరస్పరం లంబ సమద్విఖండన చేసుకుంటాయి

$$= \frac{1}{2} AC \times (OD + OB)$$

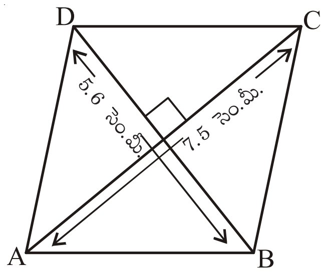
$$= \frac{1}{2} AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \text{ } (AC = d_1 \text{ మరియు } BD = d_2)$$

సమచతుర్భుజ, వైశాల్యం దాని కర్ణాల లబ్ధంలో సగానికి సమానం.

అనగా $A = \frac{1}{2} d_1 d_2$

ఉదాహరణ 4 : ABCD సమచతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం కనుగొనండి.



సాధన : మొదటి కర్ణం పొడవు (d_1) = 7.5 సెం.మీ.

రెండవ కర్ణం పొడవు (d_2) = 5.6 సెం.మీ.

సమచతుర్భుజ వైశాల్యం (A) = $\frac{1}{2} d_1 d_2$

సమచతుర్భుజ వైశాల్యం A = $\frac{1}{2} \times 7.5 \times 5.6 = 21$ సెం.మీ.^{2}

అందుచే, సమచతుర్భుజం ABCD వైశాల్యం = 21 సెం.మీ.^{2}

ఉదాహరణ 5 : ఒక సమచతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం 60 సెం.మీ.^{2} దాని ఒక కర్ణం 8 సెం.మీ. అయిన రెండవ కర్ణంను కనుగొనండి.

సాధన : మొదటి కర్ణం పొడవు (d_1) = 8 సెం.మీ.

రెండవ కర్ణం పొడవు = d_2

సమచతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

కాబట్టి $60 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$

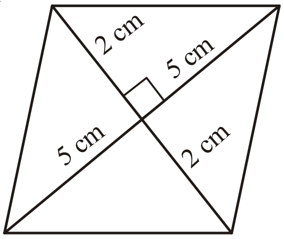
$d_2 = 15$ సెం.మీ.

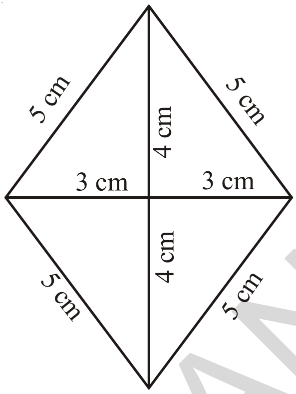
అందుచేత, రెండవ కర్ణం యొక్క పొడవు 15 సెం.మీ.

SCERT, TELANGANA

Exercise 4

1. Find the area of the following rhombuses.





2. Find the missing values.

Diagonal-1 (d_1)	Diagonal-2 (d_2)	Area of rhombus
12 cm	16 cm	
27 mm		2025 mm^2
24 m	57.6 m	

3. If length of diagonal of a rhombus whose area 216 sq. cm. is 24 cm. Then find the length of second diagonal.

4. The floor of a building consists of 3000 tiles which are rhombus shaped. The diagonals of each of the tiles are 45 cm and 30 cm. Find the total cost of polishing the floor tiles, if cost per m^2 is ₹ 2.50.

13.4 Circumference of a circle

Nazia is playing with a cycle tyre. She is rotating the tyre with a stick and running along with it.

What is the distance covered by tyre in one rotation?

The distance covered by the tyre in one rotation is equal to the length around the wheel. The length around the tyre is also called the circumference of the tyre .

What is the relation between the total distance covered by the tyre and number of rotations?

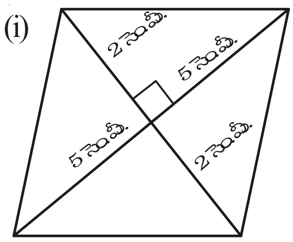
Total distance covered by the tyre = number of rotations × length around the tyre.

SCERT, TELANGANA

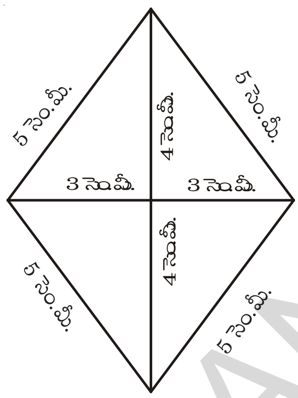
అభ్యాసం - 4

1. కింది సమచతుర్భుజాల వైశాల్యం కనుగొనండి?

(i)



(ii)



2. ఖాళీ గళ్ళను పూరించండి?

మొదటి కర్ణం (d_1)	రెండవ కర్ణం (d_2)	సమచతుర్భుజ వైశాల్యం
12 సెం.మీ.	16 సెం.మీ.	
27 మి.మీ.		2025 మి.మీ.^{2}
24 మీ.	57.6 మీ.	

3. ఒక సమచతుర్భుజం యొక్క వైశాల్యం 216 చ.సెం.మీ. ఒక కర్ణం 24 సెం.మీ. అయిన ఆ సమచతుర్భుజం యొక్క రెండవ కర్ణం ఎంత?

4. ఒక భవనం నేలపై సమచతుర్భుజాకారంలో ఉన్న 3000 టైల్స్ పరుచబడి ఉన్నాయి. ఒక్కొక్క టైల్ యొక్క కర్ణాలు 45 సెం.మీ., 30 సెం.మీ. ఒక చదరపు మీటరు వైశాల్యం గల నేలను పాలిష్ చేయుటకు ₹ 2.50 ఖర్చు అయిన మొత్తం నేలను (టైల్స్) పాలిష్ చేయుటకు ఎంత ఖర్చగును.

13.4 వృత్తం చుట్టుకొలత

నజియా సైకిల్ టైరుతో ఆడుకుంటుంది. ఆమె టైరును కర్రతో తిప్పుతూ దాని వెంట పరిగెత్తుతుంది. టైరు ఒక పూర్తి చుట్టు తిరిగినపుడు అది ప్రయాణించిన దూరం ఎంత?

సైకిల్ టైరు ఒక పూర్తి చుట్టు తిరిగినపుడు అది ప్రయాణించిన దూరం, ఆ టైరు చుట్టూ ఉన్న పొడవుకు సమానం. సైకిల్ టైరు యొక్క ఈ చుట్టూ వున్న పొడవునే దాని చుట్టుకొలత అంటారు.

సైకిల్ టైరు ప్రయాణించిన మొత్తం దూరానికి అది తిరిగిన చుట్ల సంఖ్యకు మధ్యగల సంబంధం ఏమిటో చెప్పగలరా?

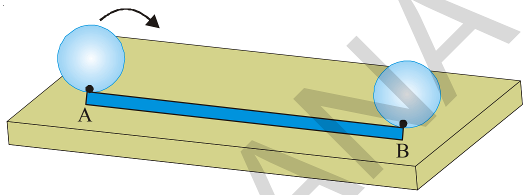
టైరు ప్రయాణించిన మొత్తం దూరం = తిరిగిన చుట్ల సంఖ్య × టైరు చుట్టుకొలత.

SCERT, TELANGANA

Activity 2

Jaya cut a circular shape from a cardboard. She wants to stick lace around the card to decorate it. Does the length of the lace required by her is equal to the circumference of the card? Can she measure the circumference of the card with the help of a ruler?

Let us see what Jaya did?



Jaya drew a line on the table and marked its starting point A. She then made a point on the edge of the card. She placed the circular card on the line, such that the point on the card coincided with point A. She then rolled the card along the line, till the point on the card touched the line again. She marked this point B. The length of line AB is the circumference of the circular card. The length of the lace required around the circular card is the distance AB.

Try This

Take a bottle cap, a bangle or any other circular object and find its circumference using a string.

It is not easy to find the circumference of every circular shape using the above method. So we need another way for doing this. Let us see if there is any relationship between the diameter and the circumference of circles.

A man made six circles of different radii with cardboard and found their circumference using a string. He also found the ratio between the circumference and diameter of each circle.

He recorded his observations in the following table-

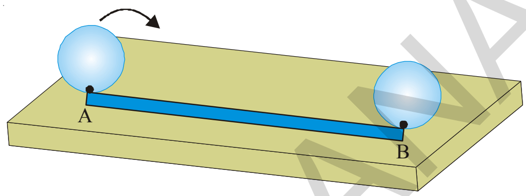
Circle	Radius	Diameter	Circumference	Ratio of circumference and diameter
1.	3.5 cm	7.0 cm	22.0 cm	$\frac{22}{7} = 3.14$
2.	7.0 cm	14.0 cm	44.0 cm	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 cm	21.0 cm	66.0 cm	
4.	21.0 cm	42.0 cm	132.0 cm	
5.	5.0 cm	10.0 cm	32.0 cm	
6.	15.0cm	30.0 cm	94.0 cm	

SCERT, TELANGANA

కృత్యం : 2

జయ ఒక వృత్తాకార ముక్కను కార్డుబోర్డునుండి కత్తిరించి తీసుకొంది. దీనిని అందంగా తయారుచేయటం కొరకు దీనిచుట్టూ ఒక లేసును పటంలో చూపిన విధంగా అతికించాలనుకున్నది. అయితే ఆమెకు కావలసిన లేసు యొక్క పొడవు వృత్తాకార కార్డుబోర్డు యొక్క చుట్టుకొలతకు సమానమేనా? వృత్తాకార కార్డుబోర్డు యొక్క చుట్టుకొలత స్కేలు సహాయంతో కొలవగలదా?

జయ ఏమి చేసిందో పరిశీలిద్దాం?



జయ టేబుల్‌పై ఒక రేఖను గీసి ఆ గీతపై బిందువు A ను గుర్తించింది. వృత్తాకార కార్డుబోర్డుపై అంచువెంట ఒకచోట ఒక చుక్కను గుర్తించింది. ఈ చుక్కను రేఖపై గుర్తించిన A బిందువుతో ఏకీభవించునట్లు కార్డుబోర్డును టేబుల్‌పై ఉంచింది. పటంలో చూపిన విధంగా దొర్లించటం ప్రారంభించింది. కార్డుబోర్డు అంచువెంట గుర్తించిన చుక్క తిరిగి టేబుల్‌పై గీచిన రేఖతో ఏకీభవించే వరకూ దానిని దొర్లించింది. కార్డుబోర్డుపైన ఉన్న చుక్క మళ్లీ రేఖను ఏకీభవించిన బిందువును B గా గుర్తించింది. AB రేఖ పొడవు వృత్తాకార కార్డుబోర్డు యొక్క చుట్టుకొలతకు సమానమవుతుంది కనుక AB రేఖ పొడవుకు సమానమైన లేస్ పొడవు వృత్తాకార కార్డు బోర్డుకు అవసరమౌతుంది.

ప్రయత్నించండి.

సీసామూత, గాజు లేదా ఏదైనా ఒక వృత్తాకార వస్తువును తీసుకోండి. వాటి యొక్క చుట్టుకొలతను తీగ సహాయంతో కనుగొనండి.

అయితే ప్రతీ వృత్తాకార వస్తువు యొక్క చుట్టుకొలతను ఈ విధంగా కనుగొనటం సులభం కాదు. కనుక వేరే ఒక పద్ధతిని తెలుసుకోవలసి ఉంది. దీనికొరకై వృత్తం యొక్క వ్యాసంనకు దాని చుట్టుకొలతకు మధ్యసంబంధమేమైనా ఉందేమో పరిశీలిద్దాం.

ఒక వ్యక్తి వేరువేరు వ్యాసార్ధాలున్న 6 వృత్తాకార కార్డుబోర్డులను తయారు చేసి తీగ సహాయముతో వీని చుట్టుకొలతలను కనుగొన్నాడు. ఇంకా వ్యాసమునకు, చుట్టుకొలతకు మధ్యగల నిష్పత్తిని కూడా కనుగొన్నాడు.

ఈ విలువలన్నింటిని కింది పట్టికలో నమోదు చేశాడు.

వృత్తము	వ్యాసార్ధము	వ్యాసము	చుట్టుకొలత	చుట్టుకొలతకు, వ్యాసమునకు మధ్యగల నిష్పత్తి
1.	3.5 సెం.మీ.	7.0 సెం.మీ.	22.0 సెం.మీ.	$\frac{22}{7} = 3.14$
2.	7.0 సెం.మీ.	14.0 సెం.మీ.	44.0 సెం.మీ.	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 సెం.మీ.	21.0 సెం.మీ.	66.0 సెం.మీ.	
4.	21.0 సెం.మీ.	42.0 సెం.మీ.	132.0 సెం.మీ.	
5.	5.0 సెం.మీ.	10.0 సెం.మీ.	32.0 సెం.మీ.	
6.	15.0 సెం.మీ.	30.0 సెం.మీ.	94.0 సెం.మీ.	

SCERT, TELANGANA

What can you infer from the above table? Is the ratio between the circumference and the diameter of each circle approximately the same? Can we say that the circumference of a circle is always about three times its diameter?

The approximate value of the ratio of the circumference to the diameter of a circle is $\frac{22}{7}$ or 3.14.

Thus it is a constant and is denoted by π (pi).

Therefore, $\frac{c}{d} = \pi$ where 'c' is the circumference of the circle and 'd' its diameter.

Since, $\frac{c}{d} = \pi$

$c = \pi d$

Since, diameter of a circle is twice the radius i.e. $d = 2r$ (r = radius)

$c = \pi \times 2r$ or $c = 2\pi r$

Thus, circumference of a circle, $c = \pi d$ or $2\pi r$

Example 6 : Find the circumference of a circle with diameter 10 cm. (Take $\pi = 3.14$)

Solution : Diameter of the circle (d) = 10 cm.

Circumference of circle (c) $= \pi d$

$= 3.14 \times 10$

$c = 31.4$ cm

Thus, the circumference of the circle is 31.4 cm.

Example 7 : Find the circumference of a circle with radius 14 cm. (Take $\pi = \frac{22}{7}$)

Solution : Radius of the circle (r) = 14 cm

Circumference of a circle (c) $= 2\pi r$

Therefore, $c = 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

$c = 88$ cm

Thus, the circumference of the circle is 88 cm.

SCERT, TELANGANA

పట్టికలోని ఫలితాల ఆధారంగా మీరేమి గ్రహించారు? ప్రతీ వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత, దాని వ్యాసంనకు మధ్యగల నిష్పత్తి సుమారుగా సమానమేనా? ఎల్లప్పుడు వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత, దాని వ్యాసంనకు దాదాపు మూడు రెట్లు ఉంటుందని చెప్పవచ్చా?

వృత్తం చుట్టుకొలత దాని వ్యాసంనకు మధ్యగల నిష్పత్తి విలువ సుమారుగా $\frac{22}{7}$ లేదా 3.14గా ఉంటుంది. దీనిని π (పై) చేత సూచిస్తాం. ఇది ఒక స్థిర విలువ.

కాబట్టి వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలతను 'c' చేత వ్యాసంను 'd' చేత సూచిస్తే $\frac{c}{d} = \pi$ అవుతుంది.

కావున $\frac{c}{d} = \pi$

$c = \pi d$

అయితే, వృత్తం యొక్క వ్యాసం, వ్యాసార్థానికి రెండింతలు అవుతుంది. అనగా d = 2r (r = వ్యాసార్థం)

$c = \pi \times 2r$ లేదా $c = 2\pi r$

అయితే, వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత c = πd లేదా 2 π r

ఉదాహరణ 6 : 10 సెం.మీ. వ్యాసం కలిగిన వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి. (π = 3.14 గా తీసుకొనిన)

సాధన : వృత్తం యొక్క వ్యాసం (d) = 10 సెం.మీ.

వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత (c) = π d

= 3.14 × 10

c = 31.4 సెం.మీ.

అందుచేత వృత్తం చుట్టుకొలత 31.4 సెం.మీ.

ఉదాహరణ 7 : 14 సెం.మీ. వ్యాసార్థం గల వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనండి? ($\pi = \frac{22}{7}$ గా తీసుకొనిన)

సాధన : వృత్త వ్యాసార్థం (r) = 14 సెం.మీ.

వృత్తం చుట్టుకొలత (c) = 2 π r

$c = 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

c = 88 సెం.మీ.

అందుచే, వృత్తం చుట్టుకొలత 88 సెం.మీ.

SCERT, TELANGANA

Exercise - 5

1. Find the circumference of a circle whose radius is-

   (i) 35 cm (ii) 4.2 cm (iii) 15.4 cm

2. Find the circumference of circle whose diameter is-

   (i) 17.5 cm (ii) 5.6 cm (iii) 4.9 cm

Note : take $\pi = \frac{22}{7}$ in the above two questions.

3. (i) Taking $\pi = 3.14$, find the circumference of a circle whose radius is

   (a) 8 cm (b) 15 cm (c) 20 cm

   (ii) Calculate the radius of a circle whose circumference is 44cm?

4. If the circumference of a circle is 264 cm, find its radius. Take $\pi = \frac{22}{7}$.

5. If the circumference of a circle is 33 cm, find its diameter.

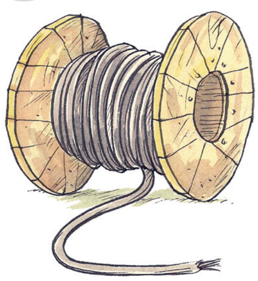
6. How many times will a wheel of radius 35cm be rotated to travel 660 cm?

   (Take $\pi = \frac{22}{7}$).

7. The ratio of the diameters of two circles is 3 : 4. Find the ratio of their circumferences.

8. A road roller makes 200 rotations in covering 2200 m. Find the radius of the roller.

9. The minute hand of a circular clock is 15 cm. How far does the tip of the minute hand move in 1 hour? (Take $\pi = 3.14$)



10. A wire is bent in the form of a circle with radius 25 cm. It is straightened and made into a square. What is the length of the side of the square?

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 5

1. కింది వ్యాసార్ధాలు గల వృత్తాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి.

   (i) 35 సెం.మీ. (ii) 4.2 సెం.మీ. (iii) 15.4 సెం.మీ.

2. కింది వ్యాసాలుగా గల వృత్తాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి.

   (i) 17.5 సెం.మీ. (ii) 5.6 సెం.మీ. (iii) 4.9 సెం.మీ.

   గమనిక : పై రెండు సందర్భాలలో $\pi = \frac{22}{7}$ గా తీసుకొనుము.

3. (i) $\pi = 3.14$ గా తీసుకొని కింది వ్యాసార్ధాలు కల్గిన వృత్తాల చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి.

   (a) 8 సెం.మీ. (b) 15 సెం.మీ. (c) 20 సెం.మీ.

   (ii) చుట్టుకొలత 44 సెం.మీ.గా గలిగిన వృత్తం యొక్క వ్యాసార్ధంను కనుగొనండి.

4. ఒక వృత్తం చుట్టుకొలత 264 సెం.మీ. అయిన, దాని వ్యాసార్ధంను కనుగొనండి. ($\pi = \frac{22}{7}$ గా తీసుకొనిన).

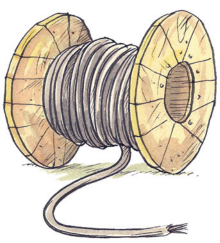
5. ఒక వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత 33 సెం.మీ. అయిన దాని వ్యాసంను కనుగొనండి.

6. 35 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం గల ఒక చక్రం ఎన్ని చుట్లు తిరిగిన అది 660 సెం.మీ. దూరం ప్రయాణించగలదు? ($\pi = \frac{22}{7}$ గా తీసుకొనిన)

7. రెండు వృత్తాల వ్యాసాల నిష్పత్తి 3 : 4 అయిన వాని చుట్టుకొలతల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.

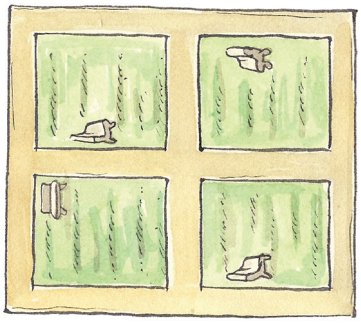
8. ఒక రోడ్డురోలరు 2200 మీ. దూరంను చదును చేయుటకు 200 చుట్లు తిరుగును. అయిన రోలరు యొక్క వ్యాసార్ధంను కనుగొనండి.

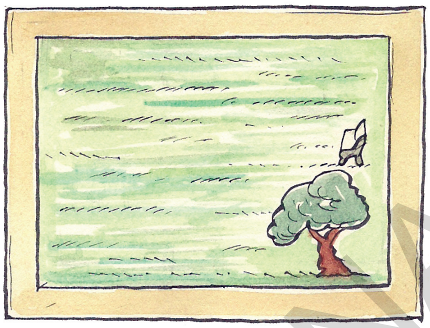
9. ఒక నిమిషాల ముల్లు పొడవు 15 సెం.మీ. దాని చివరి కొన 1 గంటలో ప్రయాణించే దూరమును కనుగొనండి. ($\pi = 3.14$ గా తీసుకొనిన).

10.  ఒక తీగతో 25 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం గల వృత్తాకారాన్ని మలిచి అదే తీగతో ఒక చతురస్రాకారాన్ని తయారు చేసిన ఆ చతురస్ర భుజం పొడవు ఎంత?

SCERT, TELANGANA

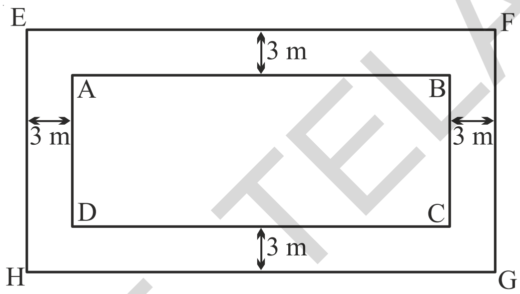
13.5 Rectangular Paths





We often come across such walking paths in garden, park and playground areas. Now we shall learn how to measure the areas of such paths as this often useful in calculating their costs of construction.

Example 8 : A plot is 60m long and 40m wide. A path 3m wide is to be constructed around the plot. Find the area of the path.

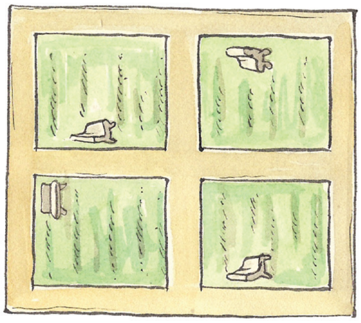


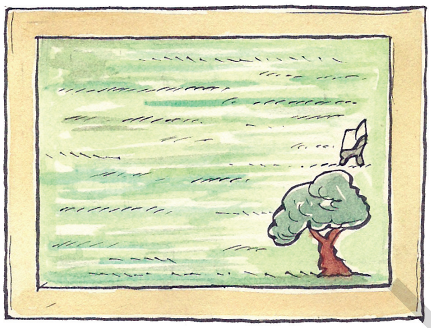
Solution : Let ABCD be the given plot. A 3m wide path is running all around it. To find the area of this path we have to subtract the area of the smaller rectangle ABCD from the area of the bigger rectangle EFGH.

Length of inner rectangle ABCD	=	60m
Breadth of inner rectangle ABCD	=	40m
Area of inner rectangle ABCD	=	(60 x 40) m^2
	=	2400 m^2
Width of the path	=	3m
Length of outer rectangle EFGH	=	60 m + (3+3) m
	=	66 m
Breadth of outer rectangle EFGH	=	40 m + (3+3) m
	=	46 m

SCERT, TELANGANA

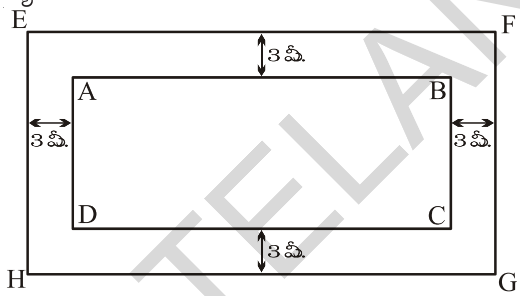
13.5 దీర్ఘచతురస్రాకార బాటలు





సాధారణంగా మనం తోటలు, పార్కులు, ఆట స్థలాలలో నడక కోసం బాటలను ఏర్పరచడం గమనించి ఉంటాం. అయితే మనం ఉపయోగం కోసం నిర్మించుకొనే ఈ బాటల కోసం అయ్యే ఖర్చు లెక్కించడానికి వాటి వైశాల్యాలు ఎలా లెక్కిస్తారో తెలుసుకుందాం.

ఉదాహరణ 8 : 60మీ. పొడవు 40 మీ. వెడల్పు గల ఒక ప్లాటు చుట్టూ 3 మీ. వెడల్పు గల బాట నిర్మించారు. అయిన ఆ బాట వైశాల్యంను కనుగొనండి?



సాధన : పై పటంలో ABCD దీర్ఘచతురస్రాకార ప్లాటును సూచిస్తుంది. దీని చుట్టూ 3 మీ. బాటను నిర్మించడమైంది. ఈ బాట వైశాల్యాన్ని కనుగొనవలెనన్న EFGH బయటి దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాల నుండి ABCD లోపలి దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యాన్ని తీసివేయాలి.

లోపలి దీర్ఘ చతురస్రం ABCD యొక్క పొడవు	=	60 మీ.
లోపలి దీర్ఘ చతురస్రం ABCD యొక్క వెడల్పు	=	40 మీ.
లోపలి దీర్ఘ చతురస్రం ABCD వైశాల్యం	=	(60 x 40) మీ.^{2}
	=	2400 మీ.^{2}
బాట వెడల్పు	=	3 మీ.
వెలుపలి దీర్ఘచతురస్రం EFGH పొడవు	=	60 మీ. + (3+3) మీ.
	=	66 మీ.
వెలుపలి దీర్ఘచతురస్రం EFGH వెడల్పు	=	40 మీ. + (3+3) మీ.
	=	46 మీ.

SCERT, TELANGANA

Area of the outer rectangle EFGH = 66 x 46 m^2

= 3036 m^2

Area of the path = Area of the outer rectangle EFGH – Area of the inner rectangle ABCD

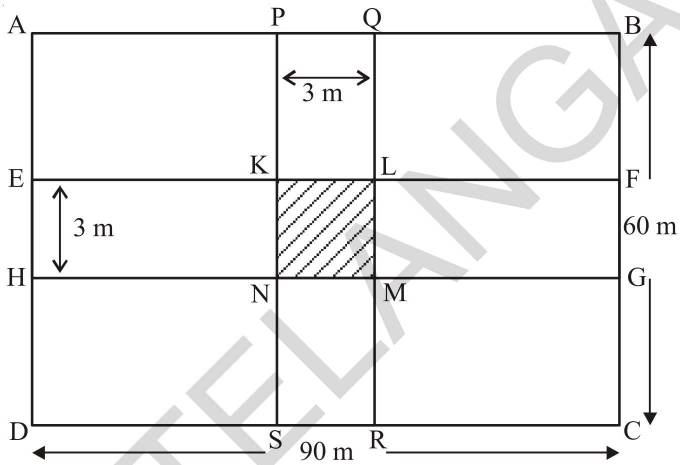
Therefore, area of the path = (3036 – 2400) m^2

= 636 m^2

Example 9 : The dimensions of a rectangular field are 90 m and 60 m. Two roads PQRS and EFGH are constructed such that they cut each other at the centre of the field and are parallel to its sides as shown in the figure. If the width of each road is 3 m, find-

(i) The area covered by the roads.

(ii) The cost of constructing the roads at the rate of ₹110 per m^2.



Solution : Let ABCD be the rectangular field. PQRS and EFGH are the 3m roads.

From the question we know that,

PQ = 3 m, and PS = 60 m

EH = 3 m, and EF = 90 m

KL = 3 m KN = 3 m

Here, KLMN is a square.

(i) Area of the crossroads is the area of the rectangle PQRS and the area of the rectangle EFGH. As is clear from the picture, the area of the square KLMN will be taken twice in this calculation thus needs to be subtracted once.

Area of the roads = Area of the rectangle PQRS + Area of the rectangle EFGH – Area of the square KLMN

$= (PS \times PQ) + (EF \times EH) - (KL \times KN)$

$= (60 \times 3) + (90 \times 3) - (3 \times 3)$

$= (180 + 270 - 9)$

$= 441$ m^2

వెలుపలి దీర్ఘచతురస్రం EFGH వైశాల్యం = 66 x 46 మీ^{2} = 3036 మీ^{2}

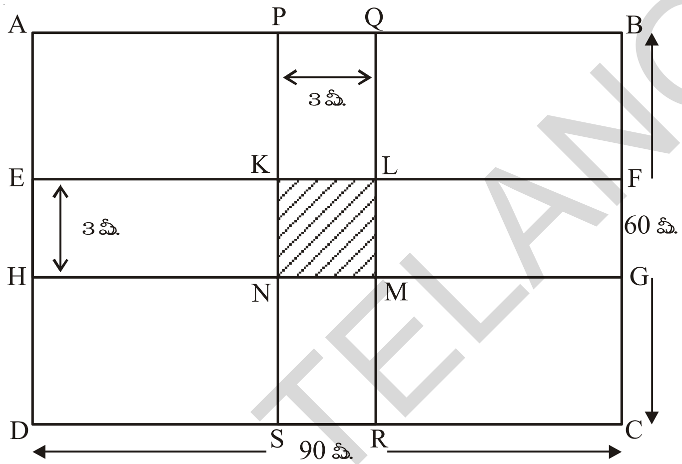
బాట వైశాల్యం = (వెలుపలి దీర్ఘచతురస్రం EFGH వైశాల్యం) – (లోపలి దీర్ఘచతురస్రం ABCD వైశాల్యం)

= (3036 - 2400) మీ^{2} = 636 మీ^{2}

ఉదాహరణ 9 : ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార మైదానం యొక్క కొలతలు 90 మీ. మరియు 60 మీ. ఈ మైదానంలో పటంలో చూపిన విధంగా PQRS, EFGH అనే రెండు రోడ్లను ఒక్కొక్కటి 3 మీ. వెడల్పు ఉండేటట్లు నిర్మించినారు. ఈ రోడ్లు దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క భుజాలకు సమాంతరంగా ఉండి, మైదానం మధ్య భాగంలో అవి ఒక దానికొకటి కలుసుకున్నాయి. అయితే

(i) రోడ్డు వైశాల్యం

(ii) చదరపు మీటరుకు ₹ 110 చొప్పున రోడ్డు నిర్మాణానికి అయ్యే ఖర్చును కనుగొనండి.



సాధన : ABCD ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార మైదానం అనుకోండి. PQRS మరియు EFGH 3 మీ. రోడ్లు.

సమస్యలో ఇచ్చిన అంశాలు

PQ = 3 మీ. మరియు PS = 60 మీ. EH = 3 మీ. మరియు EF = 90 మీ.

KL = 3 మీ. మరియు KN = 3 మీ **అనగా KLMN ఒక చతురస్రం.**

(i) రోడ్డు వైశాల్యం PQRS మరియు EFGH దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాల మొత్తానికి సమానం. అయితే ఈ పటంను గమనించినట్లయితే KLMN చతురస్ర వైశాల్యాన్ని రెండు సార్లు తీసుకోబడుతున్నట్లుగా తెలుస్తుంది. అందువల్ల KLMN చతురస్ర వైశాల్యాన్ని రోడ్ల వైశాల్యంల నుండి ఒకసారి తీసివేయాలి.

∴ రోడ్డు వైశాల్యం = దీర్ఘ చతురస్రం PQRS వైశాల్యం + దీర్ఘచతురస్రం EFGH వైశాల్యం – చతురస్రం KLMN వైశాల్యం

= (PS × PQ) + (EF × EH) – (KL × KN)

= (60 × 3) + (90 × 3) – (3 × 3)

= (180 + 270 – 9)

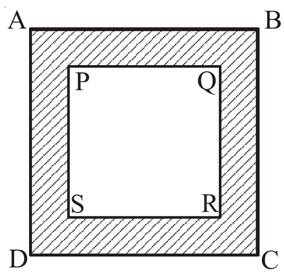
= 441 మీ^{2}

(ii) Cost of construction = ₹110 per m^2

Cost of constructing 441 m^2 = 110×441

Cost of constructing the roads = ₹48,510

Example 10 : A path of 5m wide runs around a square park of side 100m. Find the area of the path. Also find the cost of cementing it at the rate of ₹250 per $10m^2$



Solution : In the figure PQRS is a square park. The shaded region represents the 5m wide path.

Length of side of square PQRS = 100 m

Area of the square PQRS = $(\text{side})^2 = (100\text{ m})^2 = 10000\text{ m}^2$

Length of side of square ABCD = $100 + (5 + 5) = 110$ m

Area of the square ABCD = $(\text{side})^2 = (110\text{ m})^2 = 12100\text{ m}^2$

$\therefore$ Area of the path = Area of square ABCD – Area of square PQRS

= $(12100 - 10000) = 2100\text{ m}^2$

Cost of the cementing per 10 m^2 = ₹250

Therefore, cost of the cementing 1 m^2 = $\frac{250}{10}$

Thus, cost of cementing 2100 m^2 = $\frac{250}{10} \times 2100$ = ₹52,500

Therefore, cost of cementing is ₹52,500.

Exercise - 6

1. A path 2.5 m wide is running around a square field whose side is 45 m. Determine the area of the path.

2. The central hall of a school is 18m long and 12.5 m wide. A carpet is to be laid on the floor leaving a strip 50 cm wide near the walls, uncovered. Find the area of the carpet and also the uncovered portion?

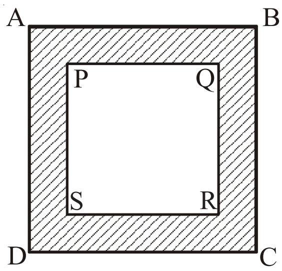
SCERT, TELANGANA

(ii) 1 మీ^{2} నిర్మాణానికి అయ్యే ఖర్చు = ₹ 110

441 మీ^{2} నిర్మాణానికి అయ్యేఖర్చు = 110×441

రోడ్డు నిర్మాణానికి అయ్యేఖర్చు = ₹ 48,510

ఉదాహరణ 10 : 100 మీ. భుజం గల ఒక చతురస్ర మైదానం చుట్టు బయట 5 మీ. వెడల్పుగల బాట గలదు. అయిన బాట వైశాల్యంను కనుగొనండి. 10 మీ^{2}. బాటను సిమెంటుతో నిర్మించుటకు అయ్యే ఖర్చు ₹ 250 అయిన మొత్తం బాటను నిర్మించుటకు అయ్యే ఖర్చును కనుగొనండి.



సాధన : పటం PQRS చతురస్ర మైదానం. షేడ్‌చేసిన భాగం 5 మీ. వెడల్పు గల బాట.

PQRS చతురస్ర భుజం = 100 మీ.

PQRS చతురస్ర వైశాల్యం = (భుజం)^2 = $100^2 = 10000$ మీ^{2}.

AB భుజం యొక్క పొడవు = $100 + (5+5) = 110$ మీ.

ABCD చతురస్ర వైశాల్యం = (భుజం)^2 = $110^2 = 12100$ మీ^{2}.

బాట వైశాల్యం = ABCD వైశాల్యము – PQRS వైశాల్యము

= $12100 - 10000 = 2100$ మీ^{2}.

10 మీ^{2}. బాట నిర్మించుటకు అయ్యే ఖర్చు = ₹ 250

1 మీ^{2}. బాట నిర్మించుటకు అయ్యే ఖర్చు = $\frac{250}{10}$

2100 మీ^{2}. బాట నిర్మించుటకు అయ్యే ఖర్చు = $\frac{250}{10} \times 2100$

= ₹ 52,500

బాట నిర్మాణానికి అయ్యే ఖర్చు = ₹ 52,500

అభ్యాసం - 6

1. 45మీ. భుజము గల ఒక చతురస్రాకార మైదానం చుట్టూ 2.5 మీ. వెడల్పు గల బాట కలదు. బాట వైశాల్యంను కనుగొనండి.

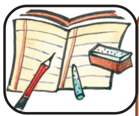
2. ఒక పాఠశాల భవనంలో 18మీ. పొడవు, 12.5 మీ. వెడల్పు గల హాలు కలదు. హాలు నేలపై గోడల నుంచి 50 సెం.మీ. వెడల్పున స్థలం వదిలి హాలు మధ్యలో ఒక కార్పెట్ పరచబడింది. కార్పెట్ వైశాల్యంను, కార్పెటుకు గోడల అంచుకు మధ్యగల ఖాళీ ప్రదేశం యొక్క వైశాల్యంను కనుగొనండి.

SCERT, TELANGANA

3. The length of the side of a grassy square plot is 80 m. Two walking paths each 4 m wide are constructed parallel to the sides of the plot such that they cut each other at the centre of the plot. Determine the area of the paths.

4. A verandah 2 m wide is constructed all around a room of dimensions 8 m × 5 m. Find the area of the verandah

5. The length of a rectangular park is 700 m and its breadth is 300 m. Two crossroads, each of width 10 m, cut the centre of a rectangular park and are parallel to its sides. Find the area of the roads. Also, find the area of the park excluding the area of the crossroads.

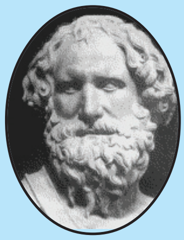


Looking Back

J8K5Q1

- The area of the parallelogram (A) is equal to the product of its base (b) and corresponding height (h) i.e., A = bh (Any side of the parallelogram can be taken as the base).
- The area of a triangle (A) is equal to half the product of its base (b) and height (h) i.e., $A = \frac{1}{2}$ bh.
- The area of a rhombus (A) is equal to half the product of its diagonals i.e., $\mathbf{A} = \frac{1}{2} d_1 d_2$.
- The circumference of a circle (C) = 2 π r where r is the radius of the circle and $\pi = \frac{22}{7}$ or 3.14.

Archimedes (Greece)
287 - 212 BC
He calculated the value of π first time.
He also evolved the mathematical formulae for finding out the circumference and area of a circle.

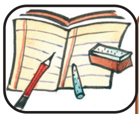


SCERT, TELANGANA

3. ఒక చతురస్రాకార గడ్డి మైదానం యొక్క భుజం 80మీ. దీనిలో నడవడానికి వీలుగా మైదానం యొక్క భుజాలకు సమాంతరంగా రెండు రోడ్లు ఒకదానికొకటి మైదానం యొక్క మధ్యభాగంలో పరస్పరం ఖండించుకొనే విధంగా నిర్మించబడినవి. రోడ్ల వెడల్పు 4 మీ. అయిన ఆ రోడ్డు వైశాల్యంను కనుగొనండి.

4. 8మీ. × 5మీ. కొలతలు గల ఒక గదిచుట్టూ 2 మీ. వెడల్పుగల వరండా కలదు. వరండా ఆక్రమించిన ప్రదేశం యొక్క వైశాల్యంను కనుగొనండి.

5. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 700మీ. మరియు 300 మీ. దీని భుజాలకు సమాంతరంగా 10 మీ. వెడల్పుగల రెండు రోడ్లు పార్కు మధ్యభాగంలో పరస్పరం ఖండించుకొనే విధంగా నిర్మించబడినవి. రోడ్డు వైశాల్యంను కనుగొనండి? అలాగే రోడ్డు కాకుండా మిగిలిన పార్కు వైశాల్యంను కనుగొనండి.



మనం నేర్చుకున్నవి

J1F5E5

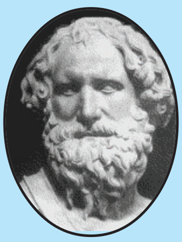
- సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యం (A) దాని భూమి (b) ఎత్తుల (h) లబ్ధానికి సమానం.
  అనగా A = bh. (సమాంతర చతుర్భుజంలో ఏ భుజాన్నైనా భూమిగా తీసుకోవచ్చు).
- త్రిభుజ వైశాల్యం (A) దాని భూమి (b) ఎత్తు (h) ల లబ్ధంలో సగానికి సమానము.
  అనగా $A = \frac{1}{2}$ bh.
- రాంబస్ వైశాల్యం (A) దాని కర్ణాల లబ్ధంలో సగానికి సమానం అనగా $A = \frac{1}{2} d_1d_2$.
- వృత్త పరిధి (C) = 2 π r ఇచ్చట r వ్యాసార్థము మరియు $\pi = \frac{22}{7}$ లేదా 3.14.

ఆర్కిమెడిస్ (గ్రీసు)

287 - 212 BC

ప్రప్రథమంగా ఇతడు π విలువను గణించాడు.

వృత్తం చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలకు గణిత సూత్రాలను కనుగొన్నాడు.



SCERT, TELANGANA

UNDERSTANDING 3D AND 2D SHAPES

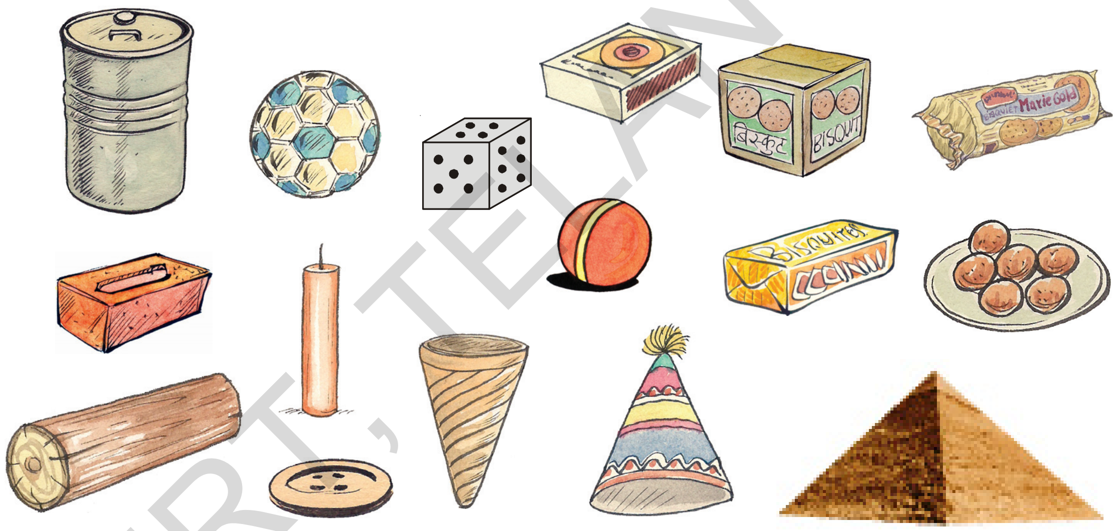
14

14.0 Introduction

We have been introduced to various three-dimensional shapes in class VI. We have also identified their faces, edges and vertices. Let us first review what we have learnt in class VI.

Exercise - 1

1. Given below are the pictures of some objects. Categorise and fill write their names according to their shape and fill the table with name of it.



Sphere	Cylinder	Pyramid	Cuboid	Cone	Cube

SCERT, TELANGANA

త్రిమితీయ మరియు ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన

C9W7B3

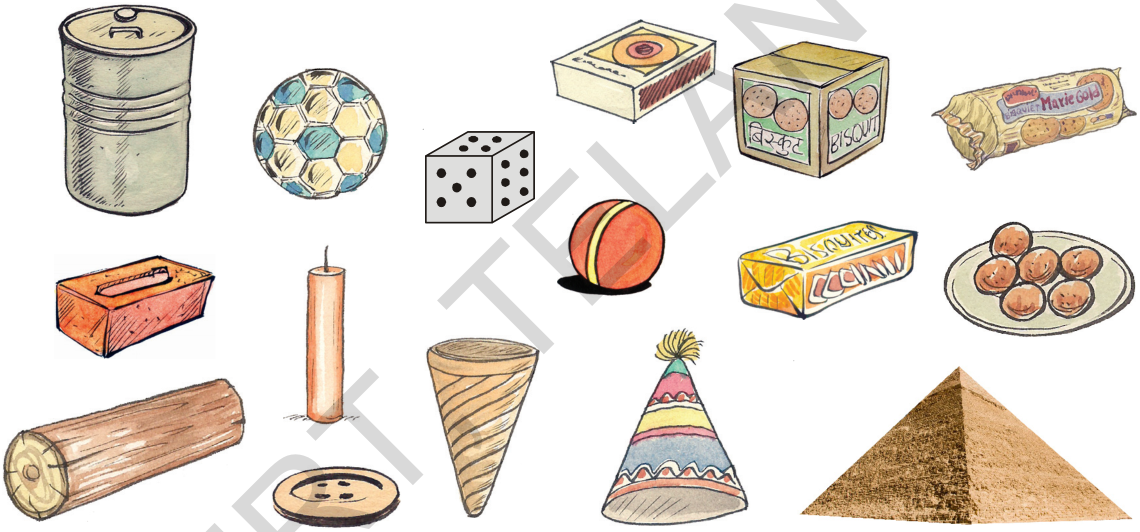
14

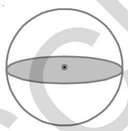
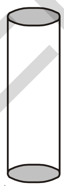
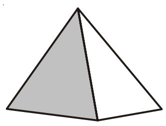
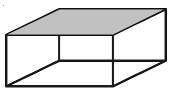
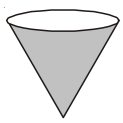
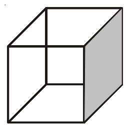
14.0 పరిచయం

మీకు 6వ తరగతిలో వివిధ త్రిమితీయ ఆకారాలను పరిచయం చేయడం జరిగింది. ఆ ఆకారాల ముఖాలను, అంచులను, శీర్షాలను గుర్తించడం కూడా నేర్చుకున్నారు. మీరు క్రింది తరగతిలో నేర్చుకొన్న విషయాలను ఒక్కసారి గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.

అభ్యాసం - 1

1. కింద కొన్ని వస్తువుల చిత్రాలు ఈయబడినాయి. వాటిని ఆకారాల ప్రకారం వర్గీకరించి కింది ఈ పట్టికలో వాటి పేర్లు నింపండి.



 గోళము	 స్థూపము	 పిరమిడ్	 దీర్ఘఘనము	 శంకువు	 సమ ఘనము

SCERT TELANGANA

2. Write names of at least 2 objects from day-to-day life, which are in the shape of the basic 3D shapes given below:

(i) Cone ----------- ----------- ----------- -----------

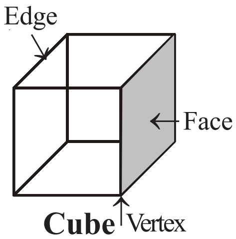
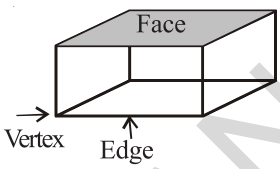
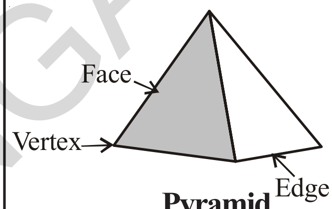
(ii) Cube ----------- ----------- ----------- -----------

(iii) Cuboid ----------- ----------- ----------- -----------

(iv) Sphere ----------- ----------- ----------- -----------

(v) Cylinder ----------- ----------- ----------- -----------

3. Identify and state the number of faces, edges and vertices of the figures given below:

	 **Cube**	 **Cuboid**	 **Pyramid**
Faces			
Edges			
Vertices			

14.1 Nets of 3-D shapes

We now visualise 3-D shapes on 2-D surfaces, that is on a plain paper. This can be done by drawing the 'nets' of the various 3-D figures.

Take a cardboard box (cartoon of tooth paste or shoes etc.,). Cut the edges to lay the box flat. You have now a net for that box. A net is a sort of skeleton-outline in 2-D (Figure 1), which, when folded (Figure 2), results in a 3-D shape (Figure 3).

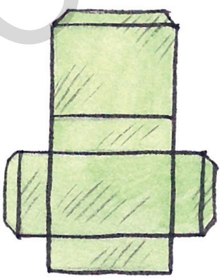


Figure 1

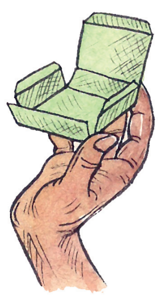


Figure 2

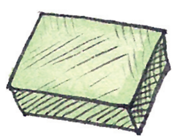


Figure 3

SCERT TELANGANA

2. కింద ఈయబడిన త్రిమితీయ ఆకారాలకు, మీ దైనందిన జీవితంలో మీరు చూసే వస్తువుల నుండి కనీసం రెండు ఉదాహరణల నివ్వండి.

(i) శంకువు ----------- ----------- ----------- -----------

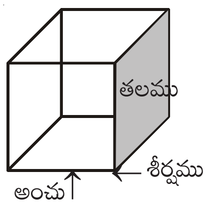
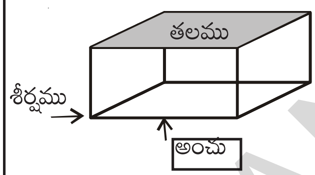
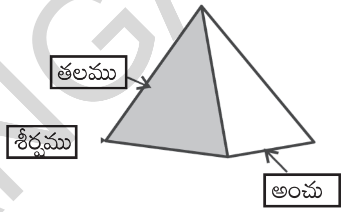
(ii) సమ ఘనము ----------- ----------- ----------- -----------

(iii) దీర్ఘ ఘనము ----------- ----------- ----------- -----------

(iv) గోళము ----------- ----------- ----------- -----------

(v) స్థూపము ----------- ----------- ----------- -----------

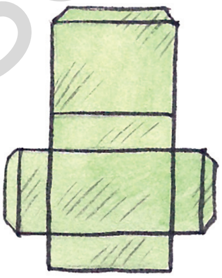
3. క్రింద ఈయబడిన ఆకారాల, ముఖాలు, అంచులు మరియు శీర్షాలను గుర్తించి వాటి సంఖ్యను క్రింది పట్టికలో నింపండి.

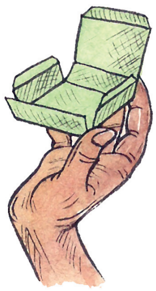
	 సమ ఘనము	 దీర్ఘ ఘనము	 పిరమిడ్
ముఖాలు			
అంచులు			
శీర్షాలు			

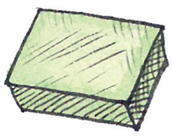
14.1 త్రిమితీయ ఆకారాల 'వల' రూపాలు

ఇప్పుడు మనం త్రిమితీయ ఆకారాలను విప్పగా కాగితం వంటి ద్విమితీయ తలాల (సమతలాల)పై ఎలా వుంటాయో చూద్దాం. దీనిని మనం వివిధ 3-D చిత్రాల 'వల' రూపాల ద్వారా గమనించవచ్చును.

ఒక దళసరి కాగితంతో చేయబడ్డ అట్టపెట్టెను (టూత్‌పేస్ట్ పెట్టె లేదా షూ పెట్టె) తీసుకొని, దాని అంచుల వద్ద కత్తిరించి సమతలం ఏర్పడేటట్లు చేయండి. ఇలా ఏర్పడిన దానినే ఆ పెట్టె వల అంటారు. పటము – 1 లో చూపినట్లు వల అనేది ద్విమితీయ తలంలో నున్న ఆకారము యొక్క అంచుల రూపము వంటిది. దానిని మడిచినపుడు పటము – 2 లో వున్నట్లు వస్తుంది. చివరకు పటము –3 లో చూపినట్లు 3-D ఆకారము ఏర్పడుతుంది.

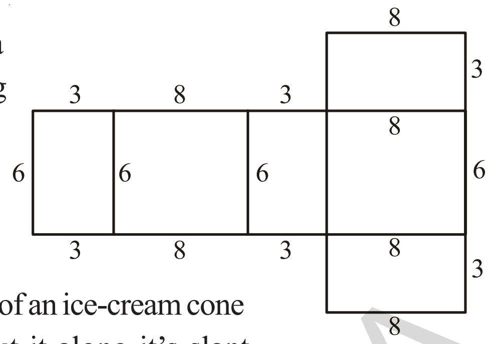

పటం 1


పటం 2


పటం 3

SCERT, TELANGANA

Here is a net pattern for a box. Trace it and paste it on a thick paper and try to make the box by suitably folding and gluing together. What is the shape of the box?



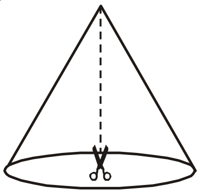


Figure 1

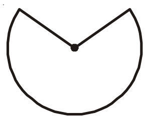


Figure 2

Similarly, take a cover of an ice-cream cone or any like shape. Cut it along it's slant surface as shown in Figure 1. You will get the net for the cone as shown in Figure 2.

Try This

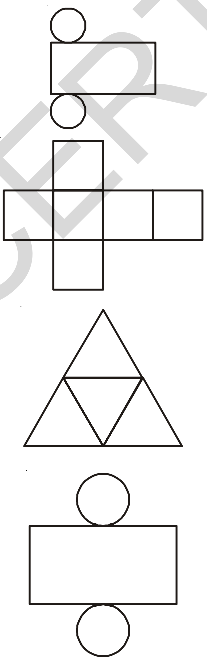
Take objects having different shapes (cylinder, cube, cuboid and cone) and cut them to get their nets with help of your teachers or friends.

You will come to know by the above activity that you have different nets for different shapes. Also, each shape can also have more than one net according to the way we cut it.

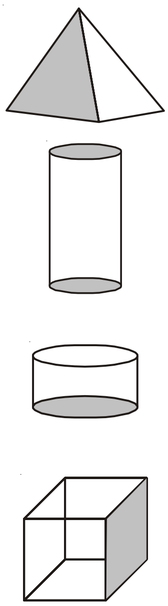
Exercise - 2

1. Some nets are given below. Trace them and paste them on a thick paper. Try to make 3-D shapes by suitably folding them and gluing together. Match the net with it's 3-D shape.

Nets

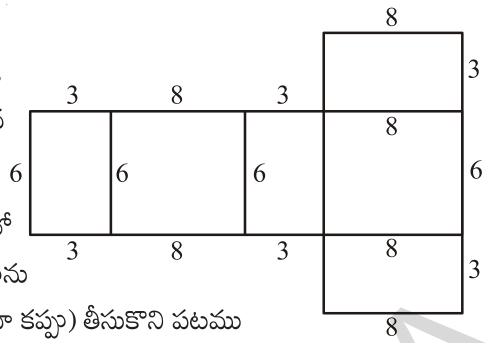


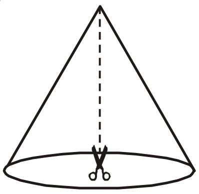
3D shapes



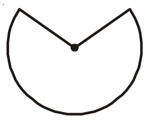
SCERT, TELANGANA

ఇక్కడ ఒక పెట్టె యొక్క వల రూపం ఈయబడినది. దీనిని కాగితంపై గీసి కత్తిరించి ఒక దళసరి కాగితముపై అంటించండి. అంచుల వెంబడి మడిచి జిగురుతో అంటించి ఒక పెట్టెను తయారు చేయండి. ఇలా ఏర్పడిన పెట్టె ఆకారము ఏమిటి?





పటం 1



పటం 2

ఇదే విధంగా శంకువు ఆకృతిలో వున్న ఐస్‌క్రీమ్ కాగితపు కప్పును (లేదా ఆ ఆకారం లోని మరేదైనా కప్పు) తీసుకొని పటము - 1 లో చూపినట్లు దాని ఏటవాలు ఎత్తు వెంబడి జాగ్రత్తగా కత్తిరించండి. ఇలా చేయగా మీకు శంకువు యొక్క వల, పటము - 2 లో చూపినట్లు ఏర్పడుతుంది.

ప్రయత్నించండి

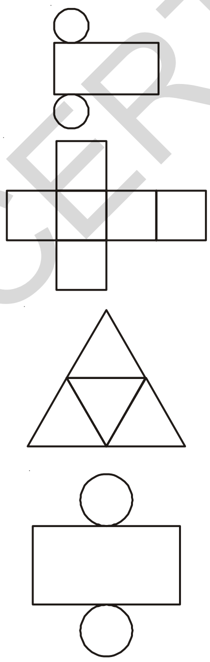
వివిధ ఆకృతులు (స్థూపము, ఘనము, దీర్ఘఘనము మరియు శంకువు) గల వస్తువులు తీసుకొని వాటిని జాగ్రత్తగా కత్తిరించి వాటి వలలను తయారుచేయండి. ఇలా చేయడానికి మీ ఉపాధ్యాయులు లేదా స్నేహితుల సహాయం తీసుకోండి.

పై కృత్యం ద్వారా మీరు వివిధ ఆకృతులు గల వస్తువులకు వివిధ రకాలైన వలలు ఏర్పడతాయని తెలుసుకుంటారు. అంతేకాక ఒకే ఆకారానికి మనం కత్తిరించే విధానాన్ని బట్టి ఒకటి కంటే ఎక్కువ వలలు ఏర్పడతాయని తెలుసుకుంటారు.

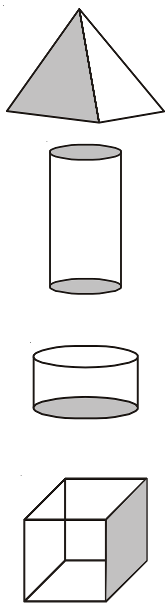
అభ్యాసము - 2

1. కింద కొన్ని వలలు యివ్వబడ్డాయి. వాటిని నకలు చేసుకొని దళసరి కాగితం పై అంటించండి. వాటిని జాగ్రత్తగా మడిచి జిగురుతో అంటించడం ద్వారా త్రిమితీయ ఆకారాలను తయారుచేయండి. ఏ వలకు ఏ త్రిమితీయ ఆకారం ఏర్పడిందో వాటిని జతపరచండి.

వల రూపము



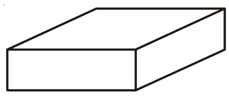
త్రిమితీయ ఆకారం

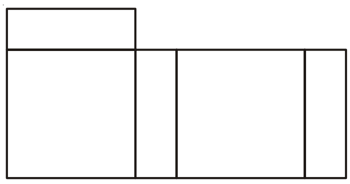


SCERT, TELANGANA

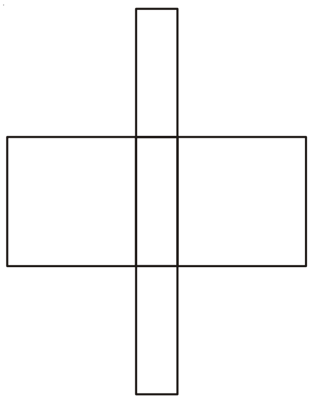
2. Three nets for each shape are given here. Match the net with its 3D-shape.

(i)

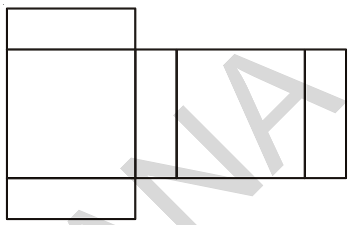




(a)

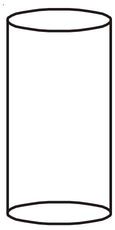


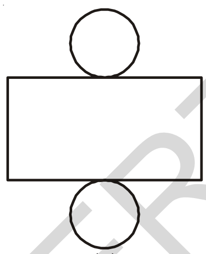
(b)



(c)

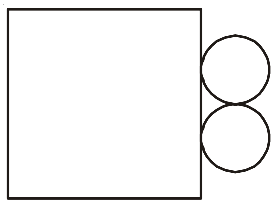
(ii)





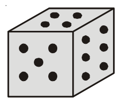
(a)

(b)

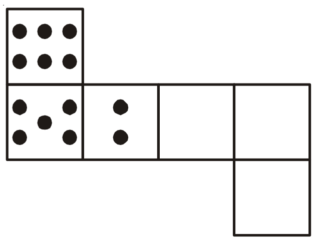


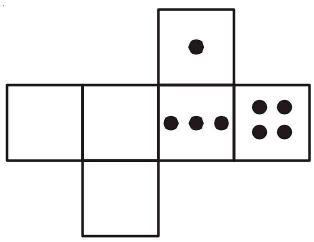
(c)

3. A dice is a cube with dots on each face. The opposite faces of a dice always have a total of seven dots on them.



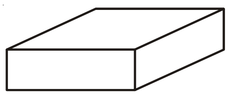
Here are two nets to make dice. Insert the suitable number of dots in blanks.

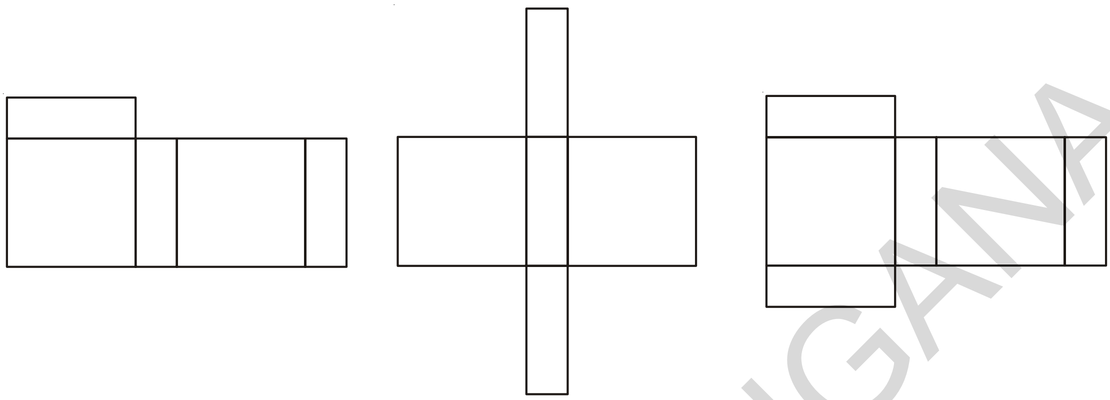




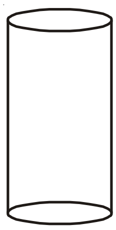
SCERT, TELANGANA

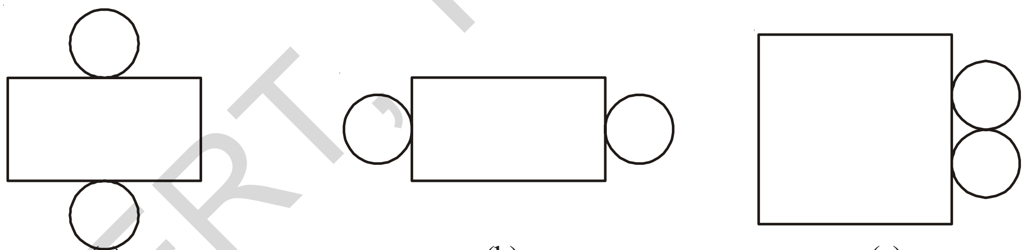
2. ఇక్కడ ప్రతి ఆకారానికి 3 వల రూపాలు ఈయబడినాయి. సరియైన వల రూపాన్ని దాని త్రిమితీయ ఆకారంతో జతపరచండి.

(i) 



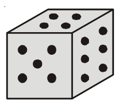
(a) (b) (c)

(ii) 

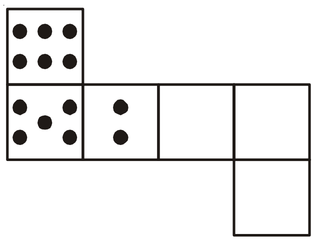


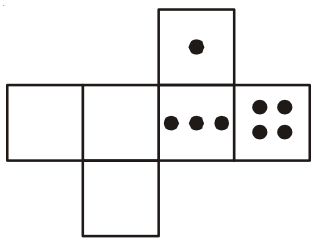
(a) (b) (c)

3. సమఘనాకార పాచిక అనేది ప్రతి తలం పై బిందువులను కలిగిన ఒక సమ ఘనము. ఒక సమఘనాకార పాచిక ఎదురెదురు తలాలపై బిందువుల మొత్తము ఏడు ఉంటుంది.



ఇక్కడ సమఘనాకార పాచికలను తయారుచేయడానికి రెండు వలలు ఈయబడ్డాయి. ఖాళీ గడులలో సరియైన సంఖ్యలో బిందువులను గుర్తించండి.





SCERT, TELANGANA

Play This

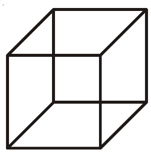
You and your friend sit back to back. One of you read out a net to make a 3-D shape, while the other copies it and sketches or builds the described object.

14.2 Drawing solids on a flat surface

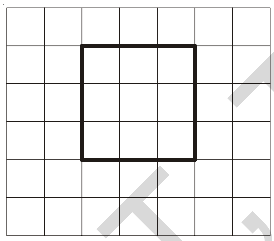
Our drawing surface is a paper, which is a flat surface. When you draw a solid shape, the images are somewhat distorted. It is a visual illusion. You will find here two techniques to help you to draw the 3-D shapes on a plane surface.

14.2.1 Oblique Sketches

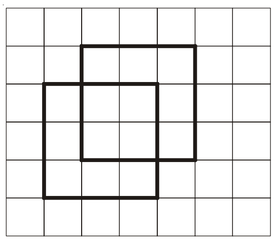
Here is a picture of a cube. It gives a clear idea of how the cube looks, when seen from the front. You do not see all the faces as we see in reality. In the picture, all the lengths are not equal, as they are in a real cube. Still, you are able to recognise it as a cube. Such a sketch of a solid is called an oblique sketch.



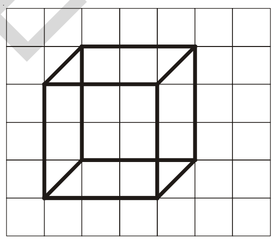
How can you draw such sketches? Let us attempt to learn the technique. You need a squared (lines or dots) paper. Initially practice to draw on these sheets and later on a plain sheet (without the aid of squared lines or dots!) Let us attempt to draw an oblique sketch of a $3 \times 3 \times 3$ cube (each edge is 3 units).



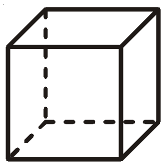
Step 1
Draw the front face.



Step 2
Draw the opposite face. Sizes of the faces have to be same, but the sketch is somewhat off-set from step 1.



Step 3
Join the corresponding corners



Step 4
Redraw using doted lines for hidden edges. (It is a convention) The sketch is ready now.

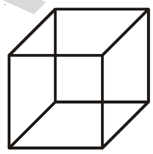
ఇలా ఆడండి.

మీరు, మీ మిత్రుడు వీపు భాగాలు ఆనేటట్లు కూర్చోండి. మీలో ఒకరు ఒక త్రిమితీయ ఆకారాన్ని తయారుచేయడానికి కావలసిన వల రూపాన్ని చదవండి. రెండవవారు దానిని నకలు చేసి, గీసి ఇచ్చిన త్రిమితీయ ఆకారాన్ని తయారుచేయాలి.

14.2 ఘనాకారాలను సమతలం పై గీయడం

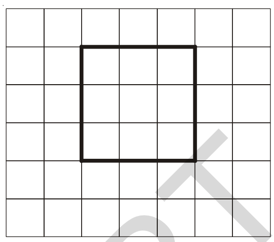
మనం పటాలను గీసే కాగితం ఒక సమతలం. ఒక ఘనాకారాన్ని దీనిపై గీసినపుడు విరూపము చెందినది. ఇది కేవలము దృశ్యభ్రాంతి మాత్రమే. ఇక్కడ మనం ఒక త్రిమితీయ ఆకారాన్ని ఒక సమతలం పై గీయడానికి రెండు పద్ధతులను ఉపయోగిస్తాము.

14.2.1 ఏటవాలు రేఖా చిత్రాలు



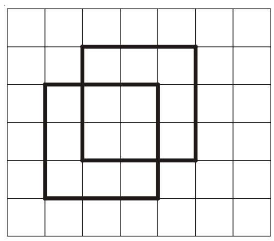
ఇక్కడ ఒక సమ ఘనం పటం ఇవ్వబడింది. దీనిని ముందు నుండి చూస్తే ఎలా కన్పిస్తుందో ఈ పటం చూడగానే అర్థమవుతుంది. నిజానికి మనం ఘనము యొక్క అన్ని తలాలను పటంలో చూడలేము. ఒక ఘనంలో అన్ని అంచుల పొడవులు సమానంగా వున్నట్లు, యీ పటంలో అన్ని అంచుల పొడవులూ సమానం కాదు, అయినా దీనిని చూడగానే మనము ఒక ఘనం అని గుర్తుపడతాము. ఇటువంటి పటాలనే ఏటవాలు రేఖా చిత్రాలు అంటారు.

ఇటువంటి చిత్రాలను ఎలా గీయాలి? వీటిని గీసే పద్ధతిని నేర్చుకునేందుకు ప్రయత్నిద్దాము. మొదట గళ్ళ కాగితాలపై వీటిని సాధన చేస్తే తరువాత తెల్లకాగితాలపై కూడా సులభంగా గీయవచ్చును. ఇప్పుడు మనం $3 \times 3 \times 3$ కొలతలు గల (అనగా ప్రతీ అంచు 3 యూనిట్లు) ఒక ఘనానికి ఏటవాలు రేఖా చిత్రం నిర్మిద్దాము.



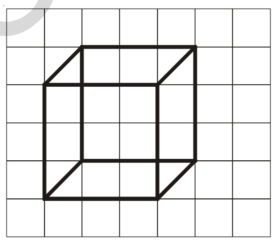
సోపానం 1

ముందుగా ఒక ముఖాన్ని గీయండి



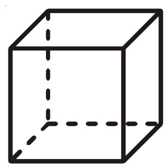
సోపానం 2

అదే కొలతలతో గీచిన ముఖానికి వెనుక ముఖం గీయండి. ఇది కొంచెం ప్రక్కకు గీయండి.



సోపానం 3

సంబంధిత మూలాలను కలపండి



సోపానం 4

కనిపించని అంచులను చుక్కల రేఖలతో గీయండి. ఇదే మనకు కావలసిన చిత్రము

SCERT, TELANGANA

In the above oblique sketch did you notice the following?

(i) The sizes of the front face and its opposite face are same.

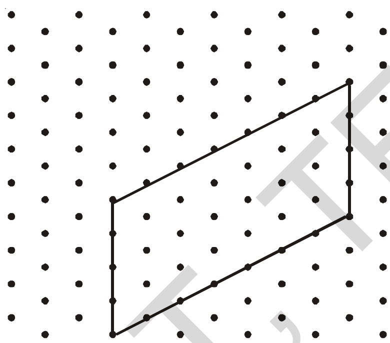
(ii) The edges, which are all equal in a cube, appear so in the sketch, though the actual measures of edges are not taken so.

You could now try to make an oblique sketch of a cuboid (remember the faces in this case are rectangles).

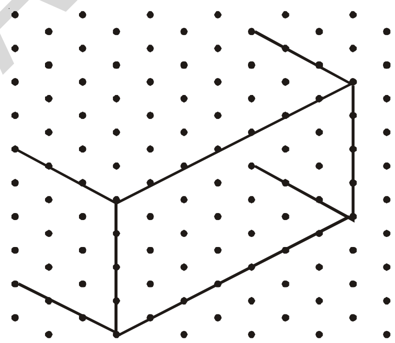
You can draw sketches in which measurements also agree with those of a given solid. To do this we need what is known as an isometric sheet. Let us try to make a cuboid with dimensions 7 cm length, 3 cm breadth and 4 cm height on an isometric sheet.

14.2.2 Isometric Sketches

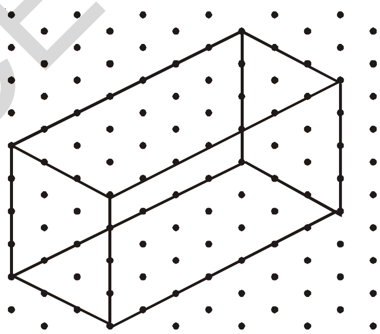
To draw sketches in which measurements also agree with those of the given solid, we can use isometric dot sheets. In such a sheet the paper is divided into small equilateral triangles made up of dots or lines. Let us attempt to draw an isometric sketch of a cuboid of dimensions 7×3×4 (which means the edges forming length, breadth and height are 7, 3, 4 units respectively).



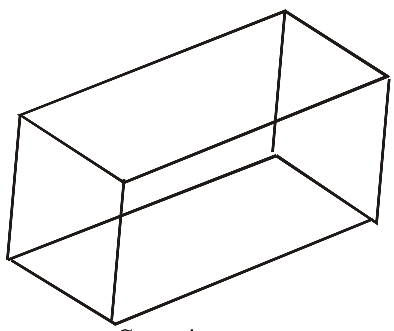
Step 1
Draw a rectangle to show the front face



Step 2
Draw four parallel line segments of length 3 units starting from the four corners of the rectangle.



Step 3
Connect the matching corners with appropriate line segments.



Step 4
This is an isometric sketch of a cuboid.

SCERT, TELANGANA

ఏటవాలు చిత్రంలో యీ క్రింది అంశాలను గమనించారా?

(i) ముందు మరియు దానికి వెనుకగా వుండే తలాలు ఒకే పరిమాణాన్ని కలిగి వుంటాయి.

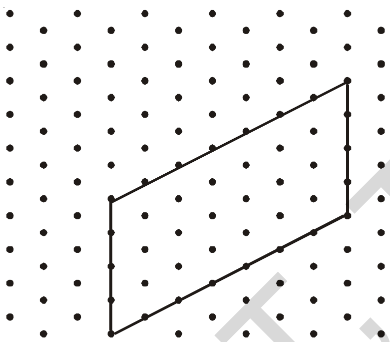
(ii) ఒక ఘనంలో అంచులు ఏ విధంగా ఒకే కొలతను కలిగి వుంటాయో, అదే విధంగా యీ చిత్రంలో కూడా కొలతలు తీసుకొని గీయకపోయినా అంచులన్నీ సమానంగా ఉన్నట్లు కనిపిస్తాయి.

ఇప్పుడు మీరు ఒక దీర్ఘఘనానికి ఏటవాలు చిత్రాన్ని గీయటానికి ప్రయత్నించండి. (ఇలా నిర్మించేటపుడు ఒక దీర్ఘఘనం ముఖాలన్నీ దీర్ఘచతురస్రాలని గుర్తుకు తెచ్చుకోండి)

ఘనాలను ఇచ్చిన కొలతలలో వుండేటట్లు కూడా మనం చిత్రాలను గీయవచ్చును. ఇలా గీయడానికి మనకు తుల్య బిందుమాపని కావాలి. ఇప్పుడు మనం పొడవు 7 సెం.మీ, వెడల్పు 3 సెం.మీ, ఎత్తు 4 సెం.మీ కొలతలు గల ఒక దీర్ఘఘనాన్ని ఈ కాగితం పై గీయడానికి ప్రయత్నిద్దాం.

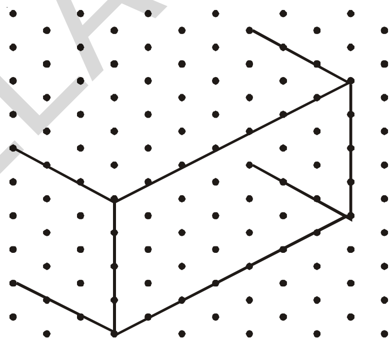
14.2.2 తుల్యరేఖా చిత్రాలు

ఇచ్చిన కొలతలతో ఘనాకారాలను గీయడానికి మనం తుల్య బిందు కాగితాలను వాడతాము. ఈ కాగితమంతా చిన్న చిన్న సమబాహు త్రిభుజ ఆకారాలు వుండేటట్లు బిందువులు లేదా గీతలు గీయబడి వుంటాయి. యిటువంటి కాగితం పైన మనం $7 \times 3 \times 4$ కొలతలు గల (అనగా పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తు, వరుసగా 7 యూనిట్లు, 3 యూనిట్లు, 4 యూనిట్లు) దీర్ఘ ఘనాన్ని గీద్దాము.



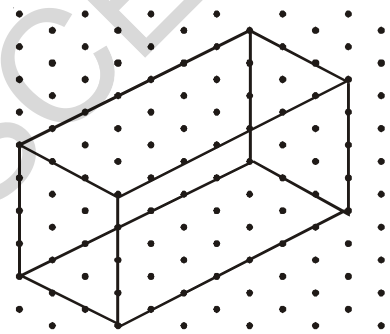
సోపానం 1

పటంలో చూపినట్లు ఎదురుగా ఉండే ముఖాన్ని సూచించే ఒక దీర్ఘచతురస్రాన్ని గీయండి.



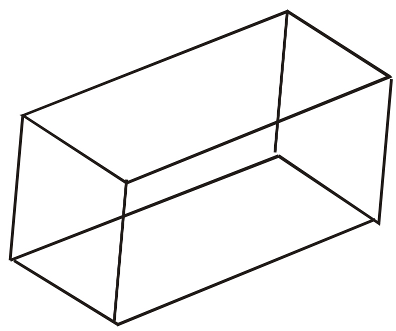
సోపానం 2

దీర్ఘచతురస్రము 4 శీర్షముల నుండి 4 సమాంతర రేఖా ఖండములను 3 యూనిట్ల కొలతతో గీయండి.



సోపానం 3

సంబంధిత శీర్షాలను రేఖా ఖండములచే కలపండి.



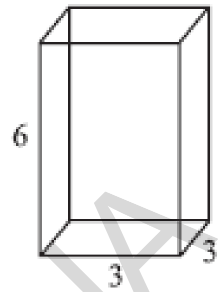
సోపానం 4

ఇదే మనకు కావలసిన దీర్ఘ ఘనము యొక్క తుల్యరేఖా చిత్రము

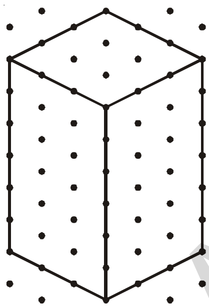
SCERT, TELANGANA

Note that the measurements of the solid are of exact size in an isometric sketch; this is not so in the case of an oblique sketch.

Example 1 : Here is an oblique sketch of a cuboid. Draw an isometric sketch that matches this drawing.



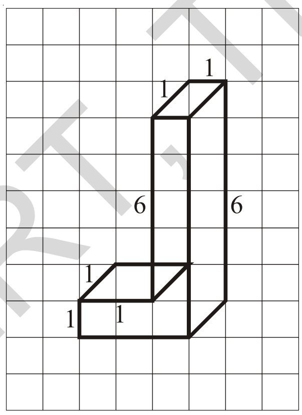
Solution : The length, breadth and height are 3, 3 and 6 units respectively



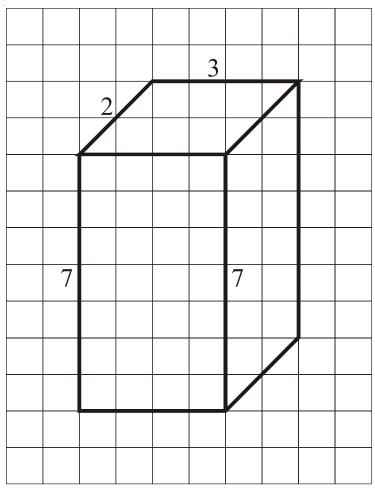
Exercise - 3

1. Use an isometric dot paper and make an isometric sketch for each one of the given shapes.

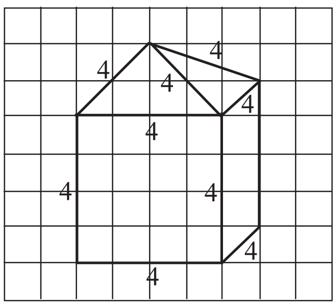
(i)



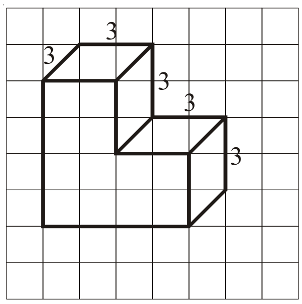
(ii)



(iii)



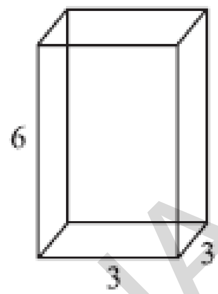
(iv)



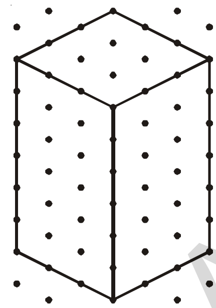
SCERT, TELANGANA

మీరు తుల్యరేఖా చిత్రాలలో యిచ్చిన కొలతలతో ఖచ్చితంగా సమానంగా వుండే కొలతలు గల ఘనాకార పటాలను గమనించవచ్చును. కాని ఏటవాలు చిత్రంలో యీ విధంగా వుండదు.

ఉదాహరణ 1 : ఒక దీర్ఘఘనానికి ఏటవాలు చిత్రం యిక్కడ ఈయబడినది. దానికి ఒక తుల్యరేఖా చిత్రాన్ని గీయండి.



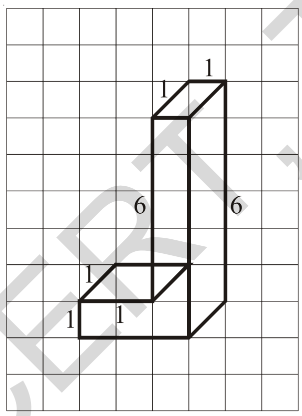
సాధన : ఇక్కడ పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు వరుసగా 3 యూనిట్లు, 3 యూనిట్లు మరియు 6 యూనిట్లు.



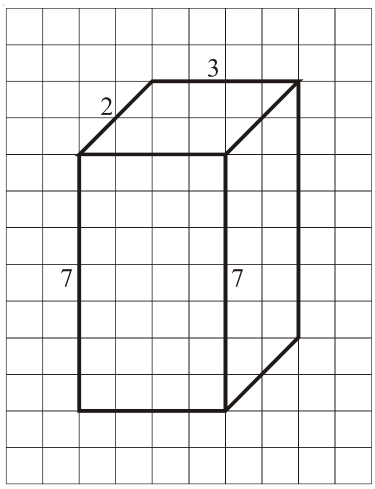
అభ్యాసము - 3

1. కింద యిచ్చిన ఆకారాలకు తుల్య బిందు కాగితాన్ని వుపయోగించి తుల్యరేఖా చిత్రాలను గీయండి.

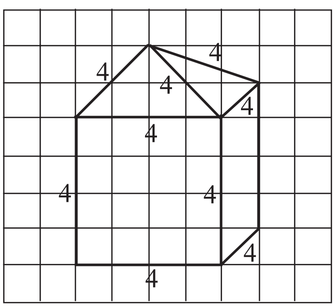
(i)



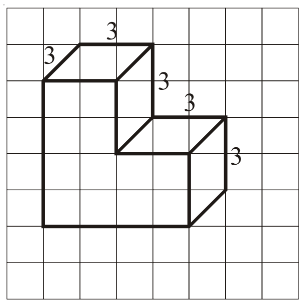
(ii)



(iii)



(iv)



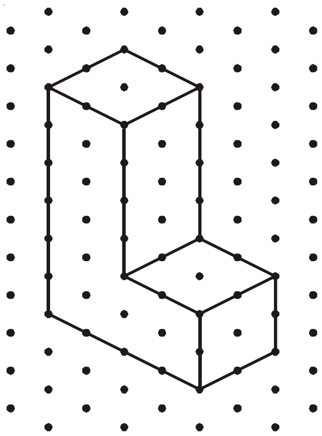
SCERT, TELANGANA

2. The dimensions of a cuboid are 5 cm, 3 cm and 2 cm. Draw three different isometric sketches of this cuboid.

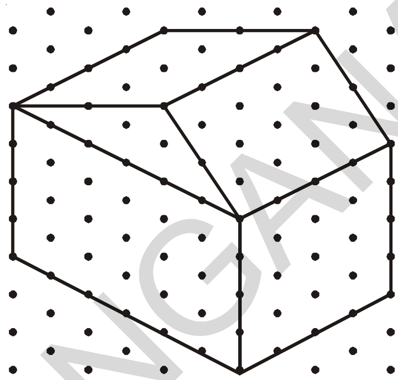
3. Three cubes each with 2 cm edge are placed side by side to form a cuboid. Draw an oblique or isometric sketch of this cuboid.

4. Make an oblique sketch for each of the given isometric shapes.

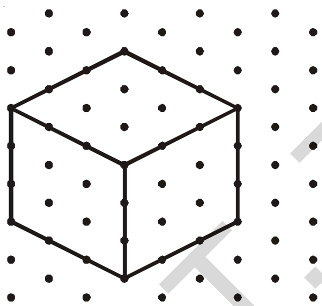
(i)



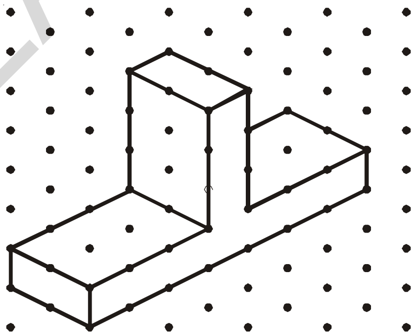
(ii)



(iii)



(iv)



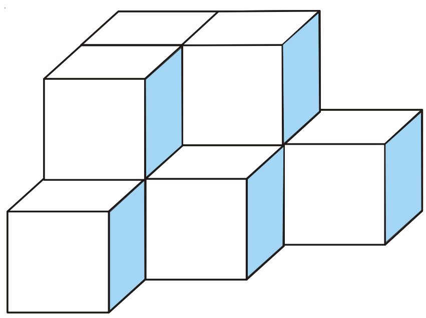
5. Give (i) an oblique sketch and (ii) an isometric sketch for each of the following:

(a) A cuboid of dimensions 5 cm, 3 cm and 2 cm. (Is your sketch unique?)

(b) A cube with an edge 4 cm long.

14.3 Visualising solid objects

Sometimes when you look at combined shapes, some of them may be hidden from your view.



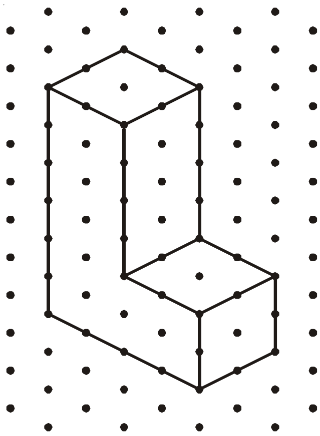
SCERT, TELANGANA

2. ఒక దీర్ఘఘనము కొలతలు 5 సెంమీ, 3 సెంమీ మరియు 2 సెంమీ దీనికి మూడు విభిన్న తుల్యరేఖా చిత్రాలను గీయండి.

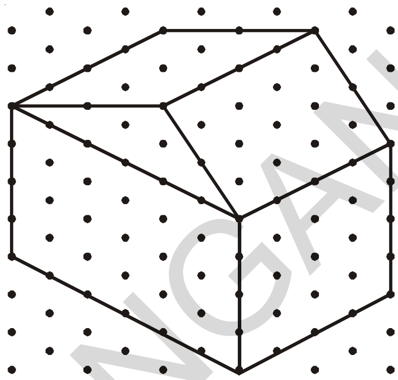
3. 2 సెంమీ అంచుగా గల మూడు ఘనములు వరుసగా ఒకదాని ప్రక్కన ఒకటి వుంచబడ్డాయి. అప్పుడు ఏర్పడిన దీర్ఘఘనానికి ఏటవాలు రేఖా చిత్రము లేదా తుల్యరేఖా చిత్రాన్ని గీయండి.

4. క్రింద యివ్వబడిన తుల్యరేఖాచిత్రాలకు ఏటవాలు రేఖా చిత్రాలను గీయండి.

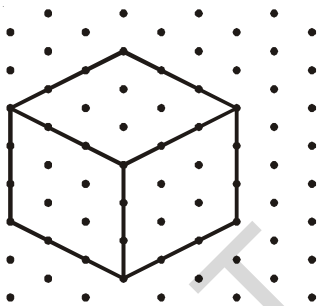
(i)



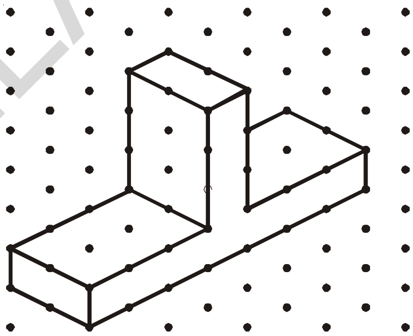
(ii)



(iii)



(iv)



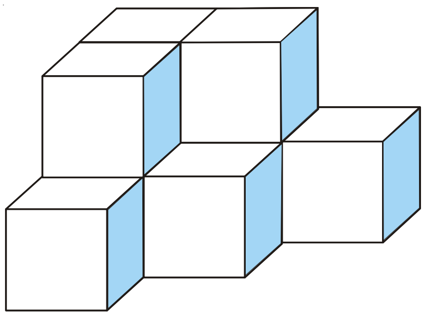
5. క్రింద ఇచ్చిన ఆకారాలకు ఏటవాలు రేఖా చిత్రము మరియు తుల్యరేఖా చిత్రాలను గీయండి.

(a) 5 సెంమీ, 3 సెంమీ, 2 సెంమీ కొలతలు గల ఒక దీర్ఘఘనము. (ఇలా మీకు ఒకటే చిత్రం ఏర్పడుతుందా? ఆలోచించండి)

(b) అంచు 4 సెంమీ కొలత గల సమ ఘనం.

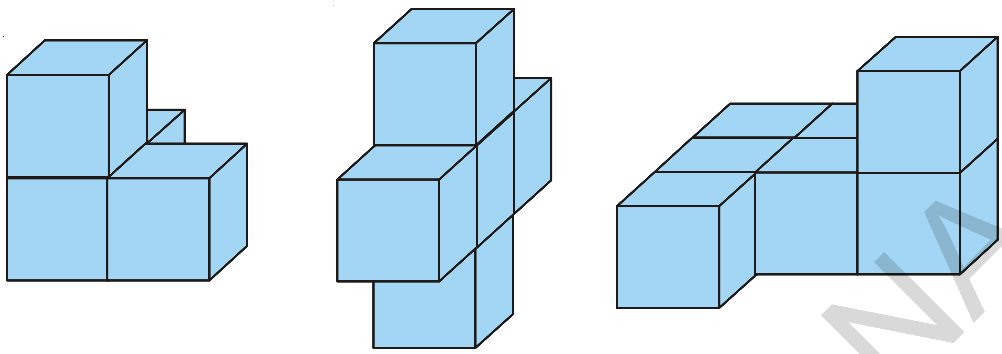
14.3 ఘనవస్తువులకు ఊహా చిత్రాలను ఏర్పరచుకోవడం

కొన్ని సందర్భాలలో, ఆకారాల కూర్పులను గమనిస్తే, కొన్ని ఆకారాలు దాగి వుండి మనకు కనబడకపోవచ్చు.



SCERT, TELANGANA

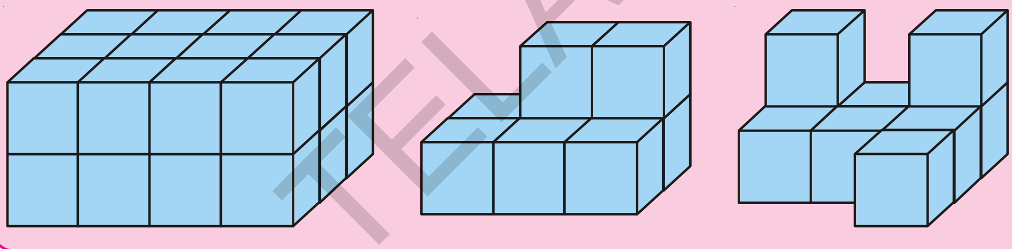
Here are some activities to help you visualise some solid objects and how they look. Take some cubes and arrange them as shown below.



Now ask your friend to see from the front and guess the total number of cubes in the following arrangements.

Try This

Estimate the number of cubes in the following arrangements.

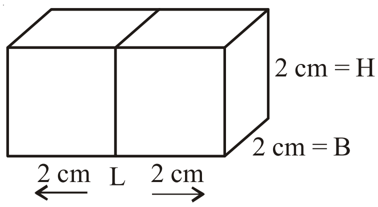


Such visualisations are very helpful.

Suppose you form a cuboid by joining cubes. You will be able to estimate what the length, breadth and height of the cuboid would be.

Example 2 : If two cubes of dimensions 2 cm × 2cm × 2cm are placed side by side, what would the dimensions of the resulting cuboid be?

Solution : As you can see when kept side by side, the length is the only measurement which increases.

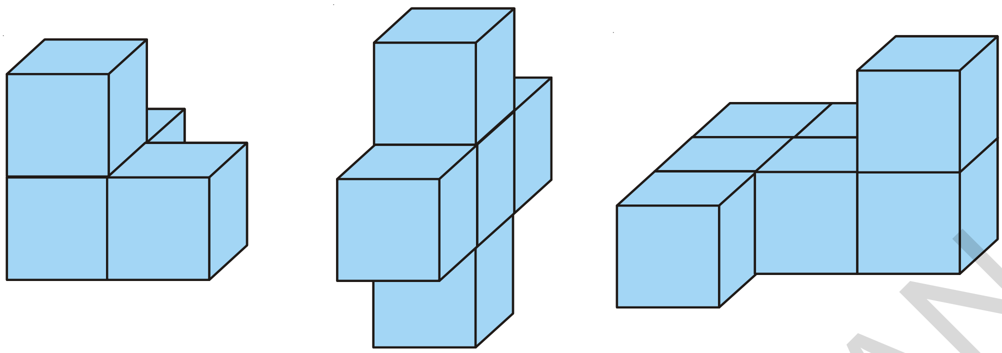


Length = 2 + 2 = 4 cm.

Breadth = 2 cm and Height = 2 cm.

SCERT, TELANGANA

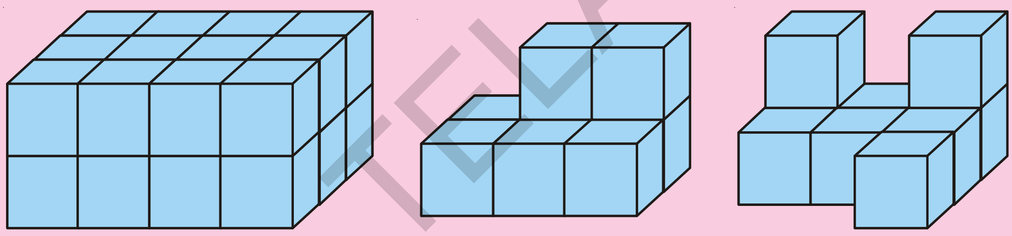
అటువంటి ఆకారాలను నిశితంగా పరిశీలించి వాటిని అర్థం చేసుకోవడానికి యిక్కడ కొన్ని కృత్యాలు యివ్వబడ్డాయి. కొన్ని ఘనాలను తీసుకొని క్రింద పటాలలో చూపినట్లు అమర్చండి.



యిప్పుడు మీ మిత్రులను ఆ ఆకారాలను ముందు వైపు నుండి మాత్రమే చూసి, మీరు ఎన్ని ఘనాలతో దానిని నిర్మించారో ఊహించి చెప్పమనండి.

ప్రయత్నించండి

క్రింద ఏర్పరచిన అమరికలలో ఎన్ని ఘనాలు వున్నాయో అంచనా వేసి చెప్పండి.



ఇటువంటి ఊహా చిత్రాలు ఏర్పరచుకోవడం మనకు చాలా ఉపయోగకరం.

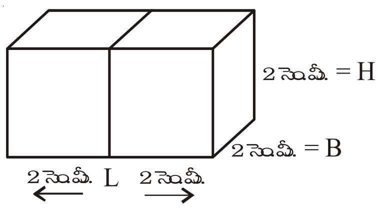
ఉదాహరణకు మీరు కొన్ని ఘనాలను ప్రక్కప్రక్కనే వుంచి ఒక దీర్ఘఘనాన్ని తయారు చేసారనుకుందాం. ఆ దీర్ఘ ఘనానికి పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు ఎంత వుంటాయో మీరు అంచనా వేయగలుగుతారు.

ఉదాహరణ 2 : 2 సెం.మీ × 2 సెం.మీ× 2 సెం.మీ కొలతలు గల రెండు ఘనాలు ప్రక్కప్రక్కనే వుంచగా ఏర్పడిన దీర్ఘ ఘనము కొలతలు ఎంత వుంటాయి?

సాధన : రెండు ఘనాలు ప్రక్క ప్రక్కను వుంచినపుడు కేవలం పొడవు మాత్రమే పెరగడాన్ని మీరు గమనిస్తారు.

పొడవు = 2 + 2 = 4 సెం.మీ

వెడల్పు = 2 సెం.మీ మరియు ఎత్తు = 2 సెం.మీ

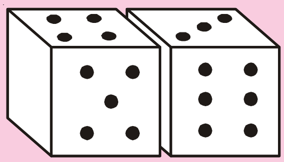


SCERT TELANGANA

Try This

1. Two dice are placed side by side as shown. Can you say what the total would be on the faces opposite to them? (i) 5 + 6 (ii) 4 + 3

   (Remember that in a dice the sum of numbers on opposite faces is 7)



2. Three cubes each with 2 cm edge are placed side by side to form a cuboid. Try to make an oblique sketch and say what could be its length, breadth and height.

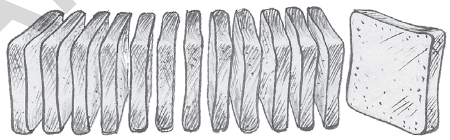
14.3.1 Viewing different sections of a solid

Now let us see how an object which is in 3-D can be viewed in different ways.

14.3.1a) One way to view an object is by cutting or slicing the object

Slicing game

Here is a loaf of bread. It is like a cuboid with square faces. You 'slice' it with a knife.



When you give a 'horizontal' cut, you get several pieces, as shown in the figure. Each face of the piece is a square! We call this face a 'cross-section' of the whole bread. The cross section is nearly a square in this case.

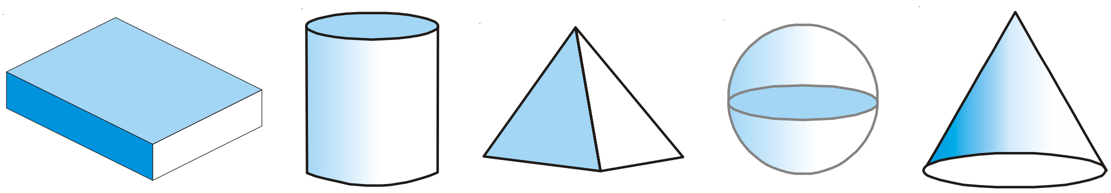
Beware! If your cut is 'vertical' you may get a different cross section! Think about it. The boundary of the cross-section you obtain is a plane curve. Do you notice it?

A kitchen play

Have you noticed cross-sections of some vegetables when they are cut for the purposes of cooking in the kitchen? Observe the various slices and get aware of the shapes that results as cross-sections.

Do This

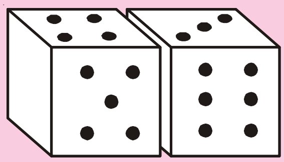
1. Make clay (or plasticine) models of the following solids and make vertical or horizontal cuts. Draw rough sketches of the cross-sections you obtain. Name them if possible.



SCERT, TELANGANA

ప్రయత్నించండి

1. పటంలో చూపినట్లు రెండు సమఘనాకార పాచికలు ప్రక్కప్రక్కన అమర్చబడ్డాయి. ఈయబడిన ముఖాలకు వ్యతిరేక ముఖాల మీద వున్న అంకెల మొత్తమెంతో మీరు చెప్పగలరా?



   (i) 5 + 6 (ii) 4 + 3

   (ఒక సమఘనాకార పాచికలో వ్యతిరేక ముఖాలపై నున్న అంకెల మొత్తము 7 అని గుర్తుకు తెచ్చుకోండి)

2. 2 సెం.మీ. అంచుగల మూడు సమ ఘనాకార పాచికలను ఒక దాని ప్రక్కన ఒకటి అమర్చగా ఒక దీర్ఘ ఘనము ఏర్పడినది. దీనికి ఒక ఏటవాలు చిత్రాన్ని గీయడానికి ప్రయత్నించండి మరియు దాని పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులను కనుగొనండి.

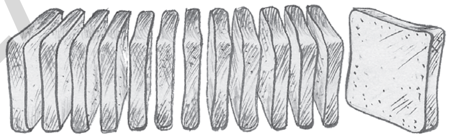
14.3.1 ఒక ఘనము యొక్క వివిధ భాగాలను చూచుట

యిప్పుడు మనం ఒక త్రిమితీయ ఆకారాన్ని ఎన్ని రకాలుగా చూడవచ్చునో నేర్చుకుందాము.

14.3.1ఎ) యిచ్చిన వస్తువును అడ్డంగా పలుచని ముక్కలుగా కోసి చూడడం ఒక పద్ధతి

పలుచని ముక్కలుగా కత్తిరించే ఆట

ఒక రొట్టె ఇవ్వబడినది. అది దీర్ఘ ఘనాకారంలో వుంది. దీని అభిముఖ ముఖాలు చతురస్రాలు. దీనిని చాకుతో పలుచని ముక్కలుగా కోయండి.



అడ్డంగా కోసినప్పుడు పటంలో చూపినట్లు మనకు అనేక ముక్కలు ఏర్పడతాయి. ప్రతీ ముక్కకు ఆధారతలం ఒక చతురస్రమే యీ తలాలనే మనం మొత్తం రొట్టె యొక్క "అడ్డుకోత" అంటాము. యీ సందర్భంలో రొట్టె యొక్క అడ్డుకోత యించుమించుగా ఒక చతురస్రము.

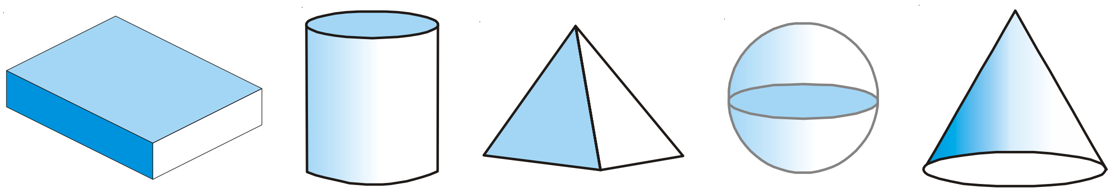
మీరు చేసే ఈ కోత నిలువు వుంటే ఏర్పడే నిలువుకోత వేరుగా ఏర్పడే ప్రమాదముంది. దాని గురించి ఆలోచించండి. ఇలా ఏర్పడిన నిలువు కోత అంచు ఒక వక్రం అనే విషయాన్ని మీరు గమనించారా?

వంటింటి ఆట

మీరు వంటింట్లో వంట వండేటపుడు కొన్ని కూరగాయలను తరిగినపుడు ఏర్పడే అడ్డుకోతలను గమనించారా? వివిధ కూరగాయల ముక్కలను పరిశీలించి ఏర్పడే అడ్డుకోతలను, వాటి ఆకారాలను పరిశీలించండి.

ఇవి చేయండి.

1. కింద ఇచ్చిన ఘనాలకు బంక మట్టితో (లేదా ప్లాస్టిసైన్‌తో) నమూనాలు తయారుచేయండి. వాటిని నిలువుగా మరియు అడ్డంగా కత్తిరించండి. ఇలా ఏర్పడిన కోతలకు చిత్తు పటాలను గీసి, తెలిసిన వాటికి పేర్లు వ్రాయండి.



SCERT, TELANGANA

2. What cross-sections do you get when you give a (i) vertical cut (ii) horizontal cut to the following solids?

(a) A brick (b) A round apple (c) A die (d) A cylindrical pipe (e) An ice cream cone

14.3.1b) Another Way is by Shadow Play

A shadow play

Shadows are a good way to illustrate how three-dimensional objects can be viewed in two dimensions. Have you seen a shadow play? It is a form of entertainment using solid articulated figures in front of an illuminated backdrop to create the illusion of moving images. It makes some indirect use of ideas of Mathematics.

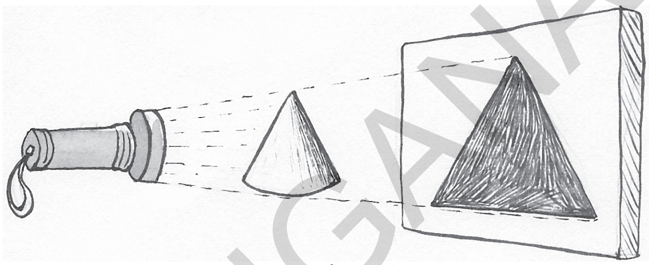


Figure 1

You will need a source of light and a few solid shapes for this activity. If you have an overhead projector, place the solid under the lamp and do these investigations.

Keep a torchlight, right in front of a cone. What type of shadow does it cast on the screen? (Figure 1).

The solid is three-dimensional; what about the shadow?

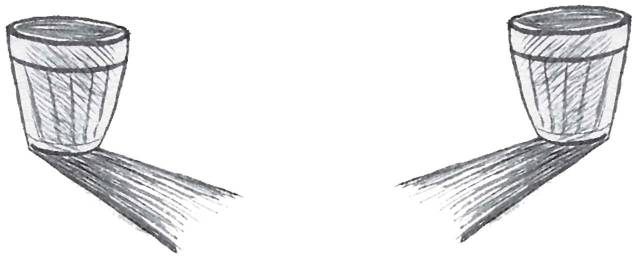
If, instead of a cone, you place a cube in the above game, what type of shadow will you get?

Experiment with different positions of the source of light and with different positions of the solid object. Study their effects on the shapes and sizes of the shadows you get.

Here is another funny experiment that you might have tried already:

Place a circular tumbler in the open when the sun at the noon time is just right above it as shown in the figure below. What is the shadow that you obtain?

Will it be same during (a) afternoon? (b) evening?



Study the shadows in relation to the position of the sun and the time of observation.

SCERT, TELANGANA

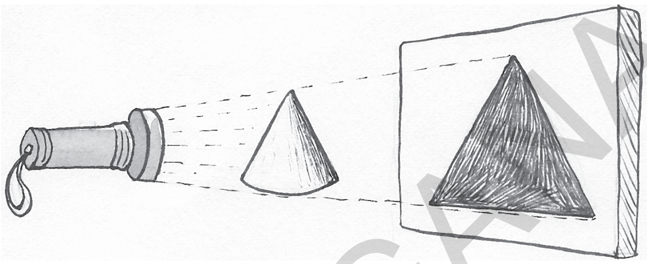
2. కింద ఇచ్చిన ఘనాలకు నిలువుకోత మరియు అడ్డుకోత చేయగా ఏమి ఏర్పడతాయి?

(a) ఒక ఇటుక (b) ఒక గుండ్రని ఆపిల్ (c) ఒక సమఘనాకారపు పాచిక (d) ఒక స్థూపాకార గొట్టము (e) శంఖు ఆకృతిలో నున్న ఐస్‌క్రీమ్ గొట్టము.

14.3.1 (బి) నీడలతో ఆడటం మరొక పద్ధతి

నీడలతో ఆట

త్రిమితీయ ఆకారాలకు చెందిన వస్తువులను ద్విమితీయ ఆకారాలుగా చూడటానికి వాటి నీడలు చాలా ఉపయోగపడతాయి. మీరు ఎప్పుడైనా నీడతో ఆట చూశారా? కాంతి పుంజ మార్గంలో ఘనాకారాలను రకరకాలుగా కదుపుతూ నీడలు కదులుతున్నట్లు భ్రాంతి కలిగించే ఒక రకమైన వినోద సాధనము ఈ నీడ చిత్రాలతో ఆట. దీనిలో గణిత భావనల పరోక్ష వినియోగం ఉంటుంది.



పటము 1

ఈ కృత్యము చేయడానికి మీకు ఒక కాంతి జనకము మరియు కొన్ని ఘనాకార వస్తువులు కావాలి. మీకు ఓవర్ హెడ్ ప్రొజెక్టర్ వుంటే, ఘన వస్తువులను దీపము క్రింద వుంచి యీ పరిశోధనలు చేయుము.

టార్చిలైటు కాంతికి ఎదురుగా ఒక శంకువును వుంచిన, తెరపై ఏ రకమైన నీడ ఏర్పడుతుంది? (పటము1)

ఘనాకార వస్తువు త్రిమితీయమైనది, మరి నీడ సంగతి ఏమిటి?

శంకువుకు బదులుగా, ఒక సమఘనాన్ని వుంచితే ఏ విధమైన నీడ ఏర్పడుతుంది?

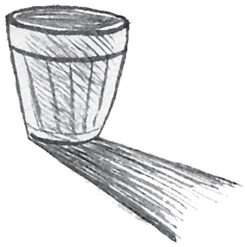
కాంతి జనక స్థానాన్ని, ఘనాకార వస్తువు స్థానాన్ని మార్చుతూ ప్రయోగాలు చేయండి. ఏర్పడిన నీడలలోని వస్తువుల ఆకారాలు, పరిమాణాలపై ఈ స్థాన మార్పుల ప్రభావాన్ని అధ్యయనం చేయండి.

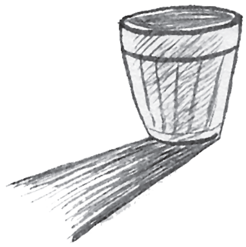
మీరు ఇప్పటికే ఈ వినోదాత్మక ప్రయోగాన్ని ప్రయత్నించి వుంటారు.

పటంలో చూపినట్లు, ఒక గ్లాసు మధ్యాహ్నం ఎండ సూర్యకిరణాల మార్గంలో పెట్టండి : నీడ ఎలా ఏర్పడుతుంది?

మధ్యాహ్నము, సాయంత్రము ఏర్పడే నీడలు ఒకేలా వుంటాయా?

(a) మధ్యాహ్నము? (b) సాయంత్రము?



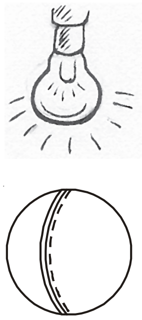


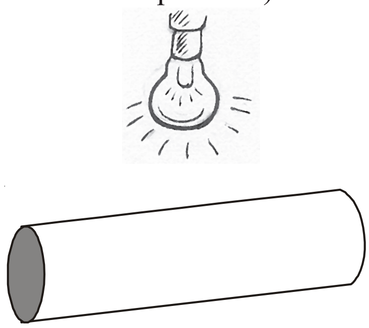
సూర్యుడు వున్న స్థానము, మనము చూసే కాలాలను దృష్టిలో వుంచుకొని నీడలను అధ్యయనం చేయండి.

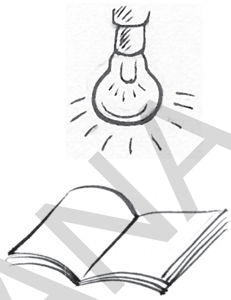
SCERT, TELANGANA

Exercise - 4

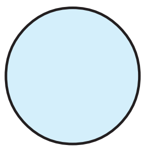
1. A bulb is kept burning just right above the following solids. Name the shape of the shadows obtained in each case. Attempt to give a rough sketch of the shadow. (You may try to experiment first and then answer these questions).

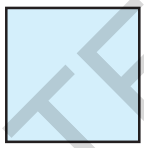

A ball

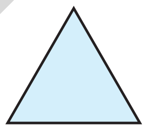

A cylindrical pipe


A book

2. Here are the shadows of some 3D objects, when seen under the lamp of an overhead projector. Identify the solid(s) that match each shadow. (There may be many answers for these!)

A circle

(i)

A square

(ii)

A triangle

(iii)

A rectangle

(iv)

Looking Back

3D shapes can be visualised on 2D surfaces, that is on paper by drawing their nets.

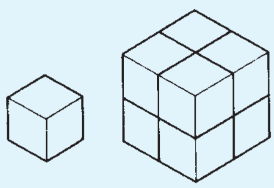
Oblique sketches and isometric sketches help in visualising 3D shapes on a plane surface.

M1Q1S4

Fun with a cube

A unit cube can fitted together with 7 other identical cubes to make a larger cube with an edge of 2 units as shown in figure.

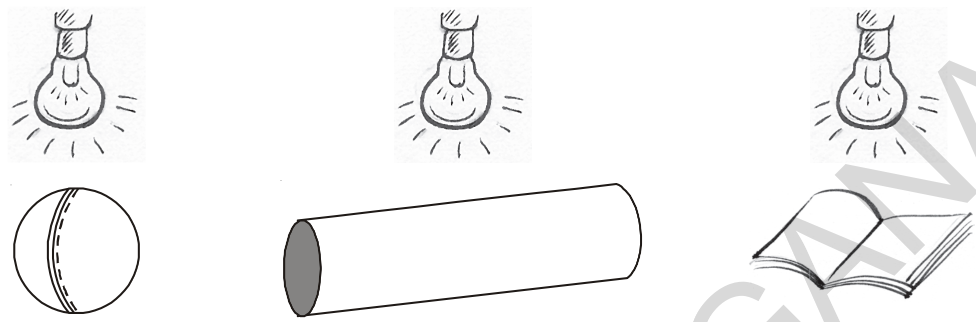
How many unit cubes are needed to make a cube with an edge of 3 units?



SCERT, TELANGANA

అభ్యాసము - 4

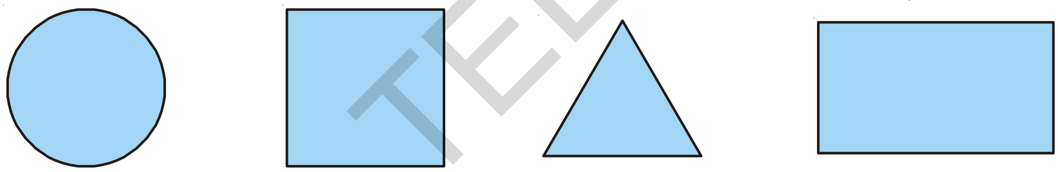
1. కింద యిచ్చిన ఘనాకార వస్తువుల పై ఒక విద్యుత్ బల్బు వెలుగుతూ వుంది. అపుడు ఏర్పడిన నీడల ఆకారాల పేర్లను తెలపండి. ఆ నీడ చిత్రాల చిత్తు పటాలను గీయడానికి ప్రయత్నించండి. (మొదట వీటిని ప్రయోగం చేయడానికి ప్రయత్నించి తరువాత క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి).



ఒక బంతి   ఒక స్థూపాకార గొట్టం   ఒక పుస్తకం

2. కింద కొన్ని త్రిమితీయ వస్తువులను ఓవర్ హెడ్ ప్రొజెక్టర్ దీపం క్రింద పెట్టగా ఏర్పడిన నీడలు యివ్వబడ్డాయి. ప్రతీ నీడ ఏర్పడటానికి కారణమయ్యే త్రిమితీయ వస్తువులను గుర్తుపట్టండి (వీటికి అనేక సమాధానాలు వుండవచ్చును)

ఒక వృత్తము   ఒక చతురస్రము   ఒక త్రిభుజము   ఒక దీర్ఘచతురస్రం



(i)   (ii)   (iii)   (iv)

మనం నేర్చుకున్నది

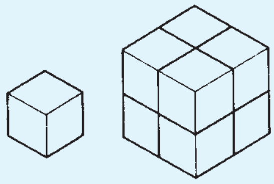
త్రిమితీయ వస్తువులకు ద్విమితీయ తలాలపై అనగా కాగితం పై వాటి వల రూపాలను గీయడం ద్వారా ఊహా చిత్రాలను ఏర్పరచుకోవచ్చును.

ఏటవాలు రేఖా చిత్రాలు మరియు తుల్యరేఖా చిత్రాలనుపయోగించి త్రిమితీయ ఆకారాలకు ఒక సమతలం పై ఊహా చిత్రాలను ఏర్పరచవచ్చును.

L9C9J9

ఘనంతో తమాషా!

ఏడు యూనిట్ల సమఘనాలకు ఒక యూనిట్ సమఘనాన్ని జోడిస్తే అన్నీ కలిసి రెండు యూనిట్ అంచుల గల పెద్ద ఘనం ఏర్పడుతుంది.



మూడు యూనిట్లు అంచులు గల పెద్ద ఘనాన్ని తయారు చేయడానికి ఎన్ని యూనిట్ల సమఘనాలు అవసరమవుతాయి?

SCERT, TELANGANA

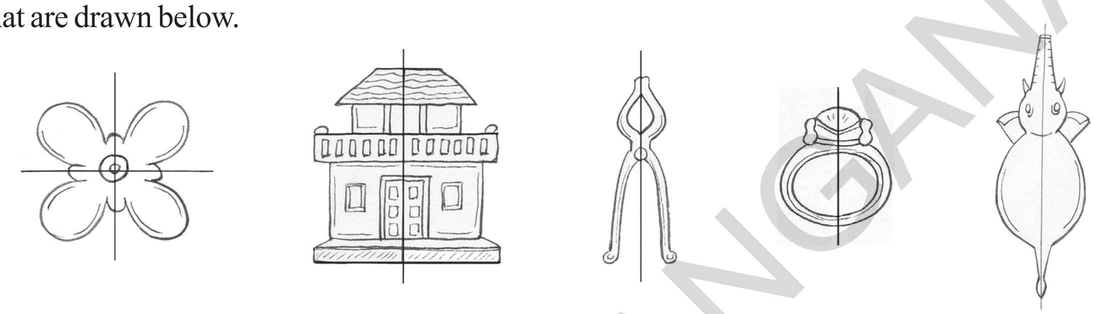
SYMMETRY

15

E5U7J1

15.0 Introduction

Look around you. You will find that many objects around you are symmetrical. So are the objects that are drawn below.



All these objects are symmetrical as they can be divided in such a way that their two parts coincide with each other.

15.1 Line Symmetry

Let us take some more examples and understand what we mean. Trace the following figures on a tracing paper.

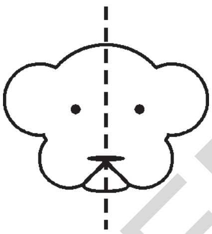


Figure 1

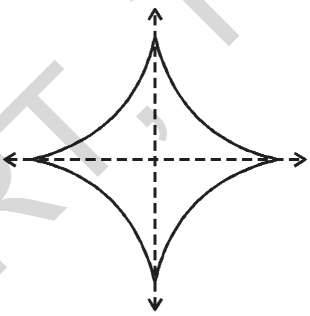


Figure 2

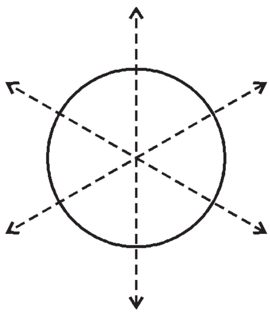


Figure 3

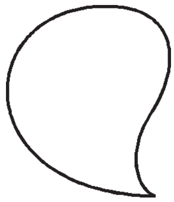


Figure 4

Fold Figure 1 along the dotted line. What do you observe?

You will find that the two parts coincide with each other. Is this true in Figure 2 and 3?

You will observe that in Figure 2, this is true along two lines and in Figure 3 along many lines. Can Figure 4 be divided in the same manner?

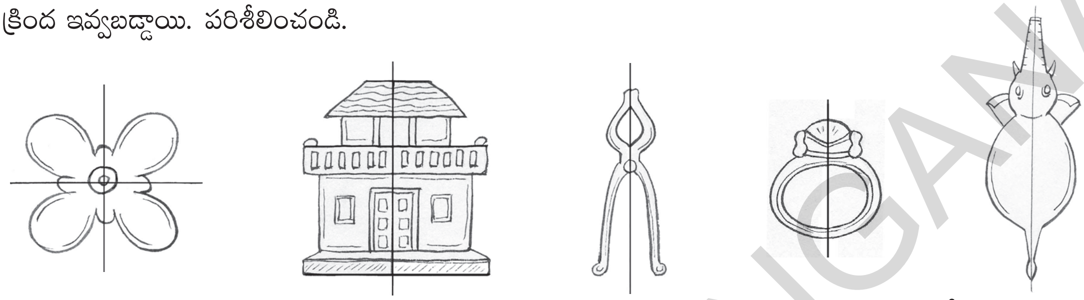
Figure 1, 2 and 3 have line symmetry as they can be divided in such a manner that two parts of the figure coincide with each other when they are folded along the line of symmetry. The dotted line which divides the figures into two equal parts is the line of symmetry or axis of symmetry. As you have seen, an object can have one or more than one lines of symmetry or axes of symmetry.

SCERT, TELANGANA

సౌష్ఠవం 15

15.0 పరిచయం

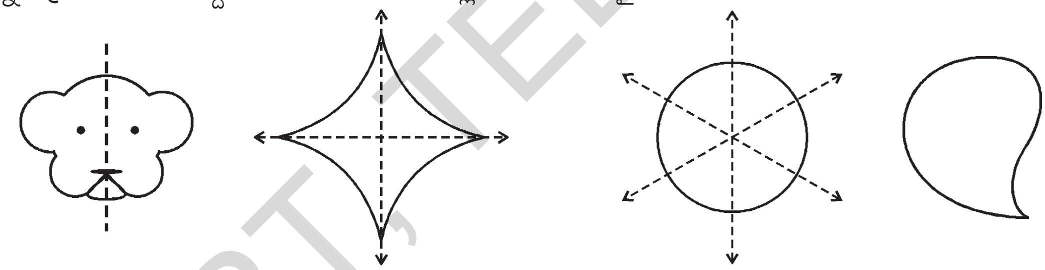
మీ పరిసరాలను గమనించండి. ఎన్నో వస్తువులలో సౌష్ఠవతను గమనించ గలరు. అటువంటి కొన్ని వస్తువులు ఈ క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి. పరిశీలించండి.



ఈ వస్తువులన్నీ సౌష్ఠవతను కలిగి ఉన్నాయి, ఎందుకంటే వాటి రెండు భాగాలు ఒకదానితో ఒకటి ఏకీభవించే విధంగా విభజించవచ్చు.

15.1 సౌష్ఠవ రేఖ లేక సౌష్ఠవాక్షము

మరికొన్ని చిత్రాలను పరిశీలిద్దాము. కింది పటాలను ఉల్లిపొర కాగితం పై గీయండి.



పటము 1   పటము 2   పటము 3   పటము 4

పటము-1 ని చుక్కల రేఖ వెంబడి మడిచి చూడండి. ఏమి గమనించారు?

పటంలోని రెండు విభాగములు ఒకదానితో ఒకటి పూర్తిగా ఏకీభవిస్తాయి. 2, 3 పటములలో కూడా ఇది సత్యమా? ఇంకనూ పటము-2 ను రెండు రేఖల వెంబడి మడువచ్చని, పటము 3 ను అనేక రేఖల వెంబడి మడువ వచ్చని గమనించగలరు. పటము-4 ను రెండు విభాగములు ఒక దానితో ఒకటి ఏకీభవించు విధంగా మడువగలమా?

పటములు 1,2,3 లు చుక్కల రేఖ వెంబడి మడువగా రెండు విభాగములు ఒక దానితో ఒకటి ఏకీభవిస్తున్నాయి. కావున అవి సౌష్టవ రేఖను కలిగియున్నవి.

ఒక పటమును రెండు సర్వసమాన విభాగములుగా విభజించునట్లు పటము మధ్యగా గీయదగు రేఖను ఆ పటము యొక్క 'సౌష్ఠవ రేఖ' లేక 'సౌష్ఠవాక్షము' అంటాము. సౌష్టవాక్షమును చుక్కల రేఖచే సూచిస్తాము.

కొన్ని పటములకు సౌష్ఠవాక్షము లేకపోవచ్చు. అట్లే కొన్ని పటములు ఒకటి లేక అంతకన్నా ఎక్కువ సౌష్ఠవ రేఖలు లేదా సౌష్ఠవాక్షములను కలిగియుండవచ్చును.

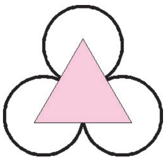
SCERT, TELANGANA

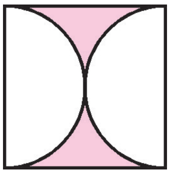
Try This

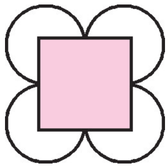
1. Name a few things in nature, that are symmetric.
2. Name 5 man-made things that are symmetric.

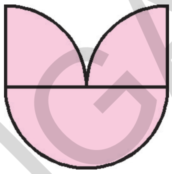
Exercise - 1

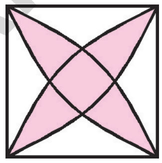
1. Given below are some fiugres. Which of them are symmetric? Draw the axes of symmetry for the symmetric figures.

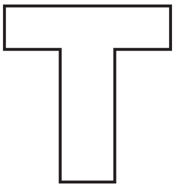

(i)


(ii)

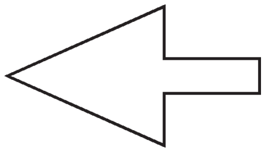

(iii)

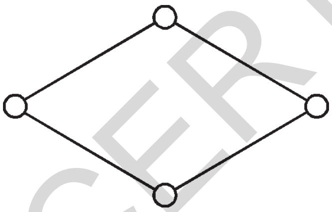

(iv)

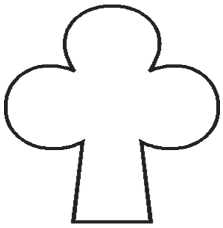

(v)


(vi)

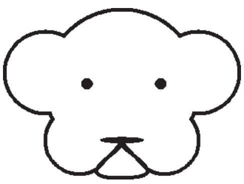
(vii)

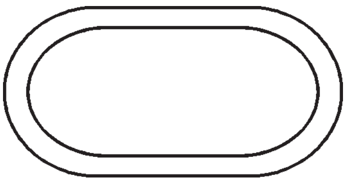

(viii)

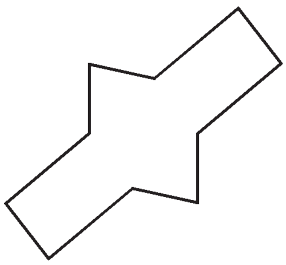

(ix)


(x)

(xi)


(xii)


(xiii)


(xiv)

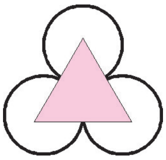
SCERT, TELANGANA

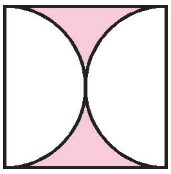
ప్రయత్నించండి

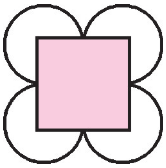
1. సౌష్ఠవత కలిగిన కొన్ని సహజ వస్తువులను పేర్కొనండి.
2. సౌష్ఠవత కలిగిన ఐదు మానవ నిర్మిత వస్తువులను పేర్కొనండి.

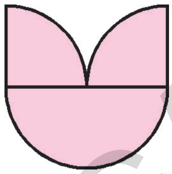
అభ్యాసం - 1

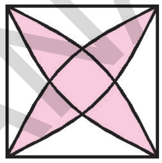
1. కింద కొన్ని పటాలు ఇవ్వబడ్డాయి. వాటిలో ఏవి సౌష్ఠవ పటాలు? ఆ సౌష్ఠవ పటాలకు అక్షాలను గీయండి.

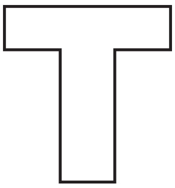

(i)


(ii)

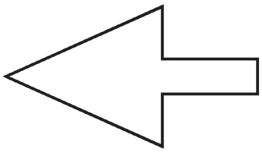

(iii)

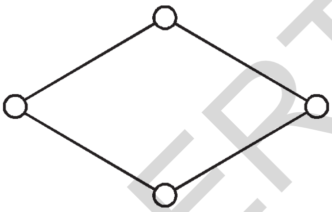

(iv)

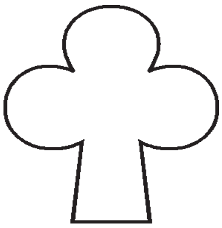

(v)


(vi)

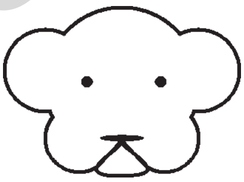
(vii)

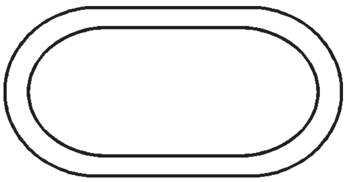

(viii)

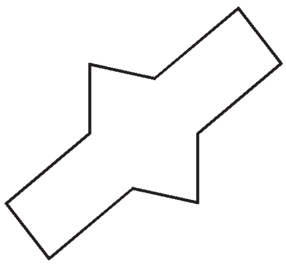

(ix)


(x)

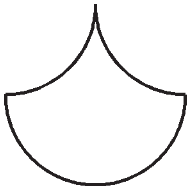
(xi)


(xii)

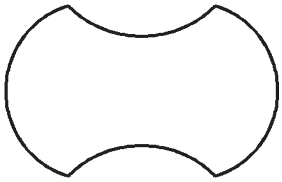

(xiii)


(xiv)

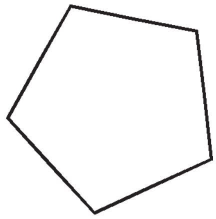
SCERT, TELANGANA



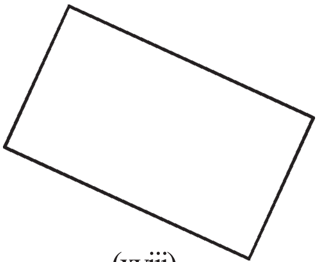
(xv)



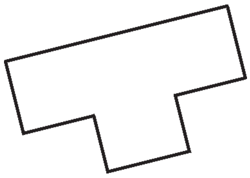
(xvi)



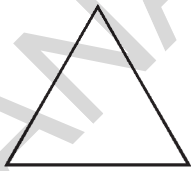
(xvii)



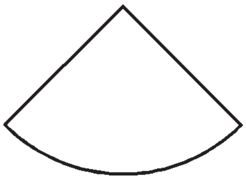
(xviii)



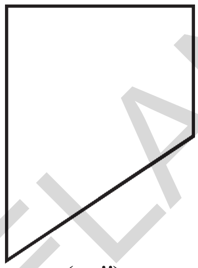
(xix)



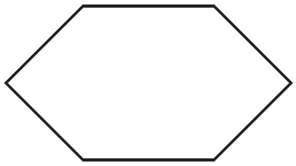
(xx)



(xxi)



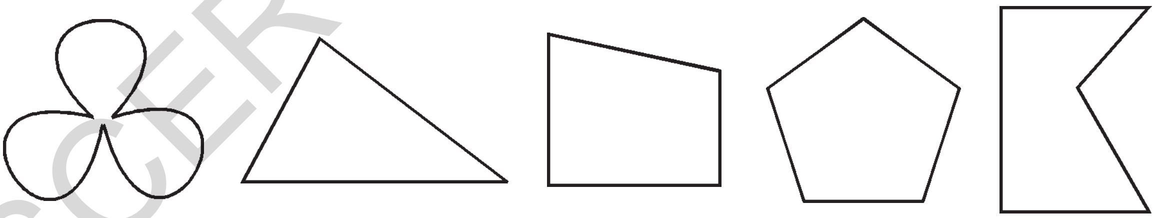
(xxii)



(xxiii)

15.1.1 Lines of symmetry for regular polygons

Look at the following closed figures.

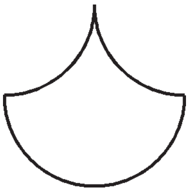


A closed figure made from several line segments is called a 'Polygon'. Which of the above figures are polygons?

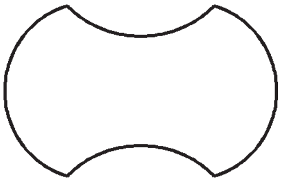
Try This

1. Can we make a polygon with less than three line segments?
2. What is the minimum number of sides of a polygon?

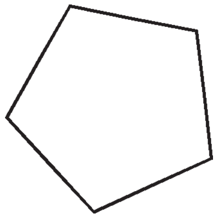
SCERT, TELANGANA



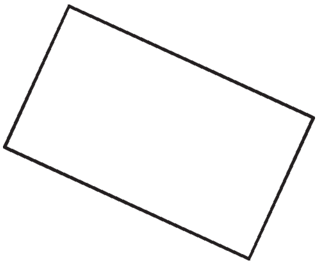
(xv)



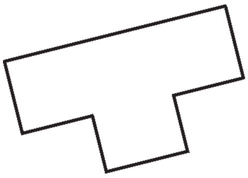
(xvi)



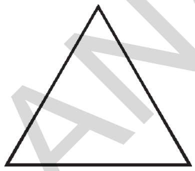
(xvii)



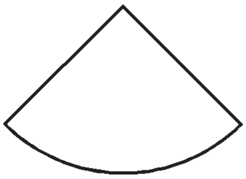
(xviii)



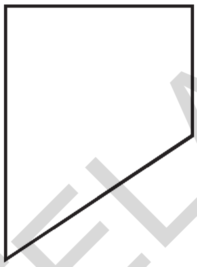
(xix)



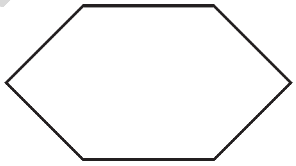
(xx)



(xxi)



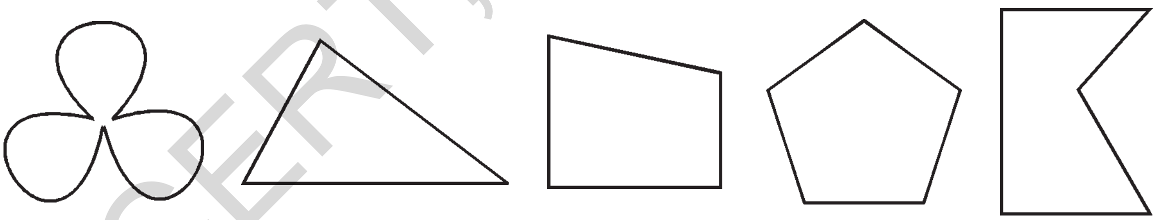
(xxii)



(xxiii)

15.1.1 క్రమ బహుభుజుల సౌష్ఠవాక్షములు

కింది సంవృత పటములను పరిశీలించండి.



అన్ని వైపులా రేఖా ఖండములచే పూరింపబడిన సంవృత పటమును 'బహుభుజి' అంటాము.

పై పటములలో ఏవి బహుభుజులు?

ప్రయత్నించండి

1. మూడు కన్నా తక్కువ రేఖా ఖండములతో బహుభుజిని ఏర్పరచగలమా?
2. ఒక బహుభుజి యొక్క కనీస భుజాల సంఖ్య ఎంత?

SCERT, TELANGANA

Observe the different triangles below.

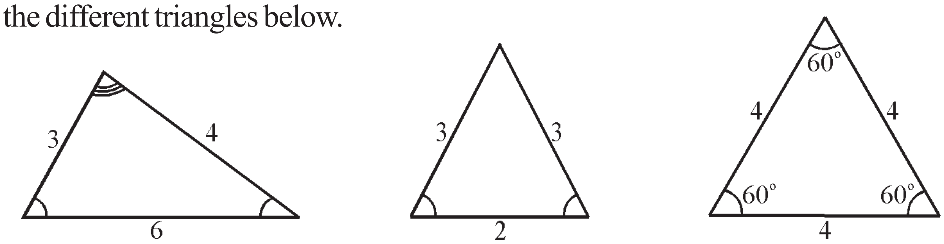
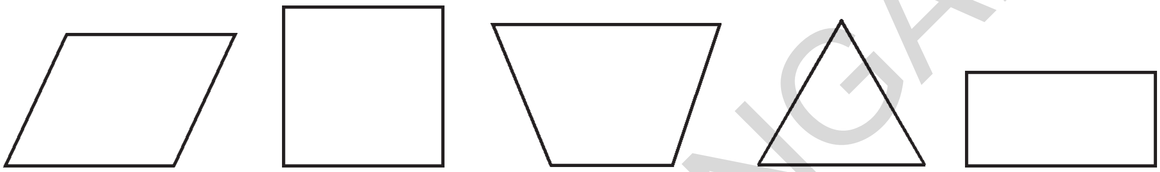


Figure 1 Figure 2 Figure 3

In Figure 3, the triangle has equal sides and congruent angles. It is thus called a regular polygon.

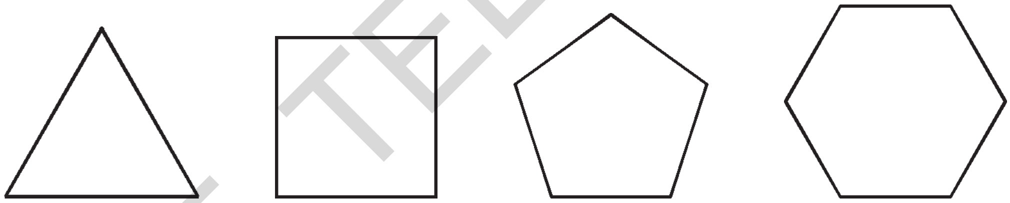
A polygon, with all sides and all angles equal is called a 'Regular Polygon'.

Which of the following polygons are regular polygons?



Parallelogram Square Trapezium Equilateral triangle Rectangle

Now draw axes of symmetry for the following regular polygons.



Equilateral Triangle Square Regular Pentagon Regular Hexagon

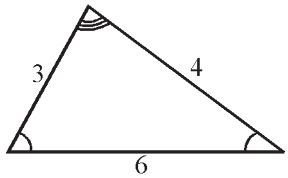
Write down your conclusions in the table below.

Regular Polygon	No. of sides	No. of axes of symmetry
Equilateral Traingle	3	3
Square		
Pentagon		
Hexagon		

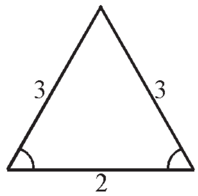
Did you find any relationship between the number of sides of a regular polygon and number of axes of symmetry? You will find that the number of sides is equal to number of axes of symmetry.

SCERT TELANGANA

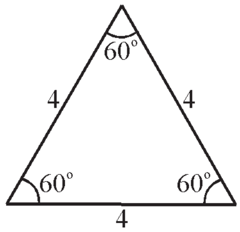
కింద ఇవ్వబడిన వివిధ త్రిభుజములను పరిశీలించండి.



పటం 1



పటం 2

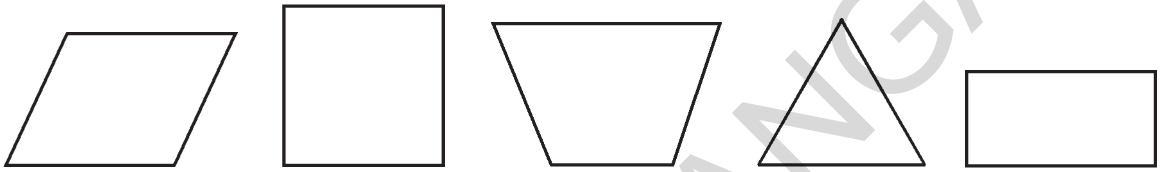


పటం3

పటము 3 నందు త్రిభుజము యొక్క మూడు భుజములు సమానము. మరియు మూడు కోణములు సమానములు కనుక దీనిని క్రమ బహుభుజి అంటాము.

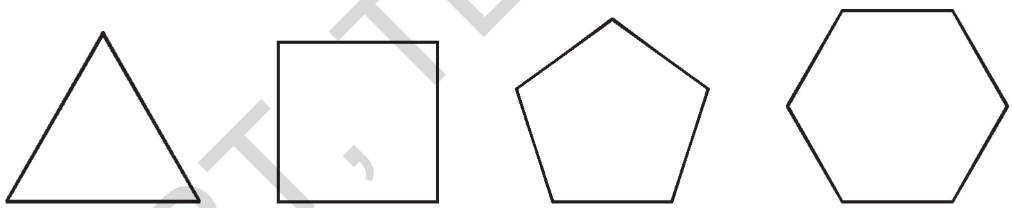
అన్ని భుజములు,కోణములు సమానంగా గల బహుభుజిని 'క్రమ బహుభుజి' అంటాము.

క్రింది పటములలో ఏవి క్రమ బహుభుజులు?



సమాంతర చతుర్భుజం   చతురస్రం   సమలంబ చతుర్భుజం   సమబాహు త్రిభుజం   దీర్ఘ చతురస్రం

కింది క్రమ బహుభుజులకు వీలయినన్ని సౌష్ఠవాక్షములను గీయండి.



సమబాహు త్రిభుజం   చతురస్రం   క్రమ పంచభుజి   క్రమషడ్భుజి

పరిశీలనాంశములను కింది పట్టికలో పొందుపరచండి.

క్రమ బహుభుజి	భుజముల సంఖ్య	సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్య
త్రిభుజం	3	3
చతురస్రం		
పంచభుజి		
షడ్భుజి		

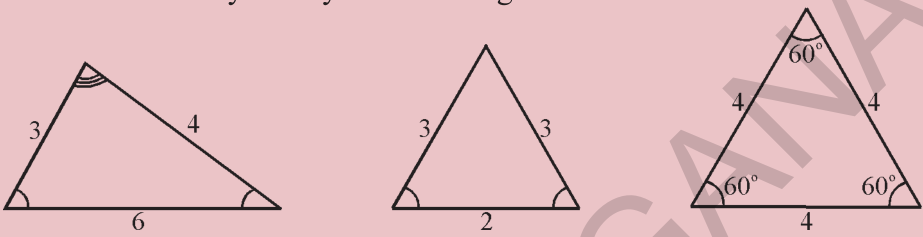
ఒక క్రమబహుభుజి యొక్క సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్య దాని భుజముల సంఖ్యకు ఏమైనా సంబంధం కలిగి ఉందా? ఒక క్రమబహుభుజి యొక్క సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్య దాని భుజముల సంఖ్యకు సమానమని తెలియుచున్నది కదా!

SCERT, TELANGANA

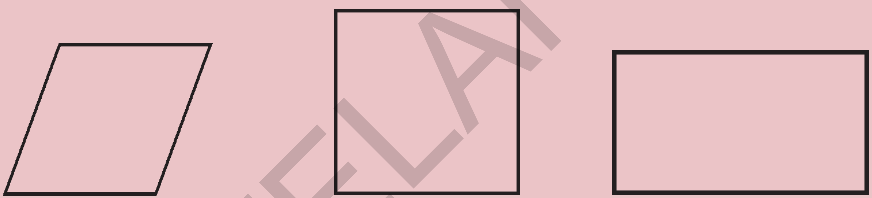
You can verify above result by tracing out all the four figures on a paper, cutting them out and actually folding each figure. Try this.

Try This

1. Given below are different types of triangles. Do all the triangles have the same number of lines of symmetry? Which triangle has more?



2. Given below are different types of quadrilaterals. Do all of them have the same number of lines of symmetry? Which quadrilateral has the most?



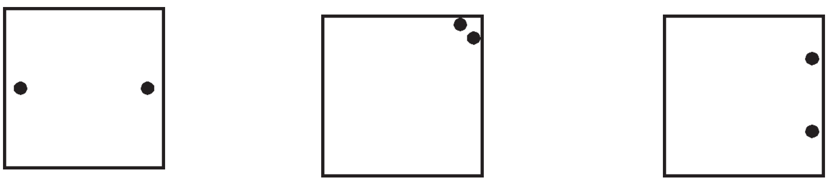
Rhombus Square Rectangle

Hint: You can trace the triangles and quadrilaterals on a tracing paper and actually fold each figure to find the axes of symmetry.

3. On the basis of above two cases, can we say that a regular polygon has the maximum number of axes of symmetry.

Exercise - 2

1. In the figures given below find the axes of symmetry such that on folding along the axis the two dots fall on each other.



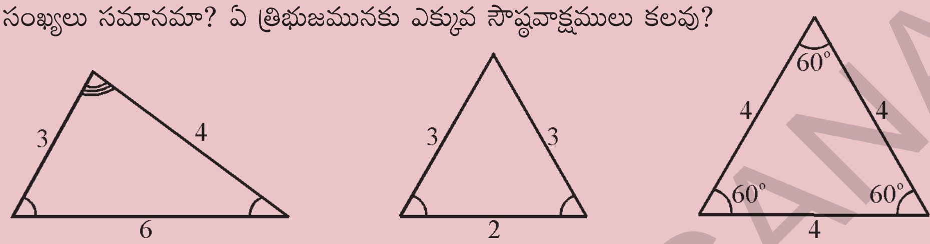
(i) (ii) (iii)

SCERT, TELANGANA

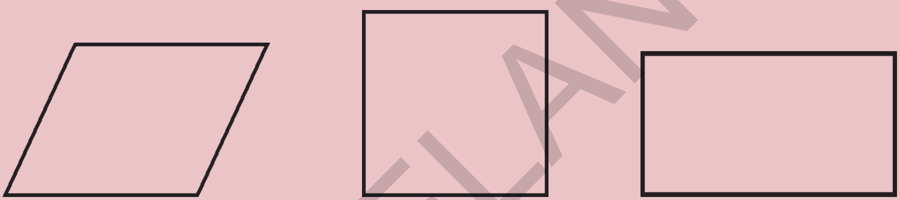
ఉల్లిపొర కాగితంపై ఆ నాలుగు పటాలను గీచి, కత్తిరించి, మడతలు పెట్టడము ద్వారా కూడా పై విషయమును ఋజువు చేసుకొనవచ్చును. ప్రయత్నించండి.

ప్రయత్నించండి

1. వివిధ రకముల త్రిభుజములు కింద ఇవ్వబడ్డాయి. అన్ని త్రిభుజముల యొక్క సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్యలు సమానమా? ఏ త్రిభుజమునకు ఎక్కువ సౌష్ఠవాక్షములు కలవు?



2. వివిధ రకముల చతుర్భుజములు కింద ఇవ్వబడ్డాయి. అన్ని చతుర్భుజముల యొక్క సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్యలు సమానమా? ఏ చతుర్భుజమునకు ఎక్కువ సౌష్ఠవాక్షములు కలవు?



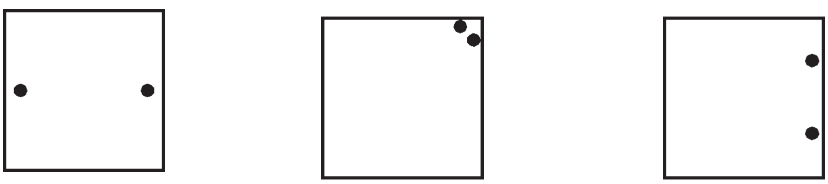
సమబాహు చతుర్భుజం　　చతురస్రం　　దీర్ఘ చతురస్రం

సూచన: పై పటములను ఉల్లిపొర కాగితం పై గీచి, కత్తిరించి, మడత పెట్టడం ద్వారా సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్యను కనుగొనండి.

3. పై రెండు సందర్భముల నుండి క్రమబహుభుజులు గరిష్ట సంఖ్యలో సౌష్ఠవాక్షములు కలిగి ఉంటాయని చెప్పగలమా?

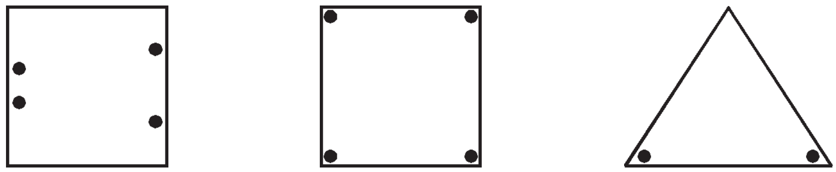
అభ్యాసం - 2

1. కింద ఇవ్వబడిన పటములలో బిందువులు కూడా గుర్తించబడ్డాయి. బిందువులు కూడా సరిసమానంగా పంచబడే విధంగా సౌష్ఠవాక్షములను గీయండి.

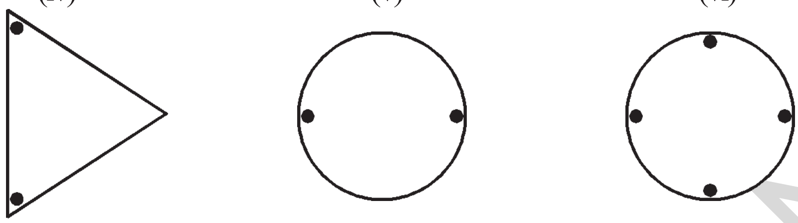


(i)　　(ii)　　(iii)

SCERT TELANGANA

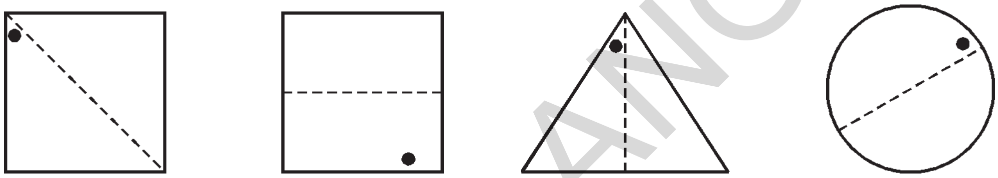


(iv) (v) (vi)



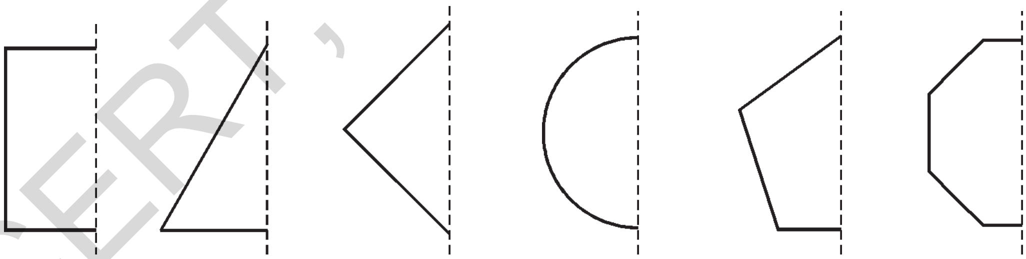
(vii) (viii) (ix)

2. Given the axes of symmetry for below figures. But only one part has a dot. Find the other dot.



(i) (ii) (iii) (iv)

3. In the following incomplete figures, the mirror line (i.e. the line of symmetry) is given as a dotted line. Complete each figure, performing reflection on the dotted (mirror) line and draw in your notebook (You might perhaps place a mirror along the dotted line and look into the mirror for the image). Can you recall the name of the figure you complete?



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

4. State whether the following statements are true or false.

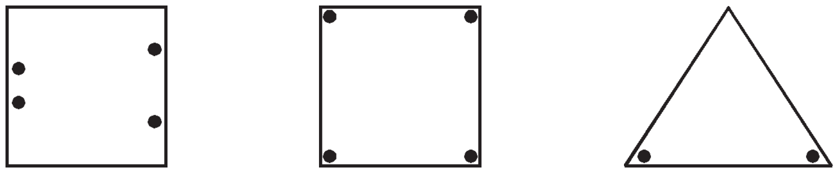
(i) Every closed figure has an axis of symmetry. ( )

(ii) A figure with at least one axis of symmetry is called a symmetric figure. ( )

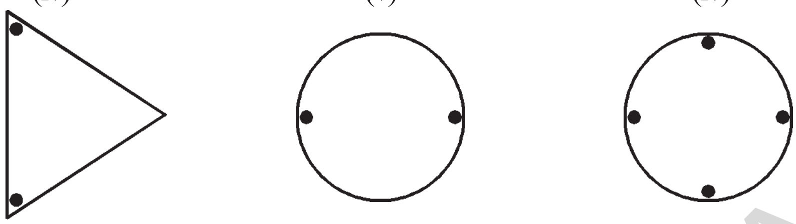
(iii) A regular polygon of 10 sides will have 12 axes of symmetry. ( )

5. Construct a square and draw all its axes of symmetry. Measure the angles between each pair of successive axes of symmetry. What do you notice? Does the same rule apply for other regular polygons?

SCERT, TELANGANA

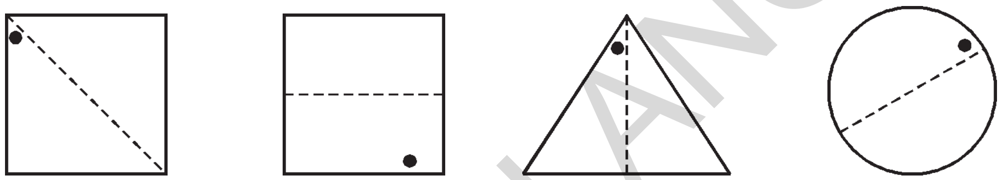


(iv) (v) (iv)



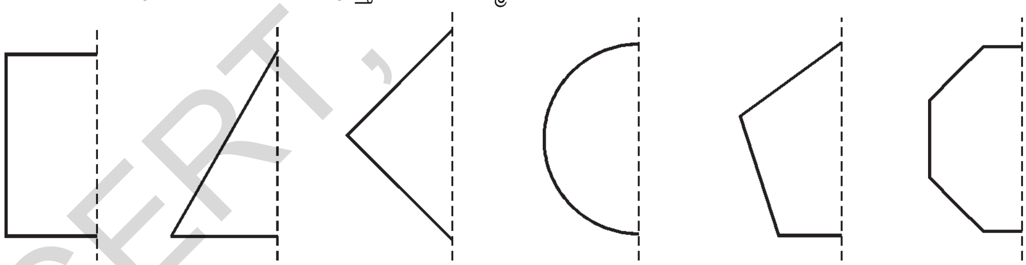
(vii) (viii) (ix)

2. కింది పటములకు సౌష్ఠవాక్షములు ఇవ్వబడ్డాయి, కానీ ఒక విభాగంలో మాత్రమే బిందువులు ఇవ్వబడ్డాయి. రెండవ విభాగంలోని బిందువులను గుర్తించండి.



(i) (ii) (iii) (iv)

3. కింద ఇవ్వబడిన అసంపూర్ణ పటములలో చుక్కల రేఖలు సౌష్ఠవాక్షములను సూచిస్తున్నవి. చుక్కల రేఖల వెంబడి అద్దమును ఉంచడం ద్వారా ప్రతిబింబములతో పూర్తి పటములను గమనించండి. అన్ని పటములను పూర్తి పటములుగా పూరించండి. మీరు పూర్తి చేసిన బొమ్మ పేరును తెలుపగలరా?



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

4. క్రింది ప్రవచనములు సత్యములో, కాదో గుర్తించండి.

(i) ప్రతి సంవృత పటము సౌష్ఠవాక్షమును కలిగి ఉంటుంది. ( )

(ii) కనీసం ఒక సౌష్ఠవాక్షము గల పటమును సౌష్ఠవ పటం అంటారు. ( )

(iii) 10 భుజములు గల క్రమ బహుభుజి యొక్క సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్య 12 ( )

5. ఒక చతురస్రమును నిర్మించి దాని యొక్క అన్ని సౌష్ఠవాక్షములను గీయండి. ప్రతి రెండు ఆసన్న సౌష్ఠవ అక్షముల మధ్య కోణం కొలవండి. ఏమి గమనించారు? అన్ని క్రమ బహుభుజులకు ఈ నియమం వర్తిస్తుందా?

SCERT, TELANGANA

15.2 Rotational Symmetry

Activity 1 : Trace the following diagram onto a tracing paper.

Try to fold the diagram so that its two parts coincide. Is this diagram symmetric?

Now, let us try to match the different positions of the diagram in another way. Draw the above diagram on a piece of paper. Mark a point 'O'at the centre and name the four edges of the paper A,B,C,D as shown in Figure 1.

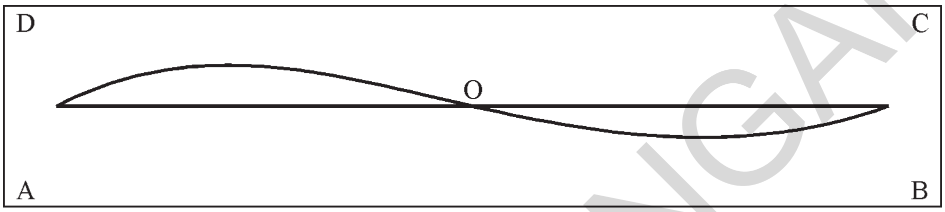


Figure 1

Rotate the paper around the marked point 'O' for 180°.

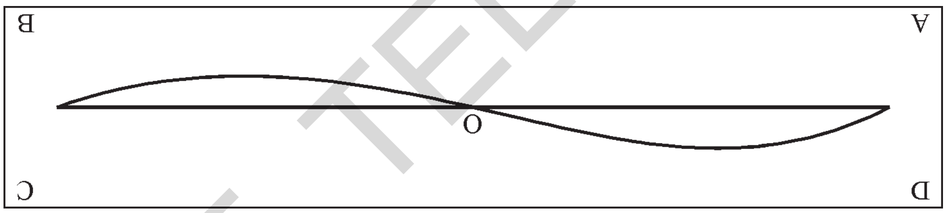


Figure 2

What do you notice in Figure 2? Does this diagram look different from the previous one?

Due to the rotation, the points A,B,C,D have changed position however the diagram seems to be unchanged. This is because the diagram has rotational symmetry.

Activity 2 : Lets make a wind wheel

- Take a square shaped paper.
- Fold it along the diagonals.
- Starting from one corner, cut the paper along the diagonals towards the centre, up to one fourth of the length of the diagonal. Do the same from the remaining corners.
- Fold the alternate corners towards the centre as shown in the figure.
- Stick the folded corners if required and fix the mid point to a stick with a pin so that the paper rotates freely.

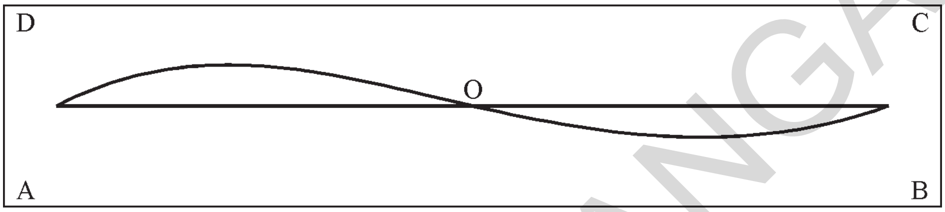
SCERT, TELANGANA

15.2 భ్రమణ సౌష్ఠవము

కృత్యము 1 : కింది పటమును ఒక ఉల్లిపొర కాగితముపై నకలు గీయండి.

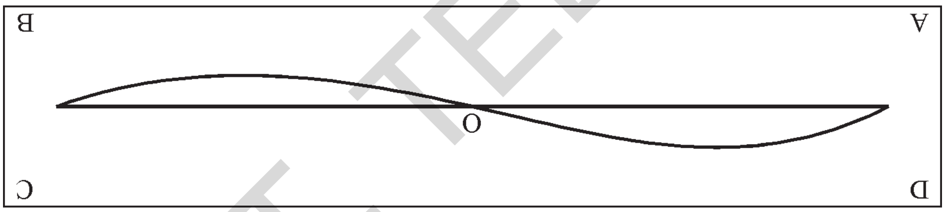
మడత పెట్టుట ద్వారా రెండు విభాగములు ఏకీభవించునట్లుగా ప్రయత్నించండి వీలగుచున్నదా? ఈ పటము సౌష్ఠవ పటమా?

ఇప్పుడు మనం పటం యొక్క వేర్వేరు స్థానాలు మరొక విధంగా ఎలా జతపర్చాలో చూద్దాం. పై పటాన్ని కాగితంపై గీయండి. పటం–1లో చూపినట్లుగా మధ్య బిందువు 'O' ను గుర్తించి కాగితం యొక్క 4 అంచులు A, B, C, D లతో గుర్తించండి.



పటం 1

'O' కేంద్రముగా పటమును 180° భ్రమణం చేసి చూడండి.



పటం 2

పటము 2 లో ఏమి గమనించారు? ఈ పటము మునుపటి దానికంటే భిన్నంగా కనిపిస్తుందా?

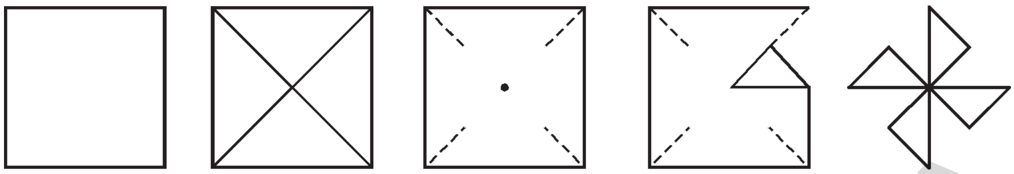
పై పటము భ్రమణము చేయుట ద్వారా A, B, C, D యొక్క స్థానాలు మార్పు చెందినవి. కానీ పటం యొక్క రూపంలో ఎలాంటి మార్పు జరగలేదని గమనించగలము కదా! కనుక ఈ పటమునకు 'భ్రమణ సౌష్టవము' కలదు అంటాము.

కృత్యము 2 : గాలిమరను తయారుచేద్దాం

- చతురస్రాకారపు కాగితమును తీసుకొనండి
- రెండు కర్ణముల వెంబడి మడవండి.
- కాగితం యొక్క ప్రతి శీర్షము నుండి, కర్ణము వెంబడి నాల్గవ వంతు దూరము వరకు కత్తిరించండి?
- కత్తిరించిన మూలలో ఒకటి మార్చి మరొక దానిని పటంలో చూపినట్లు మధ్యకు మడవండి.
- అన్ని మడిచిన చివరలను, అవసరమైతే అతికించండి కాగితం మధ్యబిందువు గుండా, ఒక పిన్ను సహాయంతో ఒక కర్రపుల్ల చివర గ్రుచ్చండి.

SCERT, TELANGANA

• Face it in the opposite direction of the wind. You will find it rotates



Now, let us rotate the wind-wheel by 90°. After each rotation of 90° you will see that the wind-wheel looks exactly the same. The wind-wheel has rotational symmetry.

Thus, if we rotate a figure, about a fixed point by a certain angle and the figure looks exactly the same as before, we say that the figure has rotational symmetry.

15.2.1 Angle of Rotational Symmetry

We know that the square has line symmetry and 4 axes of symmetry. Now, let us see if the square has rotational symmetry.

Consider a square as in Figure (i) with P as one of its corners with two axes of symmetry.

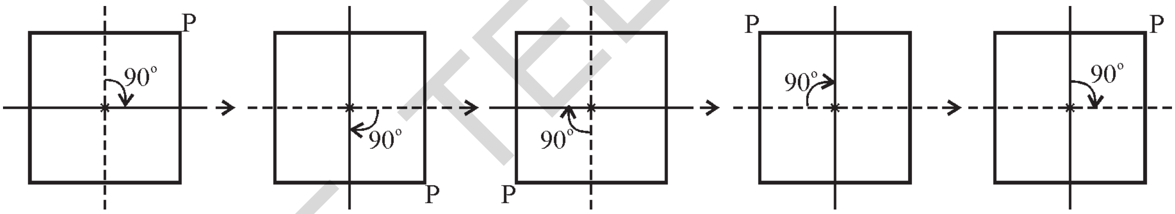


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4 Figure 5

Let Figure 1 represent the initial position of square.

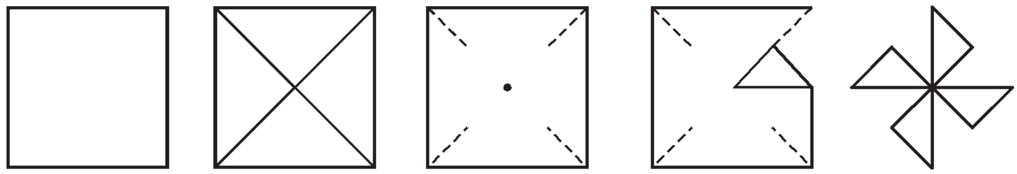
Rotate the square by 90 degrees about the centre. This quarter turn will lead to Figure 2. Note the position of P. In this way, rotate the square again through 90 degrees and you get Figure 3. When we complete four quarter turns, the square reaches its original position as in Figure 5. After each turn of 90°, the square looks exactly like it did in its original position. Hence, the square has rotational symmetry.

In the above activity all the positions in figure 2, figure 3, figure 4 and figure 5 obtained by the rotation of the first figure through 90^0 , 180^0, 270^0 and 360^0 look exactly like the original figure 1. Minimum of these i.e., 90^0 is called the angle of rotational symmetry.

The minimum angle rotation of a figure to get exactly the same figure as original is called the "angle of rotational symmetry" or "angle of rotation".

SCERT, TELANGANA

- ఇప్పుడు దీనిని వీచే గాలికి అభిముఖంగా ఉంచి చూడండి. అది తిరగడం గమనించండి.



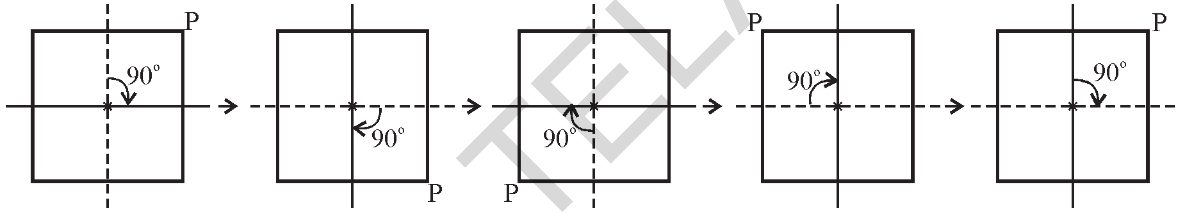
ఇప్పుడు ఈ గాలిమరను, 90^o భ్రమణం చేయించండి. ప్రతి 90^o భ్రమణానికి గాలిమర ఆకారం పూర్తిగా మొదటి ఆకారంతో పోలి ఉంటుంది. కనుక ఈ గాలిమర భ్రమణ సౌష్టవమును కలిగి ఉంది.

ఒక పటములోని మధ్యబిందువు గుండా పటాన్ని కొంత కోణము భ్రమణం చేయగా ఏర్పడు పటం మొదటి పటానికి సర్వసమానమయితే, ఆ పటం భ్రమణ సౌష్టవత కలిగియున్నది అంటాము.

15.2.1 భ్రమణ సౌష్టవ కోణము

చతురస్రమునకు రేఖీయ సౌష్టవత గలదని, దానికి 4 సౌష్టవాక్షములు గలవని మనకు తెలుసుకదా. ఇప్పుడు చతురస్రమునకు భ్రమణ సౌష్టవము కలదో లేదో పరిశీలిద్దాము.

పటము-1 లో వలె చతురస్రము యొక్క ఒక శీర్షమును P అని గుర్తించి, చతురస్రం యొక్క రెండు సౌష్టవాక్షములను గుర్తించండి.



పటం 1   పటం 2   పటం 3   పటం 4   పటం 5

పటము-1 చతురస్రము యొక్క తొలిస్థితిని తెలియజేస్తున్నదని అనుకొనుము.

చతురస్రమును దాని కేంద్రము గుండా 1/4 వ వంతు భ్రమణం అనగా 90^0 భ్రమణం చేయండి. ఇప్పుడు, పటం 2 లోని స్థితి ఏర్పడుతుంది. బిందువు P యొక్క స్థితిని గమనించండి. రెండవసారి 90^0 భ్రమణం చేయగా పటం 3 లోని స్థితి ఏర్పడుతుంది. అట్లే మరి రెండుసార్లు 90^0 భ్రమణములు చేయగా పటం 5 లోని స్థితి ఏర్పడుతుంది. ఇది పూర్తిగా తొలిస్థితియే.

పరిశీలించినట్లయితే ప్రతి 90^0 భ్రమణం తరువాత చతురస్రము యొక్క స్థితి పటం 1 లోని తొలి స్థితి వలె కనిపిస్తున్నది. అనగా చతురస్రము భ్రమణ సౌష్టవతను కలిగియున్నది.

పై కృత్యము నందు చతురస్రమును 90^0, 180^0, 270^0,360^0 భ్రమణములు చేయగా ఏర్పడిన స్థితులు పటము 2, పటము 3, పటము 4 మరియు పటము5లలో వలె ప్రతి ఒక్కటి పటము 1 లోని తొలిస్థితిని పోలి యున్నది. వీనిలోని కనిష్ఠ కోణము 90^0 లను చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణము అంటారు.

ఏదైనా ఒక పటమును ఏ కనీస కోణంతో భ్రమణము చేసినపుడు అది పూర్తిగా తొలిస్థితిని పోలి ఉంటుందో ఆ కోణమును ఆ పటము యొక్క 'భ్రమణ సౌష్టవ కోణము' అంటారు.

SCERT, TELANGANA

Do This

1. What is the angle of rotational symmetry of a square?
2. What is the angle of rotational symmetry of a parallelogram?
3. What is the angle of rotational symmetry of a circle?

15.2.2 Order of rotational symmetry

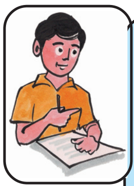
In the above activity, the angle of rotational symmetry of square is 90^0 and the figure is turned through the angle of rotational symmetry for 4 times before it comes to original position. Now we say that the square has rotational symmetry of order 4.

Consider an equilateral triangle. Its angle of rotational symmetry is 120^0. That means it has to be rotated 120^o about its centre for 3 times to get exactly the same position as the original one. So the order of rotational symmetry of a equilateral triangle is 3.

By these examples we conclude that the number of times a figure, rotated through its angle of rotational symmetry before it comes to original postion is called order of rotational symmetry.

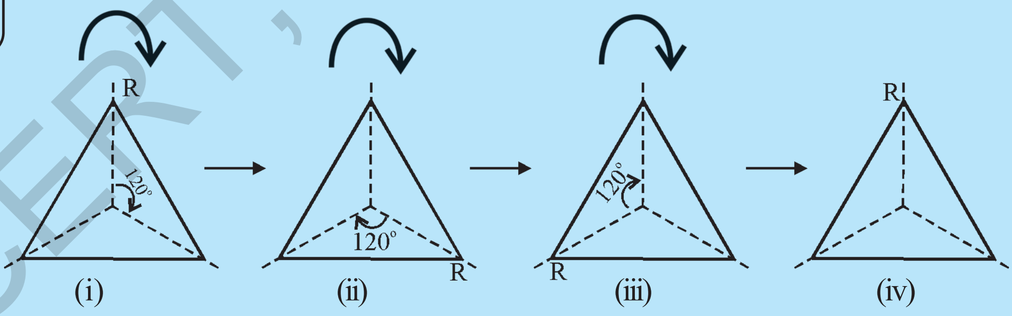
Let us conclude from the above examples

- The centre of rotational symmetry of a square is its intersection point of its diagonals.
- The angle of rotational symmetry for a square is 90^0.
- The order of rotational symmetry for a sqaure is 4.



Try This

1. (i) Can you now tell the order of rotational symmetry for an equilateral triangle.



(ii) How many lines of symmetry are there in each figure?

(iii) What is the angle between every adjacent axes?

2. Look around you. Name 5 objects having rotational symmetry.

Note: It is important to understand that all figures have rotational symmetry of order 1, as can be rotated completely through 360^o to come back to its original position. So we say that an object has rotational symmetry, only when the order of symmetry is more than 1.

SCERT, TELANGANA

ఇది చేయండి

1. చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణమెంత?
2. సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణమెంత?
3. వృత్తము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణమెంత?

15.2.2 భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము

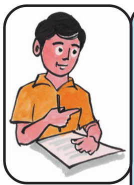
పై కృత్యము ద్వారా చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణము 90^0 అని తెలుసుకొన్నాము. అట్లే చతురస్రమును దాని భ్రమణ సౌష్టవ కోణంలో నాలుగు సార్లు భ్రమణం చేసినప్పుడు అది యథాస్థితికి వచ్చినదని కూడా తెలియుచున్నది. కనుక చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము 4 అంటాము.

ఒక సమబాహు త్రిభుజము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణము 120^0 అనగా సమబాహు త్రిభుజమును ఒక్కొక్కసారికి 120^0 చొప్పున 3 సార్లు భ్రమణం చేయగా అది దాని తొలిస్థితికి వస్తుంది అని తెలియుచున్నది. కనుక సమబాహు త్రిభుజం యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము 3.

పై ఉదాహరణల నుంచి, 'ఒక పటమును, దాని భ్రమణ సౌష్టవ కోణము గుండా ఎన్నిసార్లు భ్రమణం చేస్తే అది తన తొలిస్థితికి వస్తుందో ఆ సంఖ్యను పటం యొక్క 'భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణం' అంటారు అని నిర్వచింప వచ్చును.

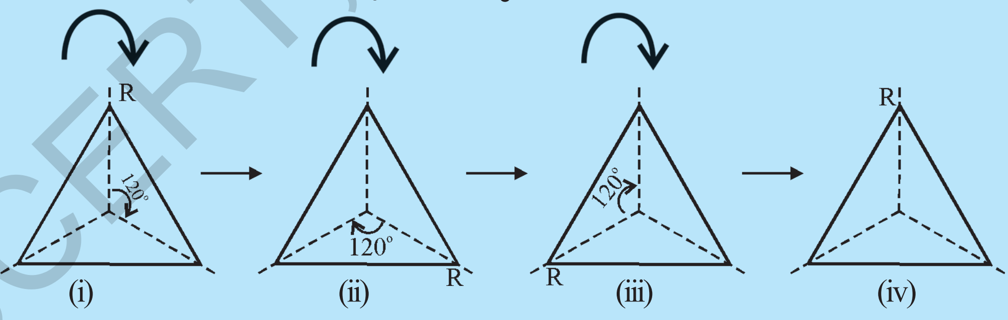
పై ఉదాహరణల నుండి సంగ్రహ పరచగా

- చతురస్ర కర్ణాల ఖండన బిందువు భ్రమణ కేంద్రము
- చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణము90^0
- చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము 4.



ప్రయత్నించండి

1. (i) సమబాహు త్రిభుజం యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము కనుగొనండి.



(ii) ప్రతి పటములో సౌష్టవాక్షములు ఎన్ని?

(iii) ప్రతి రెండు ఆసన్న (ప్రక్క ప్రక్క) సౌష్టవాక్షముల మధ్య కోణ మెంత?

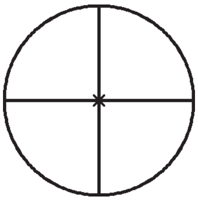
2. మీ పరిసరములను పరిశీలించి భ్రమణ సౌష్టవము గల ఏవైనా 5 వస్తువులను పేర్కొనండి.

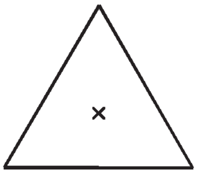
గమనిక : ప్రతి పటము 360^0 భ్రమణ చేసినపుడు అది దాని తొలి స్థితితో సర్వసమానత్వమును కలిగి ఉంటుంది. కావున అది పరిమాణము 1 గా గల భ్రమణ సౌష్టవము కలిగి ఉంటుంది అని చెప్పరాదు. ఏదైనా పటము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణం 1 కన్నా ఎక్కువ ఉన్నప్పుడు మాత్రమే ఆ పటము భ్రమణ సౌష్టవత కలిగియున్నది అంటాము.

SCERT, TELANGANA

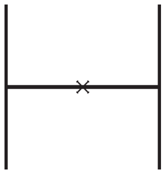
Exercise - 3

1. Which of the following figures have rotational symmetry of order more than 1?


(i)

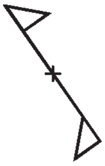

(ii)

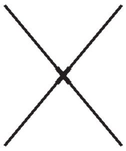
(iii)

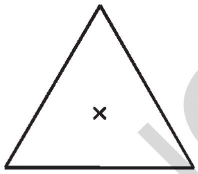

(iv)

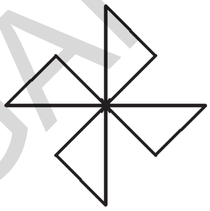
(v)

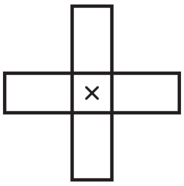
2. Give the order of rotational symmetry for each figure.

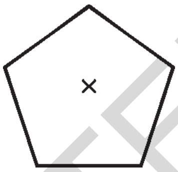

(i)

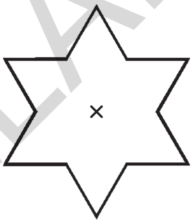

(ii)


(iii)


(iv)


(v)


(vi)


(vii)

(viii)

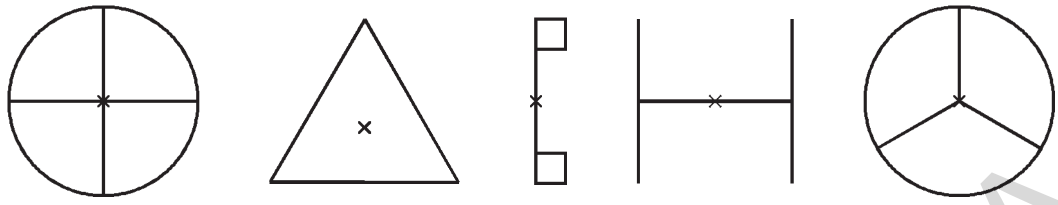
3. Draw each of the shapes given below and fill in the blanks.

Shape	Centre of Rotation (intersection of diagonals/ Intersection of axes of symmetry)	Angle of Rotation	Order of Rota -tion
Square			
Rectangle			
Rhombus			
Equilateral Triangle			
Regular Hexagon			
Circle			
Semi-circle			

SCERT, TELANGANA

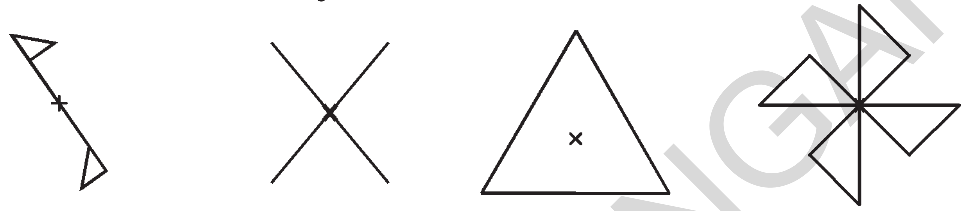
అభ్యాసం - 3

1. కింది పటములలో వేని యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణములు 1 కన్నా ఎక్కువ?

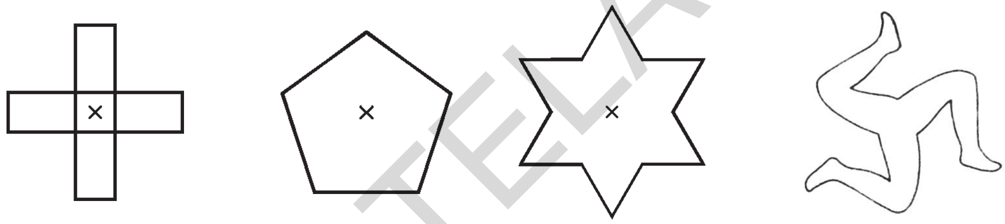


(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2. కింది పటముల యొక్క భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణములు రాయండి.



(i) (ii) (iii) (iv)



(v) (vi) (vii) (viii)

3. కింది పట్టికలో ఇవ్వబడిన పటాలను గీసి, పరిశీలనల ద్వారా పట్టికను పూరించండి.

పటము	భ్రమణ కేంద్రము (కర్ణముల ఖండన బిందువు/ సౌష్ఠవాక్షముల ఖండన బిందువు)	భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణము	భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణము
చతురస్రం			
దీర్ఘ చతురస్రము			
సమచతుర్భుజము			
సమబాహు త్రిభుజం			
క్రమ షడ్భుజి			
వృత్తము			
అర్ధవృత్తము			

SCERT, TELANGANA

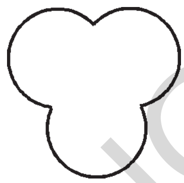
15.3 Line symmetry and rotational symmetry

By now you must have realised that some shapes only have line symmetry and some have only rotational symmetry (of order more than 1) and some have both. Squares and equilateral triangles have both line and rotational symmetry. The circle is the most perfect symmetrical figure, because it can be rotated about its centre through any angle and it will look the same. A circle also has unlimited lines of symmetry.

Example 1 : Which of the following shapes have line symmetry? Which have rotational symmetry?

(i)

(ii)


(iii)

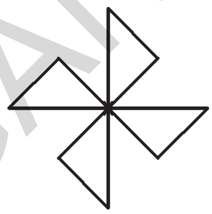

(iv)

Figure	Line symmetry	Rotational symmetry
1.	Yes	No
2.	No	Yes
3.	Yes	Yes
4.	No	Yes

Activity 3 :

- Take a square shaped paper.
- Fold it in the middle vertically first, then horizontally.
- Then fold along a diagnal such that the paper takes a triangular shape (Figure 4).
- Cut the folded edges as shown in the figure or as you wish (Figure 5).
- Now open the piece of paper.

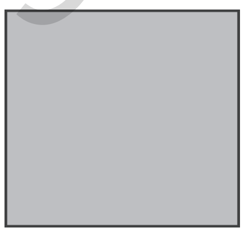


Figure 1

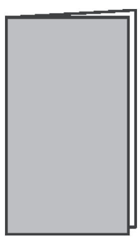


Figure 2

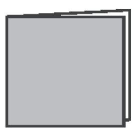


Figure 3

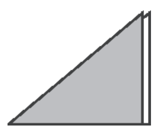


Figure 4

Figure 5

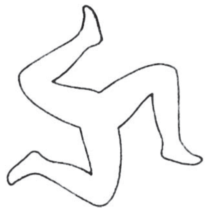
SCERT, TELANGANA

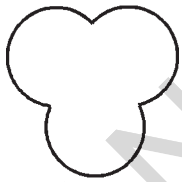
15.3 రేఖీయ సౌష్ఠవము, భ్రమణ సౌష్ఠవము

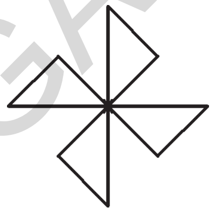
ఇప్పటి వరకు సాగిన చర్చను బట్టి కొన్ని పటములు రేఖీయ సౌష్ఠవమును మాత్రము, కొన్ని పటములు భ్రమణ సౌష్ఠవమును మాత్రము, కొన్ని పటములు రెండు సౌష్ఠవములను కలిగియుంటాయని అర్థం చేసుకొని ఉంటారు. చతురస్రాలు, సమబాహు త్రిభుజాలు రేఖీయ మరియు భ్రమణ సౌష్ఠవతలు కలిగియుంటాయి. వృత్తము సంపూర్ణ సౌష్ఠవము గల రేఖా పటము. ఎంత కోణము భ్రమణమునకు అయినా వృత్తము భ్రమణ సౌష్ఠవతను కలిగి యుంటుంది. అనగా వృత్తమునకు సౌష్ఠవాక్షముల సంఖ్య అనంతము, భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణము అనంతము.

ఉదాహరణ 1 : క్రింది ఆకారములలో ఏవి రేఖీయ సౌష్ఠవతను కలిగియున్నవి? ఏవి భ్రమణ సౌష్ఠవతను కలిగియున్నవి.

(i)


(ii)

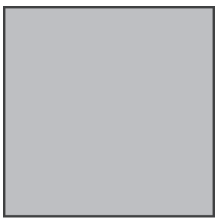

(iii)

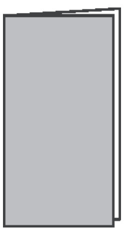

(iv)

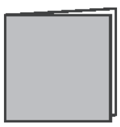
పటము	రేఖీయ సౌష్ఠవము	భ్రమణ సౌష్ఠవము
1.	కలదు	లేదు
2.	లేదు	కలదు
3.	కలదు	కలదు
4.	లేదు	కలదు

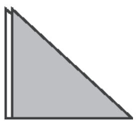
కృత్యము 3

- చతురస్రాకారపు కాగితమును తీసుకొనండి.
- దానిని మధ్యగా నిలువుగా, తరువాత అడ్డముగా మడవండి.
- మడచిన అంచులు కలుసుకొనునట్లు ఐ మూలగా (కర్ణం వెంబడి) మరొకసారి మడవండి (పటం 4).
- పటంలో చూపిన విధంగా మడిచిన అంచుల వెంట కత్తిరించండి (పటం 5).
- కాగితం మడతలు విప్పి చూడండి.


పటం 1

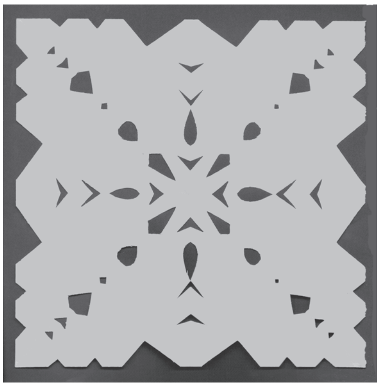

పటం 2


పటం 3


పటం 4

పటం 5

SCERT, TELANGANA



(i) Does this paper (after design cut) has line symmetry? If it has then how many lines of symmetry?

(ii) Does this paper has rotational symmetry?

Exercise - 4

1. Some english alphabets have fascinating symmetrical structures. Which capital letters have only one line of symmetry (like E)? Which capital letters have rotational symmetry of order 2 (like I)?

Examine and fill the following table, thinking along such lines.

Alphabets	Line symmetry	Number of lines symmetry	Rotational symmetry	Order of rotational symmetry
Z	No	0	Yes	2
S				
H				
O				
E	Yes	1	No	-
N				
C				

Home Project

Collect pictures of symmetrical figures from newspapers, magazines and advertisement pamphlets. Draw the axes of symmetry over them. Classify them.

SCERT, TELANGANA

(i) ఈ కాగితము (డిజైను కత్తిరించిన కాగితము) రేఖీయ సౌష్ఠవతను కలిగి ఉన్నదా? ఉంటే ఎన్ని సౌష్ఠవాక్షములు?

(ii) ఈ కాగితము భ్రమణ సౌష్ఠవతను కలిగి ఉన్నదా?

అభ్యాసం - 4

1. ఆంగ్లమునందు కొన్ని పెద్ద అక్షరములు అందమైన సౌష్ఠవమును కలిగి ఉంటాయి. ఏయే అక్షరములు ఒక్క సౌష్ఠవాక్షమును కలిగి ఉంటాయో ('E' లాగా) వ్రాయండి. ఏయే అక్షరములు 2 పరిమాణం గల భ్రమణ సౌష్ఠవమును కలిగి ఉన్నాయి ('I' లాగా)?

పరిశీలించి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

అక్షరము	రేఖీయ సౌష్ఠవము	సౌష్ఠవ అక్షముల సంఖ్య	భ్రమణ సౌష్ఠవము	భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణం
Z	లేదు	0	కలదు	2
S				
H				
O				
E	కలదు	1	లేదు	
N				
C				

ప్రాజెక్టు పని

వార్తాపత్రికలు, వారపత్రికలు, ప్రకటనల కరపత్రముల నుండి సౌష్ఠవ పటములను సేకరించి వాటి సౌష్ఠవాక్షములను గీయండి. వర్గీకరించండి.

SCERT, TELANGANA

Looking Back

- The line which divides a figure into two identical parts is called the line ofsymmetry or axis of symmetry.
- An object can have one or more than one lines of symmetry or axes of symmetry.

J1S6G7

- If we rotate a figure, about a fixed point by a certain angle and the figure looks exactly the same as before, we say that the figure has rotational symmetry.
- The minimum angle rotation of a figure to get exactly the same figure as original is called the "angle of rotational symmetry" or "angle of rotation".
- All figures have rotational symmetry of order 1, as can be rotated completely through 360º to come back to their original position. So we say that an object has rotational symmetry only when the order of symmetry is more than 1.
- Some shapes only have line symmetry and some have only rotational symmetry and some have both. Squares, equilateral triangles and circles have both line and rotational symmetry.

SCERT, TELANGANA

మనం నేర్చుకున్నవి

- ఒక పటమును రెండు సర్వసమాన విభాగములుగా విభజించునట్లుగా పటము మధ్య గీయదగు రేఖను ఆ పటము యొక్క 'సౌష్ఠవరేఖ' లేక 'సౌష్ఠవాక్షము' అంటాము.
- కొన్ని పటములకు ఒకటి, లేక అంతకన్నా ఎక్కువ సౌష్ఠవరేఖలు లేక సౌష్ఠవాక్షములు ఉంటాయి.
- ఒక పటంలోని మధ్యబిందువు గుండా పటాన్ని కొంత కోణములో భ్రమణము చేయించగా ఏర్పడు పటము మొదటి పటానికి సర్వసమానమయితే ఆ పటము భ్రమణ సౌష్ఠవము కలిగియున్నది అంటాము.

D2C2W9

- ఒక పటమును ఏ కనీస కోణముతో భ్రమణం చేసినప్పుడు అది పూర్తిగా తొలి స్థితిని పోలి ఉంటుందో ఆ కోణమును పటం యొక్క 'భ్రమణ సౌష్ఠవ కోణం' అంటాము.
- ప్రతి పటము 360^o భ్రమణము చేసినపుడు, అది దాని తొలి స్థానముతో సర్వసమానత్వమును కలిగి ఉంటుంది. కావున అది 1 పరిమాణంగా గల భ్రమణ సౌష్ఠవము కలిగి ఉంటుంది అని చెప్పరాదు. ఏదయినా పటము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణం 1 కన్నా ఎక్కువ ఉన్నప్పుడు మాత్రమే ఆ పటము భ్రమణ సౌష్ఠవత కలిగియున్నది అంటాము.
- కొన్ని ఆకారములు రేఖీయ సౌష్ఠవతను మాత్రము, కొన్ని ఆకారములు భ్రమణ సౌష్ఠవతను మాత్రము, కొన్ని ఆకారములు రెండింటిని కలిగియుంటాయి. చతురస్రాలు, సమబాహు త్రిభుజాలు మరియు వృత్తాలు రేఖీయ మరియు భ్రమణ సౌష్ఠవతలు కలిగియుంటాయి.

SCERT, TELANGANA

10 - Algebraic Expressions

Exercise - 1

(1) (i) $3n$ (ii) $2n$

(2) (i) • In fig. 4 number of coloured tiles will be 4 on each side.

• In fig. 5 number of coloured tiles will be 5 on each side.

(ii) Algebraic expression for the pattern = 4n ; 4, 8, 12, 16, 20 . . . . . expression = 4n

(iii) Algebraic expression for the pattern = 4n + 1 ; 9, 13, 17, 21 . . .. expression = 4n + 1

(3) (i) $p + 6$ (ii) $x - 4$ (iii) $y - 8$ (iv) $-5q$ (v) $y \div 4$ or $\frac{y}{4}$

(vi) $\frac{1}{4}$ of pq or $\frac{pq}{4}$ (vii) $3z+5$ (viii) $10+5x$ (ix) $2y - 5$ (x) $10y + 13$

(4) (i) ' 3 more than x' or 3 is added to x (ii) 7 is substracted from 'y'

(iii) l is multiplied by 10. (iv) x is divided by 5

(v) m is multiplied by 3 and added to 11

(vi) y is multiplied by 2 and subtracted 5 or 5 is subtracted from 2 times of y.

(5) (i) Constant (ii) Variable (iii) Constant (iv) Variable

Exercise - 2

(1) (i) $(a^2, -2a^2)$ (ii) $(-yz, 2zy)$ (iii) $(-2xy^2, 5y^2x)$ (iv) $(7p, -2p, 3p)$ and $(8pq, -5pq)$

(2) Algebaric expression : Problem Numbers : i, ii, iv, vi, vii,ix, xi

Numerical expression : Problem Numbers : iii, v, viii, x

(3) Monomial i, iv, vi ; binomial : ii, v, vii ; trinomial : iii, viii, ix, multinomial : x

(4) (i) 1 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4 (v) 2 (vi) 3 (5) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 3

(v) 4 (vi) 2 (6) $xy + yz$ $2x^2 + 3x + 5$

Exercise - 3

(1) $3a + 2a = 5a$ (2) (i) $13x$ (ii) $10x$ (3) (i) $3x$ (ii) $-6p$ (iii) $11m^2$

(4) (i) -1 (ii) 4 (iii) -2 (5) -9 (6) $2x^2 + 11x - 9, -23$ (7) (i) 3 (ii) 5 (iii) -1

(8) 54 cm × cm = 54 cm² (9) ₹. 90

(10) $s = \frac{d}{t} = \frac{135\,mt}{10\,sec} = \frac{27}{2}\,mt./Sec.,$ or $13\frac{1}{2}\,mt./Sec.,$ or $13.5\,mt./Sec.,$

Exercise - 4

(1) (i) $-5x^2 + xy + 8y^2$ (ii) $10a^2 + 7b^2 + 4ab$ (iii) $7x + 8y - 7z$ (iv) $-4x^2 - 5x$

(2) $7x + 9$ (3) $18x - 2y$ (4) $5a + 2b$

(5) (i) a+2b (ii) (2x+3y+4z) (iii) $(-4ab - 8b^2)$ (iv) $4pq - 15p^2 - 2q^2$

SCERT, TELANGANA

10 – బీజీయ సమాసాలు

అభ్యాసం – 1

(1) (i) $3n$ (ii) $2n$

(2) (i) • పటం–4 లో ప్రతి వైపు 4 రంగుల టైల్స్ ఉంటాయి.

• పటం – 5లో ప్రతి వైపు 5 రంగుల టైల్స్ ఉంటాయి.

(ii) అమరిక ఆధారంగా బీజీయ సమాసం = 4n ; 4, 8, 12, 16, 20 . . . సమాసం = 4n

(iii) అమరిక ఆధారంగా బీజీయ సమాసం = 4n + 1 ; 9, 13, 17, 21 ... సమాసం = 4n + 1

(3) (i) $p+6$ (ii) $x-4$ (iii) $y-8$ (iv) $-5q$ (v) $y \div 4$ లేక $\frac{y}{4}$

(vi) pq లో $\frac{1}{4}$ లేక $\frac{pq}{4}$ (vii) $5z+5$ (viii) $10+5x$ (ix) $2y-5$ (x) $13+10y$

(4) (i) x కన్నా 3 ఎక్కువ లేక xకు మూడు కలుపగా (ii) y కన్నా 7 తక్కువ లేక y నుండి 7 నుతీసివేయగా

(iii) 10 చే lను గుణించగా (iv) 5 చే x ను భాగించగా

(v) 3 తో m ను గుణించి 11ను కూడగా

(vi) 2తో y ను గుణించి 5ను తీసివేయగా లేక y యొక్క రెట్టింపు విలువ నుండి 5ను తీసివేయగా

(5) (i) స్థిరరాశి (ii) చరరాశి (iii) స్థిరరాశి (iv) చరరాశి

అభ్యాసం – 2

(1) (i) $(a^2, -2a^2)$ (ii) $(-yz, 2zy)$ (iii) $(-2xy^2, 5y^2x)$ (iv) $(7p, -2p, 3p)$ and $(8pq, -5pq)$

(2) బీజీయ సమాసాలు : లెక్క నెంబర్లు : i, ii, iv, vi, vii,ix, xi

సంఖ్యా సమాసాలు : లెక్క నెంబర్లు iii, v, viii, x

(3) ఏకపది i, iv, vi ; ద్విపది : ii, v, vii ; త్రిపది : iii, viii, ix బహుళపది: x

(4) (i) 1 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4 (v) 2 (vi) 3 (5) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 3

(v) 4 (vi) 2 (6) $xy+yz$ $2x^2+3x+5$

అభ్యాసం – 3

(1) $3a+2a=5a$ (2) (i) $13x$ (ii) $10x$ (3) (i) $3x$ (ii) $-6p$ (iii) $11m^2$

(4) (i) -1 (ii) 4 (iii) -2 (5) -9 (6) $2x^2+11x-9$; -23 (7) (i) 3 (ii) 5 (iii) -1

(8) 54 సెం.మీ. × సెం.మీ. = 54 సెం.మీ.^{2} (9) ₹. 90

(10) $s=\frac{d}{t}=\frac{135 \text{ మీ.}}{10 \text{ సె.}}=\frac{27}{2}$ మీ./సెకను. లేక $13\frac{1}{2}$ మీ./సెకను. లేక 13.5 మీ./సెకను

అభ్యాసం – 4

(1) (i) $-5x^2+xy+8y^2$ (ii) $10a^2+7b^2+4ab$ (iii) $7x+8y-7z$ (iv) $-4x^2-5x$

(2) $7x+9$ (3) $18x-2y$ (4) $5a+2b$

(5) (i) a+2b (ii) (2x+3y+4z) (iii) $(-4ab-8b^2)$ (iv) $4pq-15p^2-2q^2$

SCERT, TELANGANA

(v) $-5x^2+3x+10$ (vi) $2x^2 - 2xy - 5y^2$ (vii) $3m^3 + 4m^2 + 7m - 7$

(6) $7x^2 + xy - 6y^2$ (7) $4x^2-3x-2$ (8) $4x^2 - 3y^2 - xy$ (9) $2a^2 + 14a + 5$

(10) (i) $22x^2 + 12y^2 + 8xy$ (ii) $-14x^2 - 10y^2 - 20xy$ or $-(14x^2 + 10y^2 + 20xy)$

(iii) $20x^2 + 5y^2 - 4xy$ (iv) $-8y^2 - 32x^2 - 30xy$

11 - Exponents

Exercise - 1

1. (i) Base = 3, exponent = 4, $3 \times 3 \times 3 \times 3$ (ii) Base = $7x$, exponent=2, $7 \times x \times 7 \times x$
(iii) Base = 5ab, exponent = 3, $5 \times 5 \times 5 \times a \times a \times a \times b \times b \times b$
(iv) Base = 4y, exponent = 5, $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times y \times y \times y \times y \times y$

2. (i) 7^5 (ii) $3^3 \times 5^4$ (iii) $2^3 \times 3^4 \times 5^3$

3. (i) $2^5 \times 3^2$ (ii) 2×5^4 (iii) $2 \times 3^2 \times 5^3$ (iv) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ (v) $2^5 \times 3 \times 5^2$

4. (i) 3^2 (ii) 3^5 (iii) 2^8 5. (1) 17 (ii) 31 (iii) 25 (iv) 1

Exercise - 2

(1) (i) 2^{14} (ii) 3^{10} (iii) 5^5 (iv) 9^{30} (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ (vi) 3^{20}

(vii) 3^4 (viii) 6^4 (ix) 2^{9a} (x) 10^6 (xi) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{10} = \frac{(-5)^{10}}{6^{10}} = \frac{5^{10}}{6^{10}}$ (xii) 2^{10a+10} (xiii) $\frac{2^5}{3^5}$

(xiv) 15^3 (xv) -4^3 (xvi) $\frac{1}{9^8}$ (xvii) $\frac{1}{6^4}$ (xviii) -7^{15} (xix) 6^{16} (x i x)

a^{x+y+z} (2) 3^{10} (3) 2 (4) 2 (5) 1

(6) (i) true (2+11=13) (ii) false (iii) true (iv) true (v) false (vi) fasle (vii) true

Exercise - 3

(i) $3.84 \times 10^8 m$ (ii) 1.2×10^{10} (iii) $3 \times 10^{20} m$ (iv) $1.353 \times 10^9 km^3$

12 - Quadrilaterlals

Exercise - 1

(1) (i) Sides: $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{SP}$ Angles: $\angle$SPQ, $\angle$PQR, $\angle$QRS, $\angle$RSP

Vertices: P, Q, R, S diagnals: $\overline{PR}$, $\overline{QS}$

(ii) Pairs of adjacent sides $\overline{PQ}, \overline{QR}$; $\overline{QR}, \overline{RS}$; $\overline{RS}, \overline{SP}$ and $\overline{SP}, \overline{PQ}$

Pairs of adjacent angles: $\angle$SPR, $\angle$RSP; $\angle$RSP, $\angle$QRS; $\angle$QRS, $\angle$PQR and $\angle$PQR, $\angle$SPQ

SCERT, TELANGANA

(v) $-5x^2+3x+10$ (vi) $2x^2-2xy-5y^2$ (vii) $3m^3+4m^2+7m-7$

(6) $7x^2+xy-6y^2$ (7) $4x^2-3x-2$ (8) $4x^2-3y^2-xy$ (9) $2a^2+14a+5$

(10) (i) $22x^2+12y^2+8xy$ (ii) $-14x^2-10y^2-20xy$ or $-(14x^2+10y^2+20xy)$

(iii) $20x^2+5y^2-4xy$ (iv) $-8y^2-32x^2-30xy$

11 – ఘాతాంకాలు

అభ్యాసం – 1

1. (i) ఆధారము = 3, ఘాతాంకము = 4; $3\times3\times3\times3$ (ii) ఆధారము = $7x$, ఘాతాంకము = 2; $7\times x\times 7\times x$ (iii) ఆధారము = 5ab, ఘాతాంకము = 3; $5\times5\times5\times a\times a\times a\times b\times b\times b$ (iv) ఆధారము = 4y, ఘాతాంకము = 5; $4\times4\times4\times4\times4\times y\times y\times y\times y\times y$

2. (i) 7^5 (ii) $3^3\times5^4$ (iii) $2^3\times3^4\times5^3$

3. (i) $2^5\times3^2$ (ii) 2×5^4 (iii) $2\times3^2\times5^3$ (iv) $2^4\times3^2\times5^2$ (v) $2^5\times3\times5^2$

4. (i) 3^2 (ii) 3^5 (iii) 2^8 5. (1) 17 (ii) 31 (iii) 25 (iv) 1

అభ్యాసం – 2

(1) (i) 2^{14} (ii) 3^{10} (iii) 5^5 (iv) 9^{30} (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ (vi) 3^{20}

(vii) 3^4 (viii) 6^4 (ix) 2^{9a} (x) 10^6 (xi) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{10}=\frac{(-5)^{10}}{6^{10}}=\frac{5^{10}}{6^{10}}$

(xii) 2^{10a+10} (xiii) $\frac{2^5}{3^5}$ (xiv) 15^3 (xv) -4^3 (xvi) $\frac{1}{9^8}$ (xvii) $\frac{1}{6^4}$

(xviii) -7^{15} (xix) 6^{16} (xix) a^{x+y+z} (2) 3^{10} (3) 2 (4) 2 (5) 1

(6) (i) సత్యం (2+11=13) (ii) అసత్యం (iii) సత్యం (iv) సత్యం (v) అసత్యం (vi) అసత్యం (vii) సత్యం

అభ్యాసం – 3

(i) 3.84×10^8 మీ. (ii) 1.2×10^{10} (iii) 3×10^{20} మీ. (iv) 1.353×10^9 కి.మీ.^{3}

12 – చతుర్భుజాలు

అభ్యాసం – 1

(1) (i) భుజాలు : $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{SP}$ కోణాలు : $\angle SPQ$, $\angle PQR$, $\angle QRS$, $\angle RSP$

శీర్షాలు : P, Q, R, S కర్ణాలు : $\overline{PR}$, $\overline{QS}$

(ii) ఆసన్న భుజాల జతలు $\overline{PQ}, \overline{QR}$; $\overline{QR}, \overline{RS}$; $\overline{RS}, \overline{SP}$ మరియు $\overline{PQ}, \overline{SP}$

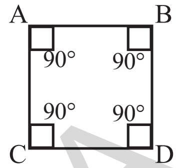
ఆసన్న కోణాల జతలు : $\angle SPQ$, $\angle RSP$; $\angle RSP$, $\angle QRS$; $\angle QRS$, $\angle PQR$ మరియు $\angle PQR$, $\angle SPQ$

SCERT, TELANGANA

Pairs of opposite sides : $\overline{PS}$, $\overline{QR}$ and $\overline{QP}$, $\overline{RS}$

Pairs of opposite angles: $\angle$SPQ, $\angle$QRS and $\angle$RSP, $\angle$PQR

(2) 100° (3) 48°, 72°, 96°, 144° (4) 90°, 90°, 90°, 90°



(5) 75°, 85°, 95°, 105°

(6) Angle of the quadrilateral cannot be 180°

Exercise - 2

(1) (i) false (ii) true (iii) true (iv) false (v) false (vi) true (vii) true (viii) true

(2) (i) Since it has 4 sides (ii) Since opposite sides in a square are parallel

(iii) Since diagonals of a square are perpendicular bisectors

(iv) Since opposite sides of a square are of equal length.

(3) $\angle$DAB = 140°, $\angle$BCD = 140°, $\angle$CDA = 40° (4) 50°, 130°, 50°, 130°

(5) It has 4 sides and one pair of parallel sides; EA, DR (6) 1

(7) Opposite angles are not equal. (8) 15 cm, 9cm, 15cm, 9cm

(9) No, Rhombus should have equal length of sides (10) $\angle C = 150^{\circ}$, $\angle D = 150^{\circ}$

(11) (i) Rhombus (ii) Squrare (iii) 180° - x°

(iv) equal/congruent (v) 10 (vi) 90°

(vii) 0 (viii) 10 (ix) 45

13 - Area and Perimeter

Exercise - 1

(1) 2(l+b); a^2 (2) 60 cm; 22cm; 484 cm^2 (3) 280cm^2; 68cm; 18cm; 216cm^2; 10cm; 50cm

Exercise - 2

(1) (i) 28cm^2 (ii) 15cm^2 (iii) 38.76cm^2 (iv) 24cm^2 (2) (i) 91.2cm^2 (ii) 11.4cm

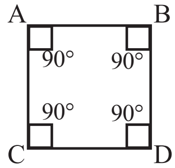
(3) 42cm ; 30cm (4) 8cm ; 24cm (5) 30m, 12m (6) 80m

SCERT, TELANGANA

అభిముఖ భుజాల జతలు : $\overline{PS}$, $\overline{QR}$ మరియు $\overline{QP}$, $\overline{RS}$

అభిముఖ కోణాల జతలు : $\angle SPQ$, $\angle QRS$ మరియు $\angle RSP$, $\angle PQR$

(2) 100° (3) 48°, 72°, 96°, 144° (4) 90°, 90°, 90°, 90°



(5) 75°, 85°, 95°, 105°

(6) చతుర్భుజంలోని ఏ ఒక్క కోణం 180^0 గా ఉండదు.

అభ్యాసం - 2

(1) (i) అసత్యం (ii) సత్యం (iii) సత్యం (iv) అసత్యం (v) అసత్యం (vi) సత్యం (vii) సత్యం (viii) సత్యం

(2) (i) ఇది 4 భుజాలను కల్గి ఉంటుంది (ii) చతురస్రంలోని అభిముఖ భుజాలు సమాంతరం

(iii) చతురస్రంలో కర్ణాలు పరస్పరం లంబసమద్విఖండన మవుతాయి.

(iv) చతురస్రంలో అభిముఖ భుజాలు సమాన పొడవు ఉంటాయి.

(3) $\angle DAB = 140°$, $\angle BCD = 140°$, $\angle CDA = 40°$ (4) 50°, 130°, 50°, 130°

(5) ఇది 4 భుజాలు మరియు ఒక జత సమాంతర భుజాలు కల్గి ఉన్నాయి. అవి •$\overline{EA}$, $\overline{DR}$ (6) 1

(7) అభిముఖ కోణాలు సమానం కావు (8) 15 సెం.మీ, 9 సెం.మీ, 15 సెం.మీ, 9 సెం.మీ

(9) కాదు; రాంబస్‌లో ఎప్పుడూ కూడా భుజాల పొడవులు సమానం (10) $\angle C = 150°$, $\angle D = 150°$

(11) (i) సమచతుర్భుజం (ii) చతురస్రం (iii) $180° - x°$

(iv) రెండు సర్వసమాన (v) 10 (vi) 90°

(vii) 0 (viii) 10 (ix) 45

13 - వైశాల్యం - చుట్టుకొలత

అభ్యాసం - 1

(1) 2(l+b); a^2 (2) 60 సెం.మీ; 22 సెం.మీ; 484 సెం.మీ^{2}

(3) 280 సెం.మీ^{2}; 68 సెం.మీ; 18 సెం.మీ; 216 సెం.మీ^{2}; 10 సెం.మీ; 50 సెం.మీ

అభ్యాసం - 2

(1) (i) 28 సెం.మీ (ii) 15 సెం.మీ^{2} (iii) 38.76 సెం.మీ^{2}

(iv) 24 సెం.మీ^{2} (2) (i) 91.2 సెం.మీ^{2} (ii) 11.4 సెం.మీ

(3) 42 సెం.మీ ; 30 సెం.మీ (4) 8సెం.మీ ; 24సెం.మీ (5) 30 మీ, 12 మీ (6) 80 మీ

SCERT, TELANGANA

Exercise - 3

(1) (i) $20cm^2$ (ii) $12cm^2$ (iii) $20.25cm^2$ (iv) $12cm^2$ (2) (i) $12cm^2$ (ii) 3cm

(3) $30cm^2$; 4.62 cm (4) $27cm^2$; 7.2 cm

(5) $64cm^2$; Yes ; ΔBEC, ΔBAE and ΔCDE are three triangles drawn between the two parallel lines BC and AD, BC = AE+ED

(6) Ramu in ΔPQR, PR is the base, because $QS \perp PR$. (7) 40 cm (8) 20 cm ; 40cm
(9) 20 cm (10) $800cm^2$ (11) $160cm^2$ (12) $192cm^2$ (13) 18 cm ; 12cm

Exercise - 4

(1) (i) $20cm^2$ (ii) $24cm^2$ (2) $96cm^2$; 150 mm : $691.2m^2$ (3) 18cm (4) ₹506.25

Exercise - 5

(1) (i) 220cm (ii) 26.4cm (iii) 96.8 cm (2) (i) 55m (ii) 17.6 m (iii) 15.4m

(3) (i) (a) 50.24 cm (b) 94.2 cm (c) 125.6 cm (ii) 7 cm (4) 42 cm

(5) 10.5 cm (6) 3 times (7) 3 : 4 (8) 1.75cm (9) 94.20 cm (10) 39.25 cm

Exercise - 6

(1) $475m^2$ (2) $195.5m^2$; $29.5m^2$ (3) 624 m^2 (4) 68 m^2 (5) 9900 m^2 ; $200100m^2$

14 - Understanding 3D and 2D Shapes

Exercise - 1

(1) Sphere: Foot ball, Cricket ball, Laddu

Cylinder: Drum, Biscuit pack, Log, Candle

Pyramid: Pyramid ; Cuboid: Match box, Brick, Biscuit pack

Cone : Ice-cream, Joker Cap ; Cube: Dice, Carton

(2) (i) Cone: Ice-cream, upper part of a funnel (ii) Cube: Dice, Carton

(iii) Cuboid: Duster, Brick (iv) Sphere: Ball, Marble (v) Cylinder: Pencil, Pype.

SCERT TELANGANA

అభ్యాసం - 3

(1) (i) 20 సెం.మీ^{2} (ii) 12 సెం.మీ^{2} (iii) 20.25సెం.మీ^{2} (iv) 12సెం.మీ (2) (i) 12సెం.మీ^{2} (ii) 3సెం.మీ

(3) 30 సెం.మీ^{2} ; 4.62 సెం.మీ (4) 27సెం.మీ^{2} ; 7.2 సెం.మీ

(5) 64 సెం.మీ^{2} ; అవును ; Δ BEC, Δ BAE మరియు ΔCDE లు సమాంతర రేఖల మధ్య గీయబడిన రెండు త్రిభుజాలు.

రేఖలు BC మరియు AD, BC = AE+ED

(6) రాము; ΔPQR లో PR భూమి. ఎందుకనగా QS$\perp$PR. (7) 40 సెం.మీ

(8) 20 సెం.మీ 40 సెం.మీ; (9) 20 సెం.మీ (10) 800 సెం.మీ^{2} (11) 160 సెం.మీ^{2}

(12) 192సెం.మీ^{2} (13) 18 సెం.మీ ; 12 సెం.మీ

అభ్యాసం - 4

(1) (i) 20 సెం.మీ^{2} (ii) 24 సెం.మీ^{2} (2) 96 సెం.మీ^{2} ; 150 మి.మీ. : 691.2 మీ^{2}

(3) 18 సెం.మీ (4) ₹ 5062.50

అభ్యాసం - 5

(1) (i) 220 సెం.మీ (ii) 26.4 సెం.మీ (iii) 96.8 సెం.మీ (2) (i) 55మీ (ii) 17.6 మీ (iii) 15.4మీ

(3) (i) (a) 50.24 సెం.మీ (b) 94.2 సెం.మీ (c) 125.6 సెం.మీ (ii) 7 సెం.మీ (4) 42 సెం.మీ

(5) 10.5 సెం.మీ (6) 3 మార్లు (7) 3:2 (8) 1.75 సెం.మీ (9) 94.20 సెం.మీ (10) 39.25 సెం.మీ

అభ్యాసం - 6

(1) 475మీ^{2} (2) 195.5మీ^{2};29.5మీ^{2} (3) 304 మీ^{2} (4) 68 మీ^{2} (5) 9900 మీ^{2} ; 200100మీ^{2}

14 - త్రిమితీయ మరియు ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన

అభ్యాసం -1

(1) గోళం: ఫుట్ బాల్, క్రికెట్ బంతి, లడ్డు,

స్థూపం : డ్రమ్ము, బిస్కెట్‌ప్యాకెట్, దుంగ (కర్ర), క్యాండిల్

పిరమిడ్ : పిరమిడ్; దీర్ఘ ఘనం : అగ్గిపెట్టె, ఇటుక, బిస్కట్ ప్యాక్

శంఖం : ఐస్‌క్రీం, చిప్పుబుడ్డి, ఘనం : డైస్, అట్టపెట్టె

(2) (i) శంఖం: ఐస్‌క్రీం, గౌర పై భాగం (ii) ఘనం: డైస్, అట్టపెట్టె

(iii) దీర్ఘఘనం : డస్టరు, ఇటుక (iv) గోళం : బంతి, గోళాలు; (v) స్థూపం : పెన్సిలు, పైపు

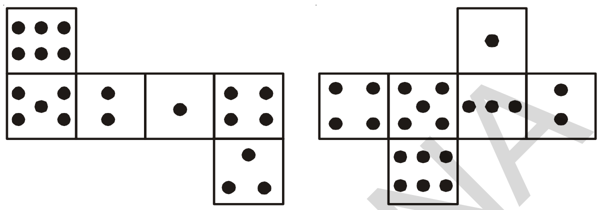
SCERT, TELANGANA

(3)

	Cube	Cuboid	Pyramid
Faces	6	6	5
Edges	12	12	8
Vertices	8	8	5

Exercise - 2

(1) Do activity (2) i) C ii) a (3)



Exercise - 4

(1) A ball : a circle.

A Cylindrical pipe : a rectangle.

A book : a rectangle.

(2) (i) Spherical / Circular objects

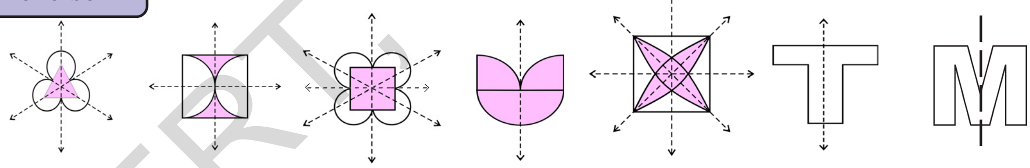
(ii) Cube / Square sheets

(iii) Triangular shapes or Right prism with triangular base.

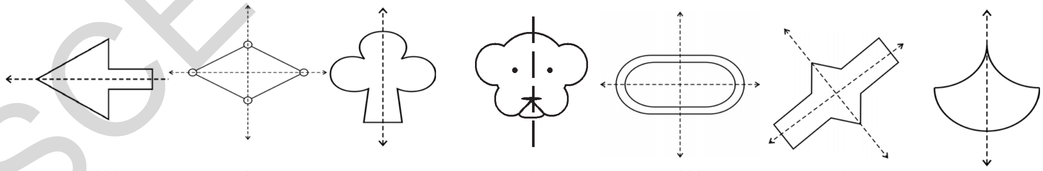
(iv) Cylinder / Rectangle sheets.

15 - Symmetry

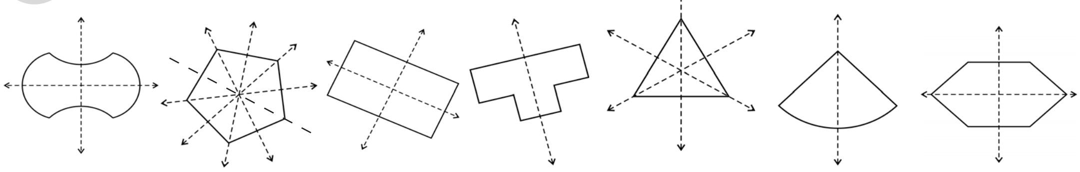
Exercise 1



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)



(viii) (ix) (x) (xii) (xiii) (xiv) (xv)



(xvi) (xvii) (xviii) (xix) (xx) (xxi) (xxiii)

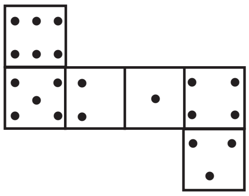
SCERT, TELANGANA

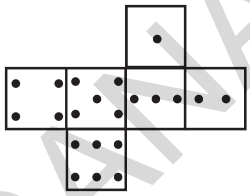
(3)

	ఘనం	దీర్ఘఘనం	పిరమిడ్
తలాలు	6	6	5
అంచులు	12	12	8
శీర్షాలు	8	8	5

అభ్యాసం - 2

(1) కృత్యంను చేయండి (2) i) C ii) a (3)





అభ్యాసం - 4

(1) బంతి : వృత్తం

స్థూపాకార గొట్టం : దీర్ఘచతురస్రం

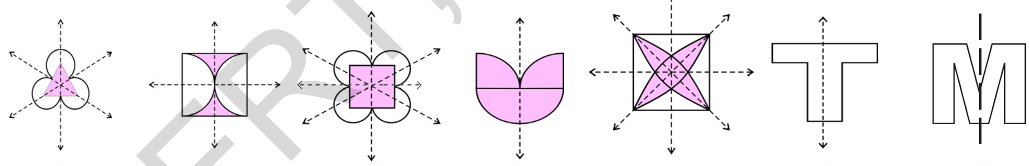
పుసక్తం : దీర్ఘచతురస్రం

(2) (i) గోళాకార / వృత్తాకార వస్తువులు (ii) ఘనాకార / చతురస్రాకార కాగితం

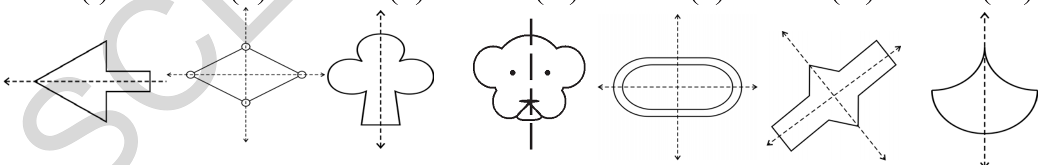
(iii) త్రిభుజాకారాలు లేక క్రమ పట్టకం (iv) స్థూపం / దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితం

15 - సౌష్ఠవం

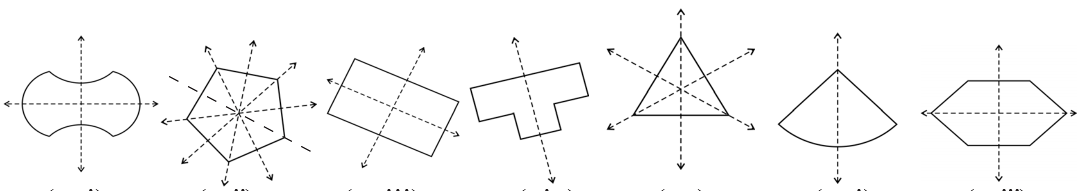
అభ్యాసం - 1



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)



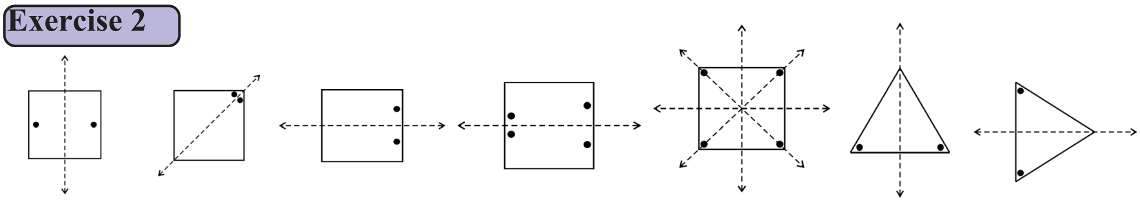
(viii) (ix) (x) (xii) (xiii) (xiv) (xv)



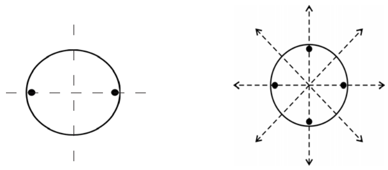
(xvi) (xvii) (xviii) (xix) (xx) (xxi) (xxiii)

SCERT, TELANGANA

Exercise 2



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)

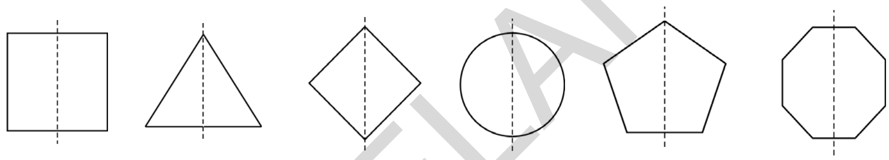


(viii) (ix)

(2)

(i) (ii) (iii) (ix)

(3)



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

(4) (i) False (ii) True (iii) False

(5) Angle between successive axes = 360/2n =360/2x4 = 360/8 = 45^0
This is true for all regular polygons

Exercise 3

1. Figures i, ii, iv and v have rotational symmetry.

2. (i) 2 (ii) 4 (iii) 3 (iv) 4 (v) 4 (vi) 5 (vii) 6 (viii) 3

3.

Square	yes	90^0	4
Rectangle	yes	180^0	2
Rhombus	yes	180^0	2
Equilateral Triangle	yes	120^0	3
Regular Hexagon	yes	60^0	6
Circle	yes	infinity	infinity
Semi-circle	No	-	-

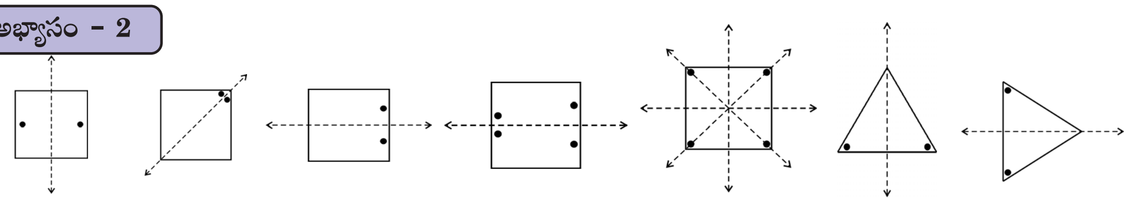
Exercise 4

1.

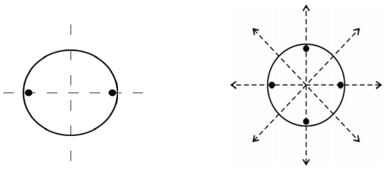
S	No	0	Yes	2
H	Yes	2	Yes	2
O	Yes	2	Yes	2
N	No	0	Yes	2
C	Yes	1	No	1

SCERT, TELANGANA

అభ్యాసం - 2



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)

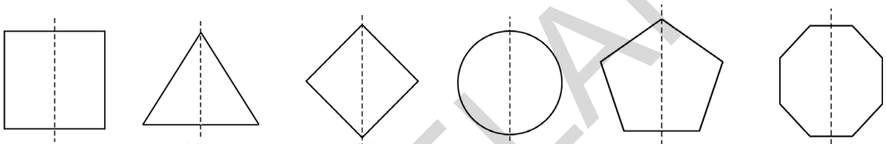


(viii) (ix)

(2)

(i) (ii) (iii) (ix)

(3)



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

(4) (i) అసత్యం (ii) సత్యం (iii) అసత్యం

(5) ఆసన్న సౌష్ఠవ అక్షాల మధ్య కోణం = 360/2n =360/2x4 = 360/8 = 45^0

ఇది అన్ని క్రమ బహుభుజులకు సత్యం అవుతుంది.

అభ్యాసం - 3

1. పటాలు i, ii, iv మరియు పటం v భ్రమణ సౌష్ఠవ పరిమాణాలు 1 కన్నా ఎక్కువ.
2. (i) 2 (ii) 4 (iii) 3 (iv) 4 (v) 4 (vi) 5 (vii) 6 (viii) 3
3.

చతురస్రం	అవును	90^0	4
దీర్ఘచతురస్రం	అవును	180^0	2
సమచతుర్భుజం	అవును	180^0	2
సమబాహుత్రిభుజం	అవును	120^0	3
క్రమషడ్భుజి	అవును	60^0	6
వృత్తం	అవును	అనంతం	అనంతం
అర్ధవృత్తం	కాదు	-	-

అభ్యాసం - 4

1.

S	లేదు	0	కలదు	2
H	కలదు	2	కలదు	2
O	కలదు	2	కలదు	2
N	లేదు	0	కలదు	2
C	కలదు	1	లేదు	0

SCERT, TELANGANA

INSTRUCTIONS TO TEACHERS

Dear Teachers!!

Greetings and a hearty welcome to the newly developed textbook Mathematics for class VII.

- The present textbook is developed as per the syllabus and Academic standards conceived by the mathematics position paper prepared based on SCF – 2011 and RTE – 2009 for Upper Primary stage of education.
- The new textbook constitutes 15 chapters with concepts from the main branches of mathematics like Arithemetics, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics.
- These chapters emphasize the prescribed academic standards in achieving the skills like Problem Solving, Reasoning-proof, Communication, Connectivity and representation. The staratagies in building a chapter are observation of patterns, making generalization through deductive, inductive and logical thinking, exploring different methods for problem solving, questioning, interaction and the utilization of the same in daily life.
- The situations, examples and activities given in the textbook are based on the competencies acquired by the child at Primary Stage. So the child participates actively in all the classroom interactions and enjoys learning of Mathematics.
- Primary objective of a teacher is to achieve the "Academic standards" by involving students in the discussions and activities suggested in the textbook and making them to learn the concepts.
- Mere completion of a chapter by the teacher doesn't make any sense. The exhibition of prescribed academic standards by the student only ensures the completion of the chapter.
- Students are to be encouraged to answer the questions given in the chapters. These questions help to improve logical, inductive and deductive thinking of the child.
- Understanding and generalization of properties are essential. Student first finds the need and then proceeds to understand, followed by solving similar problems on his own and then generalises the facts. The strategy in the presentation of concepts followed.
- Clear illustrations and suitable pictures are given wherever it was found connection and corrects the misconnection necessary.
- Exercises of 'Do This' and 'Try This' are given extensively after completion of each concept. Exercises given under 'Do This' are based on the concept taught. After teaching of two or three concepts some exercises are given based on them. Questions given under 'Try This' are intended to test the skills of generalization of facts, ensuring correctness of statements, questioning etc., 'Do This' exercise and other exercises given are supposed to be done by students on their own. This process helps the teacher to know how far the students can fare with the concepts they have learnt. Teacher may assist in solving problem given in 'Try This' sections.
- Students should be made to digest the concepts given in "looking back" completely. The next chapter is to be taken up by the teacher only after satisfactory performance by the students in accordance with the academic standards designated for them (given at the end).
- Teacher may prepare his own problems related to the concepts besides solving the problems given in the exercises. Moreover students should be encouraged to identify problems from day- to-day life or create their own.
- Above all the teacher should first study the textbook completely thoroughly and critically. All the given problems should be solved by the teacher well before the classroom teaching.
- Teaching learning strategies and the expected learning outcomes, have been developed class wise and subject-wise based on the syllabus and compiled in the form of a Hand book to guide the teachers and were supplied to all the schools. With the help of this Hand book the teachers are expected to conduct effective teaching learning processes and ensure that all the students attain the expected learning outcomes.

SCERT, TELANGANA

ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు

ప్రియమైన ఉపాధ్యాయినీ, ఉపాధ్యాయులకు,

విద్యాభివందనాలు మరియు నూతనంగా అభివృద్ధి పరచిన నూతన గణిత పాఠ్యపుస్తకాలలోకి స్వాగతం .

- ప్రాథమికోన్నత స్థాయి విద్యకోసం SCF - 2011 మౌళిక సూత్రాలు, గణిత ఆధార పత్రం, నిర్బంధ ఉచిత విద్యహక్కు చట్టం – 2009 ఆధారంగా సిలబస్‌ను తయారుచేసుకొని ప్రస్తుత పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించారు.
- గణితంలోని వివిధ శాఖలైన అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి మరియు సాంఖ్యక శాస్త్రాలకు సంబంధించిన విషయాలను 15 అధ్యాయాల్లో పొందుపరచారు.
- ఈ అధ్యాయాలు గణితంలో నిర్ధారించిన విషయ నైపుణ్యాలు, సమస్యా పరిష్కారం, హేతుకీకరణ, నిరూపణలు, వివిధ విషయాల మధ్య సంబంధాలను ఏర్పరచడం, ప్రాతినిధ్యం వంటి విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలు సాధించడానికి దోహదపడుతాయి.
- అమరికల పరిశీలన (observation of patterns), ఆగమనం ద్వారా సాధారణీకరించడం, అనుగమన ఆలోచనలు, తార్కిక ఆలోచనలు, వివిధ పద్ధతులలో సమస్యలను పరిష్కరించడం, ప్రశ్నించడం, పరస్పర చర్చలు, వంటి నైపుణ్యాలను విద్యార్థులలో అభివృద్ధిపరచే దిశగా అధ్యాయాలు రూపొందించారు.
- ప్రాథమిక స్థాయిలో పిల్లలు అభ్యసించిన సామర్థ్యాలను ఆధారంగా చేసుకొని ఉదాహరణలు, కృత్యాలు, సన్నివేశాలను ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచారు. దీని వల్ల పిల్లలు ఉత్సాహంగా కృత్యాల్లో పాల్గొని గణిత అధ్యయనంలో ఆనందాన్ని పొందుతారు.
- ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచిన విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలందరూ సాధించడానికి అధ్యాయాలలో సూచించిన విధంగా చర్చల్లో, కృత్యాలలో విద్యార్థులు నిరంతరం పాల్గొనేలా ఉపాధ్యాయులు కృషి చేయాలి.
- ప్రతీ అధ్యాయంలోని ప్రశ్నల గురించి పిల్లలందరూ ఆలోచించడానికి, సమాధానాలు కనుక్కోడానికి తగు ప్రోత్సాహం ఇవ్వాలి. ఇటువంటి ప్రశ్నలు విద్యార్థుల్లో తార్కిక, ఆగమన, నిగమన విధానాలలో ఆలోచించే విధంగా దోహదపడతాయి.
- గణిత విషయాలను నేర్చుకోవడంలో అర్థంచేసుకోవడం, వాటిని సాధారణీకరించడం ప్రధానమైనవి. విద్యార్థులు మొదట నేర్చుకొనే విషయం ఆవశ్యకతను గుర్తించడం, తర్వాత అవగాహన చేసుకోవడం ద్వారా సమస్యలను తమకు తాముగా పరిష్కరించి అందులోని సత్యాలను సాధారణీకరించుకొంటారు. ప్రతీ అధ్యాయంలో పిల్లలు భావనలు ఏర్పరచుకొనేలా, వాటిని అర్థం చేసుకుని తదుపరి అభ్యసనంలో వినియోగించేలా ప్రతి అధ్యాయంలో దృష్టి పెట్టాలి.
- సందర్భానుసారంగా వివరణలు, పొందుపరిచిన చిత్రాలు సరైన అవగాహన కల్పించి అపోహలను తొలగించడానికి దోహదపడుతాయి.
- భావనలపై అవగాహన కల్పించిన తర్వాత వాటికి సంబంధించిన **"ఇవి చేయండి"**, **"ప్రయత్నించండి"** లాంటి అభ్యాసాలను విస్త ృతంగా ఇచ్చారు. **"ఇవి చేయండి"** అనేది రెండు మూడు భావనలు నేర్పించిన తర్వాత వెనువెంటనే అభ్యాసం కోసం ఉ ద్దేశించినది. వీటిని పిల్లలతో తమకు తాముగా గాని, జట్లలో గాని చేయించాలి. **"ప్రయత్నించండి"** అనే అభ్యాసాలు పిల్లల్లో సత్యాలకు సంబంధించిన సాధారణీకరణలు చేసుకోవడానికి, సరిచూసుకోవడానికి దోహదం చేస్తాయి. ఈ క్రమంలో అవసరం మేరకు సహాయ సహకారాలను ఉపాధ్యాయులు పిల్లలకు అందించాలి. ఇలా చేయడం వల్ల పిల్లలు ఏ మేరకు నేర్చుకున్నారో తెలుసుకోవచ్చు.
- అధ్యాయాల్లో చివరగా పొందపరచిన **"మనం నేర్చుకొన్నవి"** అనే శీర్షిక కింద ఉన్న అంశాలు విద్యా ప్రమాణాలను దృష్టిలో పెట్టుకొని రూపొందించారు. కాబట్టి వీటిని పిల్లలందరూ సంపూర్ణంగా సాధించాలి. ఇలా నేర్చుకొన్న నైపుణ్యాలన్నింటిని పిల్లలందరూ ప్రదర్శించగలరని నిర్ధారించుకొన్న తర్వాతనే తదుపరి అధ్యాయం ప్రారంభించాలి.
- అధ్యాయాల్లో ఇచ్చిన అభ్యాసాలతోబాటు ఉపాధ్యాయుడు కూడా మరికొన్ని సమస్యలను సొంతంగా తయారుచేసుకోవాలి. అలాగే పిల్లలు కూడా నిత్య జీవితంలో ఎదురయ్యే సమస్యలను గణితాన్ని ఉపయోగించి సాధించేట్లు, సొంతంగా సమస్యలు తయారు చేసేట్లు ప్రోత్సహించాలి.
- పై అంశాల్ని విజయవంతంగా అమలు చేయడానికి ఉపాధ్యాయులు తప్పని సరిగా గణిత పుస్తకాన్ని సమూలంగా, సమగ్రంగా, విమర్శనాత్మకంగా అధ్యయనం చేయాలి. ఇందుకోసం పుస్తకంలోని అభ్యాసాలలోని అన్ని సమస్యలను తాను చేసిచూడాలి. ఆ తర్వాతనే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించాలి.
- ఉపాధ్యాయుల మార్గదర్శనం కోసం బోధనాభ్యసన వ్యూహాలను, ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలను, తరగతి వారీగా, విషయం వారీగా, సిలబస్ వారీగా కరదీపిక రూపంలో తయారుచేసి పాఠశాలలకు అందివ్వడం జరిగింది. ఈ కరదీపిక సహాయంతో ఉ పాధ్యాయులు ఉత్తమ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించి తద్వారా విద్యార్థులందరూ ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించేలా కృషి చేయాలి.

SCERT, TELANGANA

Syllabus

Number System: (50 hrs) **1. Integers** **2. Fractions, Decimals & Rational Numbers**	**(i) Integers** • Multiplication and division of integers (through patterns). • Properties of integers (including identities for addition & multiplication, (closure, commutative, associative, inverse, distributive) (through patterns). (examples from whole numbers as well). Expressing properties in a general form. Construction of counter examples, (eg. subtraction is not commutative). • Word problems involvingintegers (all operations)
	(ii) Fractions, Decimals and rationalnumbers: • Multiplication of fractions • Fraction as an operator "of" • Reciprocal of a fraction and its use • Division of fractions • Word problems involving mixed fractions (related to daily life) • Introduction to rational numbers (with representation on number line) • Difference between fraction and rational numbers. • Representation of rationalnumber as a decimal. • Word problems on rationalnumbers (all operations) • Multiplication and division of decimal fractions • Conversion of units (length & mass) • Word problems (including all operations)
Algebra (20 hrs) **11. Exponents** **10. Algebraic Expressions** **3. Simple Equations**	**Exponents and powersIntroduction** Meaning of x in a^x where a Ý Z • Laws of exponents (throughobserving patterns to arrive at5 generalization.)whereM, n ∈N(i) a^m a^n = $a^{m?+n}$(ii)? $(a^m)^{?n}$ = a^{mn}(iii) a^m/a^n = a^{m-n}, where (m-n) ∈ N(iv) $a^m.b^m$ = $(ab)^m$(v) number with exponent zerovi)Decimal number in exponential notation vii) Expressing large number in standard form (Scientific Notation)
	ALGEBRAIC EXPRESSIONS Introduction Generate algebraic expressions(simple) involving one or two variables • Identifying constants, coefficient, powers • Like and unlike terms, degree of expressions e.g., x^2y etc.(exponentd"?3, number of variables d"?2) • Addition, subtraction of algebraic expressions (coefficients should be integers).
	Simple equations • Simple linear equations in one variable (in contextual problems) with two operations (integers as coefficients)
6. Ratio - Applications (20 hrs)	• Ratio and proportion (revision) • Unitary method continued,consolidation, generalexpression. • Compound ratio : simple word problems • Percentage- an introduction • Understanding percentage as a fraction with denominator 100 • Converting fractions anddecimals into percentage andvice-versa. • Application to profit and loss (single transaction only) • Application to simple interest (time period in complete years).

SCERT TELANGANA

సిలబస్

సంఖ్యా వ్యవస్థ (50 గంటలు) **(i) పూర్ణ సంఖ్యలు** **(ii) భిన్నాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు**	• మన సంఖ్యలను తెలుసుకోవడం. అమరికలు, క్రమాల ద్వారా పూర్ణ సంఖ్యల గుణకార, భాగాహారాలు • పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలు, సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర ధర్మాలు, విభాగన్యాయం – సంకలన, గుణకార తత్సమాంశాలు, విలోమము. (పైవన్నీ అమరికలు, క్రమాలు మరియు పూర్ణాంకాల ఉదాహరణల ద్వారా). సంఖ్య ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచటం. ప్రత్యుదాహరణలు (ఉదా : వ్యవకలనం వినిమయం కాదు) • పూర్ణ సంఖ్యల చతుర్విధ ప్రక్రియలపై పద సమస్యలు
	భిన్నాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు • భిన్నాల పోలిక • భిన్నాల గుణకారం • Of (రాశిలో) ప్రక్రియలో భిన్నం. • ఒక భిన్నం యొక్క వ్యుత్క్రమము మరియు దాని ఉపయోగం • భిన్నాల భాగాహారం • మిశ్రమ భిన్నాలపై పదసమస్యలు (నిత్య జీవిత ఉదాహరణలు) • అకరణీయ సంఖ్యల పరిచయం (సంఖ్యారేఖపై సూచించడం) • భిన్నానికి, అకరణీయ సంఖ్యకు గల తేడా • అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ రూపంలో సూచించడం • అకరణీయ సంఖ్యలపై పద సమస్యలు (చతుర్విధ ప్రక్రియలపై) • దశాంశ భిన్నాల గుణకార, భాగాహారాలు • ప్రమాణాల మార్పిడి (మితి, ద్రవ్యరాశి) • పదసమస్యలు (అన్ని ప్రక్రియలు)
బీజ గణితం **(20 గంటలు)** **ఫలితాలు** **ఘాతాంకాలు** **పరిచయం** **బీజీయ సమాసాలు** **సామాన్య** **సమీకరణాలు**	**ఘాతాలు – ఘాతాంకాలు పరిచయం** • a^x లో x నిర్వచనం (అయిన) ఘాతాంక న్యాయాలు. అమరికలు, క్రమాలను పరిశీలించుట ద్వారా సాధారణీకరించడం ఘాతాంక న్యాయాలు. $m, n \in z$ అయినప్పుడు (i) $a^m . a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m/a^n = a^{m-n}$ $(m-n) \in N$ (iv) $a^m.b^m = (ab)^m$ (v) సున్న ఘాతాంకం గల సంఖ్యలు; దశాంశ సంఖ్యలు ఘాత రూపంలో; పెద్ద సంఖ్యల శాస్త్రీయ రూపం.
	బీజీయ సమాసాలు • పరిచయం, సామాన్య బీజీయ సమాసాల తయారీ (ఒకటి లేదా రెండు చరరాశులలో) • స్థిరపదము, గుణకము, ఘాతాంకాలను గుర్తించటం • సజాతి, విజాతి పదాలు పదాల పరిమాణము (ఉదా : x^2y మొ॥నవి. ఘాతము ;చరరాశుల సంఖ్య ≤ 2) • బీజీయ సమాసాల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం (గుణకాలు కేవలం పూర్ణసంఖ్యలే)
	సామాన్య సమీకరణాలు • సామాన్య రేఖీయ సమీకరణాలు ఏకచరరాశితో (సందర్భ సహిత సమస్యలు). కేవలం +, – ప్రక్రియలు మరియు గుణకాలు పూర్ణసంఖ్యలు.

SCERT, TELANGANA

Understanding shapes / Geometry **4. Lines and Angles** **5. Triangle and Its Properties** **8.Congurencey of Triangles** **9.Construction of Triangles** **12.Quadrilaterals** **15. Symmetry** **14.Understand-ing 3D and 2D Shapes**	**(i) Lines and Angles:** • Pairs of angles (linear,supplementary, complementary,adjacent, vertically opposite)(verification and simple proofof vertically opposite angles) • Properties of parallel lines withtransversal (alternate,corresponding, interior, exteriorangles) **(ii) Triangles:** • Definition of triangle. • Types of triangles acc. To sides and angles • Properties of triangles • Sum of the sides, difference of two sides. • Angle sum property (with notion of proof and verification through paper folding, proofs , using property of parallel lines , difference between proof and verification • Exterior angle property of triangle **(iii) Congruence**: • congruence through superposition **ex**. Blades, stamps etc.. • Extend congruence to simple geometrical shapes ex. Triange , circles, • criteria of congruence (by verification only) • property of congruencies of triangles SAS, SSS, ASA, RHS Properties with figures• **(iv) Construction of triangles** (all models) • Constructing a triangles when the lengths of its 3 sides are known (SSS criterion) • Constructing a triangle when the lengths of 2 sides and the measure of the angle between them are known (SAS criterion) • Constructing a triangle when the measures of 2 of its angles and length of the side included between them is given (ASA criterion) • Constructing a right angled triangle when the length of one leg and its hypotenuse are given (RHS criterion) **(v) Quadrilaterals**Quadrilateral-definition. • Quadrilateral, sides, angles, diagonals. • Interior, exterior of quadrilateral • Convex, concave quadrilateral differences with diagrams • Sum angles property (By verification) , problems • Types of quadrilaterals • Properties of parallelogram, trapezium, rhombus, rectangle, square and kite. **(vi) Symmetry** • Recalling reflection symmetry • Idea of rotational symmetry,observations of rotationalsymmetry of 2-D objects. (900,1200, 1800) • Operation of rotation through900 and 1800 of simple figures. • Examples of figures with bothrotation and reflection symmetry(both operations) • Examples of figures that havereflection and rotation symmetryand viceversa

SCERT, TELANGANA

అంక గణితం **నిష్పత్తి – ఉపయోగాలు**	**నిష్పత్తి – అనుపాతం** • నిష్పత్తి – అనుపాతం (పునర్విమర్శ) • ఏకవస్తుమార్గం, అనులోమానుపాతం (సాధారణీకరించడం) • శాతాలు – పరిచయం • శాతాలను 100 హారంగా గల భిన్నాలుగా అవగాహన చేసుకొనడం • దశాంశాలను, భిన్నాలను శాతాలుగా మార్చడం. శాతాలను దశాంశాలు మరియు భిన్నాలుగా మార్చడం • లాభనష్టాలలో శాతాల అనుప్రయోగం • బారువడ్డీ (కాలము పూర్తిగా సం॥లలో మాత్రమే) లోశాతాల అనుప్రయోగం
రేఖాగణితం **(60 – గంటలు)**	**రేఖలు – కోణాలు** • కోణాల జతలు. (రేఖీయ, సంపూరక, పూరక, ఆసన్న, శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలు) • సమాంతర రేఖను తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ధర్మాలు (ఏకాంతర, సంగత, అంతర, బాహ్య కోణాల జతలు)
	త్రిభుజాలు • త్రిభుజ నిర్వచనం • భుజాల, కోణాల ఆధారంగా త్రిభుజ రకాలు • త్రిభుజ ధర్మాలు • త్రిభుజంలో రెండు భుజాల మొత్తం మరియు బేధం. అంతర కోణాల మొత్తం (నిరూపణ భావనతో). కాగితపు మడతలతో సరిచూడటం. • సమాంతర రేఖల ధర్మాలతో నిరూపించడం (సరిచూచుట, నిరూపణల బేధం) • త్రిభుజాల బాహ్యకోణ ధర్మం
	త్రిభుజ సర్వసమానత్వము • అంచులు ఏకీభవించుట ద్వారా సర్వసమానత్వము (తపాలా బిళ్ళలు, బ్లేడులు ఒకదానిపై ఒకటి బోర్లించడం ద్వారా) • సర్వసమానత్వ భావనను త్రిభుజం, వృత్తం వంటి జ్యామితీయ ఆకారాలకు విస్తరించడం • సర్వసమానత్వ నియమాలు (సరిచూచుట ద్వారా) • కో.భు.కో., భు.భు.భు., భు.కో.భు., లం.క.భు సర్వసమాన ధర్మాలు పటాలతో
	త్రిభుజాల నిర్మాణం (అన్ని రకాలు) • త్రిభుజం యొక్క మూడు భుజాల కొలతలు ఇచ్చినపుడు • త్రిభుజం యొక్క రెండు భుజాలు, వాటి మధ్య కోణము ఇచ్చినపుడు • రెండు కోణములు మరియు వాటి మధ్య భుజం కొలతలు ఇచ్చినపుడు • ఒక లంబకోణ త్రిభుజంలో కర్ణము, ఒక భుజం ఇచ్చినపుడు • ఆ రెండు భుజాలు, వాటి మధ్య లేని కోణం ఇచ్చినపుడు
	• చతుర్భుజాలు చతుర్భుజం – నిర్వచనం • చతుర్భుజం – భుజాలు, కోణాలు, కర్ణాలు • చతుర్భుజ అంతరం, బాహ్యం • కుంభాకార, పుటాకార బహుభుజులు, వాటి భేదం (పటాల సహాయంతో) • అంతరకోణాల ధర్మం (సరిచూడటం ద్వారా), సమస్యలు • చతుర్భుజాల రకాలు • సమాంతర చతుర్భుజం, సమలంబ చతుర్భుజం, రాంబస్, దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం మరియు గాలిపటం ఆకారాల ధర్మాలు

SCERT TELANGANA

	(vii) Understanding 3-D and 2-D Shapes: • Drawing 3-D figures in 2-Dshowing hidden faces. • Identification and counting ofvertices, edges, faces, nets (forcubes cuboids, and cylinders,cones). • Matching pictures with objects(Identifying names)
Mensuration *(15 hrs)* **13. Area and Perimeter**	**Area and Perimeter** • Revision of perimeter and Area of Rectangle, Square. • Idea of Circumference of Circle. • Area of a triangle, parallelogram, rhombus and rectangular paths.
7. Data Handling (15 hrs)	**Data Handling** • Collection and organisation ofdata • Mean, median and mode ofungrouped data – understandingwhat they represent.Reading bar-graphs • Constructing double bar graphs • Simple pie charts with reasonable data numbers

SCERT, TELANGANA

	సౌష్ఠవం ● పరావర్తన సౌష్ఠవాన్ని జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోవటం ● భ్రమణ సౌష్ఠవం భావన, ద్విమితీయ పటాల భ్రమణ సౌష్ఠవాన్ని పరిశీలించడం (90^0, 180^0, 120^0) ● సాధారణ పటాలపై 90^0, 180^0 భ్రమణ ప్రక్రియలు ● పరావర్తన, భ్రమణ సౌష్ఠవాలు కలిగిన పటాలకు ఉదాహరణలు. ● పరావర్తన, భ్రమణ సౌష్ఠవాలలో కేవలం ఒక సౌష్ఠవము కల్గిన పటాలు
	త్రిమితీయ ఆకృతులను ద్విమితీయ పటాలుగా చూపటం ● త్రిమితీయ ఆకృతులకు ద్విమితీయ పటాలు గీయడం, దాగివున్న ముఖాలను సూచించడం ● సమఘనం, దీర్ఘఘనం, స్థూపం మరియు శంఖువులలో శీర్షాలు, అంచులు, ముఖాలు వల చిత్రాలను గుర్తించడం, వాటి వాటి సంఖ్యలను లెక్కించడం ● పటాలను, ఆకృతులతో జతపరచడం, పేర్లు గుర్తించడం
క్షేత్రగణితం (15 గంటలు)	● చతురస్రం, దీర్ఘ చతురస్రాల వైశాల్యం మరియు చుట్టుకొలతల పునర్విమర్శ, వృత్త పరిధి భావన ● వైశాల్యం : వైశాల్యాలను ప్రాథమిక ప్రమాణాలలో కొలిచే భావన ● త్రిభుజం, సమాంతర చతుర్భుజం మరియు సమ చతుర్భుజ వైశాల్యాలు ● దీర్ఘ చతురస్రాకార బాటల వైశాల్యాలు
దత్తాంశ నిర్వహణ (15 గంటలు)	**దత్తాంశం సేకరణ మరియు నిర్వహణ** ● అవర్గీకృత దత్తాంశానికి అంక మధ్యమం, మధ్యగతం మరియు బాహుళకం మరియు అవి సూచించే విషయాల అవగాహన ● కమ్మీరేఖా చిత్రాలు ● జంట దిమ్మె చిత్రాల నిర్మాణం ● రేఖాచిత్రాలు తగు సమాచారంతో

SCERT, TELANGANA

Academic Standards

CONTENT	ACADEMIC STANDARDS	
Number system 1. Integers	**Problem Solving:**	• Solves the problems involving four fundamental operations of integers • Solves the word problems involving the integers. • Used brackets for solving problems to simplify numerical statements.
	Reasoning Proof:	• Explains why the division by zero is meaning less. • Differentiates and compares the set of Natural numbers with integers. • Gives examples and counter examples to the number properties such as closure, Commutative, Associative etc.
	Communication:	• Expressing the number properties of integers in general form. • Uses the negative symbol in different contexts.
	Connections:	• Finds the usage of integers from their daily life situations • Understands the relation among N, W and Z.
	Representation:	• Represents the integers on number line. • Performs the operations of integers on the number line.
2. Fractions, Decimals and Rational numbers	**Problem Solving:**	• Solves the problems in all operation of fractions. • Solves the word problems of all operations of rational numbers. • Solves the problems of all operations of decimal fractions • Converts the small units into large units and vice versa.
	Reasoning : and Proof	• Differentiates rational numbers with fractions. • Justifies density property in rational numbers
	Communication:	• Expresses the need of set of rational numbers • Expresses the properties of rational numbers in general form
	Connections:	• Finds the usage of / inter relation among fractions, rational numbers, and decimal numbers.
	Representation:	• Represents rational numbers on the number line. • Represents the rational numbers in decimal form.
Algebra: 11. Exponents and powers	**Problem Solving:**	• Writes the large numbers in exponential form by using prime factorization
	Reasoning : and Proof	• Generalizes the exponential laws through the observation of patterns
	Communication:	• Understands the meaning of x in a^x where a € z. • Uses of exponential form when using large numbers

SCERT TELANGANA

విద్యా ప్రమాణాలు

అధ్యాయాలు	విషయ వివరణ	
సంఖ్యా వ్యవస్థ • పూర్ణ సంఖ్యలు	సమస్యా సాధన	• పూర్ణసంఖ్యలపై చతుర్విధ ప్రక్రియలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించును. • పూర్ణసంఖ్యలపై పద సమస్యలనుసాధించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• సున్నతో భాగాహారం ఎందుకు అర్థరహితమో వివరించును. • పూర్ణసంఖ్యలను, సహజ సంఖ్యలతో పోల్చును, తేడాలు చెప్పును. • సంఖ్యాధర్మాలైన సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర మొదలైన వాటికి ఉదాహరణలు, ప్రత్యుదాహరణలు ఇచ్చును.
	వ్యక్తపరచడం	• పూర్ణసంఖ్యల ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచును. • ఋణ గుర్తును వివిధ సందర్భాలలో వినియోగించును.
	సంధాన చేయడం	• నిత్య జీవిత సందర్భాలలో పూర్ణ సంఖ్యల వినియోగాన్ని కనుగొంటారు. • N, W మరియు Z ల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యా రేఖపై సూచించును.
భిన్నాలు మరియు అకరణీయ సంఖ్యలు	సమస్యా సాధన	• భిన్నాలపై చతుర్విధ ప్రకియలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించును. • అకరణీయ సంఖ్యలపై చతుర్విధ (ప్రాథమిక) ప్రక్రియలకు సంబంధించిన పద సమస్యలను సాధించును. • దశాంశ సంఖ్యలకు సంబంధించి అన్ని ప్రక్రియల పై గల సమస్యలను సాధించును. • ప్రమాణాల పరస్పర మార్పిడి చేస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• అకరణీయ సంఖ్యల, భిన్నాల తేడాలు చెప్పును. • అకరణీయ సంఖ్యలలో సాంద్రత ధర్మాన్ని సమర్థించును.
	వ్యక్తపరచడం	• అకరణీయ సంఖ్యల అవశ్యకతను వ్యక్తపరచును. • అకరణీయ సంఖ్యల ధర్మాలను సాధారణ రూపంలో వ్యక్తపరచును.
	సంధాన చేయడం	• భిన్నాలు, అకరణీయ సంఖ్యలు, దశాంశ సంఖ్యల మధ్యగల సహసంబంధ వినియోగాన్ని కనుగొనును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• అకరణీయ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ పై సూచించును • అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ రూపంలో సూచించును.
ఘాతాలు – ఘాతాంకాలు	సమస్యా సాధన	• పెద్ద సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంక విభజన చేసి ఘాత రూపంలో వ్రాయును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• సంఖ్యా అమరికలు, క్రమాలు, పరిశీలనల ద్వారా ఘాతాంక న్యాయాలను సాధారణీకరించును.
	వ్యక్తపరచడం	• $a^x ; x \in z$ ను అవగాహన చేసుకొనును. • పెద్ద సంఖ్యల వినియోగంలో ఘాతాంక రూపాలను వాడును.

SCERT TELANGANA

	Connections:	• Uses prime factorization in expression of large numbers in exponential form
	Representation:	• Expresses the large numbers in standard form
Algebra: 10. Algebraic Expression 3. Simple Equations	**Problem Solving**	• Finds the degree of algebraic expressions • Doing addition, subtraction of algebraic expressions (Co-efficient should be integers) • Solves the word problems involving two operations (Which can be expressed as simple equation and single variable)
	Reasoning and Proof	• Generates algebraic expressions involving one or two variables by using the patters
	Communication:	• Writes the standard form of first, second, third order expressions in one or two variables • Converts the daily life problems into simple equations. (Contains one variable only)
	Connections:	• Uses closure, commutative etc. properties in addition and subtraction of algebraic expressions. • Uses solving simple equations in daily life situations.
	Representation:	• Represents algebraic expressions in standard forms
6. Ratio - Applications	**Problem Solving**	• Finds the compound, inverse ratio of 2 ratios • Solves word problems involving unitary methods • Solves word problems involving percentage concept • Solves word problems to find simple interest (Time period in complete years)
	Reasoning and Proof	• Compares the decimals, converting into percentages and vice versa. • Formulates the general principles of ratios and proportions
	Communication:	• Expresses the fractions into percentages and decimal forms and their usage.
	Connections:	• Uses profit and loss concepts in daily life situations (Single transactions only) • Understands and uses the solutions for percentage problems in daily life.
	Representation:	• Converts fractions and decimals into percentage form and vice versa.

SCERT, TELANGANA

	సంధాన చేయడం	• పెద్ద సంఖ్యలను ఘాతరూపంలో వ్రాయుట నందు ప్రధాన కారణాంకాల విభజనను వినియోగించును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• పెద్ద సంఖ్యలను ప్రామాణిక రూపంలో వ్యక్తపరచును.
బీజీయ సమాసాలు	సమస్యా సాధన	• బీజీయ సమాసాల పరిమాణమును కనుగొనును. • పూర్ణాంకాలు గుణకాలుగా గల బీజీయ సమాసాల సంకలన, వ్యవకలనాలను చేయును. • ఏకచరరాశి సామాన్య సమీకరణాలకు సంబంధించిన పదసమస్యలను (కేవలం +, −) సాధించును.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• ఏకచరరాశి లేదా రెండు చరరాశుల బీజీయ సమాసాలను క్రమాలను అనుసరించి తయారు చేయును.
	వ్యక్తపరచడం	• ఏకచరరాశి మరియు రెండు చరరాశులు గల ఏక, ద్వి, మరియు త్రి పరిమాణ బీజీయ సమాసాల సాధారణ రూపాలను వ్రాయును. • నిత్యజీవిత సమస్యలను సామాన్య సమీకరణాల రూపంలోనికి (ఏకచరరాశి గల) మార్చును.
	సంధాన చేయడం	• బీజీయ సమాసాల సంకలన, వ్యవకలనాలలో సంవృత, సహచర మరియు స్థిత్యంతర ధర్మాలను వినియోగించును. • నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలో సామాన్య సమీకరణాల సాధనను వినియోగించును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• బీజీయ సమాసాలను ప్రామాణిక రూపంలో సూచించును.
నిష్పత్తి – ఉపయోగాలు	సమస్యా సాధన	• ఏకవస్తుమార్గం గల పదసమస్యలను సాధించును. • శాతాల భావనలు గల పద సమస్యలను సాధించును. • కాల పరిధి పూర్తి సం॥లలో తెల్పబడిన బారు వడ్డీ పదసమస్యలను సాధించును
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• శాతాల రూపంలోనికి మారే దశాంశాలను మరియు దశాంశాల రూపంలోనికి మారే శాతాలను పోల్చును. • నిష్పత్తి, అనుపాతాల సామాన్య ధర్మాలను సూత్రీకరించును.
	వ్యక్తపరచడం	• భిన్నాలను శాతరూపంలో మరియు దశాంశ రూపంలో వ్యక్తపరచును. వాని వినియోగాన్ని వివరించును.
	సంధాన చేయడం	• లాభ-నష్టాల భావనలను నిజ జీవిత సమస్యల సాధనలో వినియోగించును. • శాతాల సమస్యల సాధనలు అవగాహన చేసుకొని నిజజీవితంలో వినియోగించును.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• భిన్నాలు, దశాంశాలను శాతాలలోనికి, శాతాలను భిన్న మరియు దశాంశ రూపాలలోనికి పరస్పరం మార్పు చేయును.

SCERT, TELANGANA

9. Construction of Triangles	**Problem Solving**	• Construct triangles using given measurements.
	Reasoning and proof	• ________________
	Communication:	• ________________
	Connections:	• ________________
	Representation:	• ________________
12.Quardilateral	**Problem Solving**	• ________________
	Reasoning and proof	• Differentiates the convex, concave quadrilaterals. • Verifies and justifies the sum angle property of quadrilaterals.
	Communication:	• Explains the inter relationship between triangle and quadrilateral. • Explains the different types quadrilaterals based on their properties.
	Connections:	• Tries to define the quadrilateral. • Classifies the given quadrilaterals using their properties and their inter relationship.
	Representation:	• ________________
15.Symmetry	**Problem Solving**	• Rotate the figure and find its angular symmetry.
	Reasoning and proof	• Can differentiate linear and reflection symmetry using objectives or figures.
	Communication:	• Gives examples that have reflection symmetry.
	Connections:	• ________________
	Representation:	• ________________

SCERT, TELANGANA

ద్విమితీయ, త్రిమితీయ ఆకారాల అవగాహన రేఖాగణితం	**సమస్యా సాధన**	• ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజ నిర్మాణము సాధ్యమవునో కాదో కనుగొందురు. • బాహ్యకోణము మరియు ఇతర కోణములలోని ఇవ్వని కోణములను కనుగొంటారు. • త్రిభుజాల సర్వసమానత్వ ధర్మములనుపయోగించి ఇచ్చిన త్రిభుజములలోని సర్వసమాన త్రిభుజాలను గుర్తిస్తారు. • ఇచ్చిన కొలతలతో త్రిభుజాన్ని నిర్మిస్తారు. • కోణధర్మాలనుపయోగించి ఇచ్చిన సమస్యలను సాధిస్తారు. • ఇచ్చిన పటమును భ్రమణం చేసి కోణ సౌష్ఠవతను పరిశీలిస్తారు. • త్రిమితీయ ఆకృతుల (ఘనం, దీర్ఘఘనం, శంఖువు, స్థూపం) యొక్క అంచులు, ముఖాలు, శీర్షాలు వలల ఆకృతులను లెక్కిస్తాడు. మరియు గుర్తిస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• ఇచ్చిన కోణములలో కోణీయ జతలలోని భేదాలను వివరిస్తారు. • సమాంతర రేఖల ధర్మాలనుపయోగించి ఇచ్చిన రేఖలు సమాంతర రేఖలు అని సరిచూస్తారు. • పేపర్ ఫోల్డింగ్ పద్ధతి నుపయోగించి, సమాంతర రేఖల ధర్మాలనుపయోగించి త్రిభుజములోని కోణాల మొత్తం ధర్మానికి నిరూపణలనిస్తాడు మరియు సరిచూస్తారు. • బాహ్యకోణము అంతరాభిముఖ కోణముల మధ్య సంబంధమును కనుగొంటారు. • కుంభాకార, పుటాకార చతుర్భుజాలను వర్గీకరిస్తారు. • చతుర్భుజ కోణాల మొత్తమునకు సంబంధించిన ధర్మాన్ని పరిశీలించి వివరిస్తారు. • పటములు, వస్తువులనుపయోగించి రేఖీయ పరావర్తన సౌష్ఠవములను పరిశీలిస్తారు. త్రిమితీయాకృతులు యొక్క అంచులు, శీర్షాలు, ముఖాలకు ఊహా చిత్రాలు గీస్తారు.
	వ్యక్తపరచడం	• కోణీయ జతలకు ఉదాహరణలిస్తారు. • భుజాలు, కోణాలు ఆధారముగా త్రిభుజములలోని రకములను వివరిస్తారు. • త్రిభుజ బాహ్య కోణధర్మమును వివరిస్తారు. • ద్విమితీయ ఆకృతుల సర్వసమానత్వమును ప్రశంసిస్తారు. • త్రిభుజము, చతుర్భుజముల మధ్య అంతర్ సంబంధమును వివరిస్తారు. • చతుర్భుజ ధర్మాల ఆధారముగా వాటి రకాలను వివరిస్తారు. • పరావర్తన సౌష్ఠమునకు ఉదాహరణలిస్తారు.
	సంధాన చేయడం	• తన పరిసరాలలోని సమాంతరతను పరిశీలిస్తారు. • త్రిభుజ భావనలనుపయోగిస్తారు. • చతుర్భుజాన్ని నిర్వచించడానికి ప్రయత్నిస్తారు. • చతుర్భుజాలను ధర్మాలు మరియు అంతర్గత సంబంధాల ఆధారముగా వర్గీకరిస్తారు.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• కోణమును సూచించే విధానమును నేర్చుకుంటారు. • సర్వసమాన త్రిభుజాలను గుర్తులతో సూచిస్తారు. • త్రిమితీయ ఆకృతులను, ద్విమితీయ ఆకృతులుగా గీయగలరు.

SCERT, TELANGANA

14. Understanding 3-D and 2-D shapes	**Problem Solving**	• Identifying and counting of faces, Edges, Vertices, nets for 3D Fig (Cube, Cuboid, Cone, Cylender).
	Reasoning and proof	• Matches picture with 3-D objects and visualize fells the Faces, Edges, Vertices etc.
	Communication:	• ________________________________
	Connections:	• ________________________________
	Representation:	• Can draw simple 3-D shapes in to 2-D figures.
Mensuration 13. Area and Perimeter	**Problem Solving**	• Solves the problem of Area and perimeter for square, rectangle, parallelogram, triangle and Rhombus shapes of things.
	Reasoning and Proof	• Understands the relationship between square, Rectangle, Parallelogram with triangle shapes for finding the area of triangle. • Understands the Area of Rhombus by using area of triangles.
	Communication:	• Explains the concept of Measurement using a basic unit.
	Connections:	• Applies the concept of Area perimeter to find the daily life situation problems (Square, Rectangle, Parallelogram, Triangle, Rhombus and Circle) • Applies the concept of area of Rectangle, Circle. • Finds the area of the rectangular paths, Circular paths.
	Representation:	• Represent word problems as figures.
7. Data Handling	**Problem Solving**	• Organization of raw data into classified data. • Solves the problems for finding the Mean, Medium, Mode of ungrouped data
	Reasoning	• Understands the Mean, Mode and Medium of ungrouped data and what they represent.
	Communication:	• Explains the Mean, Mode and Medium for ungrouped data.
	Connections:	• Understands the usage of Mean, Mode and Medium in daily life situation problems. • Understands the usage of double graphs and pie graphs in daily life situation (Year wise population, Budget, Production of crops etc.)
	Representation:	• Representation of Mean, Medium and Mode for ungrouped data. • Representation of the data in to double bar graphs and pie graphs.

SCERT, TELANGANA

క్షేత్రగణితం	సమస్యా సాధన	• చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం, సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యము, పరిధిలపై సమస్యలను సాధిస్తారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం, సమాంతర చతుర్భుజం, త్రిభుజముల మధ్య సంబంధములను గుర్తించి త్రిభుజ వైశాల్యమును కనుక్కొంటారు. • త్రిభుజ వైశాల్యము నుపయోగించి సమచతుర్భుజము యొక్క వైశాల్యమును కనుగొని అవగాహన చేసుకొంటారు.
	వ్యక్తపరచడం	• ప్రామాణిక కొలత సహాయముతో భావనను వివరిస్తారు.
	సంధాన చేయడం	• వైశాల్యము, పరిధి భావనలను నిత్య జీవిత సమస్య సాధనలకు ఉపయోగిస్తారు. • దీర్ఘచతురస్రం, బాట వైశాల్యము భావనకు అన్వయిస్తారు. • దీర్ఘచతురస్రాకార బాట వైశాల్యములను కనుగొంటారు.
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• ________________
దత్తాంశ నిర్వహణ	సమస్యా సాధన	• అవర్గీకృత దత్తాంశమును, వర్గీకృత దత్తాంశముగా వ్రాస్తారు. • అవర్గీకృత దత్తాంశమునకు, అంకమధ్యం, మధ్యగతం, బాహుళకం కనుగొంటారు.
	కారణాలు చెప్పడం నిరూపణలు చేయడం	• అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకమును అవగాహన చేసుకొంటారు.
	వ్యక్తపరచడం	• అవర్గీకృత దత్తాంశము యొక్క సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకములను వివరిస్తారు.
	సంధాన చేయడం	• నిత్యజీవితములో సగటు, మధ్యగతము, బాహుళకముల ఉపయోగములను అవగాహన చేసుకొందురు. • నిత్యజీవితంలో దిమ్మచిత్రాలు, వృత్తచిత్రాలు, వృత్తచిత్రాల ఉపయోగమును అవగాహన చేసుకొందురు. (బడ్జెట్, జనాభా, పంటల ఉత్పత్తి)
	ప్రాతినిధ్య పరచడం	• అవర్గీకృత దత్తాంశమునకు సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకంను సూచిస్తారు. • ఇచ్చిన దత్తాంశమును దిమ్మచిత్రాలు, వృత్తచిత్రాల ద్వారా సూచిస్తారు.

SCERT TELANGANA

LEARNING OUTCOMES

MATHEMATICS CLASS 7

The learner....

- Solves problems involving four fundamental operations on integers.
- Solves problems related to daily life situations involving fractions, rational numbers and decimals.
- Uses exponential form of the numbers to simplify problems involving multiplication and division of large numbers.
- Solves problems in daily life related to profit-loss, interest by using percentage and ratio.
- Solves problems in daily life involving linear equations in one variable.
- Demonstrates the types of angles formed by intersections of any two lines.
- Explains the properties of angles formed in and outside of a triangle.
- Explains congruency of triangles on the basis of the information given about them(like SSS, SAS, ASA, RHS).
- Using ruler and a pair of compasses constructs triangles with given measurements.
- Finds the areas of parallelogram, triangle, and rhombus. Estimates the value of pi.
- Calculates mean, median and mode of the ungrouped data of daily life.
- Identifies 3D shapes like sphere, cube, cuboids, cylinder and cone in real life situations and prepares net shapes to them.
- Explains line symmetry, rotational symmetry and point symmetry.

SCERT TELANGANA