

2020 (A)

गणित

प्रथम पाली (First Sitting)

समय : 3 घंटे + 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश :

1. परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।
2. दाहिनी ओर हाशिये पर दिए हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।
3. इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।
4. यह प्रश्न-पत्र दो खंडों में है, खण्ड-अ एवं खण्ड-ब।
5. खण्ड-अ में 60 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, जिनमें से किन्हीं 50 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। पचास से अधिक प्रश्नों के उत्तर देने पर प्रथम 50 उत्तरों का ही मूल्यांकन कम्प्यूटर द्वारा किया जाएगा। प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है। सही उत्तर को उपलब्ध कराये गये OMR-शीट में दिए गए सही वृत्त को नीले/काले बॉल पेन से प्रगाढ़ करें। किसी भी प्रकार के क्लाइटर/तरल पदार्थ/ब्लेड/नाखून आदि का OMR उत्तर पत्रिका में प्रयोग करना मना है, अन्यथा परीक्षा परिणाम अमान्य होगा।
6. खण्ड-ब में 27 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित है। इसके अतिरिक्त, इस खंड में 8 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, जिनमें से किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर देना है। प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं।
7. किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण का प्रयोग पूर्णतया वर्जित है।

खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

निम्नांकित बहुविकल्पीय प्रश्नों में से सही विकल्प चुनें।

50 × 1 = 50

1. निम्नलिखित में से कौन $\operatorname{cosec} \theta$ के बराबर है?
 (A) $\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ (B) $\frac{1}{\sec \theta}$ (C) $\frac{1}{\sin \theta}$ (D) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
2. यदि $2 \sin \theta = 1$, तो $(3 \cot^2 \theta + 3)$ का मान होगा
 (A) 12 (B) 15 (C) 9 (D) 8
3. असंभव घटना की प्रायिकता होती है
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 0 (D) $\frac{1}{3}$
4. निम्नलिखित में $x^2 - \sqrt{2}x - 12$ के शून्यक कौन-से हैं?
 (A) $-3\sqrt{2}, \sqrt{2}$ (B) $-3\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{-3}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (D) इनमें से कोई नहीं
5. वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होती है
 (A) चाप (B) चापकर्ण (C) व्यास (D) इनमें से कोई नहीं
6. 12 m ऊँचे खंभे की जमीन पर पड़ रही छाया की लंबाई $4\sqrt{3}$ m है। सूर्य का उन्नयन कोण है
 (A) 60° (B) 45° (C) 30° (D) 90°
7. $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle C = 90^\circ$ है तो $\cos(A + B)$ का मान है
 (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. बिन्दुओं (2, 3) एवं (-2, 3) के बीच की दूरी है।
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
9. एक बेलन तथा शंकु के आधार की त्रिज्याएँ 3 : 4 के अनुपात में है तथा उनकी ऊँचाइयाँ 2 : 3 के अनुपात में है, बेलन के आयतनों का अनुपात है
 (A) 3 : 4 (B) 9 : 8 (C) 8 : 9 (D) 4 : 3
10. यदि 3, 4, 5, 17 तथा x का माध्य 6 हो, तो x का मान है
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
11. 3, 4, 7, 2, 7, 6, 7, 9 का बहुलक है
 (A) 2 (B) 3 (C) 7 (D) 9
12. 13 और 19 के बीच समांतर माध्य है
 (A) 13 (B) 16 (C) 19 (D) 12
13. यदि द्विघात समीकरण $x^2 - px + 4 = 0$ के मूल बराबर हों तो $p = ?$
 (A) ± 3 (B) ± 4 (C) ± 5 (D) ± 2
14. यदि a और b अभाज्य संख्याएँ हैं, तो a और b का ल. स. है
 (A) a (B) b (C) ab (D) $\frac{a}{b}$
15. बिन्दु (x, y) की दूरी मूल बिन्दु से है
 (A) $\sqrt{x^2 - y^2}$ (B) $\sqrt{x^2 + y^2}$ (C) $x^2 - y^2$ (D) $x^2 y^2$
16. यदि किसी घनाभ की लंबाई l , चौड़ाई b तथा ऊँचाई h हो, तो घनाभ का आयतन है
 (A) lbh (B) $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$
 (C) $2lbh$ (D) $2(lb + bh + lh)$
17. $\tan 10^\circ \tan 15^\circ \tan 75^\circ \tan 80^\circ = ?$
 (A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) -1 (D) 1
18. निम्नलिखित में से कौन-सा द्विघात समीकरण है?
 (A) $2x^2 - 3x = (x + 1)^2$ (B) $x^2 - 2\sqrt{x} - 3 = 0$
 (C) $3x^2 + 2 = (3 - x)^2 + 4$ (D) $x^2 - \frac{1}{x^2} = 4$
19. एक बेलन और एक शंकु के आधार समान हैं। यदि उनकी ऊँचाइयाँ भी समान हों, तो उनके आयतनों का अनुपात होगा
 (A) 1 : 2 (B) 2 : 3 (C) 3 : 2 (D) 3 : 1
20. x -अक्ष पर बिन्दु जो कि बिन्दुओं $A(-1, 0)$ और $B(5, 0)$ से समान दूरी पर है, है
 (A) (0, 2) (B) (2, 0) (C) (3, 0) (D) (0, 3)
21. एक समबाहु त्रिभुज ABC की एक भुजा 12 cm हो, तो इसकी ऊँचाई होगी
 (A) $6\sqrt{2}$ cm (B) $6\sqrt{3}$ cm (C) $3\sqrt{6}$ cm (D) $6\sqrt{6}$ cm
22. यदि समीकरण $3x - y = 5$ तथा $6x - 2y = k$ के कोई हल न हो, तो
 (A) $k = 0$ (B) $k \neq 0$ (C) $k \neq 10$ (D) $k = -10$
23. भूमि से 100 m की ऊँचाई तथा 60° के उन्नयन कोण पर उड़ती हुई एक पतंग की डोरी की लंबाई है
 (A) 100 m (B) $100\sqrt{2}$ m (C) $\frac{200}{\sqrt{3}}$ m (D) 200 m
24. यदि 3 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ परस्पर 60° के कोण पर झुकी हों, तो प्रत्येक स्पर्शरेखा की लंबाई है
 (A) $2\sqrt{3}$ cm (B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm (C) $3\sqrt{3}$ cm (D) 6 cm

25. 52 तारों की एक गड्डी को अच्छी तरह फेंककर, उसमें से यादृच्छया एक पत्ता निकाला जाता है। इसके बदले रंग का बादशाह होने की प्रायिकता कितनी है?

- (A) $\frac{1}{13}$ (B) $\frac{1}{26}$ (C) $\frac{1}{52}$ (D) $\frac{3}{39}$

26. $-10, -6, -2, 2, \dots, 34$ में पदों की संख्या है

- (A) 15 (B) 12 (C) 13 (D) 14

27. बिन्दु $(6, -5)$ का x -नियामक है

- (A) 6 (B) -5 (C) -6 (D) 5

28. द्विघात बहुपद $x(2x - 5) - 3$ के शून्यकों का योग है

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $-\frac{5}{2}$ (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$

29. $1 + 2 + 3 + \dots + n$ बराबर है

- (A) $\frac{n+1}{2}$ (B) $\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$

- (C) $\frac{n(n+1)}{2}$ (D) $\frac{n(n-1)}{2}$

30. निम्नलिखित में से कौन बहुपद है?

- (A) $x^2 - 5x + 4\sqrt{x} + 3$ (B) $x^{\frac{3}{2}} - x + x^{\frac{1}{2}} + 1$

- (C) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ (D) $\sqrt{2x^2} - 3\sqrt{3x} + \sqrt{6}$

31. x, y में रेखिक समीकरण $ax + by + c = 0$ के कितने अधिकतम हल संभव हैं?

- (A) 1 (B) 2 (C) अनगिनत (D) इनमें से कोई नहीं

32. समान्तर श्रेणी $1, 4, 7, 10, \dots$ का कौन-सा पद 88 है?

- (A) 26 (B) 27 (C) 30 (D) 35

33. बिन्दु $(-3, -5)$ किस पाद में स्थित है?

- (A) प्रथम पाद (B) द्वितीय पाद (C) तृतीय पाद (D) चतुर्थ पाद

34. $2 \cos^2 60^\circ$ का मान है

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

35. निम्न में से किस द्विघात बहुपद के शून्यकों का योगफल 3 तथा गुणनफल -10 है?

- (A) $x^2 - 3x + 10$ (B) $x^2 + 3x - 10$ (C) $x^2 - 3x - 10$ (D) इनमें से कोई नहीं

36. निम्नलिखित में से कौन अभाज्य संख्या है?

- (A) 15 (B) 23 (C) 12 (D) 75

37. $(1 + \tan \theta + \sec \theta)(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta) = ?$

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

38. यदि एक वृत्त की परिधि 2π से बढ़ाकर 4π कर दी जाए, तो उसका क्षेत्रफल होगा

- (A) आधा (B) दुगुना (C) तीन गुना (D) चार गुना

39. निम्न में से मूल बिन्दु के नियामक कौन हैं?

- (A) $(1, 1)$ (B) $(0, 0)$ (C) $(-1, 1)$ (D) इनमें से कोई नहीं

40. $x = -5$ का आलेख कैसी सरल रेखा होगी?

- (A) x -अक्ष के समांतर (B) y -अक्ष के समांतर
(C) मूल बिन्दु से जाती हुई (D) इनमें से कोई नहीं

41. $\frac{\sin 63^\circ}{\cos 27^\circ} =$
 (A) $\sqrt{3}$ (B) 1 (C) 2 (D) 3
42. द्विघात बहुपद $x^2 + \frac{1}{6}x - 2$ के शून्यक हैं
 (A) -3, 4 (B) $-\frac{3}{2}, \frac{4}{3}$ (C) $-\frac{4}{3}, \frac{3}{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं
43. समांतर श्रेणी 10, 7, 4, ... का 30वाँ पद बराबर है
 (A) -55 (B) -66 (C) -77 (D) 81
44. यदि $\tan \theta = \frac{8}{15}$ हो, तो $\operatorname{cosec} \theta$ का मान है
 (A) $\frac{17}{8}$ (B) $\frac{8}{17}$ (C) $\frac{15}{17}$ (D) $\frac{17}{16}$
45. 1 से 100 तक सभी प्राकृत संख्याओं का योग है
 (A) 4050 (B) 5050 (C) 6050 (D) 7050
46. $\sin(90^\circ - \theta) =$
 (A) $\sin \theta$ (B) $-\sin \theta$ (C) $\cos \theta$ (D) $-\cos \theta$
47. निम्नलिखित में से कौन परिमेय संख्या है?
 (A) $2 - \sqrt{3}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ (D) $\sqrt{6}$
48. यदि $\sec \theta = \frac{13}{12}$ हो, तो $\cot \theta$ बराबर है
 (A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{13}{5}$
49. बिन्दुओं A(3, 4) और B(-3, 8) को मिलाने वाली रेखाखण्ड के मध्यबिन्दु के नियामक हैं
 (A) (0, 12) (B) (6, 0) (C) (6, -4) (D) (0, 6)
50. किसी वृत्त पर बाह्य बिन्दु से कितनी स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
51. $64 \pi \text{ cm}^2$ क्षेत्रफल वाले वृत्त का व्यास है
 (A) 15 cm (B) 16 cm (C) 20 cm (D) 17 cm
52. त्रिभुज $\triangle DEF$ तथा $\triangle PQR$ में दिया है कि $\angle D = \angle Q$ तथा $\angle R = \angle E$ तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही है?
 (A) $\angle F = \angle P$ (B) $\angle F = \angle Q$ (C) $\angle D = \angle P$ (D) $\angle E = \angle P$
53. समीकरण युग्म $2x + 3y = 5$ तथा $4x + 6y = 15$ का है
 (A) अद्वितीय हल (B) अनन्त हल (C) कोई हल नहीं (D) इनमें से कोई नहीं
54. यदि 65 तथा 117 का म.सं. $65m - 117$ के रूप में है, तो m का मान है
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
55. 2, 10 और 20 के ल.सं. और म.सं. का अनुपात है
 (A) 1 : 10 (B) 10 : 1 (C) 4 : 3 (D) 11 : 1
56. निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या, एक घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती है?
 (A) $\frac{2}{3}$ (B) -0.5 (C) 0.7 (D) 15%

57. सबसे छोटी भाज्य संख्या और छोटी अभाज्य संख्या का म.स० कितना होगा?
 (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) इनमें से कोई नहीं
58. एक धातु का घन, जिसकी भुजा 1 cm है, को खींचकर 4 mm व्यास का एक तार बनाया गया है। तार की लम्बाई है
 (A) $\frac{100}{\pi}$ cm (B) $\frac{25}{\pi}$ cm (C) 100π cm (D) 10000 cm
59. $1 + \tan^2 \theta =$
 (A) $\sec^2 \theta$ (B) $\operatorname{cosec}^2 \theta$ (C) $\tan^2 \theta$ (D) $\cot^2 \theta$
60. यदि दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं में 3 : 4 का अनुपात है, तो उनके परिमाणों का अनुपात है
 (A) 3 : 4 (B) 4 : 3 (C) 9 : 16 (D) 16 : 9

खंड-ब (गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Questions)

प्रश्न-संख्या 1 से 25 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, इनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों का उत्तर दें, प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित हैं। 15 × 2 = 30

- समीकरण निकाय $2x + 5y = 1$ और $2x + 3y = 3$ को वज्रगुणन विधि से हल करें। 2
- $0.\overline{16}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में बदलें। 2
- एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई 24 cm और आधार की त्रिज्या 7 cm है, तो उसके आयतन की गणना करें। 2
- $\triangle ABC$ में भुजाओं AB तथा AC पर दो बिन्दु D और E क्रमशः इस प्रकार हैं कि $DE \parallel BC$, यदि $AD = (4x - 3)$ cm, $AE = (8x - 7)$ cm, $BD = (3x - 1)$ cm तथा $CE = (5x - 3)$ cm, तो x का मान निकालें। 2
- सिद्ध करें कि $\frac{\tan A + \tan B}{\cot A + \cot B} = \tan A \tan B$. 2
- एक $\triangle ABC$ के शीर्ष बिन्दु $A(-3, 0)$, $B(5, -2)$ तथा $C(-8, 5)$ हैं। इस त्रिभुज का केन्द्रक ज्ञात कीजिए। 2
- एक $\triangle ABC$ में AD , BC पर लंब है। सिद्ध करें कि $(AB^2 + CD^2) = (AC^2 + BD^2)$. 2
- यदि $7 \tan \theta = 4$ हो, तो $\frac{(7 \sin \theta - 3 \cos \theta)}{(7 \sin \theta + 3 \cos \theta)}$ का मान ज्ञात करें। 2
- x -अक्ष पर उस बिन्दु को ज्ञात करें जो बिन्दुओं $A(2, -5)$ तथा $B(-2, 9)$ से समदूरस्थ है। 2
- एक वृत्त $\triangle ABC$ की भुजा BC को P बिन्दु पर स्पर्श करता है तथा भुजाओं AB और AC को बढ़ाने पर क्रमशः Q तथा R पर स्पर्श करता है।
 सिद्ध कीजिए कि $AQ = \frac{1}{2} (\triangle ABC \text{ का परिमाण})$ । 2
- एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि इसका परिमाण 25 cm है। 2
- दो पासों को एक बार फेंका जाता है, तो दोनों पर सम संख्याएँ आने की प्रायिकता ज्ञात करें। 2
- निम्नलिखित बंटन का बहुलक ज्ञात करें—

वर्ग-अंतराल	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
बारंबारता	30	36	52	61	38	33

14. निम्नलिखित बंटन का माध्य ज्ञात करें—

वर्ग-अंतराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारंबारता	7	8	16	9	10

15. दो संख्याओं का योगफल 1000 है तथा उनके वर्गों का अंतर 256000 है तो संख्याएँ ज्ञात करें। 2
16. तीन सिक्कों को एक बार उछाला जाता है। कम-से-कम दो चित आने की प्रायिकता ज्ञात करें। 2
17. द्विघात बहुपद $x^2 - 2x - 8$ के शून्यकों ज्ञात कीजिए। 2
18. सिद्ध करें कि $\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = 2$. 2
19. x और y में एक संबंध स्थापित करें यदि बिन्दु (x, y) , $(7, 1)$ तथा $(3, 5)$ समदूरस्थ है। 2
20. दो संख्याओं का म.स. 23 है तथा उनका ल.स. 1449 है। यदि एक संख्या 161 है, तो दूसरी संख्या ज्ञात करें। 2
21. यदि α, β किसी द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक हो तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान ज्ञात करें। 2
22. यूक्लिड के विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग कर 272 तथा 1032 का म.स. निकालें। 2
23. उस अर्द्धगोले का वर्ग पृष्ठ निकालें जिसका व्यास 14 cm है। 2
24. निम्न का मान ज्ञात करें— 2
- $$\frac{\tan^2 60^\circ + 4\sin^2 45^\circ + 3\sec^2 30^\circ + 5\cos^2 90^\circ}{\operatorname{cosec} 30^\circ + \sec 60^\circ - \cot^2 30^\circ}$$
25. सिद्ध करें कि $(3 + \sqrt{5})$ एक अपरिमेय संख्या है। 2
26. द्विघात सूत्र का प्रयोग कर समीकरण $x^2 - 4x - 1 = 0$ का हल निकालें। 2
27. एक समांतर श्रेणी का चौथा पद 11 है। इसके पाँचवें तथा सातवें पदों का योग 34 है। इसका सार्व अंतर ज्ञात कीजिए। 2

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Questions)

प्रश्न-संख्या 28 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इस कोटि के प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें। 4 × 5 = 20

28. समीकरण युग्म $x + 2y = 3$ तथा $4x + 3y = 2$ का ग्राफ खींचें और हल करें। 5
29. एक 60 m चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने-सामने समान लंबाई वाले दो खम्भे लगे हुए हैं। इन दोनों खम्भों के बीच सड़क के एक बिन्दु से खम्भों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 30° और 60° हैं। खम्भों की ऊँचाई और खम्भों से बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए।
30. सिद्ध करें कि वृत्त की दो समांतर स्पर्श रेखाओं के स्पर्शबिन्दुओं को मिलानेवाला रेखाखंड वृत्त के केन्द्र से होकर जाता है। 5
31. एक रेलगाड़ी कुछ दूरी समान चाल से तय करती है। यदि रेलगाड़ी 10 km/hr अधिक तेज चली होती, तो उसे नियत समय से 2 घंटे कम लगते और यदि 10 km/hr धीमी चली होती, तो उसे नियत समय से 3 घंटे अधिक लगते। रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात करें। 5
32. सिद्ध करें कि $\frac{\tan A}{(1 - \cot A)} + \frac{\cot A}{(1 - \tan A)} = (1 + \tan A + \cot A)$ 5
33. यदि एक बाह्य बिन्दु P से त्रिज्या a तथा केन्द्र O वाले वृत्त पर खींची गई दो स्पर्शरेखाओं के बीच का कोण 60° हो, तो OP की लंबाई ज्ञात करें। 5
34. निशा धारा के अनुकूल 2 घंटे में 20 km तैर सकती है और धारा के प्रतिकूल 2 घंटे में 4 km तैर सकती है। उसकी स्थिर जल में तैरने की चाल तथा धारा की चाल ज्ञात करें। 5
35. 3.5 cm त्रिज्या का वृत्त खींचिए। इस वृत्त पर ऐसी दो स्पर्शरेखाएँ खींचिए जो परस्पर लंबवत हों। 5

उत्तर (Answers)

खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

- | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (C) | 2. (A) | 3. (C) | 4. (D) | 5. (C) | 6. (A) |
| 7. (A) | 8. (B) | 9. (B) | 10. (A) | 11. (C) | 12. (B) |
| 13. (B) | 14. (C) | 15. (B) | 16. (A) | 17. (D) | 18. (C) |
| 19. (D) | 20. (B) | 21. (B) | 22. (C) | 23. (C) | 24. (C) |
| 25. (B) | 26. (B) | 27. (A) | 28. (D) | 29. (C) | 30. (D) |
| 31. (B) | 32. (C) | 33. (C) | 34. (D) | 35. (C) | 36. (B) |
| 37. (D) | 38. (D) | 39. (B) | 40. (B) | 41. (B) | 42. (D) |
| 43. (C) | 44. (A) | 45. (B) | 46. (C) | 47. (C) | 48. (C) |
| 49. (D) | 50. (B) | 51. (B) | 52. (A) | 53. (C) | 54. (B) |
| 55. (B) | 56. (B) | 57. (B) | 58. (B) | 59. (A) | 60. (A) |

खंड-ब (गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. दिया गया समीकरण निकाय है—

$$2x + 5y = 1 \quad \dots (i)$$

$$2x + 5y - 1 = 0$$

$$\text{एवं } 2x + 3y = 3 \quad \dots (ii)$$

$$2x + 3y - 3 = 0$$

वज्रगुणन विधि प्रयोग करने पर,



$$\frac{x}{-15 + 3} = \frac{y}{-2 + 6} = \frac{1}{6 - 10} \quad \text{या,} \quad \frac{x}{-12} = \frac{y}{4} = \frac{1}{-4}$$

$$\therefore x = \frac{-12}{-4} = 3 \quad \text{एवं} \quad y = \frac{4}{-4} = -1$$

अतः $x = 3$ और $y = -1$ है। Ans.

2. माना कि $0.1\overline{6} = x$... (i)

$$0.1666\overline{6} = x \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) में, 10 से गुणा करने पर, $1.666\overline{6} = 10x$... (iii)

समीकरण (i) में 100 से गुणा करने पर, $16.666\overline{6} = 100x$... (iii)

समीकरण (ii) को (iii) से घटाने पर,

$$15 = 90x \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

अतः $x = \frac{1}{6}$ है। Ans.

3. दिया गया है कि शंकु की ऊँचाई = 24 cm एवं शंकु की त्रिज्या = 7 cm

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ cm}^3 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 1232 \text{ cm}^3 \text{ Ans.}$$

4. प्रश्न के अनुसार,

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE} \text{ (थेल्स नियम)}$$

$$\Rightarrow \frac{4x-3}{3x-1} = \frac{8x-7}{5x-3}$$

$$\Rightarrow (4x-3)(5x-3) = (8x-7)(3x-1)$$

$$\Rightarrow 20x^2 - 12x - 15x + 9 = 24x^2 - 8x - 21x + 7$$

$$\Rightarrow 20x^2 - 27x + 9 = 24x^2 - 29x + 7$$

$$\Rightarrow (24x^2 - 20x^2) + (-29x + 27x) + (7 - 9) = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$

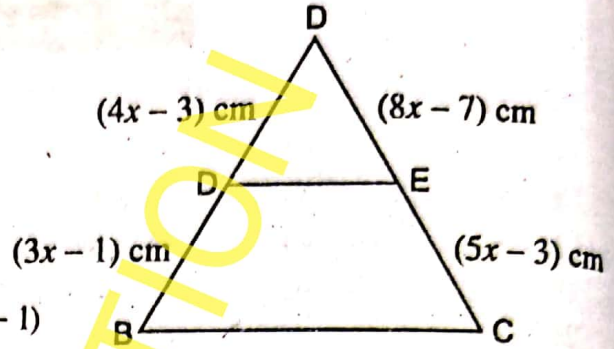
$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + x - 1 = 0 \Rightarrow 2x(x-1) + 1(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (2x+1)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1}{2}, 1$$

$$\therefore x \neq \frac{-1}{2}$$

$$\therefore x = 1 \text{ cm Ans.}$$



$$\begin{aligned} 5. \text{ L.H.S.} &= \frac{\tan A + \tan B}{\cot A + \cot B} = \frac{\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\sin B}{\cos B}}{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\cos B}{\sin B}} = \frac{\left(\frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B} \right)}{\left(\frac{\sin B \cos A + \sin A \cos B}{\sin A \sin B} \right)} \\ &= \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B} = \frac{\sin A}{\cos A} \times \frac{\sin B}{\cos B} \\ &= \tan A \tan B = \text{R.H.S. Proved.} \end{aligned}$$

6. प्रश्न के अनुसार, माना कि केन्द्रक $G(x, y)$ है।

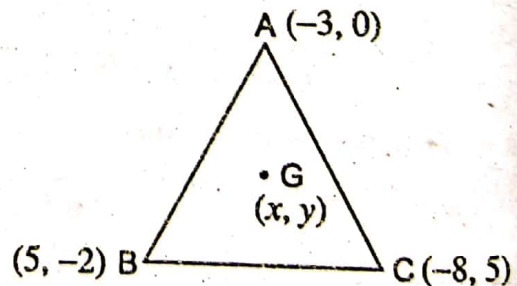
अब, केन्द्रक के नियम के अनुसार,

$$G = (x, y)$$

$$= \left(\frac{(-3) + 5 - 8}{3}, \frac{0 + (-2) + 5}{3} \right)$$

$$= \left(\frac{-6}{3}, \frac{3}{3} \right) = (-2, 1)$$

अतः केन्द्रक है $G(x, y) = G(-2, 1)$ Ans.



7. प्रश्न के अनुसार,

दिया गया है, एक त्रिभुज (ABC) है जिसमें $AD \perp BC$

प्रमाणित करना है — $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$

प्रमाण : त्रिभुज (ABD) में,

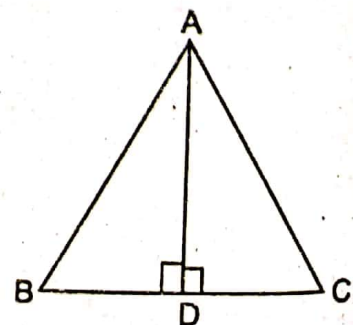
पाइथागोरस के नियम के अनुसार,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$\text{या, } AB^2 - BD^2 = AD^2 \quad \dots (i)$$

और, त्रिभुज (ADC) में,

पाइथागोरस के नियम के अनुसार,



$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$AC^2 - CD^2 = AD^2$$

समीकरण (i) एवं (ii) से,

$$AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2 \text{ Proved.}$$

... (ii)

8. दिया गया है—

$$\text{यदि } 7 \tan \theta = 4 \text{ तो, } \tan \theta = \frac{4}{7}$$

$$\text{अब, } \frac{7 \sin \theta - 3 \cos \theta}{7 \sin \theta + 3 \cos \theta}$$

$\cos \theta$ से अंश एवं हर में भाग देने पर,

$$\frac{\frac{7 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\cos \theta}}{\frac{7 \sin \theta + 3 \cos \theta}{\cos \theta}} = \frac{7 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - 3}{7 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + 3} = \frac{7 \tan \theta - 3}{7 \tan \theta + 3}$$

$$= \frac{7 \times \frac{4}{7} - 3}{7 \times \frac{4}{7} + 3} = \frac{4 - 3}{4 + 3} = \frac{1}{7} \text{ Ans.}$$

9. माना कि, x -अक्षांश का बिंदु $P(a, 0)$ जो बिंदुएँ $A(2, -5)$ एवं $(-2, 9)$ से समदूरस्थ है।

अब, प्रश्न के अनुसार, $|AP| = |BP|$

वर्ग करने पर, $AP^2 = BP^2$ (दूरी सूत्र लगाने पर)

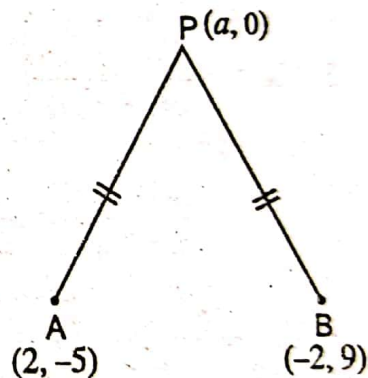
$$\text{या, } (a - 2)^2 + 5^2 = (a + 2)^2 + 9^2$$

$$\text{या, } a^2 + 4 - 4a + 25 = a^2 + 4 + 49 + 81$$

$$\text{या, } 8a = 25 - 81 = -56$$

$$\therefore a = -7$$

अतः x -अक्षांश पर बिंदु $P(a, 0) = P(-7, 0)$ है जो $A(2, -5)$ एवं $B(-2, 9)$ से समदूरस्थ है।



10. चूँकि दिया गया है—

यहाँ पर हम स्पष्ट रूप से देख सकते हैं कि,

AQ, BC एवं AR एक स्पर्शरेखा है वृत्त का जो वृत्त को Q, P एवं R पर क्रमशः छूती है।

स्पर्श रेखा के नियम के अनुसार,

$$AQ = AR \quad \dots (i)$$

$$\text{एवं } BQ = BP$$

$$\text{और } CP = CR \quad \dots (ii)$$

अब, ΔABC का परिमाप = $AB + BC + AC$

$$= AB + (BP + PC) + AC$$

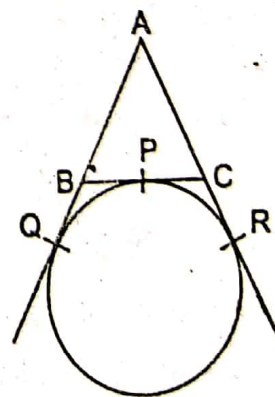
$$= (AB + BP) + (PC + AC)$$

$$= (AB + BQ) + (CR + AC)$$

$$= AQ + AR$$

चूँकि, समीकरण (ii) से $BQ = BP$ एवं $CP = CR$

अब, ΔABC का परिमाप = $2AQ$



अतः $AQ = \frac{1}{2}(\Delta ABC \text{ का परिमाण})$ Proved.

11. प्रश्न के अनुसार,

$$\text{चतुर्थांश का परिमाण} = \frac{1}{4} \times 2\pi r = 25 \Rightarrow \frac{\pi}{2} \times r = 25 \Rightarrow r = \frac{50}{\pi} \text{ cm}$$

$$\text{अब, चतुर्थांश का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4} \pi r^2 = \frac{1}{4} \times \pi \times \frac{50}{\pi} \times \frac{50}{\pi} = \frac{625}{\pi} \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$

12. जब दो पासों को एक बार फेंका जाता है, तो कुल संभावनाएँ इस प्रकार हैं—

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)

(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)

(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6)

(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)

(5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6)

(6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)

अतः दोनों पर सम संख्याएँ आने की संभावनाएँ = 9

$$\text{इसलिए, } P(\text{दोनों पर समसंख्याएँ}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ Ans.}$$

13. दिए गए आँकड़ों की अधिकतम बारंबारता 61 है तथा उसका संगत वर्ग-अंतराल 60-80 है।

$$\therefore \text{बहुलक वर्ग} = 60 - 80$$

$$\therefore l = 60, f_1 = 61, f_0 = 52, f_2 = 38, \text{ एवं } h = 20$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{बहुलक} &= l + \frac{(f_1 - f_0) \times h}{2f_1 - f_0 - f_2} = 60 + \frac{(61 - 52) \times 20}{(2 \times 61 - 52 - 38)} \\ &= \frac{60 + 9 \times 20}{32} = \frac{60 + 45}{8} = 65.625 \end{aligned}$$

अतः बहुलक 65.625 है। Ans.

14. उपर्युक्त सारिणी को निम्न प्रकार से तैयार किया जा सकता है—

वर्ग-अंतराल	बारंबारता (f_i)	वर्ग-चिह्न (x_i)	$f_i \times x_i$
0-10	7	5	35
10-20	8	15	120
20-30	16	25	400
30-40	9	35	315
40-50	10	45	450
कुल	$\Sigma f_i = 50$		$\Sigma f_i x_i = 1320$

$$\text{अतः माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{1320}{50} = 26.4 \text{ Ans.}$$

15. माना कि प्रथम संख्या x एवं दूसरा संख्या y है।

$$\text{अब, प्रश्न के अनुसार, } x + y = 1000$$

$$\text{एवं } x^2 - y^2 = 2,56,000 \quad \dots (i)$$

$$\text{या, } (x + y)(x - y) = 2,56,000$$

$$\text{या, } 1000(x - y) = 2,56,000$$

$$\therefore x - y = 256 + y \Rightarrow x = 256 + y$$

समीकरण (iii) को (i) में रखने पर, ... (iii)

$$x + y = 1000$$

$$\text{या, } 256 + y + y = 1000$$

$$\text{या, } 2y = 1000 - 256 = 744$$

$$\therefore y = 372$$

समीकरण (iv) को (iii) में रखने पर, ... (iv)

$$x = 256 + 372 = 628$$

अतः समीकरण (iv) एवं (v) से x एवं y 628 और 372 क्रमशः हैं। ... (v)

16. प्रश्न के अनुसार, जब तीन सिक्कों को एक बार उछाला जाता है, तब कुल संभावनाएँ इस प्रकार हैं।
 $HHH, HHT, HTT, THH, THT, TTH, HTH, TTT$

अब, कम से कम दो चित आने की कुल संभावनाएँ = 4

$$\text{अतः } P(\text{कम-से-कम दो चित}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ Ans.}$$

17. चूँकि, द्विघात बहुपद है $= x^2 - 2x - 8$

$$\text{अब, } x^2 - 4x + 2x - 8 \text{ या, } x(x - 4) + 2(x - 4)$$

$$\text{या, } (x + 2)(x - 4)$$

$$\text{अतः शून्यकों के लिए, } (x + 2)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -2, 4 \text{ Ans.}$$

$$18. \text{L.H.S.} = \sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ$$

$$= \sin^2 5^\circ + \{\sin(90^\circ - 5^\circ)\}^2 + \sin^2 10^\circ + \{\sin(90^\circ - 10^\circ)\}^2$$

$$= \sin^2 5^\circ + (\cos 5^\circ)^2 + \sin^2 10^\circ + (\cos 10^\circ)^2$$

$$= \sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ$$

$$= 1 + 1 = 2 = \text{R.H.S. Proved}$$

19. प्रश्न के अनुसार,

माना कि $P(x, y)$ जो $A(7, 1)$ एवं $B(3, 5)$ से समदूरस्थ है।

$$\text{अब, } |AP| = |BP|$$

वर्ग करने पर,

$$AP^2 = BP^2$$

$$\text{या, } (x - 7)^2 + (y - 1)^2 = (x - 3)^2 + (y - 5)^2$$

$$\text{या, } x^2 + 49 - 14x + y^2 + 1 - 2y = x^2 + 9 - 6x + y^2 + 25 - 10y$$

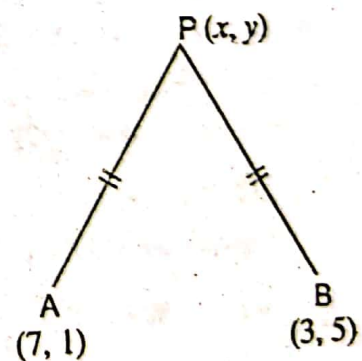
$$\text{या, } 50 - 14x - 2y = 34 - 6x - 10y$$

$$\text{या, } (50 - 34) + (-14x + 6x) + (-2y + 10y) = 0$$

$$\text{या, } (16) - 8x + 8y = 0$$

$$\text{या, } 8x - 8y = 16 \text{ या, } 8(x - y) = 16$$

$$\text{या, } x - y = 2 \text{ Ans.}$$



20. प्रश्न के अनुसार माना कि दूसरा संख्या y है

अब, म०स० \times ल०स० = प्रथम संख्या \times द्वितीय संख्या

$$\text{या, } 23 \times 1449 = 161 \times y$$

$$\text{अतः दूसरा संख्या } y = 207 \text{ होगा। Ans.}$$

21. चूँकि, द्विघात बहुपद है $= ax^2 + bx + c$ जिसके शून्यक : α एवं β है।

$$\text{तो } \alpha^2 + \beta^2 = ?$$

$$\text{अब, प्रश्न के अनुसार, } \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$\text{एवं } \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\text{लेकिन, } \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - \frac{2c}{a}$$

[समीकरण (i) एवं (ii)]

$$= \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2} \text{ Ans.}$$

22. 272 एवं 1032

$$\because 1032 > 272$$

$$\therefore a = 1032, b = 272$$

यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम के अनुसार, $a = bq + r$

$$\Rightarrow 1032 = 272 \times 3 + 216$$

चूँकि शेषफल $216 \neq 0$
 $\therefore 272$ एवं 216 के बीच यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करने पर हम पाते हैं कि

$$272 = 216 \times 1 + 56$$

चूँकि शेषफल $56 \neq 0$
 $\therefore 216$ एवं 56 के बीच यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करने पर हम पाते हैं कि

$$216 = 56 \times 3 + 48$$

चूँकि शेषफल, $48 \neq 0$ अब, 48 एवं 8 में यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम नियम के अनुसार हम पाते हैं कि

$$48 = 8 \times 6 + 0$$

चूँकि शेषफल = 0,

अतः हमारा म.स. (272, 1032) का 8 होगा चूँकि ये अंतिम भाजक है।

23. दिया गया है—

$$\text{अर्द्धगोले का व्यास} = 14 \text{ cm}$$

$$\text{अर्द्धगोले का त्रिज्या} = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$$

$$\text{अब, अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठ} = 3\pi r^2 = 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \text{ cm}^2 = 462 \text{ cm}^2 \text{ Ans.}$$

24. प्रश्न के अनुसार,

$$\frac{\tan^2 60^\circ + 4 \sin^2 45^\circ + 3 \sec^2 30^\circ + 5 \cos^2 90^\circ}{\operatorname{cosec} 30^\circ + \sec 60^\circ + \cot^2 30^\circ}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})^2 + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + 0}{2 + 2 + (\sqrt{3})^2} = \frac{3 + 4 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{2 \times 2}{3}}{2 + 2 + 3}$$

$$= \frac{9}{7} \text{ Ans.}$$

25. उत्तर के लिए 2016 (A) (द्वितीय पाली) के प्रश्न-संख्या 32 देखें।

26. प्रश्न के अनुसार, दिया गया द्विघात समीकरण है—

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

वास्तविक शून्यक के लिए, $D \geq 0$

$$b^2 - 4ac \geq 0$$

$$16 - 4 \times 1 \times -1 = 20 > 0$$

अतः इस समीकरण के वास्तविक हल होंगे।

अब, शून्यक के नियम के अनुसार,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{20}}{2 \times 1} = \frac{-(-4) \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$

अतः $(2 + \sqrt{5})$ एवं $(2 - \sqrt{5})$ शून्यक होंगे। Ans.

27. माना कि प्रथम पद = a एवं सार्व अंतर = d है।

अब, प्रश्न के अनुसार, $a + (4 - 1)d = 11$

या, $a + 3d = 11$... (i)

एवं $[a + (5 - 1)d] + [a + (7 - 1)d] = 34$

या, $(a + 4d) + (a + 6d) = 34$

या, $2a + 10d = 34$

या, $2(a + 5d) = 34$

या, $a + 5d = 17$... (ii)

या, $a = 17 - 5d$... (iii)

समीकरण (iii) को (i) में रखने पर,

$$a + 3d = 11$$

या, $(17 - 5d) + 3d = 11$

या, $17 - 2d = 11$

या, $17 - 11 = 2d$

या, $6 = 2d$

या, $3 = d$

अतः $d =$ सार्व अंतर = 3 होगा। Ans.

28. चूँकि समीकरण युग्म है—

$$x + 2y = 3 \quad \dots (i)$$

$$4x + 3y = 2 \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) से, $x + 2y = 3 \Rightarrow \frac{x - 3}{2} = -y \Rightarrow y = \frac{3 - x}{2}$

अतः, यदि, $x = -3$, तब, $y = \frac{3 + 3}{2} = \frac{6}{2} = 3$

यदि $x = -1$, तब, $y = \frac{3 + 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ एवं यदि $x = 1$, तब $y = \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

अतः सारिणी में लिखने पर,

x	-3	-1	1
y	3	2	1

अतः हमारे पास बिंदुएँ हैं, $A(-3, 3)$, $B(-1, 2)$ एवं $C(1, 1)$ एवं इसे दिखाने वाली लाइन ABC होगी।

अब; समीकरण (ii) से, $4x + 3y = 2 \Rightarrow \frac{2 - 4x}{3} = y$

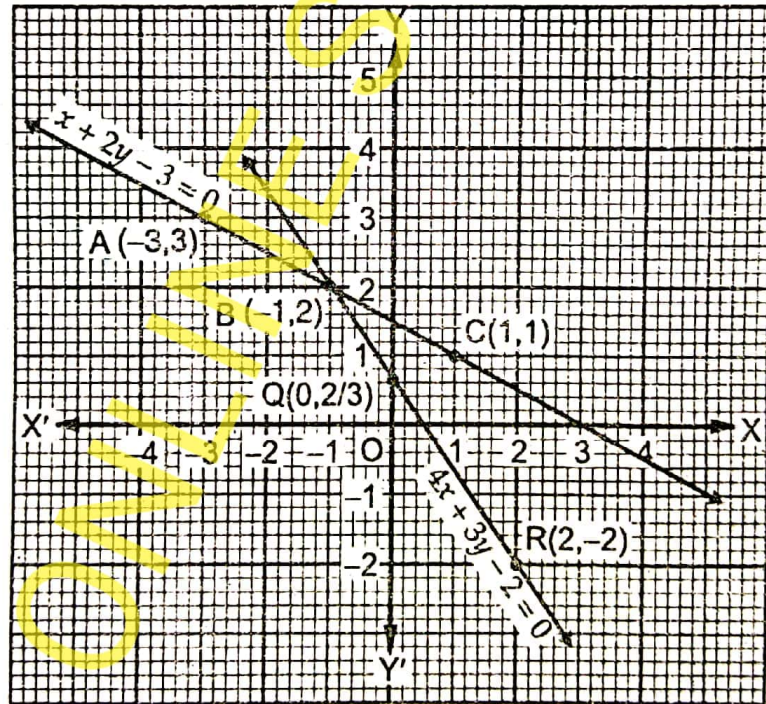
अब, यदि $x = -1$, तब $y = \frac{2 + 4}{3} = \frac{6}{3} = 2$

यदि $x = 0$, तब $y = \frac{2 - 0}{3} = \frac{2}{3}$ एवं यदि $x = 2$, तब, $y = \frac{2 - 8}{3} = \frac{-6}{3} = -2$

अतः सारिणी में लिखने पर,

x	-1	0	2
y	2	2/3	-2

अतः हमारे पास बिंदुएँ हैं— $P(-1, 2)$, $Q(0, \frac{2}{3})$ एवं $R(2, -2)$ तथा इसे मिलाने वाली लाइन PQR होगी। चूँकि दोनों ग्राफ एक-दूसरे को $P, B(-1, 2)$ पर प्रतिच्छेद करते हैं।



अतः $x = -1$ एवं $y = 2$ पर दिए गए समीकरण निकाय का हल होगा।

29. प्रश्न के अनुसार,

दोनों खंभों के बीच की दूरी = 60 m

माना कि, $BC = x$ m एवं $CE = (60 - x)$ m

तथा $AB = DE =$ खंभे की ऊँचाई = h m

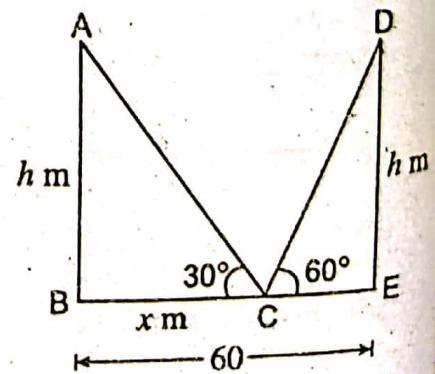
अब $\triangle ABC$ में, $\tan 30^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$

$\Rightarrow x = \sqrt{3}h$... (i)

अब $\triangle DCE$ में, $\tan 60^\circ = \frac{h}{60 - x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{60 - x}$

$\Rightarrow 60\sqrt{3} - \sqrt{3}x = h$

$\Rightarrow 60\sqrt{3} - \sqrt{3} \times \sqrt{3}h = h$



[(i) से]

$$\Rightarrow 60\sqrt{3} - 3h = h \Rightarrow 60\sqrt{3} = 4h \Rightarrow h = 15\sqrt{3} \text{ m} \quad \dots (ii)$$

समीकरण (ii) को (i) में रखने पर,
 $x = \sqrt{3} \times 15\sqrt{3} = 45 \text{ m} \quad \dots (iii)$

अतः खंभे की ऊँचाई = $h = 15\sqrt{3} \text{ m}$ एवं एक खंभे (AB) C से $x = 45 \text{ m}$ पर स्थित है।
 एवं दूसरे खंभे (DE) C से $CE = 60 - 45 = 15 \text{ m}$ पर स्थित है।

30. दिया गया है—

AB एवं CD स्पर्श रेखा है जो E एवं F पर क्रमशः वृत्त को काटती है एवं $AB \parallel CD$ है।

प्रमाणित करना है—EF रेखा केन्द्र O से होकर गुजरती है।

रचना— $OG \parallel AB \parallel CD$

प्रमाण—दिया गया है

$\therefore OG \parallel AB$, एवं OE काटता है, AB को E पर

$$\therefore \angle GOE + \angle AEO = 180^\circ$$

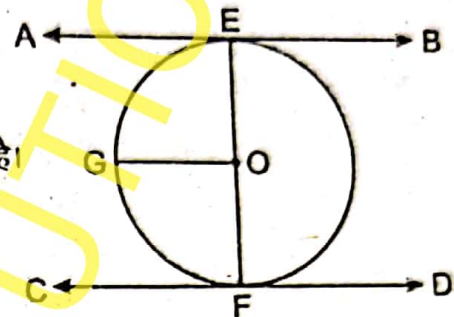
$$\therefore \angle AEO = 90^\circ$$

$$\text{अतः } \angle GOE = 90^\circ$$

$$\text{इसी प्रकार } \angle GOF = 90^\circ$$

यदि समीकरण (i) + (ii) करे, तब $\angle GOE + \angle GOF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

अतः EF एक पूर्ण रेखा है जो वृत्त से होकर गुजर रही है। Proved.



(\therefore समानांतर के बीच कोण)

(\therefore स्पर्श रेखा $AB \perp OE$)

... (i)

... (ii)

31. उत्तर के लिए 2018 (A) (द्वितीय पाली) के प्रश्न-संख्या 23 देखें।

$$\begin{aligned} 32. \text{L.H.S.} &= \frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} \\ &= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}} \\ &= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}} \\ &= \frac{\sin^2 A}{\cos A(\sin A - \cos A)} + \frac{\cos^2 A}{\sin A(\sin A - \cos A)} \\ &= \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A \cos A (\sin A - \cos A)} \\ &= \frac{(\sin A - \cos A)(\sin^2 A + \cos^2 A + \sin A \cos A)}{\sin A \cos A (\sin A - \cos A)} \\ &= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A + \sin A \cos A)}{\sin A \cos A} \\ &= \frac{\sin^2 A}{\sin A \cos A} + \frac{\cos^2 A}{\sin A \cos A} + \frac{\sin A \cos A}{\sin A \cos A} \\ &= \tan A + \cot A + 1 \\ &= 1 + \tan A + \cot A = \text{R.H.S. Proved,} \end{aligned}$$

33. प्रश्न के अनुसार, दिया गया है कि एक वृत्त जिसका केन्द्र O है पर स्पर्श रेखाएँ AP एवं BP खींचा गया है जो कि बाह्य बिंदु P पर 60° पर काटती है। वृत्त की त्रिज्या a है।

\therefore हम जानते हैं कि स्पर्श रेखा त्रिज्या पर लम्बवत् होती है।

$$\therefore \angle OAP = 90^\circ$$

$$\text{अब, } \triangle OAP \text{ में, } \sin 30^\circ = \frac{OA}{OP}$$

(केन्द्र O से P तक मिलाने वाली रेखा P पर कोण को दो बराबर भागों में बाँटती है।)

$$\text{या, } \frac{1}{2} = \frac{a}{OP}$$

$$\text{या, } OP = 2a \text{ यूनिट।}$$

34. माना कि शांत जल में तैरने की चाल $= x$ km/h एवं शांत जल में धारा की चाल $= y$ km/h

अब, कुल चाल धारा के अनुकूल स्थिति में $= (x + y)$ km/h

एवं कुल चाल धारा के प्रतिकूल स्थिति में $= (x - y)$ km/h

$$\text{अब, } \frac{20}{x + y} = 2 \text{ या, } 10 = x + y \quad \dots (i)$$

$$\text{एवं } \frac{2}{x - y} = 2 \text{ या, } 2 = x - y \quad \dots (ii)$$

$$\text{या, } 2 + y = x \quad \dots (iii)$$

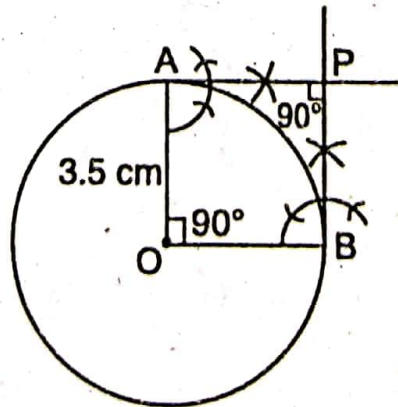
$$\text{समीकरण (iii) को (i) में रखने पर, } 10 = 2 + y + y \text{ या, } 8 = 2y$$

$$\text{अतः } y = 4 \text{ km/h} \quad \dots (iv)$$

$$\text{अब समीकरण (iv) को (iii) में रखने पर } 2 + y = x \text{ या, } 2 + 4 = x \therefore x = 6 \text{ km/h}$$

अतः तैरने की चाल $= x = 6$ km/h एवं धारा की चाल $= y = 4$ km/h होगा। Ans.

35. रचना के चरण—



(i) O बिंदु को केन्द्र मानते हुए 3.5 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचे।

(ii) O को केन्द्र लेते हुए $\angle AOB = 90^\circ$ बनाये जो वृत्त को B बिंदु पर काटता है।

(iii) अब वृत्त के A तथा B बिंदुओं पर लम्ब डालें जो एक-दूसरे को P बिंदु पर 90° पर काटती है।

(iv) इस प्रकार PA एवं PB वृत्त की दो स्पर्श-रेखाएँ होंगी जो बाह्य बिंदु P पर 90° होगी।