2018 (A)

गणित

द्वितीय पाली (Second Sitting)

समय : 3 घंटे + 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश : 2018 (A) प्रथम पाली का निर्देश देखें।

खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Section-A (Objective Type Questions)

निम्नांकित बहुविकल्पीय प्रश्नों में से सही विकल्प चुनें। $50 \times 1 = 50$

1. संख्या-रेखा (नंबर लाइन) पर प्रत्येक बिन्दु प्रदर्शित करता है
   (A) एक वास्तविक संख्या (B) एक प्राकृतिक संख्या
   (C) एक परिमेय संख्या (D) एक अपरिमेय संख्या

2. निम्नलिखित में से कौन-सा भिन्न दशमलव प्रसार सांत है?
   (A) $\frac{11}{700}$ (B) $\frac{91}{2100}$ (C) $\frac{343}{2^3 \times 5^3 \times 7^3}$ (D) इनमें से कोई नहीं

3. सबसे छोटी पूर्ण-वर्ग संख्या जो 16, 20 तथा 24 प्रत्येक से भाज्य हो, वह है
   (A) 240 (B) 1600 (C) 2400 (D) 3600

4. दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्तक इनके महत्तम समापवर्तक का 14 गुणा है। लघुत्तम समापवर्तक (LCM) तथा महत्तम समापवर्तक (HCF) का जोड़ 600 है। यदि एक संख्या 280 है, तो दूसरी संख्या है
   (A) 40 (B) 80 (C) 120 (D) 20

5. संख्या $23.\overline{43}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में (जहाँ p, q पूर्णांक है, $q \neq 0$) प्रकट किया जा सकता है
   (A) $\frac{2320}{99}$ (B) $\frac{2343}{100}$ (C) $\frac{2343}{999}$ (D) $\frac{2320}{999}$

6. यदि $f(x) = 2x^2 + 6x - 6$ का शून्यांक α, β है, तो
   (A) $\alpha + \beta = \alpha\beta$ (B) $\alpha + \beta > \alpha\beta$ (C) $\alpha + \beta < \alpha\beta$ (D) $\alpha + \beta + \alpha\beta = 0$

7. रैखिक समीकरण युग्म $x + 2y = 5$ तथा $3x + 12y = 10$ का
   (A) एकल हल होगा (B) कोई हल नहीं होगा
   (C) एक से अधिक हल होगा (D) अनन्त बहुआयामी हल होंगे

8. निम्नलिखित में से कौन बहुपद नहीं है?
   (A) $\frac{2}{3}x + 1$ (B) $2 - x^2 + \sqrt{3x}$ (C) $\frac{1}{x-1}$ (D) x^3

9. यदि $0.3x - 0.37 = 037x - 0.3$ तो x का मान है
   (A) -1 (B) -2 (C) $+1$ (D) $+2$

10. $6x^4y$ तथा $12xy$ का महत्त्व समापवर्तक है
    (A) $6x^2y$ (B) $6x$ (C) $6y$ (D) $6xy$

11. यदि $173x + 197y = 149$ और $197x + 173y = 221$ तो (x, y) होगा
    (A) $(3, -2)$ (B) $\left(\frac{2}{1}\right)$ (C) $(1, -2)$ (D) $(2, -1)$

AAONLINE SOLUTION

12. यदि द्विघाती समीकरण $ax^2 - 4ax + 2a + 1 = 0$ का समान मूल हैं, तो $a =$ ......

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 4

13. 64 के वर्गमूल को 64 के घनमूल से भाग देने का मान होगा

(A) 64 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $(64)^{\frac{2}{3}}$

14. $(x^n + 1)$ का एक गुणक $(x + 1)$ है, सिर्फ तभी

(A) n एक धनात्मक पूर्णांक है। (B) n एक विषम पूर्णांक है।

(C) n एक ऋणात्मक पूर्णांक है। (D) n एक सम पूर्णांक है।

15. $\sqrt{10} \times \sqrt{15}$ बराबर है

(A) $5\sqrt{6}$ (B) $6\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{30}$ (D) $\sqrt{25}$

16. यदि $\sqrt{3}\tan\theta = 3\sin\theta$, तब $\sin^2\theta - \cos^2\theta$ बराबर है

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

17. यदि $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$ तब $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta$ बराबर है

(A) $\frac{2}{\sqrt{3}} - 2$ (B) $\frac{2}{\sqrt{3}} + 2$ (C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

18. यदि $5\cot\theta = 3$ तब $\frac{5\sin\theta - 3\cos\theta}{4\sin\theta + 3\cos\theta}$ बराबर है

(A) $\frac{11}{18}$ (B) $\frac{16}{29}$ (C) $\frac{14}{27}$ (D) $\frac{11}{29}$

19. यदि $\sin x° = \sin\alpha$ तब α है

(A) $\frac{180}{\pi}$ (B) $\frac{\pi}{270}$ (C) $\frac{270}{\pi}$ (D) $\frac{\pi}{180}$

20. $\tan 15° \cdot \tan 20° \cdot \tan 70° \cdot \tan 75°$ का मान होगा

(A) −1 (B) 2 (C) 0 (D) 1

21. यदि सूरज की किरण का झुकाव 45° से बढ़कर 60° होता है तो एक मीनार की छाया 50 मीटर घट जाता है। मीनार की ऊँचाई (मीटर में) है

(A) $75(3 - \sqrt{3})$ (B) $25(3 + \sqrt{3})$ (C) $100(\sqrt{3} + 1)$ (D) $50(\sqrt{3} - 1)$

22. सूर्य का उन्नयन कोण, जब किसी सीधे खड़े खंभे की छाया और उसकी लम्बाई (ऊँचाई) बराबर हो

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

23. एक 6 मीटर ऊँचे खंभे की पृथ्वी पर छाया $2\sqrt{3}$ मीटर लम्बी है, तो सूर्य का उन्नयन कोण है

(A) 60° (B) 45° (C) 30° (D) 15°

24. एक 6 मीटर ऊँचे वृक्ष की छाया 4 मीटर लम्बी है। उसी समय एक खंभे की छाया 50 मीटर है, तो खंभे की ऊँचाई (मीटर में) है

(A) 40 (B) 25 (C) 15 (D) 10

25. यदि दो मीनार ऊँचाई h_1 तथा h_2 के पादों को मिलानेवाली रेखा के मध्य-बिन्दु पर मीनारों द्वारा बनाएँ जाने वाले कोण का मान क्रमशः 60° तथा 30° है तो $\frac{h_1}{h_2}$ बराबर होगा

(A) 3 : 1 (B) 1 : 2 (C) $\sqrt{3} : 1$ (D) $\sqrt{2} : 1$

26. सरल रेखा जो $x = -1$ तथा $y = +4$ से निरूपित की जाती है

(A) एक-दूसरे के लम्बवत् है (B) एक-दूसरे के समानान्तर है

A ONLINE SOLUTION

(C) न तो एक-दूसरे के समानान्तर है न लंबवत् है
(D) कोई निष्कर्ष नहीं कहा जा सकता

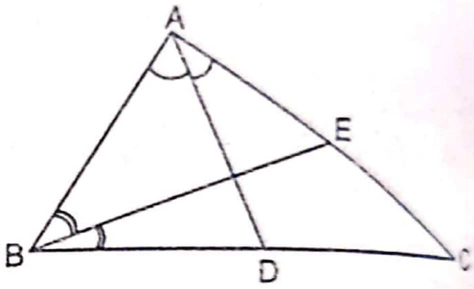
27. जिस त्रिभुज के तीनों शीर्ष के नियामक (0, 4), (0, 0) तथा (3, 0) है, उसकी परिमिति है
(A) 8 इकाई (B) 10 इकाई (C) 12 इकाई (D) 15 इकाई

28. नियामक $(2, k-3)$ तथा $(4, -7)$ को जोड़ने वाले रेखा का झुकाव 3 है, तो k का मान होगा
(A) − 10 (B) − 6 (C) − 2 (D) 10

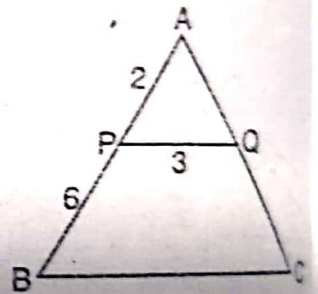
29. सरल रेखाएँ $x = -2$ तथा $y = 3$ का कटान बिन्दु है
(A) (− 2, 3) (B) (2, − 3) (C) (3, − 2) (D) (−3, 2)

30. सरल रेखा $5x - 3y + 10 = 0$ तथा अक्षों के बीच बने त्रिभुज का क्षेत्रफल
(A) $\frac{15}{2}$ सेमी^{2} (B) 5 सेमी^{2} (C) 8 सेमी^{2} (D) 15 सेमी^{2}

31. चित्र में यदि $BD = CD, CE = AE,$
$\angle BAD = \angle CAD, \angle EBC = \angle EBA$
तो निम्नलिखित में कौन सत्य है?
(A) $AB = BC = AC$
(B) $AB \neq BC$
(C) $AB \neq AC$
(D) $BC \neq AC$



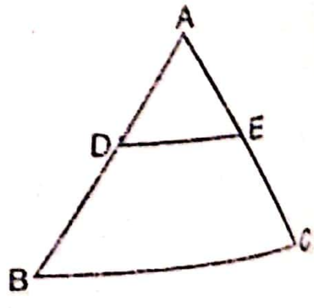
32. दिये गए चित्र में $PQ \parallel BC$, $AP = 2$ सेमी, $PB = 6$ सेमी
$PQ = 3$ सेमी तो BC (सेमी में) =
(A) 8
(B) 9
(C) 10
(D) 12



33. ΔABC तथा ΔDEF समरूप है, दोनों का क्षेत्रफल क्रमशः 9 तथा 16 वर्ग सेमी है यदि $EF = 4.2$ सेमी तो BC (सेमी. में) =
(A) 4.2 (B) 3.15 (C) 4.7 (D) 5.15

34. एक सरल रेखा को खींचने (निर्धारित करने) में K बिन्दु आवश्यक है, तो K का मान है
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

35. दिये गये चित्र में $DE \parallel BC$, $AD = 2$ सेमी
$DB = 3$ सेमी और $AE = 1.6$ सेमी
तब EC (सेमी में) =
(A) 1.2
(B) 2.4
(C) 2.5
(D) 4.8



36. ठीक 4 : 24 अपराह्न पर घंटे की सुई दोपहर के बाद कितने डिग्री घूम जा चुकी होगी
(A) 135° (B) 134°. (C) 133° (D) 132°

37. किसी त्रिभुज के तीनों लम्ब (ऊँचाई) के मिलाप बिन्दु को कहा जाता है
(A) अन्तः केन्द्र (B) बाह्य केन्द्र (C) मध्य केन्द्र (D) लम्ब केन्द्र

A ONLINE SOLUTION

38. यदि दो वृत्त एक-दूर से को बाहर से छूते हैं, तो दोनों वृत्त से एक साथ गुजरने वाली स्पर्श रेखा की संख्या है

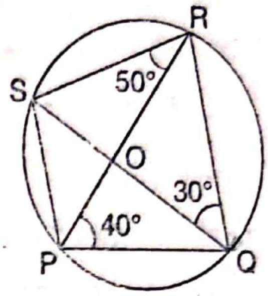
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

39. *PQRS* एक समानान्तर चतुर्भुज पूर्णतया वृत्त से घिरा है, तो यह एक .... नहीं है।

(A) विषमकोण चतुर्भुज (B) वर्ग

(C) आयत (D) समलम्ब चतुर्भुज

40. दिये गये चित्र में *PQRS* एक चक्रीय चतुर्भुज है, जो *O* केन्द्र वाले वृत्त से पूर्णतया घिरा है, तब $\angle RPS$ =



(A) 30° (B) 65°

(C) 70° (D) 80°

41. 80 सेमी त्रिज्या के आधार वृत्त एवं 20 सेमी ऊँचाई वाले बेलन के कुल पृष्ठ क्षेत्रफल तथा सतह पृष्ठ क्षेत्रफल का अनुपात है

(A) 1 : 2 (B) 2 : 1 (C) 3 : 1 (D) 5 : 1

42. बेलन तथा शंकु के आधार वृत्त के त्रिज्या का अनुपात 3 : 4 है, तथा उनकी ऊँचाई का अनुपात क्रमशः 2 : 3, तो उनके आयतन का अनुपात

(A) 9 : 8 (B) 9 : 4 (C) 3 : 1 (D) 27 : 64

43. एक घन का आयतन 2744 सेमी^{3} है। इसका पृष्ठ क्षेत्रफल (सेमी^{2}) में होगा

(A) 196 (B) 588 (C) 784 (D) 1176

44. एक 8 सेमी त्रिज्या के सीसे के ठोस गोले से 1 सेमी त्रिज्या के कितने ठोस गोले बनाये जा सकते हैं

(A) 256 (B) 512 (C) 1024 (D) 576

45. एक खोखले गोले का आन्तरिक तथा बाह्य व्यास क्रमशः 4 सेमी तथा 8 सेमी है। इसे गलाकर एक 8 सेमी व्यास वाले आधारवृत्त का शंकु बनाया जाता है। शंकु की ऊँचाई (सेमी में) है

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

46. प्रथम 10 सम प्राकृतिक संख्याओं का माध्य है

(A) 110 (B) 100 (C) 11 (D) 10

47. तोरण खींचने के लिए वर्ग-अंतरालों को होना चाहिए

(A) समावेशिक (B) अपवर्जी

(C) दोनों (A) तथा (B) (D) इनमें से कोई नहीं

48. माध्य (x), माध्यिमा (y) और बहुलक (z) के बीच संबंध है

(A) $x - y = 3(z - y)$ (B) $x - z = 3(x - y)$

(C) $x - y = z - y$ (D) $3(x - z) = x - y$

49. एक साथ दो सिक्कों को उछालने पर, कम-से-कम एक हेड आने की प्रायिकता है

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

50. एक थैले में 6 काले तथा 8 उजले गेंद है। कोई एक गेंद आकस्मिक रूप से निकाला गया। इस गेंद के ऊजला होने की प्रायिकता है क्या है?

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{7}$

A ONLINE SOLUTION

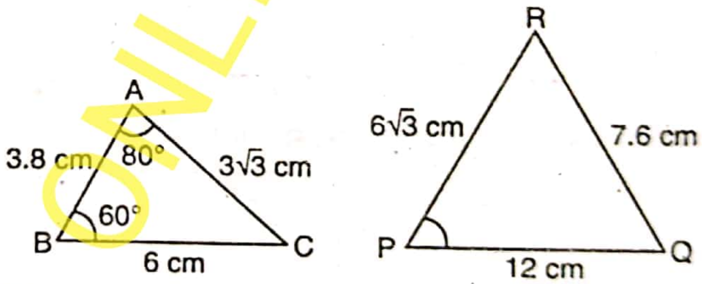
खंड-ब (गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न)
Section-B (Non-Objective Type Questions)

इस कोटि में 15 लघु उत्तरीय (15×2 अंक = 30 अंक) तथा 4 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (4×5 अंक = 20 अंक) का उत्तर देना अनिवार्य है।

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Questions)

प्रश्न-संख्या 1 से 22 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, इनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों का उत्तर दें।

1. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म की मदद से 960 और 432 का महत्तम समापवर्तक निकालें।
2. बिना भाग दिये बताएँ कि परिमेय संख्या $\frac{2}{25}$ का दशमलव प्रसार सांत है या असांत?
3. यदि बहुपद $p(x) = x^2 + x + 1$ का शून्यांक α तथा β है, तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान ज्ञात करें।
4. रैखीय समीकरण युग्म दिए गये स्थिति में लिखें—
5 पेन्सिल और 7 पेन की कुल कीमत ₹ 50 है, परन्तु 7 पेन्सिल और 5 पेन की कुल कीमत ₹ 46 है।
5. सिद्ध करें कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
6. बहुपद $f(x) = x^3 - px^2 + qx - r$ के दो शून्यांकों का जोड़ शून्य होने की शर्त्त की गणना करें (बहुपद के गुणांकों के बीच)।
7. 4 कुर्सी तथा 3 टेबल की कीमत ₹2100 है, जबकि 5 कुर्सी तथा 2 टेबल की कीमत ₹ 1750 है। एक कुर्सी तथा 1 टेबल की कीमत बताएँ।
8. श्रेणी 3, 8, 13, 18, 23, ... का कौन-सा पद 78 है?
9. दिये गये चित्र में $\angle P$ ज्ञात करें।



10. यदि ΔABC तथा ΔDEF समरूप है, जहाँ $AB = 1.2$ सेमी और $DE = 1.4$ सेमी तो ΔABC और ΔDEF के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें।
11. एक वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी है और उसके चापकर्ण (जीवा) की लम्बाई 10 सेमी है। जीवा की दूरी वृत्त के केन्द्र से ज्ञात करें।
12. यदि दो चापकर्ण (जीवा) काटन बिन्दु पर वृत्त के व्यास पर एक समान झुके हों, तो सिद्ध करें कि दोनों जीवा समान है
13. यदि $\tan A = \frac{3}{4}$ तो $\sin A \cdot \cos A$ ज्ञात करें।
14. यदि $\sin\theta + \cos\theta = p$ और $\sec\theta + \text{cossec}\,\theta = q$ तो सिद्ध करें $p^2 - 1 = \frac{2p}{q}$
15. यदि $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ तो $\sin 75°$ मान निकालें।
16. बिन्दुओं $(-1, 3)$ तथा $(-5, 7)$ के बीच की दूरी ज्ञात करें।
17. y के किस मान के लिए बिन्दु $(2, -3)$ तथा $(10, y)$ के बीच की दूरी 10 इकाई होगी।
18. बिन्दुओं $(6, 8)$ और $(2, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्यबिन्दु का नियामक ज्ञात कीजिए।
19. दो प्रकार के सांख्यिकी आधार सामग्री (डाटा) को परिभाषित करें।
20. 'बार ग्राफ' (दण्ड-आरेख) के दो अवयव (गुण) बताएँ।

A ONLINE SOLUTION

21. 'असंभव घटना' तथा 'निश्चित घटना' को समझाएँ।

22. घटना A के घटित होने को प्रदर्शित करने वाला सूत्र लिखें।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Questions)

प्रश्न-संख्या 23 से 26 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक में आंतरिक विकल्प है।

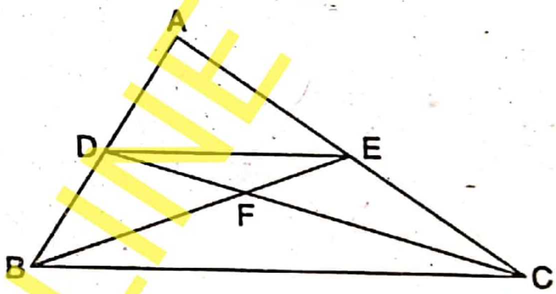
23. एक ट्रेन एक नियत दूरी को एक समान गति से तय करती है। यदि ट्रेन की गति 10 किमी/घण्टा अधिक होती तो यह दूरी नियत समय से 2 घंटा पहले पूरी हो जाती, परन्तु यदि ट्रेन की गति 10 किमी/घण्टा कम होती तो यह दूरी नियत समय से 3 घंटा अधिक में पूरी होती। ट्रेन द्वारा तय की गयी दूरी की गणना करें।

अथवा,

(a) रैखीय समीकरण युग्म $px + qy = p - q$ तथा $qx - py = p + q$ को x तथा y के लिए हल करें।

(b) रैखीय समीकरण युग्म $(a + b)x - 2by = (5a + 2b + 1)$ और $3x - y = 14$ के अनगिनत हल के लिए a तथा b का मान निर्धारित करें।

24. दिए गए चित्र में $DE \parallel BC$ तथा $\frac{BD}{DA} = \frac{5}{3}$ तो $\frac{\text{क्षे}\circ(\Delta DEF)}{\text{क्षे}\circ(\Delta BFC)}$ ज्ञात करें।



अथवा,

ΔABC का अंतःवृत्त भुजाओं BC, CA तथा AB को क्रमशः D, E तथा F पर स्पर्श करता है। सिद्ध करें कि $AF + BD + CE = AE + CD + BF = \frac{1}{2}(\Delta ABC$ का परिमाप$)$

25. सिद्ध करें—

(i) $\sin A(1 + \tan A) + \cos A(1 + \cot A) = \sec A + \operatorname{cosec} A$

(ii) $\frac{\sin\theta - \cos\theta + 1}{\sin\theta + \cos\theta - 1} = \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$

अथवा,

नदी के एक किनारे पर खड़े आदमी को दूसरे सिरे पर खड़े पेड़ का उन्नयन कोण 60° दिखता है। जब आदमी किनारे से 40 मीटर दूर चलता है, तो उन्नयन कोण 30° हो जाता है। नदी की चौड़ाई ज्ञात करें।

26. सरकस का एक तंबू 11 डेसीमीटर की ऊँचाई तक तो बेलनाकार है और फिर इसके ऊपर शंकुकार है। यदि उसका व्यास 24 डेसीमीटर है तथा शंकु के शीर्ष की ऊँचाई जमीन से 16 डेसीमीटर है, तो उस कैनवास के कुल क्षेत्रफल की गणना करें।

अथवा,

एक शंकु (कोन) की त्रिज्या व ऊँचाई का अनुपात 4 : 3 है। वृत्ताकार आधार का क्षेत्रफल 154 सेमी^{2} है। वक्र क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

A ONLINE SOLUTION

उत्तर (Answers)

खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. (A)	2. (C)	3. (D)	4. (B)	5. (A)	6. (A)	7. (A)
8. (C)	9. (A)	10. (D)	11. (D)	12. (B)	13. (B)	14. (A)
15. (A)	16. (C)	17. (B)	18. (B)	19. (D)	20. (D)	21. (B)
22. (C)	23. (A)	24. (B)	25. (A)	26. (A)	27. (C)	28. (A)
29. (A)	30. (B)	31. (B)	32. (D)	33. (B)	34. (C)	35. (B)
36. (D)	37. (D)	38. (C)	39. (D)	40. (A)	41. (D)	42. (A)
43. (D)	44. (B)	45. (C)	46. (C)	47. (C)	48. (B)	49. (D)
50. (B)						

खंड-ब (गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. $\because 960 > 432$

यहाँ $a = 960, b = 432$

$\therefore\ 960 = 432 \times 2 + 96;\quad 432 = 96 \times 4 + 48;\quad 96 = 48 \times 2 + 0$

$\therefore$ H.C.F. $(960, 432) = 48$.

2. $\dfrac{2}{25} = \dfrac{p}{q}$

$q = 25 = 5 \times 5 = 5^2 = 2^0 \times 5^2$

यहाँ q का अभाज्य गुणनखंड $2^m \times 5^n$ के रूप का है।

अतः $\dfrac{2}{25}$ का दशमलव प्रसार सांत है।

3. $p(x) = x^2 + x + 1$

यहाँ $a = 1, b = 1, c = 1$

$\alpha + \beta = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{-1}{1} = -1;\ \ \alpha \cdot \beta = \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{1} = 1$

अब, $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2 \times 1 = 1 - 2 = -1$.

4. माना कि एक पेंसिल का कीमत = ₹ x

तथा एक पेन का कीमत = ₹ y

प्रश्नानुसार, $5x + 7y = 50$ ... (i)

$7x + 5y = 46$ ... (ii)

5. उत्तर के लिए 2015 (A) (द्वितीय पाली) का प्रश्न-संख्या 32 देखें।

6. $f(x) = x^3 - px^2 + qx - r$

माना कि $f(x)$ के तीन शून्यक $(a - d), a, (a + d)$ है।

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a} \Rightarrow a - d + a + a + d = \frac{-(-p)}{1}$$

$\Rightarrow 3a = p\ \therefore\ a = \dfrac{p}{3}$.

माना कि दो शून्यकों $(a - d)$ और $(a + d)$ का योग 0 है तो $a = \dfrac{p}{3}$, $f(x)$ को संतुष्ट करेगा।

$\therefore\ f(a) = 0 \Rightarrow x^3 - px^2 + qx - r = 0$

$$\Rightarrow \left(\frac{p}{3}\right)^3 - p\left(\frac{p}{3}\right)^2 + q\left(\frac{p}{3}\right) - r = 0$$

A ONLINE SOLUTION

$$\Rightarrow \frac{p^3 - 3p^3 + 9pq - 27r}{27} = 0 \quad \Rightarrow -2p^3 + 9pq - 27r = 0 \times 7 = 0$$

$\Rightarrow 2p^3 - 9pq + 27r = 0$, यही आवश्यक शर्त है।

7. माना कि 1 कुर्सी की कीमत = ₹ x

1 टेबल की कीमत = ₹ y

प्रश्नानुसार, $4x + 3y = 2100$ ... (i) × 2

$5x + 2y = 1750$ ... (ii) × 3

समीकरण (i) – (ii)

$$8x + 6y = 4200$$
$$15x + 6y = 5250$$
$$- \quad - \quad -$$

$$-7x = -1050 \Rightarrow x = \frac{-1050}{-7} = 150 \therefore x = ₹\ 150$$

समीकरण (i) से,

$$4x + 3y = 2100 \Rightarrow 4 \times 150 + 3y = 2100$$

$$\Rightarrow 600 + 3y = 2100 \Rightarrow 3y = 2100 - 600 \Rightarrow 3y = 1500$$

$$\Rightarrow y = \frac{1500}{3} = 500 \therefore y = ₹\ 500$$

अतः 1 कुर्सी की कीमत = ₹ 150 तथा 1 टेबल की कीमत = ₹ 500.

8. उत्तर के लिए 2016 (A) (प्रथम पाली) का प्रश्न-संख्या 31 देखें।

9. ΔABC और ΔPQR में, $\frac{AB}{RQ} = \frac{3.8}{7.6} = \frac{38}{76} = \frac{1}{2}$, $\frac{BC}{PQ} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

तथा $\frac{AC}{RP} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$. अतः $\frac{AB}{RQ} = \frac{BC}{QP} = \frac{CA}{PR}$.

इस प्रकार, $AB \leftrightarrow RQ$, $BC \leftrightarrow QP$ तथा $AC \leftrightarrow RP$.

अर्थात् $\Delta ABC \sim \Delta RQP$ (S-S-S समरूपता)

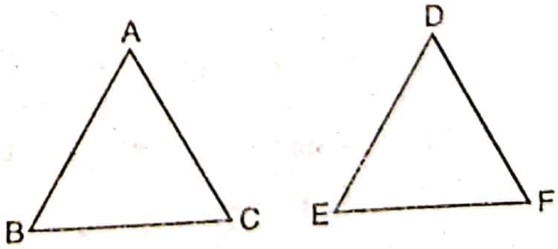
$\therefore$ $\angle C = \angle P$ (समरूप त्रिभुजों के संगत कोण)

लेकिन चूँकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है,

इसलिए $\angle C = 180° - \angle A - \angle B = 180° - 80° - 60° = 180° - 140° = 40°$.

अतः $\angle P = \angle C = 40°$.

10. दिया हुआ है—



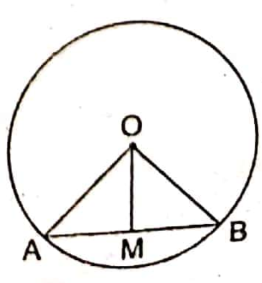
$AB = 1.2$ cm, $DE = 1.4$ cm

$\because \Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\Rightarrow \frac{ar(\Delta BC)}{ar(\Delta DEF)} = \frac{(AB)^2}{(DE)^2} = \frac{(1.2)^2}{(1.4)^2} = \frac{1.2 \times 1.2}{1.4 \times 1.4} = \frac{12 \times 12}{14 \times 14} = \frac{144}{196} = \frac{36}{49}$$

$\Rightarrow ar(\Delta ABC) : ar(\Delta DEF) = 36 : 49$ **Ans.**

11. दिया हुआ है—



त्रिज्या $(OA) = 13$ cm

जीवा की लंबाई = $AB = 10$ cm

$\because$ $OM \perp AB \therefore AM = BM = 5$ cm

A ONLINE SOLUTION

ΔAOM में, $(OA)^2 = (OM)^2 + (AM)^2$

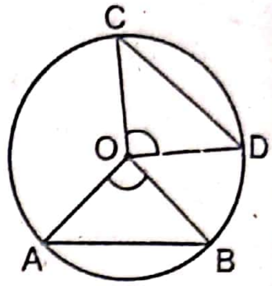
$\Rightarrow \quad (13)^2 = (OM)^2 + 5^2 \Rightarrow 169 - 25 = (OM)^2$

$\Rightarrow \quad OM = \sqrt{144} = 12$ cm

अतः जीवा की दूरी वृत्त के केन्द्र से 12 cm है।

12. दिया है : $\angle AOB = \angle COD$

सिद्ध करना है : $AB = CD$



प्रमाण : ΔAOB तथा ΔCOD में,

$OA = OC$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

$\angle AOB = \angle COD$ (दिया है)

$OB = OD$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$ (S-A-S सर्वांगसमता)

$\therefore \quad AB = CD$ (C.P.C.T.) **प्रमाणित**

13. $\tan A = \frac{3}{4} = \frac{p}{b}$

$p = 3k$ तथा $b = 4k$

$h = \sqrt{p^2 + b^2} = \sqrt{(3k)^2 + (4k)^2} = \sqrt{9k^2 + 16k^2} = \sqrt{25k^2} = 5k$

$\sin A = \frac{p}{h} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$; $\cos A = \frac{b}{h} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$ **Ans.**

14. $\sin\theta + \cos\theta = p \Rightarrow (\sin\theta + \cos\theta)^2 = p^2$

$\Rightarrow (\sin^2\theta + \cos^2\theta) + 2\sin\theta \cdot \cos\theta = p^2$

$\Rightarrow 1 + 2\sin\theta\cos\theta = p^2 \Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta = p^2 - 1$

$\Rightarrow \sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{p^2 - 1}{2}$

$\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q \Rightarrow \frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta} = q$

$\Rightarrow \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta \cdot \cos\theta} = q \Rightarrow \frac{p}{\sin\theta \cdot \cos\theta} = q$ [$\because \sin\theta + \cos\theta = p$]

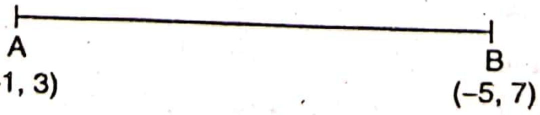
$\Rightarrow p = q \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \Rightarrow p = q\frac{(p^2 - 1)}{2}$

$\Rightarrow 2p = q \cdot (p^2 - 1) \Rightarrow \frac{2p}{q} = p^2 - 1 \therefore p^2 - 1 = \frac{2p}{q}$ **Proved.**

15. $\sin 75° = \sin(45° + 30°) = \sin 45° \cos 30° + \cos 45° \sin 30°$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + 1)}{2\sqrt{2}}$.

16.



दो बिन्दुओं के बीच दूरी $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{[-5 - (-1)]^2 + [7 - 3]^2}$

$= \sqrt{(-5 + 1)^2 + 4^2} = \sqrt{(-4)^2 + 4^2}$

$= \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

A ONLINE SOLUTION

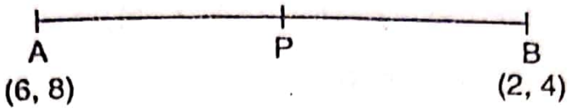
17. दो बिंदुओं के बीच की दूरी $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$\Rightarrow \quad 10 = \sqrt{(2-10)^2 + (-3-y)^2} \Rightarrow 100 = (-8)^2 + (3+y)^2$

$\Rightarrow \quad (3+y)^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow 3 + y = \sqrt{36} = \pm 6.$

$\Rightarrow \quad y = \pm 6 - 3;$ अर्थात $y = 3, -9.$

18.



माना कि बिन्दु P रेखाखंड AB का मध्यबिन्दु है।

अब, मध्यबिन्दु P का नियामक $= \left(\dfrac{x_2 + x_1}{2}, \dfrac{y_2 + y_1}{2}\right) = \left(\dfrac{2+6}{2}, \dfrac{4+8}{2}\right) = \left(\dfrac{8}{2}, \dfrac{12}{2}\right) = (4, 6)$

19. सांख्यिकी डाटा दो प्रकार की होती है— (i) **पृथक आँकड़ा** : वह आँकड़ा जो अलग-अलग दर्शाया जाता है, उसमें वर्ग-अंतराल नहीं होता है, पृथक आँकड़ा कहलाता है। (ii) **सतत् आँकड़ा** : वह आँकड़ा जिसमें वर्ग अंतराल होता है, सतत् आँकड़ा कहलाता है।

20. दण्ड आरेख के दो गुण निम्नलिखित हैं— (i) प्रत्येक दण्ड का निश्चित स्केल होना चाहिए। (ii) प्रत्येक दण्ड की चौड़ाई समान होनी चाहिए।

21. **असंभव घटना** : वह घटना जिसका घटित होना संभव नहीं है असंभव घटना कहलाती है। इसकी प्रायिकता 0 होती है। **निश्चित घटना** : वह घटना जिसका घटित होना निश्चित है, निश्चित घटना कहलाती है। इसकी प्रायिकता 1 होती है।

22. उत्तर के लिए 2018 (A) (प्रथम पाली) का प्रश्न-संख्या 20 देखें।

23. माना कि रेलगाड़ी की वास्तविक चाल $= x$ km/h

तथा पूरी दूरी तय करने में लगा समय $= y$ h

अतः तय की गयी कुल दूरी $= xy$ km

यदि रेलगाड़ी की चाल $= (x + 10)$ km/h

तथा लिया गया समय $= (y - 2)$ घंटे हों तो दूरी $= (x + 10)(y - 2)$

$\Rightarrow \quad xy = xy - 2x + 10y - 20 \Rightarrow 2x - 10y = xy - xy - 20$

$\Rightarrow \quad 2x - 10y = -20$ ... (i)

यदि रेलगाड़ी की चाल $= (x - 10)$ km/h

तथा लिया गया समय $= (y + 3)$ घंटे हों तो दूरी $= (x - 10)(y + 3)$

$\Rightarrow \quad xy = xy + 3x - 10y - 30 \Rightarrow 3x - 10y = 30$ ... (ii)

अब समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटाने पर,

$$(3x - 10y) - (2x - 10y) = 30 - (-20)$$

$$\Rightarrow \quad 3x - 10y - 2x + 10y = 30 + 20 \therefore x = 50.$$

अब समीकरण (i) में x का मान रखने पर हम पाते हैं कि

$$2 \times 50 - 10y = -20 \Rightarrow 100 + 20 = 10y \therefore y = \frac{120}{10} = 12$$

अतः रेलगाड़ी द्वारा तय की गयी दूरी $= xy$ km $= 50 \times 12 = 600$ km.

अथवा,

(a) दत्त समीकरण युग्म को निम्न प्रकार से लिख सकते हैं—

$$px + qy - (p - q) = 0$$
$$qx - py - (p + q) = 0$$

ब्रज-गुणन से हल करने पर, हम पाते हैं कि

$$\frac{x}{-q(p+q) - p(p-q)} = \frac{y}{-q(p-q) + p(p+q)} = \frac{1}{-p^2 - q^2}$$

A ONLINE SOLUTION

$$\Rightarrow \frac{x}{-pq-q^2-p^2+pq} = \frac{y}{-pq+q^2+p^2+pq} = \frac{1}{-(p^2+q^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-(p^2+q^2)} = \frac{y}{(p^2+q^2)} = \frac{1}{-(p^2+q^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-(p^2+q^2)} = \frac{1}{-(p^2+q^2)} \Rightarrow \frac{y}{(p^2+q^2)} = -\frac{1}{(p^2+q^2)}$$

$\Rightarrow x = 1$ या, $y = -1$ अतः $x = 1, y = -1$ **Ans.**

(b) दत्त समीकरण युग्म $(a+b)x - 2by = (5a+2b+1)$ और $3x - y = 14$

$a_1 = a + b, b_1 - 2b, c_1 = 5a + 2b + 1;\ a_2 = 3, b_2 = -1, c_2 = 14$

दत्त समीकरण निकाय के अन्ततः अनेक हल लेने के लिए,

$$\underset{(i)}{\frac{a+b}{3}} = \underset{(ii)}{\frac{-2b}{-1}} = \underset{(iii)}{\frac{5a+2b+1}{14}}$$

(i) और (ii) से, $\frac{a+b}{3} = \frac{-2b}{-1} \Rightarrow -a - b = -6b$

$\Rightarrow -a - b + 6b = 0 \Rightarrow -a + 5b = 0$ ... (iii)

(ii) और (iii) से, $\frac{-2b}{-1} = \frac{5a+2b+1}{14} \Rightarrow \frac{2b}{1} = \frac{5a+2b+1}{14}$

$\Rightarrow 5a + 2b + 1 = 28b \Rightarrow 5a - 26b = -1$ ... (iv)

समीकरण (iii) में 5 से गुणा कर समीकरण (iv) में जोड़ने पर,

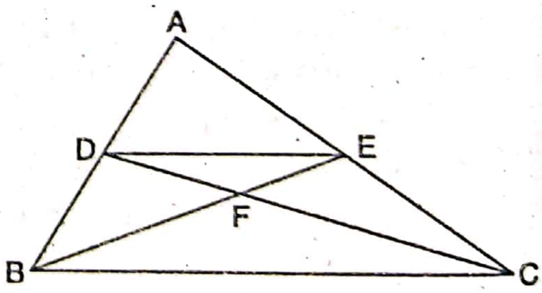
$$-5a + 25b = 0$$
$$5a - 26b = -1$$
$$\overline{\quad -b = -1 \quad} \quad \therefore b = 1.$$

b का मान समीकरण (iii) में रखने पर, $-a + 5b = 0 \Rightarrow -a + 5 \times 1 = 0 \therefore a = 5$

अतः $a = 5, b = 1$. **Ans.**

24. दिया है : ΔABC में, $DE \parallel BC, \frac{BD}{DA} = \frac{5}{3}$

$\frac{\text{क्षे॰}(\Delta DEF)}{\text{क्षे॰}(\Delta BFC)}$ का मान ज्ञात करना है।



उपपत्ति : ΔADE तथा ΔABC में,

$\angle AED = \angle ACB$ (संगत कोण है)

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ कोण है)

$\therefore \quad \Delta ADE \sim \Delta ABC$ [A-A उप-प्रमेय से]

$\therefore \quad \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$ ... (i) [समरूप त्रिभुजों में संगत भुजाएँ समानुपाती होती है]

ΔDEF तथा ΔBFC में,

$\angle DFE = \angle BFC$ [सम्मुख कोण है]

$\angle EDF = \angle BCF$ [एकान्तर कोण है]

$\therefore \quad \Delta DEF \sim \Delta BFC$ [A-A उप-प्रमेय से]

$\therefore \quad \frac{\text{क्षे॰}(\Delta DEF)}{\text{क्षे॰}(\Delta BFC)} = \frac{DE^2}{BC^2} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$ ... (ii) [समीकरण (i) से]

A ONLINE SOLUTION

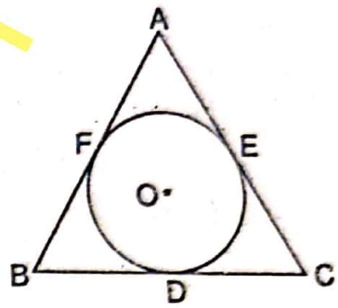
अब, $\frac{BD}{DA} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{BD}{DA} + 1 = \frac{5}{3} + 1 \Rightarrow \frac{BD + DA}{DA} = \frac{5+3}{3}$

$\Rightarrow \frac{AB}{DA} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{DA}{AB} = \frac{3}{8}$

$\therefore$ समीकरण (ii) से, $\frac{\text{क्षे॰}(\Delta DEF)}{\text{क्षे॰}(\Delta BFC)} = \left(\frac{DA}{AB}\right)^2 = \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$ **Ans.**

अथवा,

बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गयी स्पर्श रेखा बराबर होती है।



$AF = AE$ ... (i)

$BD = BF$ ... (ii)

$CE = CD$ ... (iii)

समीकरण (i), (ii) तथा (iii) को जोड़ने पर,

$AF + BD + CE = AE + BF + CD$ ... (iv)

अतः ΔABC का परिमाप $= AB + BC + AC$

$= (AF + BF) + (BD + CD) + (CE + EA)$

$= 2(AF + BD + CE)$ [समीकरण (i), (ii) तथा (iii) से]

अतः $\frac{1}{2}$(ΔABC का परिमाप) $= AF + BD + CE$ **Proved.**

25. (i) बायाँ पक्ष $= \sin A(1 + \tan A) + \cos A(1 + \cot A)$

$$= \sin A\left(1 + \frac{\sin A}{\cos A}\right) + \cos A\left(1 + \frac{\cos A}{\sin A}\right)$$

$$= \sin A\left(\frac{\cos A + \sin A}{\cos A}\right) + \cos A\left(\frac{\sin A + \cos A}{\sin A}\right)$$

$$= \frac{\sin^2 A(\cos A + \sin A) + \cos^2 A(\sin A + \cos A)}{\sin A \cos A}$$

$$= \frac{(\sin A + \cos A)(\sin^2 A + \cos^2 A)}{\sin A \cdot \cos A} = \frac{\sin A + \cos A}{\sin A \cos A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} + \frac{1}{\sin A} = \sec A + \operatorname{cosec} A = \text{दायाँ पक्ष}$$ **Proved.**

(ii) बायाँ पक्ष $= \frac{\sin\theta - \cos\theta + 1}{\sin\theta + \cos\theta - 1} = \frac{\cos\theta\left[\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}\right]}{\cos\theta\left[\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta}\right]}$

$$= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta + 1 - \sec\theta} = \frac{(\tan\theta + \sec\theta) - (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$$

$$= \frac{(\tan\theta + \sec\theta) - (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1}$$

$$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)(1 - \sec\theta + \tan\theta)}{(\tan\theta - \sec\theta + 1)}$$

$$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)}{1} \times \frac{(\sec\theta - \tan\theta)}{(\sec\theta - \tan\theta)}$$

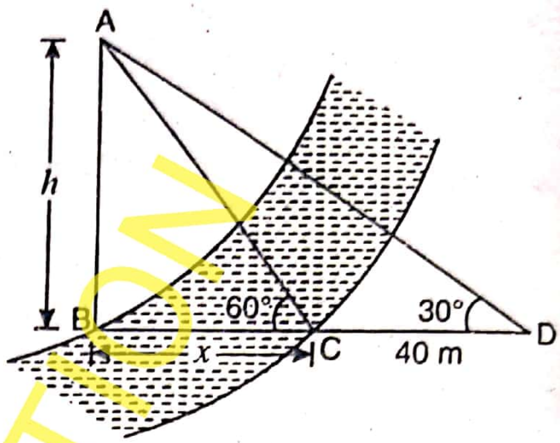
$$= \frac{\sec^2\theta - \tan^2\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta} = \text{दायाँ पक्ष।}$$ **Proved.**

A ONLINE SOLUTION

अथवा,

माना कि वृत्त की ऊँचाई $= AB = h$ m

तथा नदी की चौड़ाई $= BC = x$ m



ΔABC में, $\tan 60° = \dfrac{AB}{BC}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3} = \dfrac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}x \qquad$ ... (i)

ΔABD में, $\tan 30° = \dfrac{AB}{BD}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{h}{x + 40}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h = x + 40 \qquad$ ... (ii)

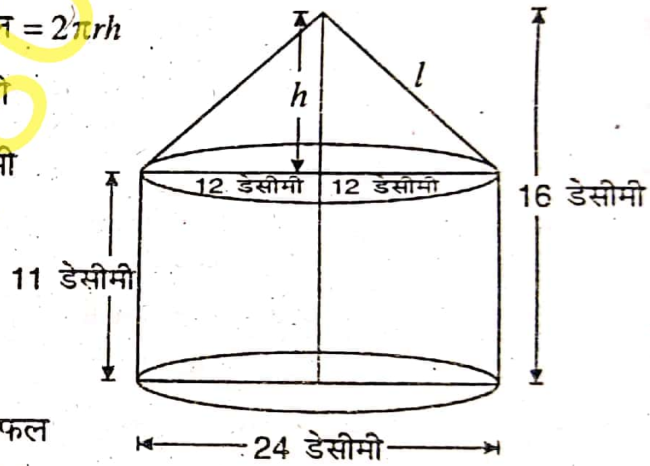
$\because$ h का मान समीकरण (ii) में रखने पर,

$$\sqrt{3}h = x + 40 \Rightarrow \sqrt{3} \times \sqrt{3}x = x + 40 \Rightarrow 3x - x = 40 \therefore x = 20\,\text{m}$$

अतः नदी की चौड़ाई = 20 m.

26. बेलनाकार भाग में लगे कैनवास का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times 12 \times 11 = \dfrac{5808}{7}$ वर्ग डेसीमी



शंकु की ऊँचाई $h = (16 - 11) = 5$ डेसीमी

$\because \; l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{5^2 + 12^2}$

$= \sqrt{25 + 155} = \sqrt{169}$

$\therefore \; l = 13$ डेसीमी

$\because$ शंक्वाकार भाग में लगे कैनवास का क्षेत्रफल

$= \pi rl = \dfrac{22}{7} \times 12 \times 13 = \dfrac{3432}{7}$ वर्ग डेसीमी

$\therefore$ लगे कैनवास का कुल क्षेत्रफल

= बेलनाकार भाग में लगे कैनवास का क्षेत्रफल

+ शंक्वाकार भाग में लगे कैनवास का क्षेत्रफल

$= \dfrac{5808}{7} + \dfrac{3432}{7} = \dfrac{9240}{7} = 1320$ वर्ग डेसीमी **Ans.**

अथवा,

मान लिया कि शंकु के त्रिज्या तथा ऊँचाई का मान क्रमशः $4x$ तथा $3x$ है।

$\because \; r = 4x, \; h = 3x$

$\because$ शंकु के वृत्ताकार आधार का क्षेत्रफल = 1541

$\Rightarrow \pi r^2 = 154 \Rightarrow \dfrac{22}{7} \times 4x \times 4x = 154 \Rightarrow x^2 = \dfrac{154 \times 7}{22 \times 4 \times 4} \Rightarrow x = \dfrac{7}{4}.$

अतः त्रिज्या $= r = 4x = 4 \times \dfrac{7}{4} = 7\,\text{cm}$, ऊँचाई $h = 3 \times \dfrac{7}{4} = \dfrac{21}{4}$

$\therefore$ तिर्यक ऊँचाई $= l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{\left(\dfrac{21}{4}\right)^2 + 7^2} = \sqrt{\dfrac{441}{16} + 49} = \sqrt{\dfrac{1225}{16}} \therefore l = \dfrac{35}{4}.$

अब, शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi rl = \dfrac{22}{7} \times 7 \times \dfrac{35}{4} = \dfrac{385}{2} = 192.50\,\text{cm}^2$ **Ans.**

A ONLINE SOLUTION